1. Bölüm

GEOMETRİYE GİRİŞ

1.1 Terim, Aksiyom ve Geometri Sistemi
1.2 Teorem ve İspat

1.1 TERİM, AKSİYOM VE GEOMETRİ SİSTEMİ

Geometri bilimi şekil denilen nokta kümelerinin biçimleri ve ölçüleri arasındaki bağlantıları inceler. İlkokul ve ortaokul öğreniminizden, geometride incelenen şekillerin doğru, düzlem, koni, küre... gibi düzgün şekiller olduğunu hatırlayınız. Hamurun yoğrulurken aldığı şekiller, kırılmış tahta parçasının kırık yüzeyinin şekli, bahçenizdeki toprağın yüzeyinin şekli... geometrinin konusu değildir. Geometrinin konusu olan şekilleri, **geometrik yer** kavramını tanıdıktan sonra siz de net olarak ayırdedebileceksiniz.

Bir bilim dalında özel kavramlara karşılık getirilmek üzere özel anlam yüklenen sözcüklere ve sözcük yerine geçen anlatımlara ($=$, $\perp$, $//$, $\in$... gibi) **terim** denir. Bir terimin taşıdığı özel anlam, anlamını bildiğimiz başka terimlerle tanıtılır. Henüz konunun başlangıç bölümünde, (doğru, düzlem, koni... gibi) belki bugüne kadar duyduklarınızdan az çok anlamını sezdiğiniz ama tam bir tanımını bilmediğiniz bir sürü terimle karşılaştınız. Daha geniş bir anlatımda sözcükler dikkatle seçilerek tanımlanmadan kullanılmış terimlerin sayısı azaltılabilirdi. Yine de, ne kadar dikkatli davranırsak davranalım, bazı terimleri tanımlarını veremeden kullanmak zorunda kalacaktık. Az önce **geometrik şekil** terimini tanımlayabilmek için **geometrik yer** terimine ihtiyaç duyduk. **Geometrik yer**in tanımı için bir başka terim, o terim için de bir diğeri gerekecekti. Her terimi tanımlanmış bir terimle tanımlamaya kalkışırsak elimizde tanımlanmış terim kalmayacağı açıktır. Bu yüzden bazı temel kavramları **tanımsız terim**lerle ifade etmek bir zorunluluktur. Tanımsız olarak alınan terimler, mümkün olduğu kadar sözler veya şekillerle açıklanır; bunların algılanması sezgiye bırakılır.

Geometride **nokta, doğru, düzlem, üzerinde olma, eşit ...** gibi terimler tanımsız olarak alınırlar. Karşılaşılacak diğer bütün terimler, temel kavramlara karşılık gelen bu tanımsız terimler cinsinden tanımlanmalıdır.

Geometrik şekiller, değişik temel doğruların geçerli olduğu değişik **geometri sistemler**inde incelenebilir. Genel olarak **sistem, birbirine bağlı olarak örgütlenmiş ilkeler bütünü** anlamına gelir. Bir geometri sistemi de temel ilkeler sayabileceğimiz **aksiyomları** ile kurulur. **Aksiyomlar, nokta kümelerinin elemanları ve alt kümeleri arasında, apaçık doğrular olarak görülen ya da doğru kabul edilen önermelerdir.** Buradaki "doğru kabul edilen" ifadesi "Yanlış da olabilir ama haydi biz doğru sayalım." anlamında değildir. Bir aksiyom, ait olduğu sistemin bir doğrusudur.

Bir geometri sistemini oluşturan başlıca öge olan aksiyomlar genellikle basit ve kolay anlaşılır önermelerdir. Birbirlerinden bağımsızdır; herhangi biri diğerlerinden elde edilemez. Bir önerme aksiyomlardan elde edilebiliyorsa onun adına **teorem** diyeceğiz. Aksiyomlar birbirleriyle çelişen sonuçlar doğurmaz; birbirlerini tamamlayıcıdırlar. Bir geometri sistemindeki aksiyomların adedi, o sistemi tam olarak belirlemeye yetecek sayıdadır. Ne eksik ne fazla.

Değişik geometri sistemlerinin aksiyomlarının tümüyle birbirinden farklı olduğunu düşünmeyiniz. En önemli geometri sistemlerinden üçünün, **Paralellik Aksiyomları** dışındaki bütün aksiyomları birbirinin aynıdır. Paralellik Aksiyomu;

Euclid Geometrisi'nde,
"Bir doğruya dışındaki bir noktadan en fazla bir paralel doğru çizilebilir." biçiminde,

Lobachevski Geometrisi'nde,
"Bir doğruya dışındaki bir noktadan birden fazla paralel doğru çizilebilir." biçiminde,

Riemann Geometrisi'nde de,
"Bir doğruya dışındaki bir noktadan hiçbir paralel doğru çizilemez." biçimindedir.

Bu farklı aksiyomları yüzünden adı geçen geometri sistemlerinde aynı soruya farklı cevaplar alınabilir. Örneğin, "**Bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı nedir?"** sorusuna,
Euclid Geometrisinde **"180° dir."**,
Lobachevski Geometrisinde **"180° den küçüktür."**
ve Riemann Geometrisinde **"180° den büyüktür."**
cevabı alınır. Cevapların böylesine farklı olması bizi "bunların ya üçgen anlayışları farklı ya da derece anlayışları..." düşüncesine götürür. Gerçekten değişik geometri sistemlerinde aksiyomların farklı seçilmesi yanında bazı geometrik kavramların tanımlarının da farklı olması söz konusudur.

Aynı duruma ilişkin, birbiriyle çelişen birden fazla önermenin aynı zamanda nasıl doğru olarak alınabildiğini, geometrik sistemlerden birinin ak dediğine diğerinin nasıl kara diyebildiğini ve bu soruların cevabının geometrik kavramların değişik

tanımları ile nasıl bağlantılı olduğunu şöyle bir örnekle belki daha kolay anlatabiliriz :

"Elinizdeki elmayı bırakırsanız yere düşer. "

önermesi ilk bakışta apaçık doğru olarak gözükmektedir. Yalnız, dikkat edilirse,

"Elinizdeki elmayı bırakırsanız göğe yükselir. "

önermesi de doğru olabilir. Doğal olarak yeryüzünde bu önermelerden birincisi hava ortamında, ikincisi su ortamında geçerlidir.

Biz bu kitapta geometrik şekilleri, **"Bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı 180° dir."** önermesinin doğru olduğu **Euclid Geometri Sistemi**'nde inceleyeceğiz.

Milattan önce 200 yıllarında, Yunan matematikçisi Euclid'in kurduğu bu geometri sistemi, diğer geometri sistemlerine geçiş için bir ilk basamak oluşturur. Geniş uygulama alanı ile öğrencinin Lise ve Üniversite öğrenimindeki geometri ihtiyacını tam olarak karşılar. Bu nedenlerle geometri öğrenimine başlamak için en uygun geometri sistemi Euclid Geometrisi'dir.

1.2 TEOREM VE İSPAT

Tanımsız terimleri, tanımlanmış terimleri ve aksiyomları ile belirlenmiş bir geometri sisteminde henüz ortaya çıkarılamamış, söze dökülememiş sayısız doğrular gizlidir. Genellikle ilk bakışta görülemeyen, daha karmaşık yapıdaki bu doğrular, **teorem** denilen önermelerle ifade edilir. Teoremlerin her zaman karmaşık olmaları beklenmemelidir. Basit veya karmaşık olsun, **"Sistemin aksiyomlar listesinde bulunmayan her önerme bir teoremdir."** diyebiliriz. Anlaşılacağı gibi **"teoremler, aksiyomlarla ispat edilmesi gereken önermelerdir."**

Teoremler sembolik olarak $\mathbf{p \Rightarrow q}$ biçiminde gösterilir; **p ise q** diye okunur. Burada p önermesi hipotez, q önermesi hükümdür. Hipotez eldeki bilgi, hüküm varılacak yargıdır.

Hipotezin doğruluğundan yola çıkıp tanımları ve aksiyomları kullanarak doğru yargılama ile hükmün doğruluğuna varma işlemine **ispat** denir. Bir teoremin ispatında, doğal olarak, önceden ispatlanmış teoremler de kullanılabilir.

Matematikte çeşitli ispat yöntemleri vardır. Geometride çok kullanılan iki tanesinden biri **doğrudan ispat yöntemi**, diğeri **olmayana ergi yöntemi**dir.

Doğrudan ispat yönteminde p önermesinin doğruluğundan yola çıkılarak doğruluğu bilinen sonlu sayıda

$$p \Rightarrow p_1 ,\ p_1 \Rightarrow p_2 ,\ p_2 \Rightarrow p_3 ,\ \dots ,\ p_n \Rightarrow q$$

önermeleri bulunur; buradan $p \Rightarrow q$ sonucuna varılır.

Olmayana ergi yöntemi, p' önermesi p önermesinin olumsuzu olmak üzere, $\mathbf{p \Rightarrow q}$ önermesinin $\mathbf{q' \Rightarrow p'}$ önermesine denkliğine dayanır. Diğer bir deyişle, bu yöntemde **hükmün olumsuzu doğru kabul edildiği takdirde hipotezin olumsuzuna ulaşılacağı** gösterilmeye çalışılır.

Konularımızın ilerleyişi içinde bol bol kullanacağımız bu ispat yöntemlerini bir örnekle açıklayalım :

ÖRNEK 1.1: "n doğal sayısı tek ise n^2 sayısı tektir." önermesini ispatlayınız.

İSPAT :

1. Doğrudan ispat yöntemi ile :

$k, m \in N$,

p : n doğal sayısı tek sayıdır. ve
q : n^2 sayısı tek sayıdır.

olmak üzere

$p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluğunu göstereceğiz.

$p_1 :\ n = 2k+1,$

$p_2 :\ n^2 = 4k^2 + 4k + 1,$

$p_3 :\ n^2 = 2 \cdot (2k^2 + 2k) + 1$ ve

$p_4 :\ n^2 = 2m + 1$

önermelerinden elde edeceğimiz

$$p \Rightarrow p_1 ,\ p_1 \Rightarrow p_2 ,\ p_2 \Rightarrow p_3 ,\ p_3 \Rightarrow p_4 ,\ p_4 \Rightarrow q$$

önermelerinin ayrı ayrı doğru olduğunu görünüz.

$[(p \Rightarrow p_1)$ ve $(p_1 \Rightarrow p_2)]$ önermesi doğru olduğundan $p \Rightarrow p_2$ önermesinin de doğru olduğu; $[(p \Rightarrow p_2)$ ve $(p_2 \Rightarrow p_3)]$ önermesi doğru olduğundan $p \Rightarrow p_3$ önermesinin de doğru olduğu, geçişme özelliği ile çıkarılır. Böyle devam edilerek $p \Rightarrow q$ önermesinin doğru olduğu yargısına varılır.

Her önermenin bir sonraki önermeyi gerektirmesi sonucu, hüküm önermesinin doğruluğuna varma işlemi kısaca

$$\mathbf{p \Rightarrow p_1 \Rightarrow p_2 \Rightarrow p_3 \Rightarrow p_4 \Rightarrow q}$$

biçiminde gösterilebilir. Bundan sonra yapacağımız ispatlarda biz bu son biçimi kullanacağız. Yaptığımız ispatı bir de bu biçimiyle tekrarlayalım :

(k, m ve n doğal sayı ve n tek)

$\Rightarrow \quad n = 2k + 1$

$\Rightarrow \quad n^2 = 4k^2 + 4k + 1$

$\Rightarrow \quad n^2 = 2 \cdot (2k^2 + 2k) + 1$

$\Rightarrow \quad n^2 = 2m + 1$

$\Rightarrow$ n^2 sayısı bir tek sayıdır.

2. Olmayana ergi yöntemi ile :

Bir doğal sayı ya bir tek sayıdır ya da bir çift sayıdır. Buna göre p ve q önermeleri,

p : n doğal sayısı tek sayıdır.
q : n^2 sayısı tek sayıdır.

biçiminde ise

p′ : n doğal sayısı çift sayıdır.
q′ : n^2 sayısı çift sayıdır.

biçiminde olur.

$p \Rightarrow q$ önermesi $q' \Rightarrow p'$ önermesine denk olduğundan $q' \Rightarrow p'$ önermesinin doğruluğu gösterilirse $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluğu da gösterilmiş olur. Şimdi q′ hipotezinin doğruluğundan yola çıkarak p′ hükmünün doğruluğuna ulaşmaya çalışalım :

q′ : $k, m, n \in N$ ve n^2 sayısı bir çift sayıdır.

$\Rightarrow \quad n^2 = 2k$

$\Rightarrow \quad n \cdot n = 2 \cdot k$

Bütün doğal sayılar asal sayıların çarpımı olarak yazılabileceğinden sağdaki 2 çarpanına karşılık gelmek üzere soldaki çarpanlardan en az birinin bir çarpanı 2 olmalıdır. Bu da

p′ : $n = 2m \Rightarrow$ n doğal sayısı çifttir.

demektir. Böylece $q' \Rightarrow p'$ ve dolayısıyla $p \Rightarrow q$ önermesi ispatlanmış olur.

Daha anlaşılır bir dille, burada söylenen şudur : n doğal sayısı tek ise n^2 sayısı tektir. n^2 sayısı çift olsaydı, n doğal sayısı da çift olmak zorunda olacaktı. Halbuki n tektir. O halde n^2 sayısı da tektir.

Bir önermeyi hem doğrudan ispat yöntemi ile hem de olmayana ergi yöntemi ile ispatlamak genellikle kolay olmaz. $p \Rightarrow q$ önermesinin ispatının kolay olduğu yerde doğrudan ispat yöntemini; $q' \Rightarrow p'$ önermesinin ispatının kolay olduğu yerde de olmayana ergi yöntemini kullanmak gerekir.

$(p \Rightarrow q)$ ve $(q \Rightarrow p)$ birleşik önermesine **çift gerektirme** denir ve kısaca **$p \Leftrightarrow q$** biçiminde yazılarak "**p ancak ve ancak q**" diye okunur.

$p \Leftrightarrow q$ biçiminde ifade edilen bir teoremi ispat etmek için hem $p \Rightarrow q$, hem de $q \Rightarrow p$ önermeleri ispatlanmalıdır.

Bu bölümde bir geometri sistemini oluşturan ögeleri tanıdık ve değişik geometri sistemlerinin varlığını öğrendik. Takip eden bölümlerde, kavramlarının tanımları ve aksiyomları ile Euclid Geometrisi'ni kuracak, teoremleri ile yapıyı güçlendirecek ve bu yapı içinde şekillerin biçim ve ölçüleri ile ilgili problemleri çözeceğiz.

2. Bölüm

TEMEL KAVRAMLAR VE AÇILAR

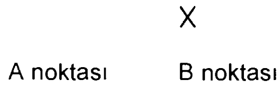
2.1 Nokta
2.2 Doğru
2.3 Düzlem
2.4 Koordinat Sistemi ve Uzaklık
2.5 Doğru Parçası ve Işın
2.6 Doğru ve Düzlem
2.7 Açılar
2.8 Üçgenler
2.9 Üçgenlerin Eşliği
2.10 Paralel Doğrular ve Dik Doğrular
2.11 Paralel Doğrularda ve Üçgende Açılar
2.12 Üçgende Eşitsizlikler
2.13 Çokgenler
2.14 Özel Dörtgenler
2.15 Eşit Aralıklı Paralel Doğrular
2.16 Üçgende Kesişen Doğrular
2.17 Geometrik Yerler
2.18 Çizim Problemleri

2. Bölümün Özeti
2. Bölüm Üzerine Örnek Problemler
2. Bölüm Üzerine Problemler
Testler: 1-2-3-4-5

2.1 NOKTA

Elinizdeki kağıdı, kat yerleri kesişecek biçimde dörde katlayıp açınız. Kat yerlerinin kesişimi nokta kavramı için bir modeldir. Eğer kağıdı iyice bastırarak katladıysanız, kat yerlerinin kesişiminin büyüklüğünden söz etmeniz güç olacaktır. Büyüklüğü neredeyse yok gibidir; ama kendisi oradadır. Bu modelden soyutlayacağımız, büyüklüğü olmadan var olan o şeye nokta diyeceğiz.

Noktaları kağıt üzerinde kalemin ucunun izi veya kesişen iki çizgi ile gösterip büyük harflerle adlandıracağız.



A noktası B noktası

2.2 DOĞRU

Kağıdı iyice bastırarak ikiye katlayıp açınız ve düzgün bir masanın üzerine yayınız. Kağıdı ve masayı sınırsız büyüterek kat yerinden doğru kavramını soyutlayabilirsiniz.

"Nokta", "doğru" ve "düzlem" gibi tanımlayamayıp açıklamaya çalıştığımız kavramları netleştirmenize, konunun gelişimi içinde vereceğimiz aksiyomlar yardımcı olabilir.

AKSİYOM 2.1

A ve B gibi herhangi iki nokta verildiğinde, bu A ve B noktalarının ikisine de ait olan bir ve yalnız bir doğru vardır.

Buradaki "bir ve yalnız bir" deyimi "bir tane vardır ve bu tektir." anlamına gelir.

Bir A noktası bir doğruya ait ise "A noktası o doğrunun üzerindedir." ya da "Doğru A noktasından geçiyor." denir. A ve B noktalarından geçen doğru, "AB doğrusu" ya da "d doğrusu" diye adlandırılır.



Şekildeki oklar, çizginin iki yönde sınırsız olduğunu göstermek içindir.

TANIM 2.1

Aynı doğruya ait farklı noktalara **doğrusal noktalar** denir.

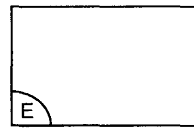
2.3 DÜZLEM

Düzgün bir masanın yüzeyi düzlem için bir modeldir. Zihninizde masayı sınırsız büyütünüz; öyle ki kenarları artık gözükmez olsun. Masanın yüzeyini, kalınlığı olmadan ve biçimini bozmadan kaldırınız. Rengini de dikkate almayınız. Elinizdeki kalınlıksız yüzeye **düzlem** denir.

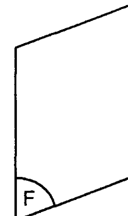
Burada yaptığınız zihinsel işlem bir **soyutlama**dır.

Düzlem, kağıt üzerinde herhangi bir düzlem parçası ile gösterilebilir. Özel durumlar gerektirmedikçe bu düzlem parçası "dikdörtgen" olarak seçilir. ("Dikdörtgen" teriminin henüz tanımını yapmadık ama burada sizin bilgilerinize sığınarak kullanmak zorunda kaldık.) Dikdörtgen şeklindeki bir eşya, bulunduğunuz yere göre değişik konumlarda iken değişik şekillerde görünür. Kağıt üzerine, dikdörtgenin bu değişik görünümleri çizilerek dikdörtgenin ait olduğu düzlemin konumu da belirtilmiş olur.

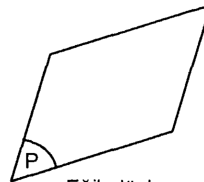
Şekilleri inceleyiniz.



Düşey düzlem
(Karşınızdaki duvar gibi)



Düşey düzlem
(Odanızın açık kapısı gibi)



Eğik düzlem
(Kitabınızın biraz kaldırılmış kapağı gibi)



Yatay düzlem
(Masanızın yüzeyi gibi)

Düzlemler E, F, P... gibi büyük harflerle adlandırılır.

2.4 KOORDİNAT SİSTEMİ VE UZAKLIK

AKSİYOM 2.2 (Cetvel Aksiyomu)

Bir doğru üzerinde alınan her bir noktaya bir tek gerçek sayı ve karşıt olarak her bir gerçek sayıya bu doğru üzerinde bir tek nokta karşılık gelir.

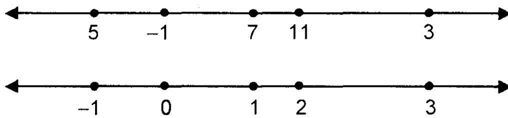
Aksiyom, gerçek sayılarla bir doğrunun noktaları arasında birebir ve örten bir eşlemenin yapılabileceğini ifade etmektedir. Buradan çıkarılacak ilk sonuç, bir doğru üzerinde sınırsız sayıda nokta olduğudur.

TANIM 2.2

Noktaları ile gerçek sayılar arasında birebir eşleme kurulmuş bir doğruya **koordinat sistemi** ya da **sayı doğrusu**, bu eşlemede bir P noktasına karşılık gelen gerçek sayıya **P nin koordinatı** denir.

P noktası, koordinatıyla birlikte P(x) biçiminde gösterilir.

Bu aksiyom ile şekillerdeki gibi eşlemeler akla gelebilir :



Herhalde burada amaçlanan eşlemeler böyle rasgele olmamalıdır. Böyle olduğu takdirde aksiyom "Bir doğru üzerinde sınırsız sayıda nokta vardır." sonucundan başkasını doğurmaz. Tanımını yaptığımız "koordinat" kavramı da bir işe yaramaz.

Sezgiye dayanarak, gerçek sayılar ile doğrunun noktaları arasındaki eşlemenin, bir **cetvel** kenarındaki sayıların düzeni içinde olması gerektiğini, yani sayıların büyüklük sırasına dizileceğini ve tamsayıların **eşit aralık**larla yazılacağını düşünürüz. Şekillerdeki **eşitlik** henüz tanımlamadığımız bir kavramdır. Şimdilik, açıklığı sabit tutulan bir pergelin bir doğru üzerinde ard arda adımlar atışında karşılık geldiği noktaların eşit aralıklı noktalar olduğunu söyleyebiliriz. Şimdi vereceğimiz aksiyom, eşleme konusundaki bu düşüncemizi güçlendirecektir.

AKSİYOM 2.3 (Sistem Seçme Aksiyomu)

Bir doğru üzerinde A ve B gibi farklı iki nokta verildiğinde A nın koordinatı 0 (sıfır) ve B ninki pozitif bir gerçek sayı olacak biçimde bir ve yalnız bir koordinat sistemi seçilebilir.



B noktasının koordinatı olan b sayısını $b=1$, $b=2$, $b=\sqrt{2}$... gibi değişik gerçek sayılar olarak seçebiliriz. Ancak, örneğin $b=1$ sayısını seçtiğimizde artık belirli bir koordinat sistemini seçmişiz demektir. A(0) ve B(1) olmak üzere AB doğrusu üzerindeki her bir noktaya artık belirli bir gerçek sayı karşılık gelir.

TANIM 2.3

Bir koordinat sisteminde, verilen iki noktanın koordinatlarının farkının mutlak değerine bu iki nokta arasındaki **uzaklık** denir.

A ve B noktaları arasındaki uzaklık, $|AB|$ biçiminde gösterilir. A(a) ve B(b) ise $|AB|=|b-a|$ dır. Bu tanıma göre $|AB|=|BA|$ olacağı açıktır.

ÖRNEK 2.1

A(–3) ve B(5) noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

ÇÖZÜM:

$|AB|=|5-(-3)| \Rightarrow |AB|=8$ dir.

ÖRNEK 2.2

A(2) noktasına uzaklığı 5 olan noktaları bulunuz.

ÇÖZÜM:

A(2) noktasına uzaklığı 5 olan noktaları P(x) ile gösterelim.

$|AP|=5 \Rightarrow |x-2|=5$

$\Rightarrow x-2=-5$ veya $x-2=5$

$\Rightarrow x_1=-3,\quad x_2=7$ olur.

Aranan noktalar $P_1(-3)$ ve $P_2(7)$ dir.

2.5 DOĞRU PARÇASI VE IŞIN

Doğru parçası ve **ışın** kavramlarının tanımlanabilmesi için arada olma kavramına gerek vardır.

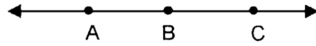
"**Arada olma**nın anlamı apaçık değil mi?" denilebilir. Yalnız unutmayınız ki, kavramların tanımlarında tam bir anlaşma sağlanamadığında her türlü tartışma bir sağırlar diyaloğuna dönüşür.

TANIM 2.4

Bir doğrunun birbirinden farklı A, B, C gibi üç noktası için

$$|AB| + |BC| = |AC|$$

eşitliği geçerli ise "**B noktası A ile C arasındadır.**" denir.



TEOREM 2.1

P(x) noktasının A(a) ile B(b) arasında olması için gerek ve yeter koşul

$$a < x < b \text{ veya } b < x < a$$

olmasıdır.

İSPAT:

$a \neq b$ olduğuna göre ya $a < b$ ya da $b < a$ dır.

$a < b$ durumu için ispatı yapalım :

P(x) noktasının A(a) ile B(b) arasında olması için $a < x < b$ olması **gereklidir**.

$a < b$ ise a, x ve b sayıları için üç değişik sıralama mümkündür.

$$x < a < b, \quad a < x < b, \quad a < b < x$$

$a < x < b$ olmadığını varsayalım. Bu durumda ya $x < a < b$ ya da $a < b < x$ olacaktır.

$x < a < b$ olsaydı;

$$|AP| + |PB| = |AB| \Rightarrow |a - x| + |b - x| = |b - a|$$
$$\Rightarrow a - x + b - x = b - a$$
$$\Rightarrow 2a = 2x$$
$$\Rightarrow a = x \text{ olacaktı.}$$

$a = x$ önermesi $x < a < b$ ile çeliştiğinden $x < a < b$ önermesi doğru olamaz.

$a < b < x$ olsaydı;

$$|AP| + |PB| = |AB| \Rightarrow |x - a| + |x - b| = |b - a|$$
$$\Rightarrow x - a + x - b = b - a$$
$$\Rightarrow 2x = 2b$$
$$\Rightarrow x = b \text{ olacaktı.}$$

$x = b$ önermesi $a < b < x$ ile çeliştiğinden $a < b < x$ önermesi de doğru olamaz.

Öyleyse, $a < x < b$ dir.

P(x) noktasının A(a) ile B(b) arasında olması için $a < x < b$ olması **yeterlidir**.

$$a < x < b$$
$$\Rightarrow |AP| + |PB| = |x - a| + |b - x|$$
$$\Rightarrow |AP| + |PB| = x - a + b - x$$
$$\Rightarrow |AP| + |PB| = b - a$$
$$\Rightarrow |AP| + |PB| = |AB|$$

TEOREM 2.2

Bir doğruya ait farklı üç noktadan biri ve yalnız biri öteki ikisinin arasında bulunur.

İSPAT :

Bir doğruya ait farklı üç nokta A(a), B(b) ve C(c) olsun. Önce A(a, B(b), C(c) den en az birinin diğer ikisi arasında bulunduğunu (**varlık**), sonra da yalnız birinin öteki ikisi arasında bulunduğunu (**teklik**) ispatlayacağız.

a) Varlık :

A(a), B(b) ve C(c) noktalarının a, b ve c koordinatları yalnız aşağıdaki altı biçimde sıralanabilir :

$(b < a < c) \Rightarrow$ (A noktası aradadır.)
$(c < a < b) \Rightarrow$ (" " ")
$(a < b < c) \Rightarrow$ (B noktası aradadır.)
$(c < b < a) \Rightarrow$ (" " ")
$(a < c < b) \Rightarrow$ (C noktası aradadır.)
$(b < c < a) \Rightarrow$ (" " ")

Bu sıralamalardan en az biri geçerli olduğuna göre noktalardan en az biri diğer ikisinin arasındadır.

b) Teklik :

A(a), B(b), C(c) noktalarından yalnız biri öteki ikisi arasında bulunur.

B noktası A ile C arasında iken C noktasının da A ile B arasında olduğunu varsayalım. Bu durumda "arada olma" tanımına göre,

$|AB|+|BC|=|AC|$ ① ve

$|AC|+|CB|=|AB|$ ② olmalıdır.

$|AC|$ nin ① deki eşiti ② de yerine konulursa,

$$|AB|+|BC|+|CB|=|AB| \Rightarrow 2|BC|=0$$

$$\Rightarrow |BC|=0 \Rightarrow |c-b|=0 \Rightarrow b=c \text{ olur.}$$

$b=c$ önermesi B(b) ve C(c) noktalarının farklı olduğu hipotezi ile çelişir. Öyleyse A, B, C noktalarından yalnız biri öteki ikisi arasındadır.

TANIM 2.5

Birbirinden farklı A ve B noktaları ile bu noktalar arasında bulunan bütün noktaların kümesine AB doğru parçası denir; $[AB]$ biçiminde gösterilir.

$[AB]$ A •———• B

AB doğru parçasını,

$$[AB]=\{A,B\}\cup\{P:|AP|+|PB|=|AB|\}$$

biçiminde de ifade edebiliriz.

$[AB]$ doğru parçasının A veya B ucu şekilden çıkarılırsa, A ile B den birinin ya da ikisinin çıkarılmasına göre **yarı açık doğru parçası** ya da **açık doğru parçası** elde edilir.

B ucu açık doğru parçası $[AB)$,

A ucu açık doğru parçası $(AB]$ ve

açık doğru parçası (AB) ile gösterilir.

Şekillerle açıklayalım :

$[AB)$: A •———○ B

$$[AB)=\{A\}\cup\{P:|AP|+|PB|=|AB|\};$$

$(AB]$: A ○———• B

$$(AB]=\{B\}\cup\{P:|AP|+|PB|=|AB|\};$$

(AB) : A ○———○ B

$$(AB)=\{P:|AP|+|PB|=|AB|\}$$

TANIM 2.6

A ve B noktaları arasındaki uzaklığa $[AB]$ doğru parçasının **ölçüsü** ya da **uzunluğu** denir.

$m[AB]$ ya da $|AB|$ biçiminde gösterilir.

A(a) ve B(b) olmak üzere

$m[AB]=|AB|=|b-a|$ olduğunu biliyorsunuz.

$m(AB)=m[AB)=m(AB]=m[AB]=|AB|$ dir.

TANIM 2.7

Uzunlukları eşit olan doğru parçalarına eş doğru parçaları denir.

A •———• B   C •———• D

$[AB]$ ve $[CD]$ doğru parçalarının eş olması demek, A ve B noktalarına çakıştırılan bir pergelin uçlarını pergelin açıklığını bozmadan C ve D noktalarına çakıştırabiliriz demektir.

$[AB]$ ve $[CD]$ doğru parçalarının eşliği

$[AB]\cong[CD]$ biçiminde gösterilir.

$|AB|=|CD| \Leftrightarrow [AB]\cong[CD]$ çift gerektirmesi geçerlidir.

$(AB)\cong[AB]$ eşliğinin doğru olup olmadığını düşününüz.

TANIM 2.8

A ve B farklı noktalar olmak üzere, $[AB]$ doğru parçası ile B noktası A ile P nin arasında olacak biçimde alınan bütün P noktalarının kümesinin bileşimine, başlangıç noktası A olan **ışın** denir ve $[AB$ biçiminde gösterilir.

$[AB$ ışınını şöyle de tanımlayabiliriz :

$[AB = [AB] \cup \{P : |AB| + |BP| = |AP|\}$

$[AB$: A B P

$(AB] \cup \{P : |AB| + |BP| = |AP|\}$ kümesine de **yarı doğru** denir ve $(AB$ biçiminde gösterilir.

$(AB$ A B P

TANIM 2.9

Bir doğruya ait A, B ve C noktalarından A noktası B ile C arasında ise $[AB$ ve $[AC$ ışınlarına **zıt ışınlar** denir.

B A C

$[AB \cap [AC = \{A\}$ ve $[AB \cup [AC = BC$ dir.

TANIM 2.10

$[AB]$ doğru parçasına ait bir P noktası için $|AP| = |PB|$ ise P noktasına, $[AB]$ doğru parçasının **orta noktası** denir.

TEOREM 2.3

Bir doğru parçasının bir ve yalnız bir orta noktası vardır. $[AB]$ doğru parçasının P(x) orta noktasının koordinatı

$x = \frac{a+b}{2}$ dir.

İSPAT:

Orta nokta tanımından $|AP| = |PB|$ ① ve arada olma eşitliğinden $|AP| + |PB| = |AB|$ ② yazılır.

① ve ② den

$|AP| + |AP| = |AB| \Rightarrow 2|AP| = |AB|$

$\Rightarrow |AP| = \frac{1}{2}|AB|$ elde edilir.

$a < b$ sayarsak

$|AP| = x - a$, $|AB| = b - a$ ve

$x - a = \frac{1}{2}(b - a)$

$\Rightarrow x = \frac{a+b}{2}$ bulunur.

Bu sonuç P(x) noktasının varlığını ve Cetvel Aksiyomu'na göre tekliğini gösterir.

TEOREM 2.4 (Nokta Yerleştirme Teoremi)

A(0), B(b) ve $b > 0$ olmak üzere, $[AB$ ışını ile pozitif bir x gerçek sayısı için $[AB$ ışını üzerinde $|AP| = x$ olacak biçimde bir ve yalnız bir P noktası vardır.

İSPAT:

AB doğrusu üzerinde A(0), B(b) ve $b > 0$ olmak üzere seçilen koordinat sistemi bir tanedir. Bu koordinat sisteminde, Cetvel Aksiyomu'na göre, koordinatı x olan bir ve yalnız bir P noktası vardır. $x > 0$ olduğundan, P noktası $[AB$ ışınının bir noktasıdır ve $|AP| = |x - 0| = x$ eşitliği geçerlidir.

Varlığını böylece gösterdiğimiz bu P noktasının bir de tekliğini gösterelim :

$|AP| = x$ eşitliğini gerçekleyen, $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ ve $x_1 \neq x_2$ olmak üzere $P_1(x_1)$ ve $P_2(x_2)$ noktaları-nın varlığını kabul edelim.

Bu durumda

$|AP_1| = |x_1 - 0| = x_1 = x$ ① ve

$|AP_2| = |x_2 - 0| = x_2 = x$ ② ;

① ve ② den

$x_1 = x_2 = x$ olacaktı.

$x_1 = x_2 = x$ önermesi $x_1 \neq x_2$ hipotezi ile çeliştiğinden $|AP| = x$ eşitliğini gerçekleyen birden fazla nokta olamaz.

ÖRNEK 2.3

$K = \{x : |x+2| \leq 8 \text{ ve } x \in R\}$ nokta kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.

ÇÖZÜM:

$|x+2| \leq 8 \Rightarrow -8 \leq x+2 \leq 8$

$\Rightarrow -10 \leq x \leq 6$

K kümesi, uç noktaları $A(-10)$ ve $B(6)$ olan $[AB]$ doğru parçasını belirtir.



ÖRNEK 2.4

Sayı ekseninde $A(-2)$ ve $B(12)$ noktaları verildiğine göre, aşağıda tanımlanan $D(x)$ ve $E(y)$ noktalarının x ve y koordinatlarını bulunuz.

a) $|AD| = |DB|$ **b)** $|AE| = 2|EB|$

ÇÖZÜM :

a) $|AD| = |DB|$ eşitliği ile tanımlanan $D(x)$ noktası $[AB]$ doğru parçasının orta noktasıdır.

$x = \frac{-2+12}{2} \Rightarrow x = 5$ tir.

b) $|AE| = 2|EB|$ eşitliği ile tanımlanan $E(y)$ noktası

1. A noktasının solunda,
2. A ile B arasında ya da
3. B noktasının sağında bulunabilir.

1. $E(y)$, A noktasının solunda ise

$y < -2 < 12$ olacağından

$|AE| = 2|EB|$

$\Rightarrow |y-(-2)| = 2|12-y|$

$\Rightarrow |y+2| = 2|12-y|$

$\Rightarrow -y-2 = 2(12-y)$

$\Rightarrow y = 26$ bulunur.

$y < -2$ olması gerektiğinden $E(y)$ noktası A noktasının solunda olamaz.

2. $E(y)$, A ile B arasında ise

$-2 < y < 12$ olacağından

$|AE| = 2|EB|$

$\Rightarrow |y+2| = 2|12-y|$

$\Rightarrow y+2 = 24-2y$

$\Rightarrow 3y = 22 \quad \Rightarrow y = \frac{22}{3}$ bulunur.

$-2 < \frac{22}{3} < 12$ sıralaması geçerli olduğundan eşitliği sağlayan E noktalarından biri $E_1\left(\frac{22}{3}\right)$ noktasıdır.

3. $E(y)$, B noktasının sağında ise

$-2 < 12 < y$ olacağından

$|AE| = 2|EB|$

$\Rightarrow |y+2| = 2 \cdot |y-12|$

$\Rightarrow y+2 = 2y-24$

$\Rightarrow -y = -26$

$\Rightarrow y = 26$ bulunur.

$-2 < 12 < 26$ sıralaması geçerli olduğundan eşitliği sağlayan diğer E noktası $E_2(26)$ noktasıdır.

ÖRNEK 2.5

$D = \{x : |x-a| \leq d;\ x \in R\}$ kümesinin, orta noktasının koordinatı a ve uzunluğu 2d olan doğru parçasını belirttiğini gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$|x-a| \le d \Rightarrow -d \le x-a \le d$

$\Rightarrow a-d \le x \le a+d$

D kümesi, uçları $A(a-d)$ ve $B(a+d)$ olan $[AB]$ doğru parçasını belirtir.

$[AB]$ doğru parçasının orta noktası $M(m)$ ise

$$m = \frac{a-d+a+d}{2}$$

$\Rightarrow m = a$ ve

$|AB| = |(a+d)-(a-d)| \Rightarrow |AB| = 2d$ dir.

2.6 DOĞRU VE DÜZLEM

Bu kısımda, düzlemde doğrularla ilgili tanım ve aksiyomları vererek Euclid Geometrisi'ni kurmayı sürdürüyoruz.

TANIM 2.11

Bütün noktaların kümesine **uzay** denir.

AKSİYOM 2.4

Bir P düzleminde en az bir doğru ile bunun üzerinde olmayan en az bir nokta vardır.

Buraya kadar verdiğimiz tanımlar ve aksiyomlarla geliştirdiğiniz düzlem kavramıyla bile "Bundan daha doğal ne olabilir ki?" diyebilirsiniz.

Belki, "Bir düzlem üzerinde birbirinden farklı sınırsız sayıda nokta vardır." ya da "Bir düzlem üzerindeki bir A noktasından geçen birbirinden farklı sınırsız sayıda doğru vardır." gibi önermeler size aksiyom olarak daha anlamlı gelebilirdi. Yalnız bu son iki önermenin Aksiyom 2.4 gibi apaçık olmadığını kabul edersiniz. Ayrıca bu önermeler Aksiyom 2.4 ile daha önce verdiğimiz Aksiyom 2.2 ve Aksiyom 2.3 yardımı ile ispatlanabilir. Böyle durumlarda aksiyom olarak alınacak önerme Aksiyom 2.4 gibi, başka önermelerle ispat gerektirmeyeni ve apaçık olanıdır.

TANIM 2.12

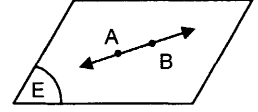
Aynı düzlem üzerinde bulunan farklı noktalara **düzlemsel noktalar** denir.

AKSİYOM 2.5

Bir doğrunun farklı iki noktası bir düzlem üzerinde ise, doğrunun bütün noktaları o düzlem üzerindedir.

$A \in E$ ve $B \in E$ ise

$AB \in E$ olur.



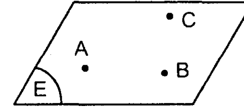
TEOREM 2.5

Farklı iki doğrunun en çok bir ortak noktası vardır.

Bu teoremi Aksiyom 2.1'i kullanarak siz ispatlayınız.

AKSİYOM 2.6

Doğrusal olmayan üç noktadan bir ve yalnız bir düzlem geçer.



AKSİYOM 2.7

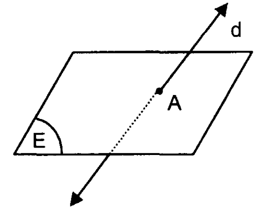
Her düzlemin doğrusal olmayan en az üç noktası, uzayın düzlemsel olmayan en az dört noktası vardır.

TEOREM 2.6

Bir doğru, içinde bulunmadığı bir düzlemi keserse arakesit kümesi bir tek noktadan oluşur.

İSPAT :

E düzlemi ile d doğrusunun bir ortak noktası A olsun. B gibi bir ortak noktaları daha olsaydı, Aksiyom 2.5 gereğince d doğrusu E düzlemine ait olurdu. Öyleyse arakesit kümesi A noktasından ibarettir.

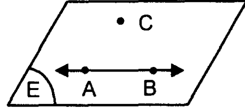


TEOREM 2.7

Bir doğru ile bu doğrunun dışındaki bir nokta bir düzlem belirtir.

Bir doğru ile dışındaki bir nokta **bir düzlem belirtir** demek, bu doğru ile bu noktaya ait **bir tek düzlem vardır** demektir.

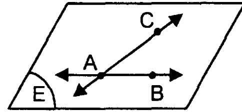
Teoremi, Aksiyom 2.5 ve Aksiyom 2.6'yı kullanarak siz ispatlayınız.



TEOREM 2.8

Kesişen farklı iki doğru bir düzlem belirtir.

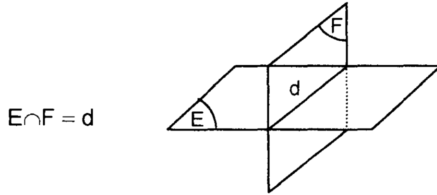
Aksiyom 2.5 ve Aksiyom 2.6'yı kullanarak siz ispatlayınız.



AKSİYOM 2.8

Kesişen farklı iki düzlemin arakesiti bir doğrudur.

$E \cap F = d$



Bir E düzlemine ait d_1 ve d_2 gibi iki doğru için şu üç durumdan biri ve yalnız biri geçerlidir :

1. d_1 ile d_2 çakışırlar.
Bu $d_1 = d_2$ demektir.

2. d_1 ile d_2 nin yalnız bir ortak noktaları vardır. Bu ortak nokta A ise "d_1 ve d_2 A noktasında **kesişirler**" denir.
$d_1 \cap d_2 = \{A\}$

3. d_1 ile d_2 nin ortak noktaları yoktur.
$d_1 \cap d_2 = \varnothing$

TANIM 2.13

Aynı düzleme ait olan ve ortak noktaları bulunmayan doğrulara **paralel doğrular** denir.

d_1 ile d_2 doğrularının paralelliği, paralel iki doğruya ait iki doğru parçası ile, $d_1 // d_2$ biçiminde gösterilir.

AKSİYOM 2.9 (Euclid Paralel Aksiyomu)

Bir doğruya, bunun dışındaki bir noktadan en fazla bir paralel doğru çizilebilir.

Matematikçiler bu aksiyomu, Euclid'in diğer aksiyomlarından yargılama yoluyla elde edilebileceği düşüncesiyle yüzyıllarca ispatlamaya çalışmışlardır. Sonunda 1830 yıllarında Rus matematikçisi Lobachevsky bu aksiyomun Euclid'in diğer aksiyomlarından bağımsız olduğunu ispatlamış, diğer aksiyomlarıyla birlikte bu aksiyomunun da alınmasıyla Euclid Geometrisi olarak bildiğimiz geometri sisteminin kurulacağını göstermiştir.

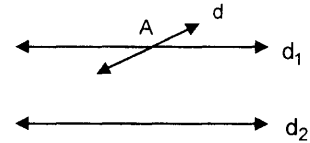
Bununla birlikte, değişik yaklaşımlarla "bir doğruya dışındaki bir noktadan sınırsız sayıda paralel doğru çizilebileceği" ya da "bir doğruya dışındaki bir noktadan hiçbir paralel doğru çizilemeyeceği" önermeleri aksiyom olarak alınıp değişik geometri sistemleri kurulmuştur.

TEOREM 2.9

Düzlemde, paralel iki doğrudan birini kesen bir doğru diğerini de keser.

İSPAT :

$d_1 // d_2$ ve
$d \cap d_1 = \{A\}$ olsun.
d doğrusunun
d_2 doğrusunu
kesmediğini varsayalım.



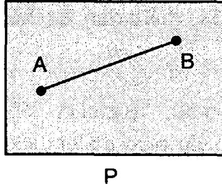
Bu durumda $d // d_2$ olacağından d_2 doğrusuna A noktasından birden fazla paralel doğru çizilmiş olur. Bu da Aksiyom 2.9 ile çelişir. Öyleyse, d_1 doğrusunu kesen d doğrusu d_2 doğrusunu da keser.

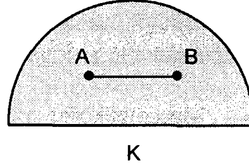
TANIM 2.14

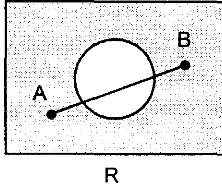
Bir P nokta kümesinin her A, B nokta çifti için $[AB] \subset P$ ise P nokta kümesine **konveks** (dışbükey) **küme** denir.

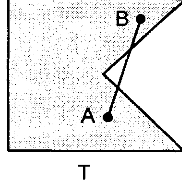
Konveks olmayan nokta kümesine **konkav** (içbükey) **küme** denir.

Şekilleri inceleyiniz.









P ile K nokta kümeleri konvekstir; R ile T nokta kümeleri konveks değildir. Doğru parçası, ışın, doğru ve düzlem konveks birer nokta kümesidir. Boş küme konveks bir küme sayılır. (Neden?)

Buna göre nokta da konveks bir kümedir.

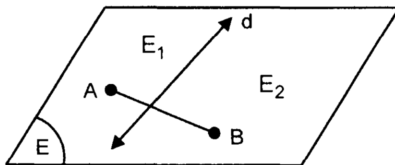
P ve K nokta kümeleri konveks ise $P \cap K$ kümesi de konvekstir; $P \cup K$ kümesi konveks olmayabilir. (Örnekler veriniz.)

AKSİYOM 2.10 (Düzlem Ayırma Aksiyomu)

Bir E düzlemine ait bir d doğrusu E düzlemini,

1) d doğrusu,
2) E_1 yarı düzlemi ve
3) E_2 yarı düzlemi

olmak üzere üç ayrık kümeye ayırır. Öyle ki, bu kümelerin her biri **konvekstir** ve $A \in E_1$, $B \in E_2$ ise $[AB]$ doğru parçası d doğrusunu keser.



d doğrusuna E_1 ve E_2 yarı düzlemlerinin **kenar doğrusu** denir.

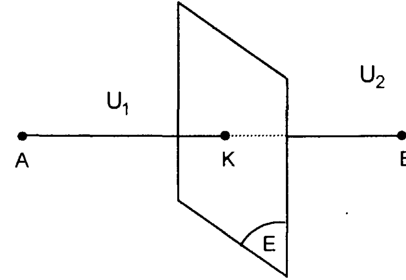
$E_1 \cup d \cup E_2 = E$ dir.

AKSİYOM 2.11 (Uzay Ayırma Aksiyomu)

Bir E düzlemi U uzayını

1) E düzlemi,
2) U_1 yarı uzayı ve
3) U_2 yarı uzayı

olmak üzere üç ayrık kümeye ayırır. Öyle ki bu kümelerin herbiri konvekstir ve $A \in U_1$, $B \in U_2$ ise $[AB]$ doğru parçası E düzlemini keser.

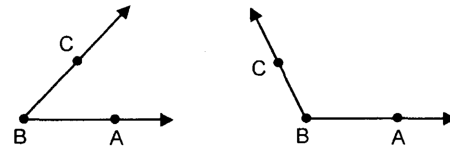


E düzlemine U_1 ve U_2 yarı uzaylarının **yüzü** denir.

2.6 AÇILAR

TANIM 2.15

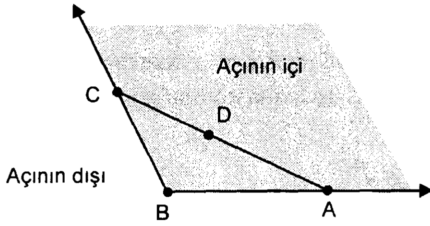
A, B, C doğrusal olmayan üç nokta ise [BA ile [BC ışınlarının birleşimine **açı**, [BA ile [BC ışınlarının herbirine **açının bir kenarı** ve ışınların ortak noktası olan B ye **açının köşesi** denir.



Şekillerdeki açılar $\widehat{ABC}$, $\widehat{CBA}$ ya da $\hat{B}$ biçiminde gösterilir.

TANIM 2.16

Bir açının kenarları üzerinde köşeden farklı olarak alınan birer noktayı birleştiren açık doğru parçasının bir noktasına açının bir **iç noktası**, bütün iç noktaların kümesine **açının içi** ve düzlemde açının üzerinde veya içinde bulunmayan bütün noktaların kümesine **açının dışı** denir.



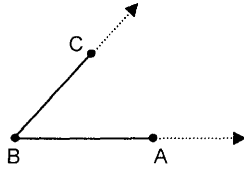
$D \in (AC)$ ise D açının bir iç noktasıdır.

Açının içinin konveks bir küme, açı ile açının dışının konkav birer küme olduğuna dikkat ediniz.

$\widehat{ABC}$ açısı E düzleminde ise

$(İç\widehat{ABC}) \cup (\widehat{ABC}) \cup (Dış\widehat{ABC}) = E$ dir.

Açı tanımına göre $[BA] \cup [BC]$ kümesi bir açı belirtmez. Biz yine de $[BA]$ ve $[BC]$ doğru parçalarını $[BA$ ve $[BC$ ışınları olarak düşünüp $\widehat{ABC}$ açısından söz ederiz.

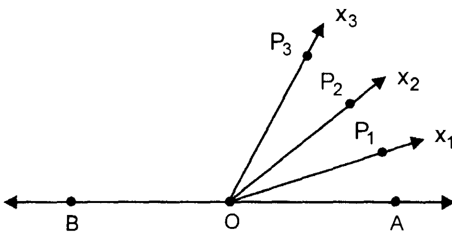


AKSİYOM 2.12 (Pergel Aksiyomu)

E_1 bir yarı düzlem, $[OA$ ışını E_1 in kenarı üzerinde ise $P \in E_1$ olmak üzere her $\widehat{AOP}$ açısına 0 ile 180 arasında bir tek gerçek sayı ve karşıt olarak 0 ile 180 arasındaki her bir gerçek sayıya $\widehat{AOP}$ gibi bir tek açı karşılık gelir.

(0, 180) aralığındaki gerçek sayılarla açılar arasında varlığı ifade edilen bu eşlemenin rasgele olmayacağını seziyorsunuz. Ardışık tamsayılar herhalde **eşit açıklık**larla yazılmalıdır.

Bu şöyle sağlanabilir :



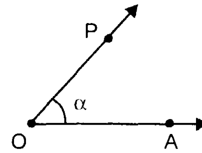
Elinizdeki kağıda BA doğrusunu ve $O \in BA$ olmak üzere $[OP_1$ ışınını çiziniz. Kağıdı $[OP_1$ etrafında katlayınız. A noktasının, kat yerinin diğer yüzünde değdiği nokta P_2 olsun. Bu durumda $\widehat{AOP_1}$ ile $\widehat{P_1OP_2}$ açısı **çakışıyor** denir.

Şimdi öyle bir $[OP_1$ ışını alalım ki $\widehat{AOP_1}$ açısı ile çakışan $\widehat{P_1OP_2}$, $\widehat{P_2OP_3}$, $\widehat{P_3OP_4}$ açılarının $\widehat{AOP_1}$ ile birlikte sayıldığında 180. sinin bir kenarı $[OB$ olsun. Bu durumda $[OP_1$ ışını 1, $[OP_2$ ışını 2, $[OP_3$ ışını 3 ve böyle devam edilerek $[OB$ ışını 180 sayısı ile eşlenirse $\widehat{AOP}$ açısı 1, $\widehat{AOP_2}$ açısı 2, $\widehat{AOP_3}$ açısı 3 ile eşlenmiş olur.

Zihinden yapıldığında kolay görünen bu işlemi gerçekleştirebilmek aslında göründüğü kadar kolay değildir. Ancak, ileride tanıtacağımız yeni kavramlar yardımıyla bu işlemi gerçekleştirebileceğiz.

TANIM 2.17

Bir açı ile, Aksiyom 2.12 ye göre eşleştirilen gerçek sayıya o açının **derece türünden ölçüsü** denir.



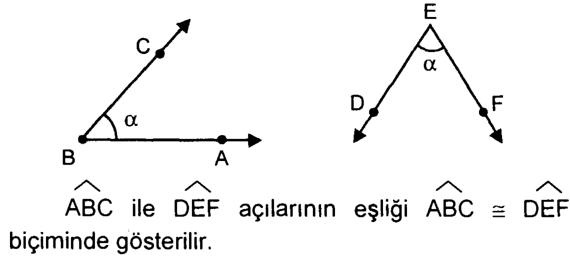
$\widehat{AOP}$ açısı ile eşlenen gerçek sayı α ise $\widehat{AOP}$ açısının ölçüsü, $m(\widehat{AOP}) = \alpha°$ biçiminde gösterilir. $[OA$ ile $[OB$ zıt ışınlar olmak üzere, $[OP$ ışını $[OA$ ile çakışık olarak alınırsa $\widehat{AOP}$ açısı $[OA$ ışınına; $[OP$ ışını $[OB$ ile çakışık olarak alınırsa $\widehat{AOP}$ açısı AB doğrusuna dönüşür. Açı tanımına uymayan bu şekilleri biz gerektikçe açı olarak alacak; birincisine 0° lik açı, ikincisine 180° lik açı diyeceğiz.

Ölçüsü $\left(\frac{1}{60}\right)^\circ$ olan açının ölçüsüne **1 dakika** (1′), ölçüsü $\left(\frac{1}{60}\right)'$ olan açının ölçüsüne de **1 saniye** (1″) denir.

Buna göre, $1° = 60' = 3600''$ dir.

TANIM 2.18

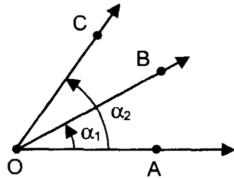
Ölçüleri eşit olan açılara **eş açılar** denir.



$\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DEF}$ açılarının eşliği $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ biçiminde gösterilir.

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF}) \Leftrightarrow \widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

çift gerektirmesi geçerlidir.



$[OA$ ışını 0, $[OB$ ışını α_1 ve $[OC$ ışını α_2 sayısı ile eşlenmiş ise $m(\widehat{AOB}) = \alpha_1^\circ$ ve $m(\widehat{AOC}) = \alpha_2^\circ$ olduğunu biliyoruz. Ama henüz $\widehat{BOC}$ açısının ölçüsünden söz edemiyoruz.

Bu eksikliği şu aksiyom giderir.

AKSİYOM 2.13 (Açı Toplama Aksiyomu)

B noktası $\widehat{AOC}$ açısının iç bölgesinde ise

$$m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{AOC})$$

eşitliği geçerlidir.

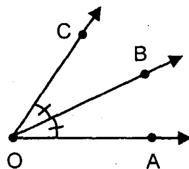
Bu aksiyoma göre

$m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{AOC}) - m(\widehat{AOB})$ olur.

TANIM 2.19 (Bir açının açıortayı)

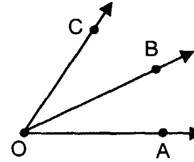
B noktası AOC açısının iç bölgesinde ve $\widehat{AOB} \cong \widehat{BOC}$ ise $[OB$ ışınına $\widehat{AOC}$ açısının **açıortayı** denir.

Şekilde $[OB$ ışını $\widehat{AOC}$ açısının açıortayıdır ve $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC})$ dir



TANIM 2.20

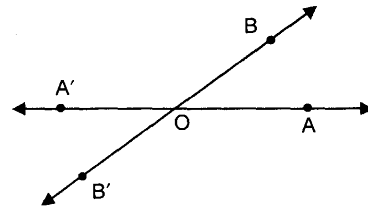
B noktası $\widehat{AOC}$ açısının iç bölgesinde olmak üzere $\widehat{AOB}$ ve $\widehat{BOC}$ açılarına **komşu açılar** denir.



$\widehat{AOB}$ ile $\widehat{AOC}$ açıları komşu açılar değildir.

TANIM 2.21

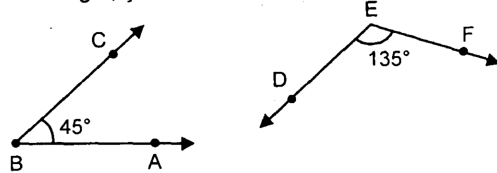
$[OA$ ile $[OA'$ ve $[OB$ ile $[OB'$ zıt ışınlar ise $\widehat{AOB}$ ile $\widehat{A'OB'}$ açılarına **ters açılar**; $\widehat{AOB}$ ile $\widehat{BOA'}$ gibi ortak olmayan kenarları zıt ışınlar olan iki açıya da **doğrusal açı çifti** denir.



TANIM 2.22

Ölçülerinin toplamı 180° olan açı çiftine **bütünler** açılar ve bunlardan herbirine ötekinin **bütünleyeni** denir.

Örneğin, şekilde



$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{DEF}) = 45° + 135° = 180°$ olduğundan $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{DEF}$ bütünler açılardır.

AKSİYOM 2.14

Doğrusal açı çifti bütünler açılardır.

TEOREM 2.10

Ters açılar eştir.

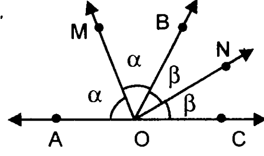
Doğrusal açı çiftini kullanarak ispatı siz yapınız.

ÖRNEK 2.6

Doğrusal çift oluşturan iki açının açıortaylarının arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

ÇÖZÜM :

$\widehat{AOB}$ ve $\widehat{BOC}$ doğrusal açı çiftinin açıortayları [OM ve [ON olsun.



Açıortayın tanımına göre,

$m(\widehat{AOM}) = m(\widehat{MOB}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{BON}) = m(\widehat{NOC}) = \beta$ diyebiliriz.

Doğrusal açı çifti bütünler açılar olduğundan

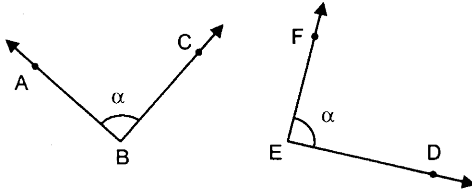
$m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) = 180°$

$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$

$\Rightarrow m(\widehat{MON}) = 90°$ bulunur.

TANIM 2.23

Ölçüleri eşit olup bütünler açılar olan iki açıdan her birine bir **dik açı** denir.



$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF}) = \alpha$ olsun.

Bütünleme tanımına göre

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{DEF}) = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \alpha = 180° \Rightarrow \alpha = 90°$ olur.

Öyleyse, bir dik açının ölçüsü 90° dir. Dik açı şekillerde kenarlar arasına " ⌝ " işareti koyularak belirtilir.

TANIM 2.24

Ölçülerinin toplamı 90° olan iki açıya **tümler açılar** ve bunlardan herbirine ötekinin **tümleyeni**; ölçüsü 90° den küçük olan bir açıya **dar açı** ve ölçüsü 90° den büyük olan bir açıya da **geniş açı** denir.

TANIM 2.25

Doğru, doğru parçası, ışın gibi nokta kümelerinden birini içine alan bir doğru, başka birini içine alan diğer bir doğru ile kesiştiğinde dik açı oluşuyorsa, bu nokta kümeleri birbirine **diktir** denir. Diklik, "⊥" işareti ile gösterilir.

Şekilde $d \perp \ell$ ise

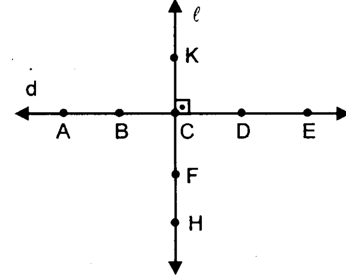
$[AB] \perp [FH]$,

$[DE] \perp [FH$

$AB \perp FK$,

$[DE \perp [FC$

bağıntıları yazılabilir.



2.8 ÜÇGENLER

TANIM 2.26

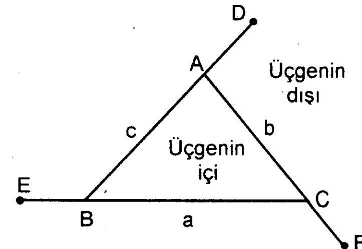
Doğrusal olmayan A, B, C gibi üç nokta verildiğinde [AB], [BC], [AC] doğru parçalarının birleşimine **üçgen**; [AB], [BC], [AC] doğru parçalarına **üçgenin kenarları** ve A, B, C noktalarına **üçgenin köşeleri** denir.

Köşeleri A, B, C olan üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ biçiminde gösterilir.

TANIM 2.27

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ açılarına üçgenin **iç açıları**, bu açılarla doğrusal çift oluşturan açılara üçgenin **dış açıları**, iç açıların iç bölgelerinin kesişim kümesine **üçgenin içi** ve düzlemin, üçgenin içi ile üçgenin üzeri dışında kalan noktalarının kümesine **üçgenin dışı** denir.

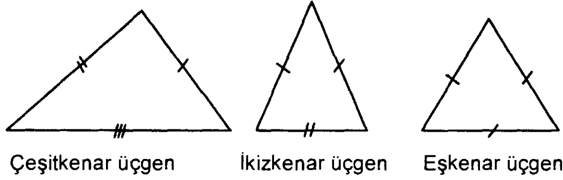
Şekilde, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin dış açıları $\widehat{DAC}$, $\widehat{ABE}$ ve $\widehat{BCF}$ dir.



Üçgende bir köşenin karşısındaki kenarın uzunluğu, o köşeyi adlandıran harfin küçüğü ile gösterilir. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $|BC| = a$, $|AC| = b$ ve $|AB| = c$ dir.

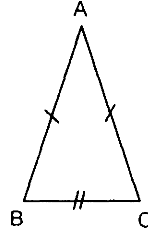
TANIM 2.28

Kenarlarının uzunlukları farklı olan bir üçgene **çeşitkenar üçgen;** iki kenarının uzunlukları eşit olan bir üçgene **ikizkenar üçgen** ve kenarlarının uzunlukları eşit olan bir üçgene **eşkenar üçgen** denir.

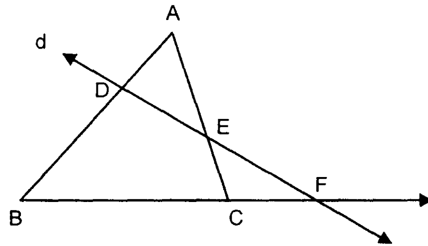


Çeşitkenar üçgen İkizkenar üçgen Eşkenar üçgen

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde $|AB| = |AC|$ ise A köşesine üçgenin **tepesi**, $[BC]$ kenarına üçgenin **tabanı**, $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ açılarına üçgenin **taban açıları** denir.



ÖRNEK 2.7



Şekilde, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ile üçgenin kenarlarına ait doğruları D, E, F noktalarında kesen d doğrusu verilmiştir.

Buna göre,

a) $\overset{\triangle}{ABC} \cap d$ **b)** $İç(\overset{\triangle}{ABC}) \cap d$

c) $İç(\widehat{ABC}) \cap d$ **d)** $Dış(\widehat{BCA}) \cap d$

e) $\widehat{ABC} \cap d$ **f)** $Dış(\overset{\triangle}{ABC}) \cap [BC$

kümelerini belirtiniz.

ÇÖZÜM :

a) $\overset{\triangle}{ABC} \cap d = \{D, E\}$

b) $İç(\overset{\triangle}{ABC}) \cap d = (DE)$

c) $İç(\widehat{ABC}) \cap d = (DF)$

d) $Dış(\widehat{BCA}) \cap d = (EF$

e) $\widehat{ABC} \cap d = \{D, F\}$

f) $Dış(\overset{\triangle}{ABC}) \cap [BC = (CF$

2.9 ÜÇGENLERİN EŞLİĞİ

TANIM 2.29

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ gibi iki üçgen verildiğinde $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesine $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninin D köşesi, B ye E ve C ye de F köşesi eşlenmişse "$\overset{\triangle}{ABC}$ ile $\overset{\triangle}{DEF}$ arasında bir eşleme vardır." denir ve bu eşleme

$$\overset{\triangle}{ABC} \longleftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$$

biçiminde gösterilir.

$\overset{\triangle}{ABC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesinde karşılıklı olarak sıralamanın aynı yerindeki açılara ve kenarlara **karşılıklı açılar** ve **karşılıklı kenarlar** denir.

Bu eşlemede $\hat{A}$ ile $\hat{D}$, $\hat{B}$ ile $\hat{E}$, $\hat{C}$ ile $\hat{F}$ karşılıklı açılar; $[AB]$ ile $[DE]$, $[AC]$ ile $[DF]$, $[BC]$ ile $[EF]$ karşılıklı kenarlardır.

Bir eşlemede, karşılıklı olan elemanlar aynı kalmak koşulu ile sıralama değiştirilebilir.

Örneğin,

$\overset{\triangle}{ABC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesi ile
$\overset{\triangle}{CAB} \leftrightarrow \overset{\triangle}{FDE}$ eşlemesi birbirinin aynıdır.
$\overset{\triangle}{ABC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesi ile
$\overset{\triangle}{ABC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{EDF}$ eşlemesi ise farklı eşlemelerdir.

TANIM 2.30

İki üçgen arasında karşılıklı açılar ve karşılıklı kenarlar eş olacak biçimde bir eşleme kurulabilirse bu eşlemeye **eşlik**, üçgenlere de **eş üçgenler** denir.

$\overset{\triangle}{ABC} \longleftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesi bir eşlik ise bu

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$

biçiminde gösterilir ve "ABC üçgeni eş DEF üçgeni" diye okunur.

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ ise

$\hat{A} \cong \hat{D}$, $\hat{B} \cong \hat{E}$, $\hat{C} \cong \hat{F}$ ve

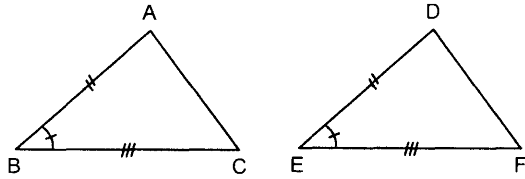
$[AB] \cong [DE]$, $[AC] \cong [DF]$, $[BC] \cong [EF]$ dir.

Bu önermenin karşıtı da doğrudur.

Eşlik tanımına göre $\overset{\triangle}{ABC} \longleftrightarrow \overset{\triangle}{ABC}$ eşlemesinin bir eşlik ve $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{ABC}$ olduğu açıktır.

AKSİYOM 2.15 (K.A.K. Eşlik Aksiyomu)

Aralarında eşleme kurulmuş iki üçgenden birindeki iki kenar ile bunların belirttiği açı, diğer üçgende bunlara karşılık gelen elemanlara eş ise bu iki üçgen eştir.



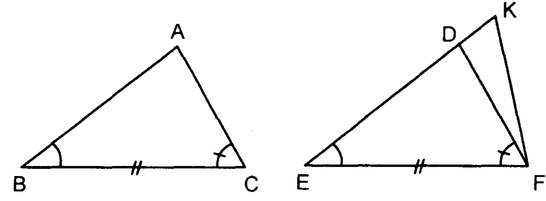
$\overset{\triangle}{ABC} \longleftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesinde

$[AB] \cong [DE]$, $[BC] \cong [EF]$ ve

$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ ise $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ dir.

TEOREM 2.11 (A.K.A. Eşlik Teoremi)

Aralarında bir eşleme kurulmuş olan iki üçgenden birindeki iki açı ile bunlarda ortak olan kenar, diğer üçgende bunlara karşılık gelen elemanlara eş ise bu iki üçgen eştir.



$\overset{\triangle}{ABC} \longleftrightarrow \overset{\triangle}{DEF}$ eşlemesinde

$\hat{B} \cong \hat{E}$, $[BC] \cong [EF]$ ve $\hat{C} \cong \hat{F}$ verilmiş olsun.

$[AB] \cong [DE]$ olduğunu gösterebilirsek "K.A.K. Eşlik Aksiyomu"na göre teoremi ispatlamış oluruz.

$[AB] \not\cong [DE]$ olduğunu varsayalım. Nokta Yerleştirme Teoremine göre $[ED$ ışını üzerinde $[BA] \cong [EK]$ olacak biçimde bir K noktası alabiliriz.

$[BC] \cong [EF]$ ile $\hat{B} \cong \hat{E}$ eşlikleri verilmişti. Bir de $[BA] \cong [EK]$ aldığımıza göre K.A.K. Eşlik Aksiyomu gereğince

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{KEF}$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{KEF}$ eşliği $\widehat{BCA} \cong \widehat{EFK}$ eşliğini gerektirir.

$\widehat{BCA} \cong \widehat{EFD}$ eşliği de verildiğinden

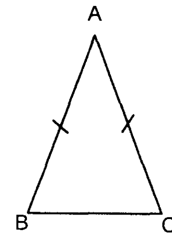
$\widehat{EFD} \cong \widehat{EFK}$ dır. O halde Pergel Aksiyomu gereğince $[FD]$ ile $[FK]$ çakışık olmalıdır.

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{KEF}$ ve $\overset{\triangle}{KEF} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ ise $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ dir.

TEOREM 2.12

Bir ikizkenar üçgende eş kenarların karşısındaki açılar eştir.

İSPAT:



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = |AC|$ verilmiş olsun.

$\overset{\triangle}{ABC} \longleftrightarrow \overset{\triangle}{ACB}$ eşlemesinde

$\hat{A} \cong \hat{A}$, $[AB] \cong [AC]$ ve

$[AC] \cong [AB]$ olacağından,

K.A.K. Eşlik Aksiyomu'na göre $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{ACB}$ olur.

Bu da $\hat{B} \cong \hat{C}$ eşliğini gerektirir.

TEOREM 2.13

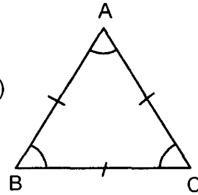
Bir üçgende iki açı eş ise bunların karşısındaki kenarlar da eştir.

Teorem 2.12 nin karşıtı olan bu teoremi siz ispatlayınız.

Bu teoremlerden, eşkenar üçgenin açılarının birbirine eş olacağı sonucu kolayca çıkarılabilir.

$([AB] \cong [AC] \cong [BC]) \Leftrightarrow (\hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C})$

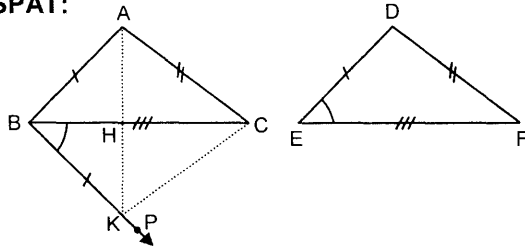
çift gerektirmesi geçerlidir.



TEOREM 2.14 (K.K.K. Eşlik Teoremi)

Aralarında bir eşleme kurulmuş iki üçgende karşılıklı kenarlar eş ise bu üçgenler eştir.

İSPAT:



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde

$[AB] \cong [DE]$, $[AC] \cong [DF]$ ve $[BC] \cong [EF]$ verilmiş olsun.

Karşılıklı açılardan bir çiftinin, örneğin $\hat{A}$ ile $\hat{D}$ açısının eş olduğunu gösterebilirsek K.A.K. Eşlik Aksiyomuna göre $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ eşliğini ispatlamış oluruz.

A ile P, BC nin ayırdığı farklı yarı düzlemlerde olmak üzere Pergel Aksiyomuna göre $\widehat{CBP} \cong \widehat{DEF}$ ve $[BP$ üzerinde Nokta Yerleştirme Teoremi'ne göre $[BK] \cong [DE]$ alalım.

K.A.K. Eşlik Aksiyomuna göre $\overset{\triangle}{KBC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ olur.

Öyleyse,

$[KB] \cong [DE] \cong [AB]$ ve

$[KC] \cong [DF] \cong [AC]$ dir.

Düzlem Ayırma Aksiyomu'na göre $[AK]$, BC yi H noktasında keser. $\overset{\triangle}{ABK}$ ve $\overset{\triangle}{ACK}$ üçgenleri ikizkenar olduğundan Teorem 2.12 gereğince

$\widehat{BAH} \cong \widehat{BKH}$, $\widehat{HAC} \cong \widehat{HKC}$ ve dolayısıyla

$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{BKH})$ ①

$m(\widehat{HAC}) = m(\widehat{HKC})$ ② olur.

① ve ② taraf tarafa toplanıp Açı Toplama Aksiyomu uygulanırsa

$m(\widehat{BAH}) + m(\widehat{HAC}) = m(\widehat{BKH}) + m(\widehat{HKC})$

$\Rightarrow$ $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BKC})$ elde edilir.

Bu son eşitlik ile $\overset{\triangle}{KBC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ eşliği

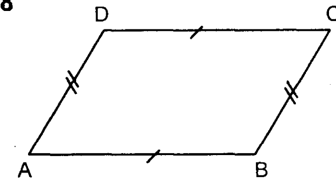
$\widehat{BAC} \cong \widehat{BKC} \cong \widehat{EDF}$ eşliğini gerektirir.

Öyleyse, K.A.K. Eşlik Aksiyomu'na göre

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ dir.

NOT : Üçgenlerin biçimine göre, $[AK]$nın BC yi kestiği H noktası BC üzerinde, $[BC]$ nin dışında olabilirdi. Bu durumda ispat sırasında kullandığımız "açı toplama aksiyomu" nu "açı çıkarma aksiyomu" olarak kullanacaktık. H noktasının B ya da C noktası ile çakışık olacağı durumları da siz düşününüz.

ÖRNEK 2.8



Şekilde $[AB] \cong [DC]$ ve $[AD] \cong [BC]$ olarak verilmiştir.

$\hat{A} \cong \hat{C}$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

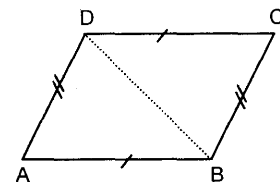
$[BD]$ yi çizersek

$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{CDB}$ (K.K.K.)

olur.

Bu eşlik, $\hat{A} \cong \hat{C}$

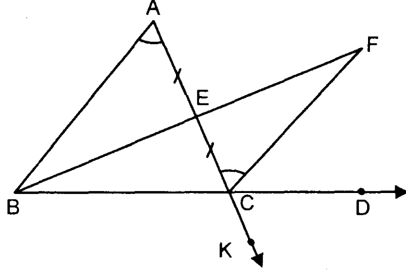
eşliğini gerektirir.



TEOREM 2.15 (Dış Açı Teoremi)

Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iç açıların herbirinin ölçüsünden büyüktür.

İSPAT:



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $\widehat{ACD}$ dış açısının ölçüsünün $\hat{A}$ açısının ölçüsünden büyük olduğunu ispatlayacağız.

$[AC]$ nin orta noktası E olsun. $[BE$ ışını üzerinde $[BE] \cong [EF]$ olacak biçimde bir F noktası alalım. $[AE] \cong [CE]$, $[BE] \cong [EF]$ ve ters açılar olduğundan $\widehat{AEB} \cong \widehat{CEF}$ olup K.A.K Eşlik Aksiyomu'na göre

$\overset{\triangle}{AEB} \cong \overset{\triangle}{CEF}$ olur. Bu eşlik $\widehat{EAB} \cong \widehat{ECF}$ eşliğini gerektirir.

Açı Toplama Aksiyomu'na göre

$$m(\widehat{ECF}) + m(\widehat{FCD}) = m(\widehat{ACD})$$

$$\Rightarrow \quad m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{FCD}) = m(\widehat{ACD})$$

$$\Rightarrow \quad m(\widehat{EAB}) < m(\widehat{ACD}) \text{ olur.}$$

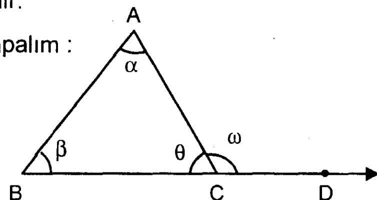
$\widehat{ACD}$ dış açısının ölçüsünün $\widehat{ABC}$ açısının ölçüsünden büyük olduğu da $[AC]$nin orta noktası yerine $[BC]$nin orta noktası alınarak aynı biçimde ispatlanır.

SONUÇLAR :

1. Bir üçgende, iki açının ölçülerinin toplamı 180° den küçüktür.

   Bu önerme hemen kabul edilebilecek gibi görünmemektedir.

   İspatını yapalım :



$\overset{\triangle}{ABC}$ nin C köşesindeki dış açısı $\widehat{ACD}$ ve

$m(\hat{A}) = \alpha$, $m(\hat{B}) = \beta$, $m(\widehat{BCA}) = \theta$, $m(\widehat{ACD}) = \omega$ olsun.

Teorem 2.15 gereğince

$\alpha < \omega \Rightarrow \alpha + \theta < \omega + \theta$ olup

ölçüleri ω ve θ olan açılar, doğrusal açı çifti oluşturduğundan $\omega + \theta = 180°$ dir.

O halde $\alpha + \theta < 180°$ olur.

2. Bir üçgende birden fazla dik açı veya birden fazla geniş açı bulunamaz.

   Bu sonuçlara dayanarak üçgenler açılarına göre şöyle sınıflandırılır :

TANIM 2.31

Üç açısı da dar açı olan üçgene **dar açılı üçgen**, bir açısı dik açı olan üçgene **dik üçgen** ve bir açısı geniş açı olan üçgene **geniş açılı üçgen** denir.

Dik üçgende dik açıya ait kenarlara **dik kenar**, dik açının karşısındaki kenara **hipotenüs** adı verilir.

2.10 PARALEL DOĞRULAR VE DİK DOĞRULAR

TEOREM 2.16 (Dikme Teoremi)

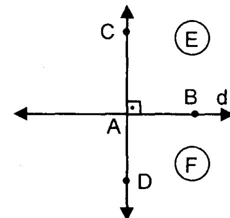
Bir düzlemin içindeki bir doğruya, bu düzleme ait bir noktadan, bu düzlem içinde bir ve yalnız bir dik doğru çizilebilir.

İSPAT:

1. Nokta doğrunun üzerinde ise :

Verilen doğru d, nokta A ve d nin ayırdığı yarı düzlemler E ve F olsun.

D doğrusu üzerinde A dan farklı bir B noktası alalım.



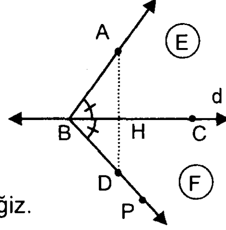
Pergel Aksiyomu'na göre

E yarı düzleminde $m(\widehat{BAC}) = 90°$ olacak biçimde bir ve yalnız bir $[AC$ ışını vardır.

[AC ışınına ait bir tek doğru var olacağından d doğrusuna, üzerindeki A noktasından çizilebilecek bir tek dik doğru AC doğrusudur.

2. Nokta doğrunun dışında ise :

A noktası d nin ayırdığı yarı düzlemlerden E nin içinde olsun. A noktasından geçen ve d doğrusuna dik olan doğrunun var olduğunu ve bunun tek olduğunu göstereceğiz.



a) Varlık :

d doğrusu üzerinde B ve C noktaları alalım.

$m(\widehat{ABC}) = 90°$ ise aranan doğru AB dir.

$m(\widehat{ABC}) \neq 90°$ ise F yarıdüzleminde $\widehat{ABC} \cong \widehat{PBC}$ olacak biçimde [BP ışını ve bunun üzerinde $[BA] \cong [BD]$ eşliğini sağlayan D noktasını alalım. [AD], d yi H noktasında kessin.

K.A.K. Eşlik Aksiyomu'na göre

$\overset{\triangle}{ABH} \cong \overset{\triangle}{DBH} \Rightarrow \widehat{BHA} \cong \widehat{BHD}$ olur.

$\widehat{BHA}$ ile $\widehat{BHD}$, doğrusal açı çifti oluşturduğundan

$m(\widehat{BHA}) + m(\widehat{BHD}) = 180°$

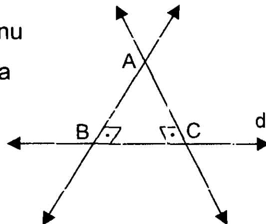
$\Rightarrow m(\widehat{BHA}) = m(\widehat{BHD}) = 90°$

$\Rightarrow AD \perp d$ dir.

Böylece A dan geçen ve d ye dik olan bir AD doğrusunun varlığı gösterilmiş olur.

b) Teklik :

A dan geçen ve d doğrusunu B ile C gibi farklı iki noktada kesen AB ve AC doğrularının varlığını kabul edelim.



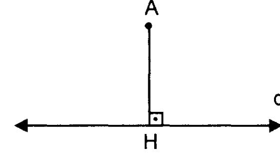
Bu durumda $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin iki açısı da dik açı olur ki bu da Dış Açı Teoremi'nin sonuçlarıyla çelişir.

Öyleyse, A dan geçen ve d doğrusuna dik olan birden fazla doğru olamaz.

TANIM 2.32

Bir d doğrusuna dışındaki bir A noktasından çizilen dik doğru d yi H noktasında kesiyorsa H noktasına [AH] **dikmesinin ayağı** ve |AH| uzunluğuna A noktasının d doğrusuna **uzaklığı** denir.

|AH|, A nın d ye uzaklığıdır.

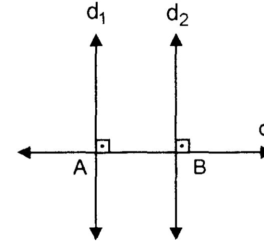


TEOREM 2.17

Bir düzlemde aynı doğruya dik olan farklı iki doğru birbirine paraleldir.

İSPAT:

Düzlemin bir d doğrusunu A ile B noktalarında kesen ve d doğrusuna dik olan doğrular d_1 ile d_2 olsun. d_1 ile d_2 bir K noktasında kesişirse K noktasından d doğrusuna birden fazla dikme çizilmiş olur ki bu da Dikme Teoremi ile çelişir.

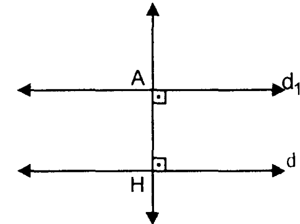


TEOREM 2.18

Bir doğruya dışındaki bir noktadan bir paralel doğru çizilebilir.

İSPAT:

D doğrusuna, dışındaki bir A noktasından, Dikme Teoremi'ne göre bir AH dikmesi ve AH doğrusuna üzerindeki A noktasından bir d_1 dikmesi çizilebilir.



Teorem 2.17 gereğinde $d_1 // d$ olur.

Paralel Aksiyomu gereğince, bir doğruya dışındaki bir noktadan birden fazla paralel doğru çizilemez. Teorem 2.18 e göre bir doğruya dışındaki bir noktadan bir paralel doğru çizilebilir. Bu önermelerin sonucu olarak artık şöyle diyebiliriz:

"Bir doğruya dışındaki bir noktadan bir ve yalnız bir paralel doğru çizilebilir."

TEOREM 2.19

Paralel iki doğru bir düzlem belirtir.

İSPAT:

$d_1 // d_2$ verilmiş olsun.

d_2 üzerinde bir A noktası alalım. d_1 doğrusu ile A noktası bir E düzlemi belirtir.

d_2 doğrusunun bu düzlemde olmadığını varsayalım. E düzlemi içinde A noktasından geçen ve d_1 doğrusuna paralel olan bir d_3 doğrusu çizilebilir. Bu durumda A noktasından d_1 doğrusuna d_2 ve d_3 gibi iki paralel çizilmiş olur ki bu Paralel Aksiyomu ile çelişir.

Öyleyse, d_2 ile d_3 aynı doğrudur. E düzlemi de d_1 ile d_2 nin belirttiği düzlemdir.

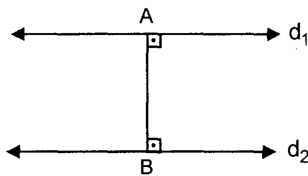
TANIM 2.33

Paralel iki doğrudan biri üzerindeki bir noktanın diğer doğruya uzaklığına bu **paralel doğrular arasındaki uzaklık** denir.

$[AB] \perp d_1$ ve

$[AB] \perp d_2$ ise

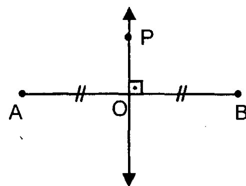
$|AB|$, d_1 ve d_2 arasındaki uzaklıktır.



TANIM 2.34

Bir düzlemde bir doğru parçasının orta noktasından geçen ve ona dik olan doğruya bu doğru parçasının **orta dikme**si denir.

$[AB]$ doğru parçasının orta noktası O ve $OP \perp [AB]$ ise OP doğrusu $[AB]$nin orta dikmesidir.



TEOREM 2.20

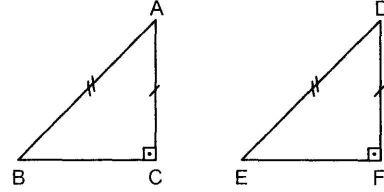
Bir doğru parçasının bir düzlemdeki orta dikmesi, bu doğru parçasının iki ucundan eşit uzaklıkta bulunan bütün noktaların kümesidir.

A ile B noktalarından eşit uzaklıkta bulunan bir P noktasının $[AB]$ nin orta dikmesi üzerinde olduğunu; $[AB]$ doğru parçasının orta dikmesi üzerindeki bir P noktasının A ile B noktalarından eşit uzaklıkta olduğunu göstererek teoremi siz ispatlayınız.

TEOREM 2.21 (Hipotenüs-Dik kenar Eşlik Teoremi)

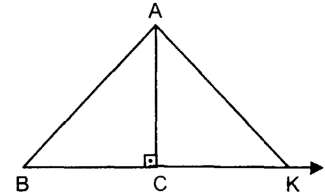
Hipotenüsleri ve birer dik kenarları eş olan iki üçgen eştir.

İSPAT:



$\overset{\triangle}{ABC}$ ile $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde $[AB] \cong [DE]$, $[AC] \cong [DF]$ ve $m(\hat{C}) = m(\hat{F}) = 90°$ verilmiş olsun.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin $[BC]$ kenarına ait $[BC$ ışını üzerinde, C noktası B ile K arasında olmak üzere $[CK] \cong [EF]$ alırsak



$\overset{\triangle}{ACK} \cong \overset{\triangle}{DFE}$ (K.A.K.) olur.

Bu eşlik $[AK] \cong [DE] \cong [AB]$ eşliğini gerektirir.

$AC \perp [BK]$ ve $|AB| = |AK|$ olduğundan Dikme Teoremi ve Orta Dikme Teoremi gereğince AC doğrusu $[BK]$ nın orta dikmesidir.

Öyleyse $[BC] \cong [CK] \cong [EF]$ olup

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ (K.A.K.) dir.

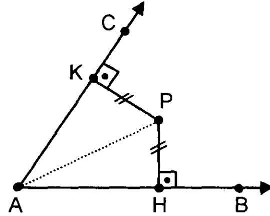
TEOREM 2.22

Bir açının açıortayı, açının kenarortaylarından eşit uzaklıkta bulunan bütün noktaların kümesidir.

İSPAT:

Önce açının kenarlarından eşit uzaklıktaki bir noktanın açıortay üzerinde bulunduğunu ispatlayalım.

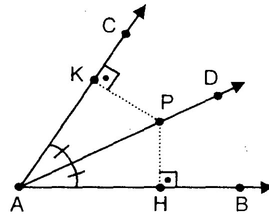
$[PH] \perp [AB$, $[PK] \perp [AC$ ve $|PH| = |PK|$ verilmiş olsun.



Hipotenüs - dik kenar eşlik teoremine göre, $\overset{\triangle}{PHA} \cong \overset{\triangle}{PKA}$ olur. Bu eşlik $\widehat{PAH} \cong \widehat{PAK}$ eşliğini gerektirir. Demek ki $\widehat{BAC}$ nın kenarlarından eşit uzaklıktaki P noktası [AP açıortayı üzerindedir.

Şimdi de açıortay üzerindeki bir noktanın kenarlardan eşit uzaklıkta olduğunu gösterelim.

$\widehat{BAC}$ açısının açıortayı [AD ve $P \in [AD$ verilmiş olsun. $[PH] \perp [AB$ ve $[PK] \perp [AC$ çizelim.



$\overset{\triangle}{PAH}$ ve $\overset{\triangle}{PAK}$ üçgenlerinin ikişer açıları eş olduğundan üçüncü açıları da eştir. Öyleyse, $\overset{\triangle}{PAH} \cong \overset{\triangle}{PAK}$ (A.K.A) olur. Bu eşlik $|PH| = |PK|$ eşitliğini gerektirir.

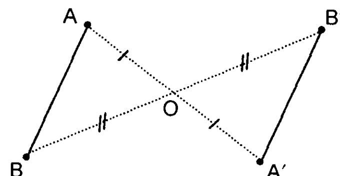
TANIM 2.35 (Noktaya göre simetri)

[OA ile [OA′ zıt ışınlar ve $|OA| = |OA'|$ ise A ile A′ **noktalarına O noktasına göre simetrik noktalar**; O noktasına da **simetri merkezi** denir.



Bir noktalar kümesinin bir noktaya göre simetriği, kümenin bütün noktalarının o noktaya göre simetriklerinin birleşimidir.

Örneğin,



[AB] doğru parçasının O noktasına göre simetriği [A′B′] doğru parçasıdır.

$[AB] \cong [A'B']$ olduğunu görünüz.

TANIM 2.36 (Doğruya göre simetri)

Bir d doğrusuna bir A noktasından çizilen dikmenin d doğrusunu kestiği nokta H ise A nın H noktasına göre simetriği olan A′ noktasına **A nın d doğrusuna göre simetriği**; d doğrusuna da **simetri ekseni** denir.

Şekilde

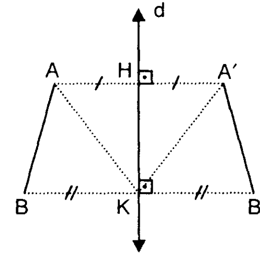
$[AA'] \perp d$,

$[AA'] \cap d = \{H\}$,

$|AH| = |A'H|$ ve

$[BB'] \perp d$,

$[BB'] \cap d = \{K\}$,



$|BK| = |B'K|$ ise A nın d doğrusuna göre simetriği A′ noktası, B nin d doğrusuna göre simetriği B′ noktası ve [AB] doğru parçasının d doğrusuna göre simetriği [A′B′] doğru parçasıdır.

$[AB] \cong [A'B']$ olduğunu gösteriniz.

Bunun için önce $\overset{\triangle}{AHK}$ ile $\overset{\triangle}{A'HK}$ üçgenlerinin sonra da $\overset{\triangle}{ABK}$ ile $\overset{\triangle}{A'B'K}$ üçgenlerinin eşliğini göstermeniz gerekecektir.

2.11 PARALEL DOĞRULARDA VE ÜÇGENDE AÇILAR

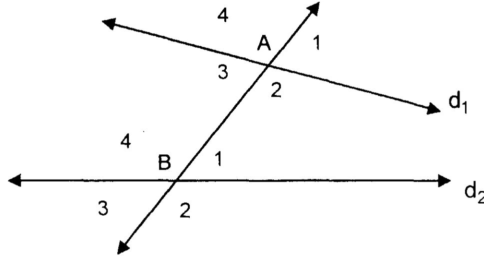
Önceki kısımlarda Euclidin Paralel Aksiyomu'nu ve üçgende Dış Açı Teoremi'ni görmüştük. Bu kısımda ispatladığımız Dikme Teoremi'nin de yardımıyla artık **açılar** ve **üçgenin açıları** ile ilgili yeni teoremleri ispatlayabilecek durumdayız.

TANIM 2.37

Bir E düzleminde bir d doğrusu d_1 ve d_2 gibi iki doğruyu farklı A, B noktalarında kessin ve d doğrusunun ayırdığı yarı düzlemler E_1 ve E_2 olsun.

A ve B noktalarında oluşan açılardan;

[AB] yi içine alan bir açıya **iç açı**, [AB] yi içine almayan bir açıya **dış açı**, birer kenarı ayrı yarı düzlemlerde ve ayrı doğrularda olan iki içi açıya **iç ters açılar**, birer kenarı ayrı yarı düzlemlerde ve ayrı doğrularda olan iki dış açıya **dış ters açılar** ve birer kenarı aynı yarı düzlemde bulunan biri iç, biri dış iki açıya **yöndeş açılar** denir.



Şekilde;

$\hat{A}_2$, $\hat{A}_3$, $\hat{B}_1$, $\hat{B}_4$ birer iç açı,

$\hat{A}_1$, $\hat{A}_4$, $\hat{B}_2$, $\hat{B}_3$ birer dış açı,

$\hat{A}_2$ ile $\hat{B}_4$ ve $\hat{A}_3$ ile $\hat{B}_1$ içters açılar,

$\hat{A}_1$ ile $\hat{B}_3$ ve $\hat{A}_4$ ile $\hat{B}_2$ dışters açılar,

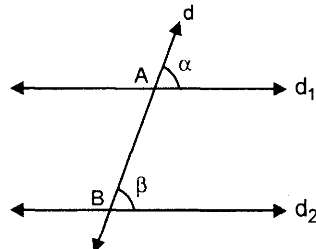
$\hat{A}_1$ ile $\hat{B}_1$, $\hat{A}_2$ ile $\hat{B}_2$, $\hat{A}_3$ ile $\hat{B}_3$ ve $\hat{A}_4$ ile $\hat{B}_4$ yöndeş açılardır.

TEOREM 2.23

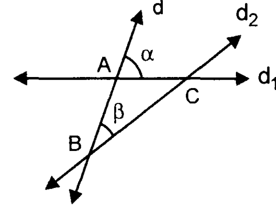
İki doğru bir kesenle kesildiğinde yöndeş açılardan bir çifti eş ise, doğrular birbirlerine paraleldir.

İSPAT:

Şekildeki yöndeş açıların ölçüleri α ile β ve $\alpha = \beta$ olsun.



d_1 ile d_2 nin paralel olmadığını varsayalım. Bu durumda d_1 ile d_2 bir C noktasında kesişecek ve oluşan $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, Dış Açı Teoremine göre $\alpha > \beta$ olacaktır.



Halbuki $\alpha = \beta$ idi. O halde $d_1 // d_2$ dir.

TEOREM 2.24

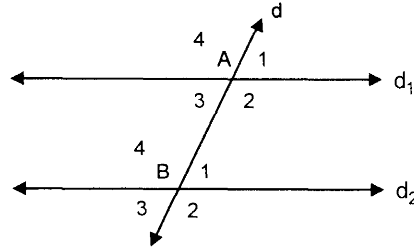
Paralel iki doğru bir kesenle kesildiğinde, yöndeş açılar eştir.

Teorem 2.23 ün karşıtı olan bu teoremi, Teorem 2.23 ve Paralellik Aksiyomu'ndan yararlanarak siz ispatlayınız.

SONUÇLAR :

1. Paralel iki doğru bir kesenle kesildiğinde iç ters açılar eştir.
2. Paralel iki doğru bir kesenle kesildiğinde, dış ters açılar eştir.
3. Paralel iki doğrudan birine dik olan bir doğru diğerine de diktir.

Şekilde $d_1 // d_2$ ise,



$\hat{A}_1 \cong \hat{B}_1$; $\hat{A}_2 \cong \hat{B}_2$
$\hat{A}_3 \cong \hat{B}_3$; $\hat{A}_4 \cong \hat{B}_4$ } (Yöndeş açılar)

$\hat{A}_2 \cong \hat{B}_4$
$\hat{A}_3 \cong \hat{B}_1$ } (İçters açılar)

$\hat{A}_1 \cong \hat{B}_3$
$\hat{A}_4 \cong \hat{B}_2$ } (Dış ters açılar)

d keseninin aynı tarafındaki iki iç açının ölçülerinin toplamının 180°; iki dış açının ölçülerinin toplamının da yine 180° olduğunu görünüz.

$m(\hat{A}_2) + m(\hat{B}_1) = 180°$ ve

$m(\hat{A}_1) + m(\hat{B}_2) = 180°$ dir.

TEOREM 2.25

Bir üçgenin bir dış açısının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açısının ölçülerinin toplamına eşittir.

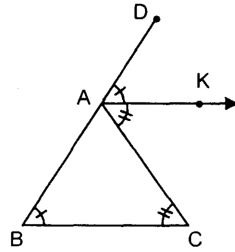
İSPAT :

$[AK \mathbin{/\!/} [BC]$ çizelim.

Yöndeş açılar olduğundan

$\widehat{DAK} \cong \hat{B}$ ve içters açılar olduğundan

$\widehat{KAC} \cong \hat{C}$ dır.



Açı Toplama Aksiyomu'na göre

$m(\widehat{DAK}) + m(\widehat{KAC}) = m(\widehat{DAC})$

$\Rightarrow m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = m(\widehat{DAC})$ olur.

TEOREM 2.26

Bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı 180° dir.

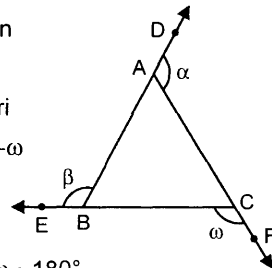
Teorem 2.24 ile doğrusal açı çiftinden yararlanarak siz ispatlayınız.

SONUÇ :

Bir üçgenin dış açılarının ölçülerinin toplamı 360° dir.

Hemen görülemediği için ispatlayalım :

ABC üçgeninin dış açılarının ölçüleri α, β ve ω olsun. Üçgenin iç açılarının ölçüleri $180° - \alpha$, $180° - \beta$ ve $180° - \omega$ olur. Bunların toplamı 180° olacağından



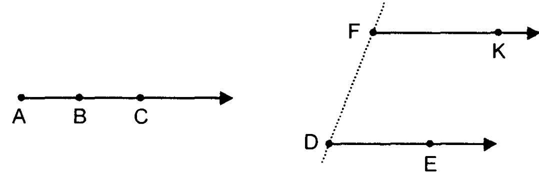
$180° - \alpha + 180° - \beta + 180° - \omega = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \omega = 360°$ bulunur.

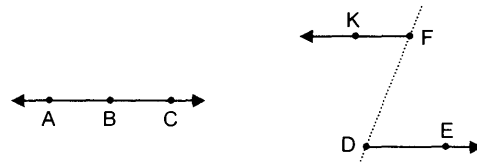
TANIM 2.38

Birbirlerine paralel iki ışın, başlangıç noktalarını birleştiren doğrunun aynı tarafında ise bu ışınlara **aynı yönlü ışınlar**, farklı taraflarında **ise zıt yönlü ışınlar** denir.

Biri diğerini kapsayan iki ışın aynı yönlü; aynı doğruya ait olup biri diğerini kapsamayan iki ışın zıt yönlü ışınlardır.



Şekilde [AB ile [BC ve DE // FK olmak üzere, [DE ile [FK aynı yönlü ışın çiftleridir.



Şekilde [CA ile [BC ve DE // FK olmak üzere, [DE ile [FK zıt yönlü ışın çiftleridir.

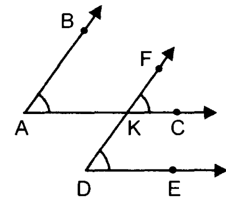
TEOREM 2.27

Kenarları aynı yönlü olan iki açı eştir.

İSPAT :

[AB ile [DF ve [AC ile [DE aynı yönlü ışınlar olsun.

$[AC \cap [DF = \{K\}$ ise yöndeş açılar olduklarından



$\widehat{EDF} \cong \widehat{CKF}$ ① ve $\widehat{CAB} \cong \widehat{CKF}$ ② dir.

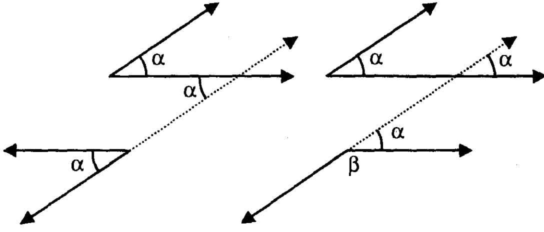
① ve ② den $\widehat{EDF} \cong \widehat{CAB}$ olur.

SONUÇLAR :

1. Kenarları zıt yönlü olan iki açı eştir.

2. Kenarlarından birer tanesi aynı yönlü, diğerleri zıt yönlü iki açının ölçülerinin toplamı 180° dir.

Şekilleri inceleyerek ispatlayınız.



TEOREM 2.28

İki açıdan birinin kenarları diğerinin kenarlarına dikse ya bu açılar eştir veya bütünlerdir.

İSPAT :

1. Açılardan birinin köşesi diğerinin dış bölgesinde ise :

$\hat{A}$ ve $\hat{B}$ için

$[AC \perp [BC$ ve

$[AE \perp [BE$ olsun.

$\overset{\triangle}{ADC}$ ve $\overset{\triangle}{BED}$ üçgenlerinde

$\widehat{CDE}$ dış açı olup

$m(\widehat{CDE}) = m(\hat{C}) + m(\hat{A})$

$\Rightarrow m(\widehat{CDE}) = 90° + m(\hat{A})$, ①

$m(\widehat{CDE}) = m(\hat{E}) + m(\hat{B})$

$\Rightarrow m(\widehat{CDE}) = 90° + m(\hat{B})$ dir. ②

① ve ② den $m(\hat{A}) = m(\hat{B})$

$\Rightarrow \hat{A} \cong \hat{B}$ olur.

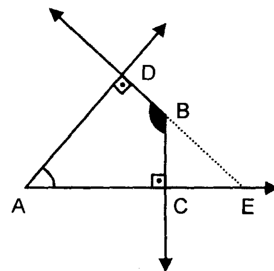
2. Açılardan birinin köşesi diğerinin iç bölgesinde ise :

$\hat{A}$ ve $\hat{B}$ için

$[AC \perp [BC$ ve

$[AD \perp [BD$ olsun.

BD doğrusu $[AC$ ışınını E noktasında kessin.



$\overset{\triangle}{ADE}$ üçgeninde iç açıların ölçülerinin toplamı 180° olduğundan

$m(\hat{A}) + m(\hat{E}) + m(\hat{D}) = 180°$

$\Rightarrow m(\hat{A}) + m(\hat{E}) + 90° = 180°$

$\Rightarrow m(\hat{A}) + m(\hat{E}) = 90°$ ① ve

$\overset{\triangle}{BCE}$ üçgeninde $\widehat{CBD}$ dış açı olduğundan

$m(\widehat{CBD}) = m(\hat{E}) + m(\hat{C})$

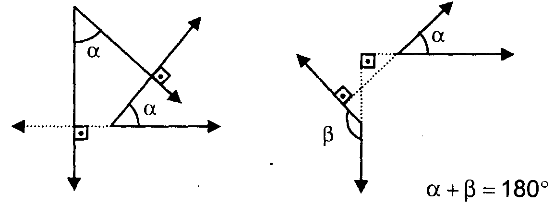
$\Rightarrow m(\widehat{CBD}) = m(\hat{E}) + 90°$ dir. ②

$m(\hat{E})$ nin ① deki eşiti ② de yerine konursa,

$m(\widehat{CBD}) = 90° - m(\hat{A}) + 90°$

$\Rightarrow m(\hat{A}) + m(\widehat{CBD}) = 180°$ bulunur.

Açıların birbirine göre konumlarının şekillerdeki gibi verildiği durumlar için ispatları siz yapınız.



ÖRNEK 2.9

Şekilde,

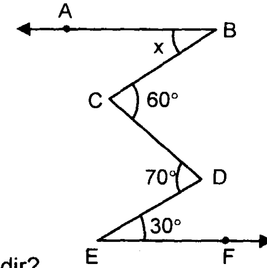
$[BA \,//\, [EF$,

$m(\widehat{BCD}) = 60°$,

$m(\widehat{CDE}) = 70°$ ve

$m(\widehat{DEF}) = 30°$ ise

$m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

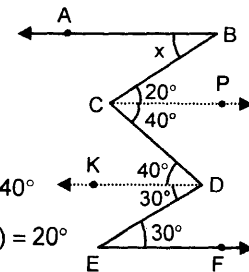
$[EF \,//\, [DK \,//\, [CP$ çizelim.

Oluşan içters açıların ölçülerinin eşitliği yazılarak,

$m(\widehat{EDK}) = 30° \Rightarrow m(\widehat{CDK}) = 40°$

$\Rightarrow m(\widehat{PCD}) = 40° \Rightarrow m(\widehat{PCB}) = 20°$

$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 20°$ bulunur.



ÖRNEK 2.10

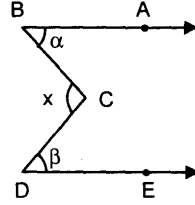
Şekilde,

$[BA \,//\, [DE$,

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$,

$m(\widehat{CDE}) = \beta$ ve

$m(\widehat{BCD}) = x$ ise



$x = \alpha + \beta$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$[BC \cap [DE = \{F\}$ olsun.

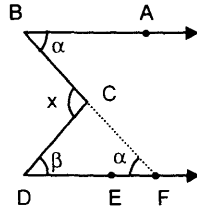
İçters açılar olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CFD}) = \alpha$ olur.

$\overset{\triangle}{CDF}$ üçgeninde $\widehat{BCD}$ dış açı olduğundan

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{CDE}) + m(\widehat{CFD})$

$\Rightarrow\ x = \alpha + \beta$ bulunur.



ÖRNEK 2.11

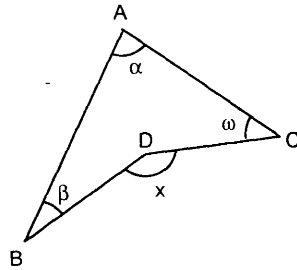
Şekilde

$m(\hat{A}) = \alpha$,

$m(\hat{B}) = \beta$,

$m(\hat{C}) = \omega$ ve

$m(\hat{D}) = x$ ise



$x = \alpha + \beta + \omega$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$[CD \cap [AB] = \{E\}$ olsun.

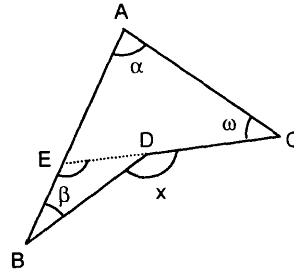
$\overset{\triangle}{AEC}$ üçgeninde

$\widehat{BEC}$ dış açı olduğundan

$m(\widehat{BEC}) = \alpha + \omega$ olur.

$\overset{\triangle}{BED}$ üçgeninde $\widehat{BDC}$

dış açı olduğundan



$m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{BEC}) + m(\hat{B})$

$\Rightarrow\ x = \alpha + \omega + \beta$ bulunur.

2.12 ÜÇGENLERDE EŞİTSİZLİKLER

TEOREM 2.29

Bir üçgende iki kenar eş değilse bunlardan büyük olanının karşısındaki açı diğerinin karşısındaki açıdan büyüktür.

İSPAT :

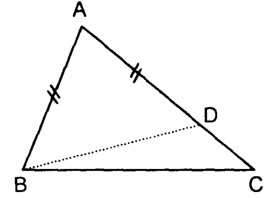
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| < |AC|$ verilmiş olsun.

$m(\hat{C}) < m(\hat{B})$

olduğunu ispatlayacağız.

$[AC$ üzerinde $|AB| = |AD|$



eşitliğine uyan bir D noktası alalım.

$|AB| < |AC|$ olduğundan D noktası A ile C arasında olur.

$\overset{\triangle}{ABD}$ ikizkenar üçgen olduğundan

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB})$ ① ve

$\overset{\triangle}{DBC}$ üçeninde $\widehat{ABD}$ dış açı olduğundan

$m(\widehat{ADB}) > m(\hat{C})$ ② dır.

D noktası $\widehat{ABC}$ açısının iç bölgesinde olduğundan

$m(\widehat{ABC}) > m(\widehat{ABD})$ ③ olup

①, ② ve ③ den

$m(\hat{C}) < m(\widehat{ABC})$ elde edilir.

TEOREM 2.30

Bir üçgende iki açı eş değilse bunlardan büyük olanının karşısındaki kenar diğerinin karşısındaki kenardan büyüktür.

Teorem 2.29 in karşıtı olan bu teoremi, Teorem 2.29'u kullanarak olmayana ergi yöntemi ile siz ispatlayınız.

SONUÇLAR :

1. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$(a < b < c) \Leftrightarrow m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$

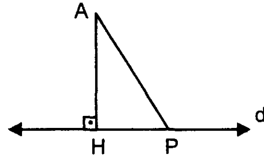
çift gerektirmesi geçerlidir.

2. Bir dik üçgende hipotenüs diğer kenarlardan büyüktür.

3. Bir d doğrusunun, dışındaki bir A noktasına en yakın noktası A noktasından d doğrusuna indirilen dikmenin ayağıdır.

$AH \perp d$ ise

$|AH| < |AP|$ dir.



> **TEOREM 2.31** (Üçgen Eşitsizliği)
>
> Bir üçgende iki kenarın uzunluklarının toplamı üçüncü kenarın uzunluğundan büyüktür.

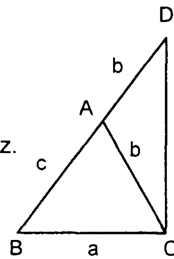
İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$b+c>a$, $a+c>b$

ve $a+b>c$ olduğunu ispatlayacağız.

$b+c>a$ olduğunu göstermenin yeterli olacağını görünüz.



$[BA$ ışını üzerinde, A arada olmak üzere $|AC| = |AD|$ olacak biçimde bir D noktası alalım.

$\overset{\triangle}{ACD}$ ikizkenar olduğundan

$m(\widehat{D}) < m(\widehat{ACD})$ ① ve

A noktası $\widehat{BCD}$ açısının iç bölgesinde bulunduğundan

$m(\widehat{BCD}) > m(\widehat{ACD})$ ② dir.

① ve ② den

$m(\widehat{BCD}) > m(\widehat{D})$ olur.

$\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninde, Teorem 2.30 gereğince büyük açı karşısında büyük kenar bulunacağından

$b+c>a$ dır.

SONUÇ :

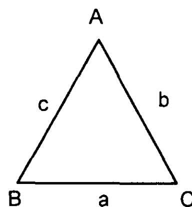
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$a+c>b \Rightarrow a>b-c$ ve

$a+b>c \Rightarrow a>c-b$

olacağından

$a>|b-c|$ olur.



Öyleyse,

$|b-c| < a < b+c$ sıralaması geçerlidir.

> **TEOREM 2.32** (K.K.A Eşlik Teoremi)
>
> İki üçgende, karşılıklı ikişer kenar ile bunlardan büyüklerinin karşılarındaki açılar eş ise üçgenler eştir.

Siz ispatlayınız.

ÖRNEK 2.12

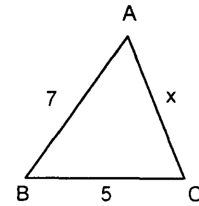
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 7$, $|BC| = 5$ ve

$m(\widehat{B}) > m(\widehat{A})$ ise

$|AC| = x$ uzunluğunun

alabileceği gerçek sayı değerlerinin kümesi nedir?



ÇÖZÜM :

$7-5<x<7+5$ ① ve

$m(\widehat{B}) > m(\widehat{A}) \Rightarrow x>5$ ② dir.

① ve ② den $5<x<12$ bulunur.

ÖRNEK 2.13

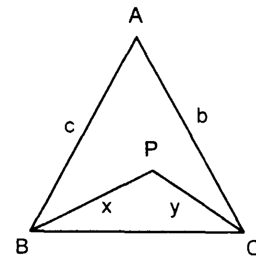
P noktası $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin iç bölgesindedir.

$|AB| = c$, $|AC| = b$

$|PB| = x$ ve $|PC| = y$

ise $x+y<b+c$

olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :

$[BP \cap [AC] = \{D\}$,

$|AD| = m$, $|DC| = n$ ve

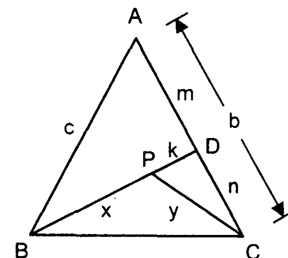
$|PD| = k$ olsun.

$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeninde

$x+k<c+m$ ① ve

$\overset{\triangle}{DPC}$ üçgeninde

$y<k+n$ ② olup



① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$x+k+y<c+m+k+n$

$\Rightarrow x+y<m+n+c+k$

$\Rightarrow x+y<b+c$ olur.

ÖRNEK 2.14

P noktası $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin iç bölgesindedir.

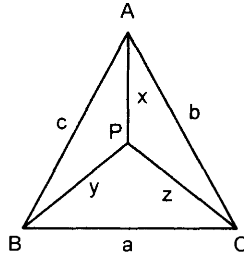
$|PA|=x$, $|PB|=y$,

$|PC|=z$ ve

$a+b+c=2u$ ise

$u<x+y+z<2u$

olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :

$a<y+z<b+c$,

$b<x+z<a+c$ ve

$c<x+y<a+b$ eşitsizlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$a+b+c<2(x+y+z)<2(a+b+c)$

$\Rightarrow \frac{a+b+c}{2}<x+y+z<a+b+c$

$\Rightarrow u<x+y+z<2u$ elde edilir.

UYARI : Yukarıdaki eşitsizliklerde $y+z$ toplamı a ya ve $x+z$ toplamı b ye yaklaşırken $x+y$ toplamı c ye değil $a+b$ toplamına yaklaşır. Bu yüzden $x+y+z$ değeri u değerine sınırsız yaklaşamaz. Aynı durum eşitsizliğin sağ tarafında da söz konusudur.

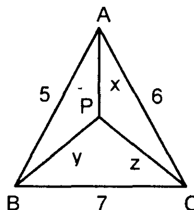
Demek ki, $x+y+z$ değerleri (u, 2u) aralığını tam olarak doldurmaz.

Örneğin,

şekilde verilenlere

göre,

$9<x+y+z<18$ dir.



Bu eşitsizliğe göre $x+y+z$ toplamının 18 den büyük olmayacağı kesindir. Yalnız "$x+y+z$ nin alabileceği en büyük tamsayı değer 17 dir." demek yanlıştır.

NOT: $a\le b\le c$ olmak üzere P noktası $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgensel bölgesinde ise $|PA|+|PB|+|PC|\le b+c$ dir. Bunun ispatını 3. Bölümde Test-1'in 24. sorusunun çözümünden yararlanarak siz yapınız.

2.13 ÇOKGENLER

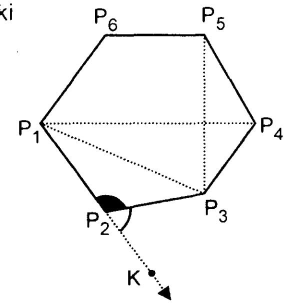
TANIM 2.39

$n\ge 3$ olmak üzere, ardışık herhangi üçü doğrusal olmayan ve yalnız $P_1, P_2, P_3, \ldots\ldots, P_n$ noktalarında kesişen $[P_1P_2], [P_2P_3], \ldots\ldots, [P_nP_1]$ doğru parçalarının birleşimi olan kümeye **çokgen**, bu n noktanın herbirine **çokgenin köşesi**, doğru parçalarının herbirine **çokgenin kenarı** ve ardışık olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **çokgenin köşegeni** denir.

Birer ucu ortak olan iki kenara ait açı çokgenin bir iç açısı, bu açı ile doğrusal açı çifti oluşturan açı çokgenin bir dış açısıdır.

Şekilde $P_1P_2P_3$ bir iç açı,

KP_2P_3 bir dış açı,

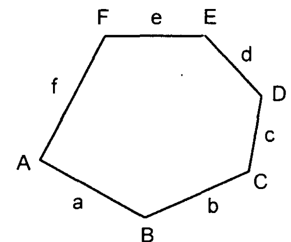


P_1 bir köşe, $[P_1P_2]$ bir kenar ve $[P_1P_3]$ bir köşegendir.

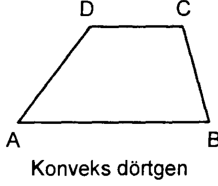
Çokgenler kenarlarının sayısına göre adlandırılırlar. Çokgen, 4 kenarlı ise **dörtgen**, 5 kenarlı ise **beşgen**, ...,n kenarlı ise **n-gen** adını alır.

Çokgenin köşelerini saat yönünün zıt yönünde sıraladığımızda, her köşeden sonra gelen kenarın uzunluğu o köşeyi adlandıran harfin küçüğü ile gösterilir.

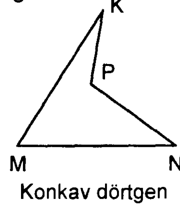
$|AB|=a$, $|EF|=e$ gibi.



Daha önce verdiğimiz "konvekslik" tanımına göre, çokgen konveks bir küme değildir. Yalnız biz, uzun sözden kaçınmak için, iç bölgesi konveks olan çokgene konveks çokgen diyeceğiz.

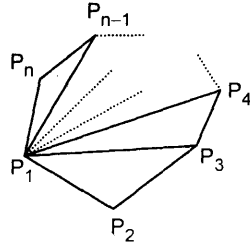


Konveks dörtgen



Konkav dörtgen

n kenarlı bir konveks çokgende bir köşeden geçen n-3 köşegen vardır. Dörtgenin bir köşesinden geçen 1, beşgenin bir köşesinden geçen 2, altıgenin bir köşesinden geçen 3 köşegeni olduğunu şekil çizerek görünüz.



Bu $n-3$ köşegen çokgeni $n-2$ üçgene ayırır. Bu üçgenlerin iç açıları çokgenin iç açılarını oluşturur.

Öyleyse;

n kenarlı bir konveks çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı $(n-2)\cdot 180°$ dir.

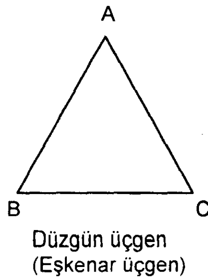
Bir köşedeki iç ve dış açı doğrusal açı çifti olduğundan, n kenarlı bir konveks çokgenin iç ve dış açılarının ölçülerinin toplamı $n\cdot 180°$ olup dış açılarının ölçülerinin toplamı,

$n\cdot 180° - (n-2)\cdot 180° = 360°$ bulunur.

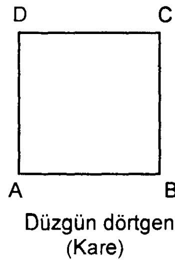
Bütün konveks çokgenlerde dış açıların ölçülerinin toplamı 360° dir.

TANIM 2.40

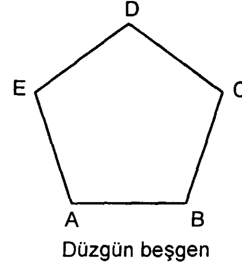
Bütün kenarları eş ve bütün açıları eş olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.



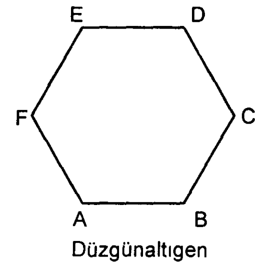
Düzgün üçgen
(Eşkenar üçgen)



Düzgün dörtgen
(Kare)



Düzgün beşgen



Düzgünaltıgen

TEOREM 2.33

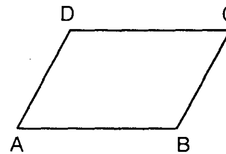
Bir düzgün çokgende ardışık iki kenarın orta dikmelerinin kesim noktası bütün köşelerden eşit uzaklıktadır.

Siz ispatlayınız.

2.14 ÖZEL DÖRTGENLER

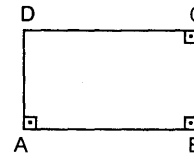
TANIM 2.41

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene **paralelkenar**, bir açısı dik olan paralelkenara **dikdörtgen**, bütün kenarları eş olan dikdörtgene **kare** denir.



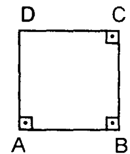
Paralelkenar

$[AB]//[DC], [AD]//[BC]$



Dikdörtgen

$m(\hat{A}) = 90°$

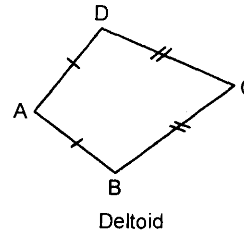


Kare

$|AB| = |BC|$

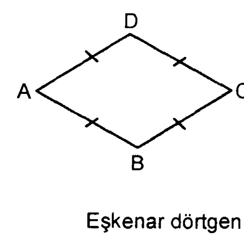
TANIM 2.42

İki komşu kenarı eş, diğer iki kenarı da eş olan dörtgene **deltoid**, dört kenarı eş olan dörtgene **eşkenar dörtgen** denir.



Deltoid

$|AB| = |AD|$, $|BC| = |CD|$



Eşkenar dörtgen

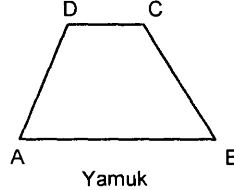
$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|$

Dikdörtgenin her iç açısının dik açı olacağını görünüz.

TANIM 2.43

Karşılıklı iki kenarı birbirine paralel olan dörtgene **yamuk** denir.

$[AB] // [CD]$ olmak üzere $[AB]$ ve $[CD]$ ye yamuğun **tabanları**, $[AD]$ ve $[BC]$ ye yamuğun **yan kenarları** denir.



Yamuk

Yan kenarları eş olan yamuğa **ikizkenar yamuk**, bir yan kenarı tabanlara dik olan yamuğa **dik yamuk** adı verilir.

TEOREM 2.34

Bir paralelkenarda karşılıklı açılar eştir ve karşılıklı kenarlar eştir..

İSPAT :

ABCD paralelkenarında $[AC]$ köşegenini çizersek, içters açılar olduklarından

$\widehat{BAC} \cong \widehat{ACD}$ ve

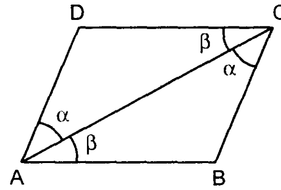
$\widehat{ACB} \cong \widehat{CAD}$ olup

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{CAD}$ (A.K.A.) olur.

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{CAD}$ eşliği

$[AB] \cong [DC]$, $[AD] \cong [BC]$

ve $\hat{B} = \hat{D}$ eşlikliklerini gerektirir.



$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ACD}) = \alpha$ ve $m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{ACB}) = \beta$

dersek $m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = \alpha + \beta$ olacağından $\hat{A} \cong \hat{C}$ eşliği de gösterilmiş olur.

NOT : Dikdörtgenler, kareler ve eşkenar dörtgenler kümeleri paralelkenarlar kümesinin birer alt kümesidir. Öyleyse paralelkenara ait teoremler diğerlerinde de geçerlidir. Yalnız, eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu ispatlamamız gerekiyor.

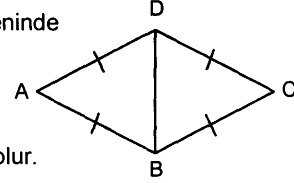
TEOREM 2.35

Bir eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar paraleldir.

İSPAT :

ABCD eşkenar dörtgeninde $[BD]$ köşegenini çizersek

$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{CDB}$ (K.K.K.) olur.



Bu eşlik $\widehat{ADB} \cong \widehat{CBD}$ eşliğini,

$\widehat{ADB}$ ve $\widehat{CBD}$ içters açılarının eşliği de AD ile BC nin paralel olmasını gerektirir. Aynı eşliğe göre AB // CD olduğu da çıkarılır.

TEOREM 2.36

Bir deltoidde köşegenler birbirine diktir.

İSPAT :

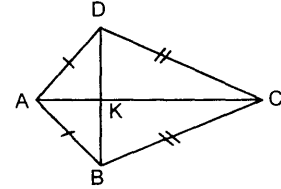
$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{ADC}$ (K.K.K.)

$\Rightarrow \widehat{BAC} \cong \widehat{DAC}$ dır.

O halde

$\overset{\triangle}{DAK} \cong \overset{\triangle}{BAK}$ (K.A.K.)

$\Rightarrow \widehat{AKD} \cong \widehat{AKB}$ olur.



$\widehat{AKD}$ ve $\widehat{AKB}$ eş açıları doğrusal açı çifti oluşturduğundan herbiri birer dik açıdır.

Demek ki, $AC \perp BD$ dir.

SONUÇLAR :

1. Eşkenar dörtgen ve karenin deltoid tanımına uyduğuna dikkat ediniz. Öyleyse, eşkenar dörtgende ve karede de köşegenler birbirine diktir diyebiliriz.

2. $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DAC}$ eşliğinden $[AC]$ nin $\hat{A}$ ve $\hat{C}$ açılarını ortaladığı sonucu çıkarılabilir. Demek ki, deltoid de eşit kenarlara ait köşeleri birleştiren köşegen kenarlarla eşit açılar yapar.

TEOREM 2.37

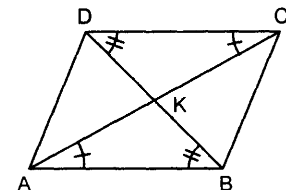
Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

İSPAT :

İçters açılar olduğundan

$\widehat{BAC} \cong \widehat{ACB}$ ve

$\widehat{ABD} \cong \widehat{CDB}$ dır.



Teorem 2.32 gereğince $[AB] \cong [CD]$ olduğundan $\overset{\triangle}{KAB} \cong \overset{\triangle}{KCD}$ olur.

Bu eşlik $|KA| = |KC|$ ve $|KB| = |KD|$ eşitliklerini gerektirir.

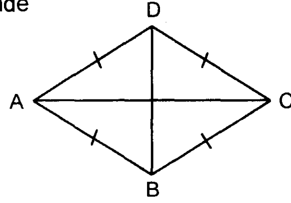
Öyleyse K noktası $[AC]$ nin ve $[BD]$ nin orta noktasıdır.

NOT : Birer paralelkenar olan dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgende de köşegenlerin birbirini ortalayacağı açıktır.

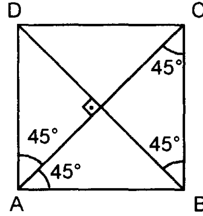
TEOREM 2.38

Eşkenar dörtgende köşegenler kenarlarla eşit açılar yaparlar.

ABCD eşkenar dörtgeninde $\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{ADC}$ ve $\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{CBD}$ eşliklerini kullanarak siz ispatlayınız.



Karede köşegenler kenarlarla 45 er derecelik açılar yapar.

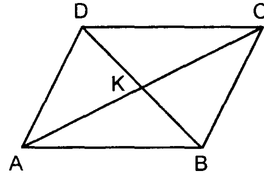


TEOREM 2.39

Bir dörtgende karşılıklı iki kenar birbirine paralel ve eş ise bu dörtgen bir paralelkenardır.

İSPAT :

ABCD dörtgeninde $[AB] // [CD]$ ve $[AB] \cong [CD]$ verilmiş olsun.



$[AC] \cap [BD] = \{K\}$ diyelim.

$\overset{\triangle}{KAB} \cong \overset{\triangle}{KCD}$ (A.K.A.) eşliğini görünüz.

Bu eşlik $[KA] \cong [KC]$ ve $[KD] \cong [KB]$ eşliklerini; bunlar da $\overset{\triangle}{KAD} \cong \overset{\triangle}{KCB}$ eşliğini gerektirir.

Bu son eşliğe göre $[AD] \cong [BC]$ dir.

Yine bu eşliğe göre $\widehat{KAD}$ ile $\widehat{KCB}$ içters açıları da eş olacağından $[AD] \cong [BC]$ olur.

Öyleyse, ABCD dörtgeni bir paralelkenardır.

NOT : Teorem 2.39 "Eş ve paralel iki doğru parçasının uçlarını birleştiren doğru parçaları da eş ve paraleldir." biçiminde de ifade edilebilir.

2.15 EŞİT ARALIKLI PARALEL DOĞRULAR

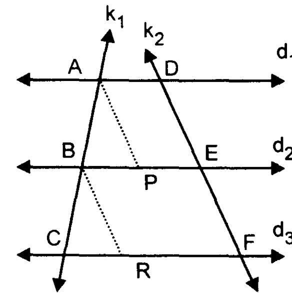
Birbirine paralel olan ikiden fazla doğru ve iki kesenle oluşturulan doğru parçalarının uzunlukları arasındaki bağıntıları Thales Teoremleri verir. Problem çözerken en sık başvuracağımız teoremlerin başında gelen bu teoremlerin ispatı "alan" kavramına dayanır. Biz "alan" kavramını sonraya bırakarak, yakın sorunlarımıza çözümler getirebilme amacıyla Thales Teoremini kısıtlanmış biçimiyle de olsa verip ispatlayacağız.

TEOREM 2.40 (Kısıtlı Thales Teoremi)

Paralel üç doğru bir kesen üzerinde eş doğru parçaları oluşturursa her kesen üzerinde eş doğru parçaları oluşturur.

İSPAT :

Birbirlerine paralel d_1, d_2, d_3 doğrularını k_1 keseni A, B, C noktalarında, k_2 keseni D, E, F noktalarında



kessin ve $|AB| = |BC|$ verilmiş olsun.

A ve B noktalarından k_2 kesenine AP ve BR paralellerini çizelim.

Yöndeş açılar olduklarından $\widehat{BAP} \cong \widehat{CBR}$ ve $\widehat{ABP} \cong \widehat{BCR}$ dir. $|AB| = |BC|$ verildiğinden $\overset{\triangle}{ABP} \cong \overset{\triangle}{BCR}$ (A.K.A.) olur. Bu eşlik $|AP| = |BR|$ eşitliğini gerektirir.

APED ve BRFE birer paralelkenar olduğundan $|AP| = |DE|$ ve $|BR| = |EF|$ olup $|DE| = |EF|$ elde edilir.

NOT : Thales Teoremleri'nden birincisi "**Bir paralel doğru demetinin iki kesen üzerinde ayırdığı, karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılıdır.**" biçimindedir. Burada sözü geçen oran iki tamsayının oranı olarak ifade edilebiliyorsa, teoremin ispatı alan kavramına başvurulmadan Teorem 2.38 yardımı ile yapılabilir.

$\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{m}{n}$ ise $\dfrac{|DE|}{|EF|} = \dfrac{m}{n}$

olduğunu ispatlayacağız.

$[AB]$ m eş parçaya,

$[BC]$ de n eşit parçaya

bölünürse $[AC]$ doğru

parçası $m+n$ eş

parçaya bölünmüş olur.

$[AC]$ yi $m+n$ eş parçaya ayıran her noktadan d_1 doğrusuna paraleller çizilirse, teorem 2.38 gereğince $[DE]$ m eş parçaya ve $[EF]$ n eş parçaya olmak üzere $[DF]$ $m+n$ eş parçaya ayrılır.

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|} = \frac{m}{n} \text{ olur.}$$

m : n oranı bir irrasyonel sayı ise ispat için alan kavramını bekleyeceğiz.

SONUÇLAR :

1. Bir üçgende kenarlardan birinin ortasından diğer bir kenara çizilen paralel doğru üçüncü kenarı ortalar.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

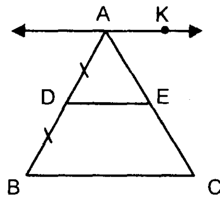
$|AD| = |DB|$ ve

DE // BC verilmiş olsun.

AK // DE // BC çizersek

$|AD| = |DB|$ olduğundan

$|AE| = |EC|$ olur.



2. Bir üçgende iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paraleldir ve uzunluğu üçüncü kenarın uzunluğunun yarısına eşittir.

İSPAT :

ABC üçgeninde

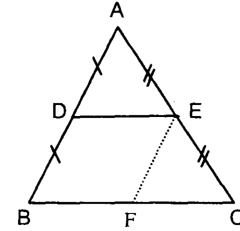
$|AD| = |DB|$ ve

$|AE| = |EC|$

verilmiş olsun.

DE nin BC ye

paralel olmadığını



varsayarak D den BC ye bir paralel çizersek bu paralel $[AC]$ yi orta noktasında kesecektir. $[AC]$ nin orta noktası bir tane olduğuna göre bu paralel doğru DE ile çakışacaktır.

E noktasından AB ye çizilen paralel doğru $[BC]$ yi F de kessin.

$|AE| = |EC|$ olduğundan

$|BF| = |FC| = \frac{1}{2}|BC|$ dir.

BFED paralelkenar olduğundan

$|BF| = |DE|$ olup

$|DE| = \frac{1}{2}|BC|$ bulunur.

ÖRNEK 2.15

Bir yamukta yan kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasının tabanlara paralel olduğunu ve uzunluğunun tabanların uzunluklarının toplamlarının yarısına eşit olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

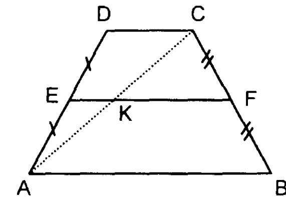
ABCD yamuğunda

AB // CD ve E ile F

noktaları yan kenarların

orta noktaları olarak

verilmiş olsun.



EF nin AB ye paralel olmadığını varsayarak E den AB ye bir paralel çizersek bu paralel $[BC]$yi orta noktasında kesecektir. $[BC]$ nin ortası bir tane olduğundan EF // AB // DC dir.

$[AC] \cap [EF] = \{K\}$ olsun.

$\overset{\triangle}{ACD}$ üçgeninde $|EK| = \frac{1}{2}|CD|$ ve

$\overset{\triangle}{CAB}$ üçgeninde $|KF| = \frac{1}{2}|AB|$ eşitliklerini taraf tarafa toplarsak

$$|EK| + |KF| = \frac{1}{2}|AB| + \frac{1}{2}|CD|$$

$$\Rightarrow |EF| = \frac{|AB| + |CD|}{2} \text{ elde edilir.}$$

[EF] ye yamuğun **orta tabanı** denir.

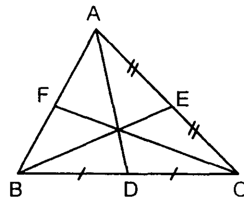
2.16 ÜÇGENDE KESİŞEN DOĞRULAR

TANIM 2.44

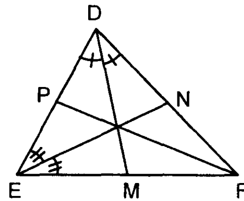
Bir üçgende bir köşeyi karşı kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasına üçgenin bir **kenarortayı**, bir iç açıortayın üçgenin dışında kalmayan parçasına üçgenin bir **açıortayı**, bir köşeden karşı kenara çizilen dikmenin ayağını bu köşeye birleştiren doğru parçasına üçgenin bir **yüksekliği** denir.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde D, E, F orta noktalar ise [AD], [BE] [CF] kenarortaylardır.

$|AD| = v_a$, $|BE| = v_b$, $|CF| = v_c$ ile gösterilir.



$\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninde [DM, [EN, [FP ışınları, başlangıç noktalarındaki açıların açıortayları ise [DM, [EN, [FP üçgenin açıortaylarıdır.



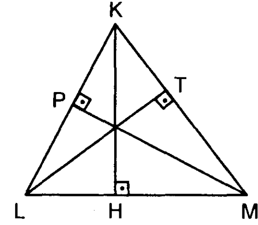
$|DM| = n_D$, $|EN| = n_E$, $|FP| = n_F$ ile gösterilir.

$\overset{\triangle}{KLM}$ üçgeninde

$KH \perp LM$, $LT \perp KM$, $MP \perp KL$ ise

[KH], [LT], [MP] üçgenin yükseklikleridir.

$|KH| = h_k$, $|LT| = h_l$, $|MP| = h_m$ ile gösterilir.



TEOREM 2.41

Bir üçgende

a) Üç iç açıortay bir noktada kesişir.

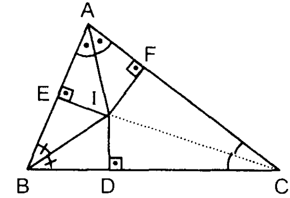
b) Üç kenarortay bir noktada kesişir.

c) Üç orta dikme bir noktada kesişir.

d) Üç yükseklik bir noktada kesişir.

İSPAT :

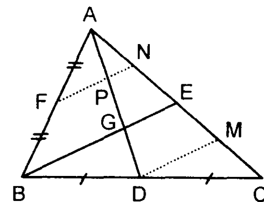
a) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin $\hat{A}$ ve $\hat{B}$ açılarına ait açıortayları bir I noktasında kesişsin. I noktasından kenarlara [ID], [IE], [IF] dikmelerini çizelim.



I noktası [BI ve [AI açıortaylarının üzerinde bulunduğundan [ID] = [IE] ve [IE] = [IF] dir. Bu eşitlikler [ID] = [IF] eşitliğini, bu da [CI ışınının açıortay olmasını gerektirir.

Demek ki, üçgenin üç iç açıortayı bir I noktasında kesişir.

b) [AD] ve [BE] kenarortayları bir G noktasında kesişsin. F noktası [AB] nin orta noktası olmak üzere



[FN]//[BE]//[DM] çizelim.

$[FN] \cap [AD] = \{P\}$ olsun.

Thales Teoremine göre

$|AN| = |NE|$ ve $|EM| = |MC|$ olur.

O halde, $|AE| = |EC|$ verildiğinden

$|AN| = |NE| = |EM| = |MC|$ dir.

Yine Thales Teoremi'ne göre,

FN, BE, DM paralelleri AC üzerinde $[AN]$, $[NE]$ ve $[EM]$ eş parçalarını ayırdığından AD üzerinde de $[AP]$, $[PG]$ ve $[GD]$ eş parçalarını ayırırlar.

Buna göre $|AG| = \frac{2}{3}|AD|$ dir.

$[AD]$ ve $[CF]$ kenarortayları G den farklı bir G′ noktasında kesişsin.

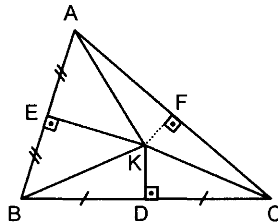
Aynı yollardan gidilerek

$|AG'| = \frac{2}{3}|AD|$ olduğu bulunur.

O halde G ve G′ noktaları çakışıktır.

Öyleyse, **üçgende kenarortaylar bir G noktasında kesişirler. G noktasının bir köşeye uzaklığı o köşeye ait kenarortayın uzunluğunun $\frac{2}{3}$ ü kadardır. G noktasına üçgenin ağırlık merkezi denir.**

c) $[AB]$ ve $[BC]$ nin orta dikmeleri bir K noktasında kesişsin.

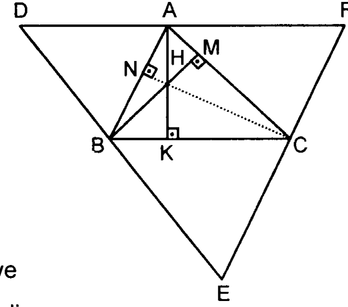


Orta Dikme Teoremi'ne göre

$|KA| = |KB|$ ve $|KB| = |KC|$ olur. Bu eşitlikler $|KA| = |KC|$ eşitliğini gerektirir.

Öyleyse, yine Orta Dikme Teoremi'ne göre K noktası $[AC]$ nin de orta dikmesi üzerindedir.

d) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin yükseklikleri $[AK]$, $[BM]$ ve $[CN]$ olsun.



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin köşelerinden karşı kenarlara DF, DE ve EF paralellerini çizelim.

BCAD ve BCFA dörtgenleri birer paralelkenar olduğundan $|BC| = |DA| = |AF|$ olup A noktası $[DF]$ nin ortasıdır.

Diğer taraftan $AK \perp BC$ ve $BC \parallel DF$ olduğundan $AK \perp DF$ olup AK, $[DF]$ nin orta dikmesi olur. Aynı yoldan BM ve CN nin de $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninin diğer kenar orta dikmeleri olduğu gösterilir.

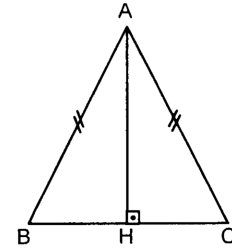
$\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninde kenar orta dikmeleri bir H noktasında kesişeceğinden $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin yüksekliklerinin de H noktasında kesişeceği gösterilmiş olur.

TEOREM 2.42

Bir ikizkenar üçgende tabana ait yükseklik, tabanı ve tepe açısını ortalar.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AB] \cong [AC]$ ve $[AH] \perp [BC]$ verilmiş olsun.



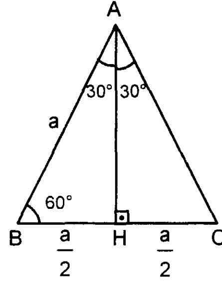
Hipotenüs-Dik kenar Eşlik Teoremi gereğince $\overset{\triangle}{ABH} \cong \overset{\triangle}{ACH}$ olur.

Bu eşlik $[BH] \cong [HC]$ ve $\widehat{BAH} \cong \widehat{CAH}$ eşliklerini gerektirir.

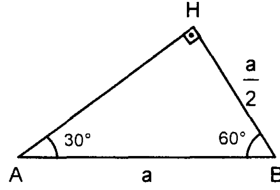
Öyleyse, **bir ikizkenar üçgende tabana ait yükseklik hem kenarortay hem de açıortaydır.** Bu teoremin karşıtı da doğrudur. Yani, bir üçgende yükseklik aynı zamanda kenarortay ya da açıortay ise üçgen ikizkenardır.

SONUÇLAR :

1. Bir eşkenar üçgende her bir yükseklik hem açıortay hem de kenarortaydır. Eşkenar üçgende bir açının ölçüsü 60° olduğundan yükseklik 30 ar derecelik açılar ayırır.



2. Bir açısı 30° olan bir dik üçgende 30° lik açının karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün uzunluğunun yarısı kadardır.



TEOREM 2.43

Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısı kadardır.

İSPAT :

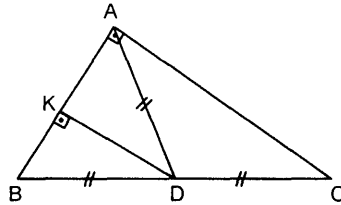
$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$[BA] \perp [AC]$ ve

$|BD| = |DC|$ verilmiş

olsun.

DK ⊥ AB çizelim.



Aynı doğruya dik iki doğru birbirine paralel olacağından DK // AC ve $|BD| = |DC|$ olduğundan, Thales Teoremi'ne göre $|BK| = |KA|$ olur.

Bu eşitlik, $\overset{\triangle}{KBD} \cong \overset{\triangle}{KAD}$ (K.A.K.) eşliğini, bu eşlik de $|DB| = |DA|$ eşitliğini gerektirir.

Öyleyse, $|AD| = \frac{1}{2}|BC|$ dir.

TEOREM 2.44

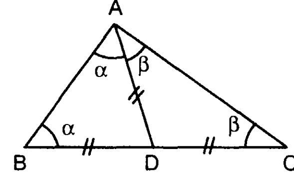
Bir üçgende bir kenarortayın uzunluğu, bu kenarortaya ait kenarın yarısına eşit ise bu üçgen bir dik üçgendir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

|AD|=|BD|=|DC|

verilmiş olsun.



$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DBA}) = \alpha$

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DCA}) = \beta$ dersek

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$2\alpha + 2\beta = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 90°$ olur.

Öyleyse, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$$\left(V_a = \frac{a}{2}\right) \Leftrightarrow \left[m(\hat{A}) = 90°\right]$$

çift gerektirmesi geçerlidir.

SONUÇLAR :

1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$$\left(V_a > \frac{a}{2}\right) \Leftrightarrow \left[m(\hat{A}) < 90°\right]$$

çift gerektirmesi geçerlidir.

2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$$\left(V_a < \frac{a}{2}\right) \Leftrightarrow \left[m(\hat{A}) > 90°\right]$$

çift gerektirmesi geçerlidir

TEOREM 2.45

Bir üçgende iki dış açıortay ile üçüncü köşedeki iç açıortay bir noktada kesişir.

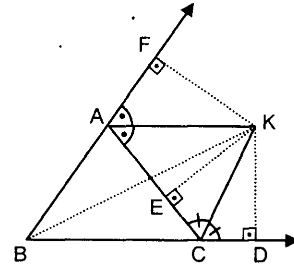
İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin

[CK ve [AK dış açıortayları K noktasında kesişsin.

$[KD] \perp [BC$, $[KE] \perp [AC]$

ve $[KF] \perp [BA$ çizelim.



K noktası [CK ve [AK açıortaylarının üzerinde olduğundan $|KD| = |KE|$ ve $|KE| = |KF|$ olur.

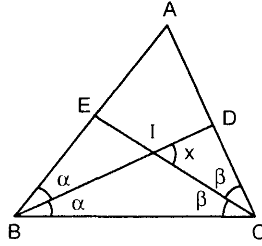
Bu eşitlikler $|KD| = |KF|$ eşliğini, bu da $[BK$ ışınının $\hat{B}$ açısının açıortayı olmasını gerektirir.

ÖRNEK 2.16

Bir üçgende iki iç açıortayın belirttiği açının ölçüsünü, üçüncü köşedeki açının ölçüsü cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[BD]$ ve $[CE]$ iç açıortayları I noktasında kesişsin.



$m(\widehat{CID})$ değerini $m(\hat{A})$ cinsinden bulacağız.

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BCE}) = \beta$ diyelim.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$

$\Rightarrow m(\hat{A}) + 2\alpha + 2\beta = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 90° - \frac{1}{2}m(\hat{A})$ ve

$\overset{\triangle}{IBC}$ üçgeninde $\widehat{CID}$ dış açı olduğundan

$m(\widehat{CID}) = \alpha + \beta$

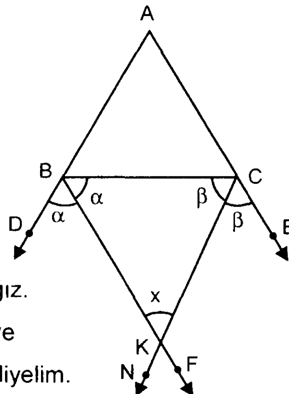
$\Rightarrow m(\widehat{CID}) = 90° - \frac{1}{2}m(\hat{A})$ bulunur.

ÖRNEK 2.17

Bir üçgende iki dış açıortayın belirttiği açının ölçüsünü, üçüncü köşedeki açının ölçüsü cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[BF$ ve $[CN$ dış açıortayları K noktasında kesişsin.



$m(\overset{\triangle}{BKC})$ değerini $m(\hat{A})$ cinsinden bulacağız.

$m(\widehat{DBF}) = m(\widehat{CBF}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{BCN}) = m(\widehat{ECN}) = \beta$ diyelim.

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{KBC}$ üçgenlerinde iç açıların ölçülerinin toplamı 180° olduğundan

$m(\hat{A}) + 180° - 2\alpha + 180° - 2\beta = 180°$ ① ve

$m(\widehat{BKC}) + \alpha + \beta = 180°$ ② olup

① ve ② den

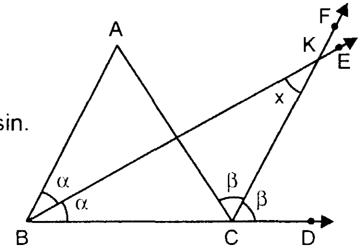
$m(\widehat{BKC}) = 90° - \frac{1}{2}m(\hat{A})$ bulunur.

ÖRNEK 2.18

Bir üçgende bir iç açıortay ile bir dış açıortayın belirttiği açının ölçüsünü, üçüncü köşedeki açının ölçüsü cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[BE$ iç açıortayı ile $[CF$ dış açıortayı K noktasında kesişsin.



$m(\widehat{BKC})$ değerini $m(\hat{A})$ cinsinden bulacağız.

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBE}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{DCF}) = m(\widehat{ACF}) = \beta$ diyelim.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $\widehat{ACD}$ ve $\overset{\triangle}{KBC}$ üçgeninde $\widehat{KCD}$ açıları birer dış açı olduklarından

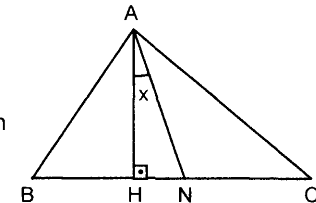
$m(\hat{A}) = 2\beta - 2\alpha$ ① ve

$m(\widehat{BKC}) = \beta - \alpha$ ② olup

① ve ② den $m(\widehat{BKC}) = \frac{1}{2}m(\hat{A})$ bulunur.

ÖRNEK 2.19

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AH]$ yükseklik, $[AN]$ $\widehat{BAC}$ açısının açıortayı ve $m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ ise



$m(\widehat{HAN}) = \frac{1}{2}\left[m(\hat{B}) - m(\hat{C})\right]$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABN}$ ve $\overset{\triangle}{AHN}$ üçgenlerinde $\widehat{ANC}$ açısı bir dış açı olduğundan

$m(\widehat{ANC}) = \frac{1}{2}m(\hat{A}) + m(\hat{B})$ ① ve

$m(\widehat{ANC}) = m(\widehat{HAN}) + 90°$ ② dir. ① ve ② den

$m(\widehat{HAN}) = \frac{1}{2}m(\hat{A}) + m(\hat{B}) - 90°$ ③ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

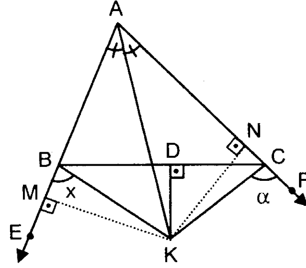
$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$ eşitliğindeki $m(\hat{A})$ değeri ③ de yerine konursa

$$m(\widehat{HAN}) = \frac{1}{2}\left[180° - m(\hat{B}) - m(\hat{C})\right] + m(\hat{B}) - 90°$$

$$\Rightarrow m(\widehat{HAN}) = \frac{1}{2}\left[m(\hat{B}) - m(\hat{C})\right] \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 2.20

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[BC]$ nin orta dikmesi ile $\hat{A}$ açısının açıortayı K noktasında kesişmektedir.



$E \in [AB$, $F \in [AC$ ve $m(\widehat{KCF}) = \alpha$ olarak verildiğine göre $m(\widehat{KBE})$ nin α cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM :

$[DK]$, $[BC]$ nin orta dikmesi olduğundan $|KB| = |KC|$ dir.

Açıortay üzerindeki noktaların açının kollarından eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayarak,

$[KM] \perp [AE$ ve $[KN] \perp [AF$ çizelim.

$|KB| = |KC|$ ve $|KM| = |KN|$ eşitlikleri, Hipotenüs Dikkenar Eşlik Teoremi'ne göre $\overset{\triangle}{KBM} \cong \overset{\triangle}{KBN}$ eşliğini, bu da $m(\widehat{KBM}) = m(\widehat{KCN})$ eşitliğini gerektirir.

O halde, $m(\widehat{KBM}) = 180° - \alpha$ dır.

2.17 GEOMETRİK YERLER

TANIM 2.45

Aynı koşulları gerçekleyen noktaların kümesine (oluşturduğu şekle) o noktaların **geometrik yeri** denir.

Her bir geometrik şekil, belli koşulları gerçekleyen noktaların kümesidir. O halde bir geometrik yer bir geometrik şekildir. Geometrik koşullarla belirlenen **yerler**deki ya da **konumlar**daki noktalar, geometrik şekli oluşturur. Buna göre, **"A şekli, p koşulunu gerçekleyen noktaların geometrik yeridir."** önermesi A şeklinin bir tanımı olmalıdır. Bununla birlikte aynı biçimdeki bir önerme, tanımlanmış bir A şeklinin tanımına dayanılarak ispat edilmesi gereken bir teorem de olabilir.

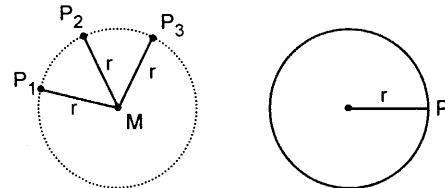
Bu söylediklerimizi bazı temel geometrik yerleri örnek vererek, bu örnekler üzerinde daha kolay açıklayabiliriz:

2.17.1 TEMEL GEOMETRİK YERLER

1. "Düzlemde, verilen bir M noktasından verilen bir r uzaklığında bulunan noktaların geometrik yeri, merkezi M ve yarıçapı r olan çemberdir."

Bu önerme ile, düzlemde bir M noktasından r uzaklığında bulunan sınırsız sayıdaki noktanın çember denilen geometrik şekli oluşturduğu anlatılmaktadır.

Önerme, çemberin tanımıdır.



Önermeden anladığımız, çember üzerindeki her noktanın M den r uzaklığında olduğu ve M den r uzaklığında bulunan her noktanın da çember üzerinde bulunduğudur.

2. "Düzlemde, verilen bir d doğrusundan r uzaklığında bulunan noktaların geometrik yeri, bu d doğru-

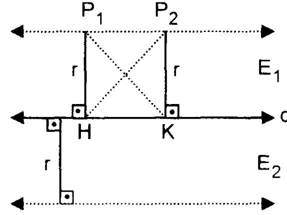
suna paralel olan ve bu doğrudan r uzaklığında bulunan bir çift doğrudur."

Düzlemde kesişmeyen iki doğruya paralel doğrular denildiğini ve bu doğrulardan biri üzerindeki herhangi bir noktanın diğerine uzaklığının, bu paralel doğrular arasındaki uzaklık olduğunu biliyoruz. Yukarıdaki önermenin bu tanımlarla örtüştüğü hemen görülememektedir.

Öyleyse, d den r uzaklığındaki her noktanın d den r uzaklığında ve d ye paralel bir doğru üzerinde olduğu ve karşıt olarak bu paralel doğru üzerindeki her noktanın da d den r uzaklığında olduğu ispatlanmalıdır.

İSPAT :

d doğrusunun ayırdığı yarı düzlemler E_1, E_2 ve E_1 yarı düzleminde d den r uzaklığındaki iki farklı nokta P_1, P_2 olsun.



$[P_1H]$ ve $[P_2K]$ gibi eş ve paralel iki doğru parçasının uçlarını birleştirerek, P_1P_2 ve HK doğrularının paralel olduğunu siz ispatlayınız.

Bunun için $\overset{\triangle}{P_1MH} \cong \overset{\triangle}{KMP_2}$ eşliğini ve bunun gerektirdiği $\overset{\triangle}{P_1MP_2} \cong \overset{\triangle}{KMH}$ eşliğini kullanabilirsiniz.

Demek ki, E_1 yarı düzleminde d den r uzaklığındaki herhangi iki nokta d den r uzaklığında ve d ye paralel doğru üzerinde bulunur.

d den r uzaklığında ve d ye paralel bir doğru üzerindeki her noktanın da d den r uzaklığında olduğu tanım gereğidir.

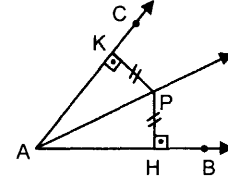
Verilen koşulu gerçekleyen noktaların, E_2 yarıdüzleminde de d ye paralel ve d den r uzaklığında bir doğru üzerinde bulunacakları açıktır.

3. "Düzlemde, verilen bir açının kenarlarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri bu açının açıortayıdır."

Bu önermeyi, daha önce Teorem 2.22 de "Bir açının açıortayı, açının kenarlarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesidir." biçimiyle, geometrik yer terimini kullanmadan, vermiş ve ispatlamıştık.

"A şekli, p koşulunu gerçekleyen noktaların **kümesidir**." sözünün yerine "A şekli, p koşulunu gerçekleyen noktaların **geometrik yeridir**." sözünün getirilmesi, anlamı ve yapılacak ispatı değiştirmez.

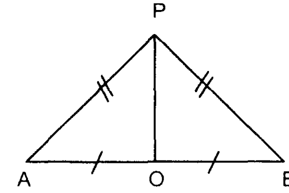
$PH \perp AB$, $PK \perp AC$ ve $|PH| = |PK|$ ise $[AP$, $\widehat{BAC}$ açısının açıortayıdır.



4. "Düzlemde, verilen iki noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri, bu iki noktayı birleştiren doğru parçasının **orta dikmesi**dir."

İSPAT :

A ile B noktaları verilmiş olsun. Önce $|PA| = |PB|$ ise P noktasının $[AB]$ nin orta dikmesi üzerinde olduğunu göstereceğiz.



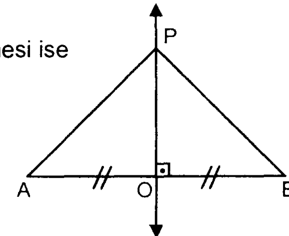
$[AB]$ nin O ortasını P ye birleştirirsek

$\overset{\triangle}{POA} \cong \overset{\triangle}{POB}$ (K.K.K.) olur.

Bu eşlik $m(\widehat{POA}) = m(\widehat{POB}) = 90^\circ$ eşitliğini gerektirir. Öyleyse, OP doğrusu $[AB]$ nin orta dikmesidir.

Şimdi de $[AB]$ nin orta dikmesi üzerindeki bir P noktasının A ve B den eşit uzaklıkta olduğunu ispatlayalım.

OP, $[AB]$ nin orta dikmesi ise $\overset{\triangle}{POA} \cong \overset{\triangle}{POB}$ (K.A.K.) olup bu eşlik $|PA| = |PB|$ eşliğini gerektirir.



NOT : Bu teoremi daha önce Teorem 2.20 adıyla verip ispatını size bıraktığımızı hatırlayınız.

5. "Uç noktalarından herbiri, verilen paralel iki doğrudan biri üzerinde bulunan doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri bu doğrulara paralel ve eşit uzaklıkta bir doğrudur."

Kendiniz ispatlayınız.

2.17.2 GEOMETRİK YER PROBLEMLERİ

"p koşulunu gerçekleyen noktaların geometrik yeri A şeklidir." önermesi bir tanım veya bir teorem;

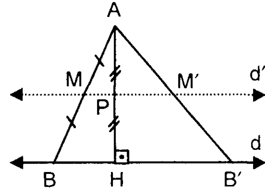
"p koşulunu gerçekleyen noktaların geometrik yeri nedir?" sorusu bir geometrik yer problemidir.

Bir geometrik yer problemini çözmek için önce verilen koşulu gerçekleyen bir noktanın hangi geometrik şekil üzerinde bulunabileceği aranır; sonra da o şekil üzerindeki herhangi bir noktanın verilen koşulu gerçeklediği gösterilir.

ÖRNEK 2.21

Bir d doğrusu ile dışında bir A noktası veriliyor. d doğrusu üzerindeki noktaları A noktasına birleştiren doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM :



d doğrusu ile dışındaki A noktası verilmiş olsun. d doğrusu üzerinde bir B noktası ile AH ⊥ d olacak biçimde bir H noktası alalım.

[AB] ve [AH] doğru parçalarının orta noktalarına M ve P diyelim. MP = d′ olsun.

Bir üçgende, iki kenarın ortasını birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paralel olacağından

$\overset{\Delta}{ABH}$ üçgeninde [MP]//[BH], yani d′//d olur.

Demek ki d üzerinde değişen bir B noktası için [AB] nin M orta noktası P den d ye çizilen d′ paraleli üzerindedir.

Şimdi de P den d ye çizilen d′ paraleli üzerin- deki bir M′ noktasının verilen koşulu gerçeklediğini gösterelim.

A ve M′ den geçen doğru d yi B′ noktasında kessin.

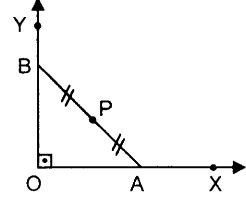
Thales Teoremi'ne göre

$|PA| = |PH| \Rightarrow |M'A| = |M'B'|$ olur.

Öyleyse, aranan geometrik yer, $|AH| = h$ olmak üzere d nin A tarafında ve d den h/2 uzaklığında d ye paralel bir d′ doğrusudur.

NOT : d doğrusu üzerinde herhangi iki nokta alabilecek iken, neden H noktasını [AH]⊥d olacak biçimde aldığımızı merak edebilirsiniz. Aranan geometrik yerin d ye paralel bir doğru olacağını sezdik ve bu paralelin d ye uzaklığını, A nın d ye uzaklığı cinsinden verebileceğimizi gördük de onun için.

ÖRNEK 2.22



[OX⊥[OY ve

|AB| = 2m olmak üzere,

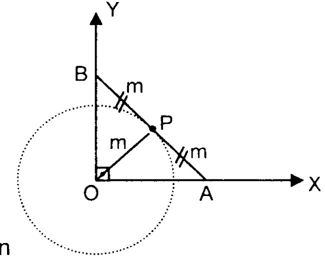
[AB] doğru parçasının

A ucu [OX ve B ucu [OY

üzerinde kaydırılabilmektedir.

[AB] nin P orta noktasının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM :



[OP] yi çizelim.

AOB dik üçgeninde [OP] kenarortayının uzunluğu |AB| nin yarısı kadar olacağından

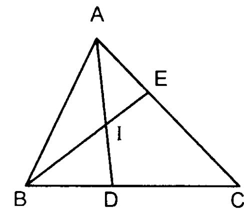
P nasıl değişirse değişsin |OP| = m olacaktır.

Öyleyse P noktalarının geometrik yeri, O merkezli m yarıçaplı çemberin, XOY açısının iç bölgesi ile açı üzerinde kalan parçasıdır.

ÖRNEK 2.23

Bir $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin dış bölgesinde olmayan, AB ve AC doğrularından eşit uzaklıkta bulunan ve AB ye uzaklığı BC ye uzaklığından küçük olan noktaların geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM :



$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin dış bölgesinde olmayan ve AB ile AC doğrularından eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi $\overset{\Delta}{BAC}$ açısının [AD] açıortayıdır.

AB ve BC doğrularından eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi de $\overset{\triangle}{ABC}$ açısının $[BE]$ açıortayı olduğundan AB ye BC den daha yakın olan noktalar $[BE]$ nin A noktası tarafında bulunurlar. Öyleyse, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin dış bölgesinde olmayan ve AB ye BC den daha yakın olan noktaların kümesi

$K = [AB) \cup [AE) \cup \text{İç}(\overset{\triangle}{ABE})$ dir.

Aranan geometrik yer ise

$[AD] \cap K = [AI)$ olur.

ÖRNEK 2.24

Bir ABCD paralelkenarının $[AB]$ kenarı sabit $[DC]$ kenarı değişkendir.

$|AB| = 2|BC|$ olduğuna göre

$[DC]$ nin P orta noktasının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM :

$[AB]$ nin M orta noktasını P ile birleştirelim.

$[MB]$, $[PC]$ ye eş ve paralel olduğundan MBCP bir paralelkenar olup $|MP| = |BC|$ olur.

$|AB| = 2|BC|$ verildiğinden

$|MA| = |MP| = |MB| = |BC|$ dir.

Öyleyse, P nin geometrik yeri M merkezli $|MP|$ yarıçaplı çemberdir.

2.18 ÇİZİM PROBLEMLERİ

Bir geometrik şeklin çizimi, ölçüleri bilinen elemanlarının yardımı ile bu şekli kağıt üzerine kondurmaktır. Bu işlem genellikle cetvel ve pergelle yapılır. Cetvel iki noktası bilinen doğruyu, pergel de merkezi ve yarıçapı bilinen çemberi çizmeye yarar.

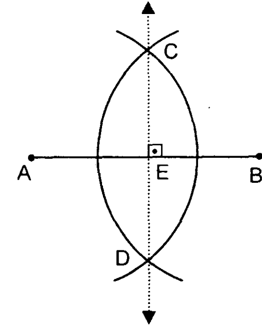
Bir geometrik şeklin çiziminde problem, bilinmeyen bir nokta ya da noktaların belirtilmesidir. Bu problem, aranan noktanın gerçeklediği iki aynı koşul saptanarak çözülür. Aranan nokta bu koşullara karşılık gelen geometrik yerlerin kesişimidir.

Geometrik şekillerin çizimine üçgenlerin çizimi ile başlayacağız. Yalnız öncelikle, bütün çizimlerde sık sık kullanacağımız, aşağıdaki temel çizimleri öğrenelim.

2.18.1 TEMEL ÇİZİMLER

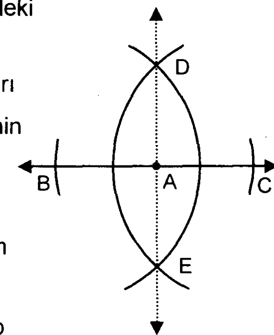
1. Verilen bir doğru parçasının orta noktasını bulmak :

Pergel $|AB|$ uzunluğunun yarısından fazla açılarak A ve B merkezli yaylar çizilir. Yayların C ve D kesim noktaları A ve B den eşit uzaklıkta bulunacaklarından CD, $[AB]$ nin orta dikmesi ve $CD \cap [AB] = \{E\}$ noktası $[AB]$ nin orta noktasıdır.



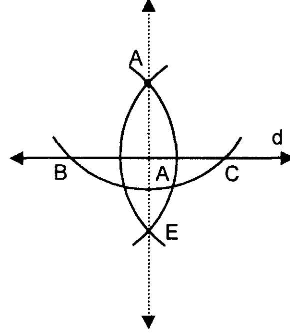
2. Verilen bir doğruya üzerindeki bir noktadan dikme çizmek :

Verilen doğru d ve üzerindeki nokta A olsun. A merkezli eş yaylarla B ve C noktaları kestirilirse problem $[BC]$ nin orta dikmesini çizmeye dönüşür. B ve C merkezli eş yarıçaplı yayların kesim noktaları D ve E ise DE, $[BC]$ nin orta dikmesi olup A noktasında d ye diktir.



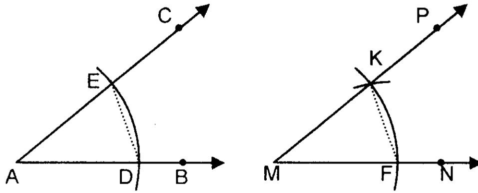
3. Verilen bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme çizmek :

Verilen doğru d ve dışındaki nokta A olsun. A merkezli bir çember yayı ile d doğrusu B ve C noktalarında kesiştirilirse $|AB| = |AC|$ olacağından, A noktası $[BC]$ nin orta dikmesi üzerinde olur.



Problem, $[BC]$ nin orta dikmesini çizmeye dönüşür.

4. Verilen bir açıya eş bir açı çizmek :



Verilen $\widehat{BAC}$ açısına eş ve bir kenarı $[MN$ olan açılardan birini çizeceğiz. Pergeli bir miktar açıp A ve M merkezli, eş yarıçaplı yaylar çizelim. Yaylar $\widehat{BAC}$ açısını D ve E de, $[MN$ ışınını F de kessin. Pergeli $|DE|$ kadar açarak çizeceğimiz F merkezli yay, M merkezli yayı K noktasında keserse

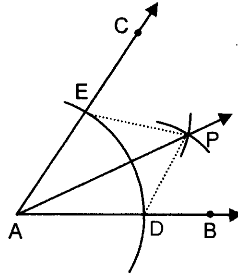
$\overset{\triangle}{ADE} \cong \overset{\triangle}{MFK}$ (K.K.K.) olur.

Bu eşlik $\widehat{DAE} \cong \widehat{FMK}$ eşliğini gerektirir.

5. Verilen bir açının açıortayını çizmek :

$\widehat{BAC}$ açısı verilmiş olsun. A merkezli bir yay açıyı D ve E noktalarında kessin. D ve E merkezli, eş yarıçaplı yaylar P de kesişirse

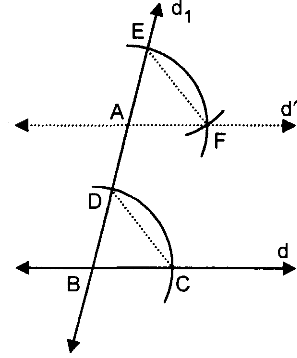
$\overset{\triangle}{PAE} \cong \overset{\triangle}{PAD}$ (K.K.K.) olur.



Bu eşlik $\widehat{PAE} \cong \widehat{PAD}$ eşliğini gerektireceğinden $[AP$ ışını $\widehat{BAC}$ açısının açıortayıdır.

6. Verilen bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel çizmek :

d doğrusu ve dışındaki A noktası verilmiş olsun. A dan geçen d_1 doğrusu d yi B noktasında kessin. B ve A merkezli, eş yarıçaplı yaylardan B merkezli olanının d_1 ve d yi kestiği noktalara D ve C, A merkezli olanının d_1 i kestiği noktaya E diyelim.



Pergeli $|DC|$ kadar açarak çizeceğimiz E merkezli yay A merkezli yayı F de keserse

$\overset{\triangle}{EAF} \cong \overset{\triangle}{DBC}$ (K.K.K.) ve bu eşlik gereği

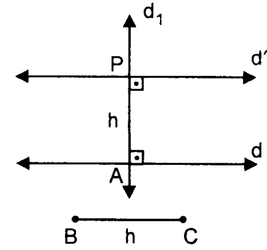
$\widehat{EAF} \cong \widehat{DBC}$ olur.

$\widehat{EAF}$ ve $\widehat{DBC}$ açıları yöndeş olduğundan

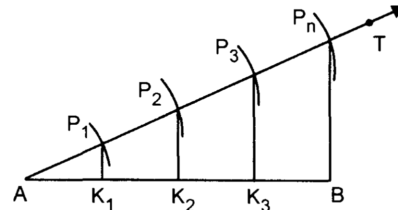
$d' // d$ olur.

7. Verilen bir doğruya verilen bir uzaklıkta bulunan paralel doğruyu çizmek :

d doğrusu ile $|BC| = h$ uzunluğu verilmiş olsun. d doğrusuna üzerindeki herhangi bir A noktasından d_1 dikmesi çizilir; bu dikme üzerinde $|AP| = h$ olacak biçimde P noktası alınır ve P den de d_1 doğrusuna d' ile d birbirlerine paralel ve aralarındaki uzaklık h olur.



8. Verilen bir doğru parçasını birbirine eş n parçaya bölmek :



$[AB]$ doğru parçası ve n verilmiş olsun.

Herhangi bir [AT ışını üzerinde, pergeli uygun bir miktar açarak eş aralıklı $P_1, P_2, P_3, \ldots\ldots, P_n$ noktaları işaretlenir; p_n noktası B ile birleştirilir ve P_1, P_2, P_3 noktalarından P_nB ye $P_1K_1, P_2K_2, P_3K_3 \ldots$ paralelleri çizilirse Thales Teoremi'ne göre

$$[AK_1] \cong [K_1K_2] \cong [K_2K_3] \cong \ldots\ldots \cong [K_{n-1}B] \text{ olur.}$$

2.18.2 ÜÇGEN ÇİZİMİ

Bütün geometrik şekillerin çizimlerinde şu sıra takip edilir.

1. Çizilecek şeklin kaba bir taslağı çizilir.

2. Elemanların verilen ölçüleri taslak üzerinde gösterilir.

3. Şeklin hemen çizilebilecek kısmı araştırılır ve çizilir.

4. Çizilebilen kısım üzerinden, verilen koşulları değerlendirerek istenen şekle geçilir.

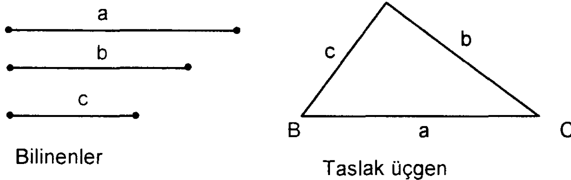
5. Çizimin irdelenmesi yapılır. Yani verilen koşullara göre çizimin mümkün olup olmadığı, aynı koşullara uyan kaç değişik çizim olabileceği araştırılır. Eş şekiller bir çizim sayılır.

UYARI : Üçgenlerin eşliği üzerine aksiyom ve teoremlere göre bir üçgenin belli olması için, en az biri uzunluk olmak üzere üç elemanının ölçüsünün belli olması gerekir.

ÖRNEK 2.25 (K.K.K. temel çizimi)

Üç kenarının uzunlukları verilen üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :

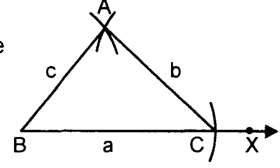


Bilinenler

Taslak üçgen

a, b ve c uzunlukları şekildeki gibi verilmiş olsun.

Pergel $|BC| = a$ kadar açılarak [BX ışını üzerinde C noktası bulunur.



B merkezli ve c yarıçaplı çember yayı ile C merkezli ve b yarıçaplı çember yayının kesiştiği nokta A köşesidir.

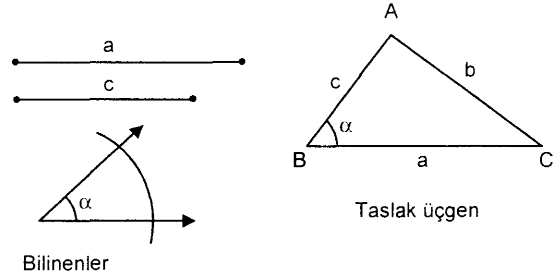
İrdeleme : Çizimin mümkün olması için $a \geq b \geq c \Rightarrow b + c > a$ olmalıdır.

Uygulama : $a = 7\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$ ve $c = 3$ alarak üçgeni çiziniz.

ÖRNEK 2.26 (K.A.K. temel çizimi)

İki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açısının ölçüsü verilen üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :

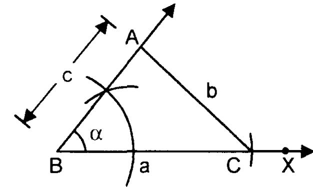


Bilinenler

Taslak üçgen

a ve c uzunlukları ile ölçüsü α olan açı şekildeki gibi verilmiş olsun. [BX ışını üzerinde $|BC| = a$ olacak biçimde C noktası alınır. Ölçüsü α olan açı, bir kenarı [BC olacak biçimde B köşesine taşınır. Açının diğer kenarı üzerinde $|BA| = c$ olacak biçimde A noktası alınarak [AC] çizilir.

Anlatılanlara göre çizim şekildeki gibidir.



İrdeleme : Çizim, verilecek her ölçü için mümkündür.

Uygulama : $a = 6$ cm, $c = 4$ cm ve $m(\hat{B}) = 110°$ alarak üçgeni çiziniz.

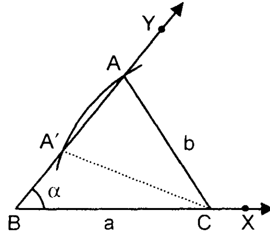
NOT : Bütün çizimlerde **bilinenler, taslak, çizim** sırasına uyulmalıdır. Yalnız biz bundan sonraki örneklerde, çözümü uzatmamak için, verilen ölçüleri taslak üzerinde gösterecek ve çizimi açıklamakla yetineceğiz. Yapacağımız açıklamalara dayanarak çizimi siz tamamlamalısınız.

ÖRNEK 2.27 (K.K.A. temel çizimi)

a, b ve $m(\hat{B})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Ölçüsü $m(\hat{B}) = \alpha$ olan $\widehat{XBY}$ açısının [BX kenarı üzerinde $|BC| = a$



olacak biçimde C noktası alınır. C merkezli ve b yarıçaplı çember yayı çizilir. Yayın, [BY ışınını kestiği nokta A köşesidir.

İrdeleme : C merkezli ve b yarıçaplı yay [BY ışınını iki noktada kesiyorsa $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'BC}$ gibi iki çizim; yay [BY ışınına bir noktada değiyorsa (teğet ise) ya da [BY ışınını bir noktada kesiyorsa bir çizim mümkündür. Yay [BY ışınını kesmiyorsa çizim mümkün değildir.

Uygulama :

1. $a = 7$ cm, $b = 5$ cm ve $m(\hat{B}) = 30°$ alarak üçgeni çiziniz.

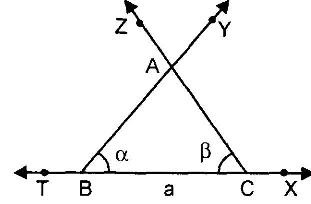
2. $a = 7$ cm, $b = 9$ cm ve $m(\hat{B}) = 120°$ alarak üçgeni çiziniz.

ÖRNEK 2.28 (A.K.A. temel çizimi)

a, $m(\hat{B})$ ve $m(\hat{C})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

TX doğrusu üzerinde $|BC| = a$ olacak biçimde B ve C noktaları alınır. B köşesinde, ölçüsü



$m(\hat{B})$ olacak biçimde $\widehat{XBY}$ açısı ve C köşesinde ölçüsü $m(\hat{C})$ olacak biçimde $\widehat{TCZ}$ açısı çizilirse $[BY \cap [CZ = \{A\}$ olur.

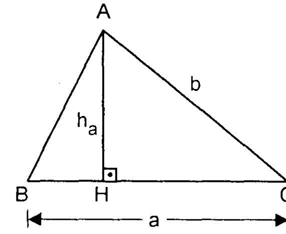
İrdeleme : $m(\hat{B}) + m(\hat{C}) < 180°$ olduğu her durumda çizim mümkündür ve bir tanedir.

ÖRNEK 2.29

a, b ve h_a ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

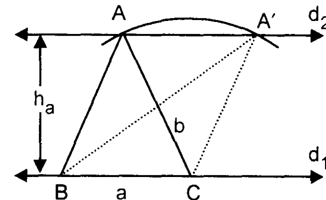
Taslağa göre, $\overset{\triangle}{AHC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimi ile çizilebilir ve buradan $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çizimine geçilebilir.



Yalnız, taslakta $\hat{C}$ açısının dar açı olması öngörülmüştür. Verilen ölçüler $\hat{C}$ açısının geniş açı olmasına da izin verebilir.

Bu iki değişik durumu kolayca görebilmek için çizimi şöyle yapalım :

Birbirinden h_a kadar uzaklıktaki d_1 ve d_2 doğrularından d_1 üzerinde $|BC| = a$ olacak biçimde [BC] doğru parçası alalım.



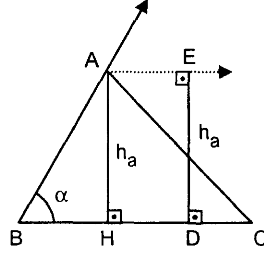
C merkezli b yarıçaplı çember yayının d_2 doğrusunu kestiği noktalardan her biri ABC üçgeninin A köşesi olabilir.

İrdeleme : $h_a < b$ ise çizim mümkündür ve iki tanedir.

ÖRNEK 2.30

a, h_a ve $m(\hat{B})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :



$\hat{B}$ açısı çizilir. Açının bir kenarı üzerinde $|BC| = a$ olacak biçimde C köşesi alınır.

BC den h_a uzaklığındaki paralelin açının diğer kenarını kestiği nokta A köşesidir.

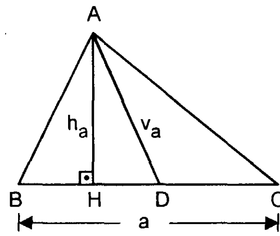
İrdeleme : Çizim daima mümkündür ve bir tanedir.

NOT : $\overset{\triangle}{ABH}$ üçgeninde $m(\hat{B})$ belli ise $m(\widehat{BAH})$ değeri de $m(\hat{B})$ nin tümleyeni olarak bellidir. Buna göre $\overset{\triangle}{ABH}$ üçgeninin çizimi A.K.A temel çizimi ile yapılıp buradan $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenine geçilebilirdi.

ÖRNEK 2.31

a, h_a ve v_a ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{AHD}$ üçgeni K.K.A temel çizimi ile çizilir. HD üzerinde

$|DB| = |DC| = \frac{a}{2}$

olacak biçimde B ve C noktaları alınarak çizim tamamlanır.

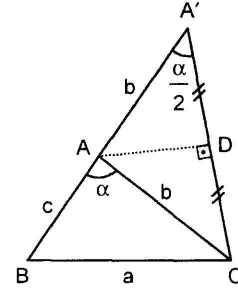
İrdeleme : $h_a < v_a$ ise çizim daima mümkündür ve bir tanedir.

Uygulama : $h_a = 3$ cm, $v_a = 4$ cm ve $a = 6$ cm alarak üçgeni çiziniz.

ÖRNEK 2.32

a, b+c ve $m(\hat{A})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



[BA ışını üzerinde $|AC| = |AA'| = b$ olacak biçimde bir A′ noktası alırsak $|A'B| = b + c$ uzunluğunu şekilde göstermiş oluruz.

$m(\hat{A}) = \alpha$ ise $\overset{\triangle}{A'AC}$ ikizkenar üçgeninde

$m(\hat{A}) = \frac{\alpha}{2}$ olacağından $\overset{\triangle}{A'BC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimi ile çizilir. [A′C] nin orta dikmesinin [A′B] yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

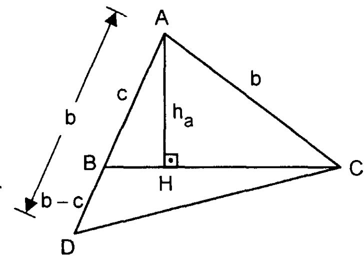
İrdeleme : $\overset{\triangle}{A'BC}$ üçgeni, B merkezli a yarıçaplı çember yayının [A′C ışınını kestiği nokta sayısına göre bir veya iki değişik şekilde çizilebilir ya da çizilemez. (K.K.A. temel çizimi). $\overset{\triangle}{A'BC}$ üçgeninin iki değişik çiziminden elde edilecek $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A''BC'}$ üçgenlerinin eş olacağını gösteriniz. Buna göre çizim mümkünse, bir tanedir.

Uygulama : $a = 6$ cm, $b + c = 10$ cm ve $m(\hat{A}) = 60°$ alarak üçgeni çiziniz.

ÖRNEK 2.33

b − c , h_a ve $m(\hat{B})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



$m(\hat{B}) = \alpha$ ise $m(\widehat{BAH}) = 90° - \alpha$ olacağından $\overset{\triangle}{ABH}$ dik üçgeni A.K.A temel çizimi ile çizilir. [AB ışını üzerinde $|BD| = b - c$ olacak biçimde D noktası alınırsa $|AD| = b$ bulunur.

A merkezli $|AD|$ yarıçaplı çember yayının $[BH$ ışınını kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin C köşesi olur.

İrdeleme : Çizimin bir tane olacağını görünüz.

Uygulama : $b-c=2$ cm, $h_a=4$ cm ve $m(\hat{B})=50°$ alarak üçgeni çiziniz.

ÖRNEK 2.34

a, h_c ve $m(\hat{B})-m(\hat{C})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{HBC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimi ile çizilir.

$m(\widehat{ABD})=m(\hat{B})-m(\hat{C})$ olacak biçimde $[BD$ ışını alalım.

$[BD \cap [AC]=\{E\}$ dersek $\overset{\triangle}{EBC}$ üçgeni ikizkenar olacağından $[BC]$ nin orta dikmesi E den geçer.

$[BH \cap [CE$ üçgeni A köşesini verir.

İrdeleme : $h_c<a$ ve $m(\hat{B})-m(\hat{C})<180°$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

Uygulama : $a=6$ cm, $h_c=4$ cm ve $m(\hat{B})-m(\hat{C})=150°$ alarak üçgeni çiziniz.

2. BÖLÜMÜN ÖZETİ

Bu bölümde Euclid Geometri Sistemi'ni önemli ölçüde kurduk ve örnek problemlere sistemin bilgilerini uyguladık. Örneklerde de gördüğünüz gibi, problemleri çözerken tanım, aksiyom ve teoremlerden yararlandık. Siz de problem çözerken bunlardan yararlanacaksınız. Önemli bulduğunuz birkaç teorem ve bunların kuru sonuçları ile yetinirseniz problem çözme becerinizi olabileceği kadar geliştiremezsiniz.

Tanım, aksiyom ve teoremleri bilmezseniz sistemi kavrayamaz, teoremlerin ispat yollarını öğrenmezseniz önemli problem çözme tekniklerini kaçırmış olursunuz.

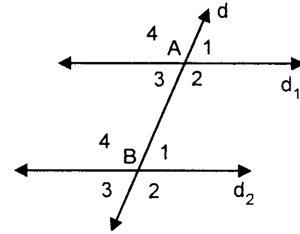
Bu düşüncelerimizi saklı tutarak, problemlerin çözümünde sık sık başvuracağınız bazı bilgilerin altını çizmekte yarar görüyoruz. Özetleyeceğimiz özeliklerin nedenlerini de bilmeniz mutlaka yararlı olacaktır.

$d_1 // d_2$ ise

$\hat{A}_1 \cong \hat{B}_1$; $\hat{A}_2 \cong \hat{B}_2$;

$\hat{A}_3 \cong \hat{B}_3$; $\hat{A}_4 \cong \hat{B}_4$

(Yöndeş açılar)

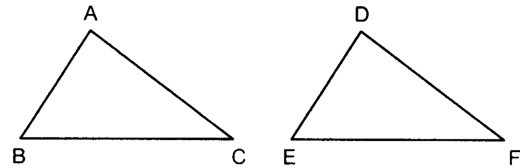


$\hat{A}_2 \cong \hat{B}_4$; $\hat{A}_3 \cong \hat{B}_1$ (İçters açılar)

$\hat{A}_1 \cong \hat{B}_3$; $\hat{A}_4 \cong \hat{B}_2$ (Dışters açılar)

$m(\hat{A}_2)+m(\hat{B}_1)=180°$; $m(\hat{A}_4)+m(\hat{B}_3)=180°$

Üçgenlerin Eşliği



I. $\left.\begin{array}{c}[AB]\cong[DE] \\ [BC]\cong[EF] \\ \hat{B}\cong\hat{E}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}\cong\overset{\triangle}{DEF}$ (K.A.K.)

II. $\left.\begin{array}{c}\hat{B}\cong\hat{E} \\ \hat{C}\cong\hat{F} \\ [BC]\cong[EF]\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}\cong\overset{\triangle}{DEF}$ (A.K.A.)

III. $\left.\begin{array}{l}[AB] \cong [DE] \\ [AC] \cong [DF] \\ [BC] \cong [EF]\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ (K.K.K.)

IV. $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde

$|AB| < |BC|$, $[AB] \cong [DE]$,

$[BC] \cong [EF]$ ve $m(\hat{A}) = m(\hat{D})$ ise

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF}$ olur. (K.K.A.)

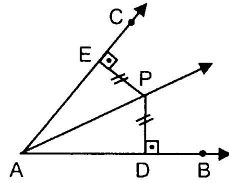
PD⊥[AB

PE⊥[AC

olmak üzere

$|PD| = |PE| \Leftrightarrow$

[AP açıortay

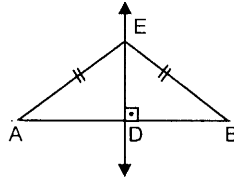


DE⊥[AB]

olmak üzere

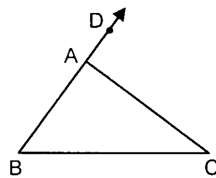
$|EA| = |EB| \Leftrightarrow$

DE ortadikme



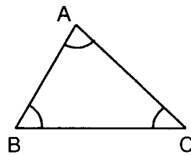
• Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçülerinin toplamına eşittir.

$m(\widehat{DAC}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C})$



Bir üçgende iç açıların ölçülerinin toplamı 180° dir.

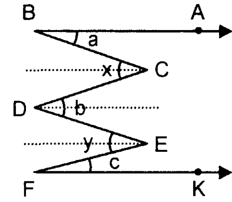
$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$



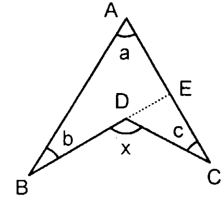
[BA//[FK ise

$a + b + c = x + y$ dir.

(Şekildeki paralelleri çizerek görünüz.)



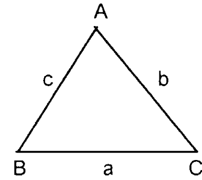
$x = a + b + c$ dir.



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

① $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ise $a < b < c$ dir.

② $|b - c| < a < b + c$ dir.

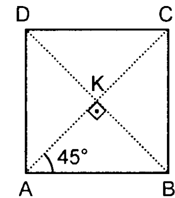


Üçgende ve bütün konveks çokgenlerde dış açılar toplamı 360° dir.

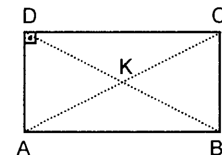
---

n kenarlı bir çokgende iç açılar toplamı $(n-2)\cdot 180°$ dir.

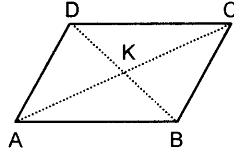
Karede köşegenler birbirine eştir, diktir, birbirini ortalar ve kenarlarla 45 er derecelik açılar yaparlar.



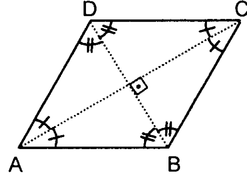
Dikdörtgende köşegenler eştir ve birbirini ortalar.



Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.



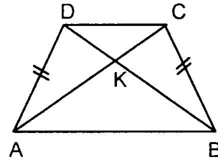
Eşkenar dörtgende köşegenler birbirine diktir, birbirini ortalar ve kenarlarla eşit açılar yaparlar.



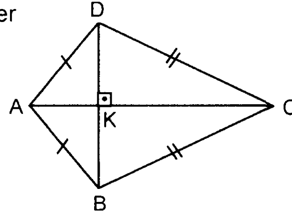
İkizkenar yamukta köşegenler birbirine eştir. Ayrıca

$|KA| = |KB|$ ve

$|KC| = |KD|$ dir.



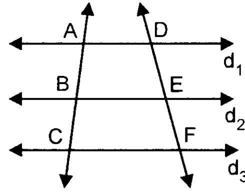
Deltoidde köşegenler birbirine diktir. Eş açı köşelerini birleştiren köşegen ortalanır.



$d_1 // d_2 // d_3$ ve

$|AB| = |BC|$ ise

$|DE| = |EF|$ dir.

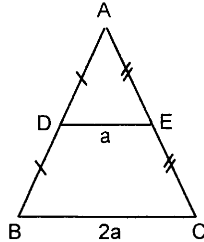


$|AD| = |DB|$ ve

$|AE| = |EC|$ ise

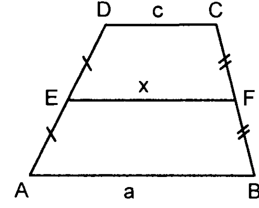
DE // BC ve

$|DE| = \frac{1}{2}|BC|$ dir.



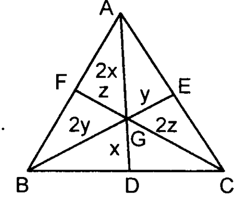
Yamukta, ortataban tabanlara paralel olup uzunluğu taban uzunluklarının aritmetik ortasıdır.

$x = \frac{a+c}{2}$

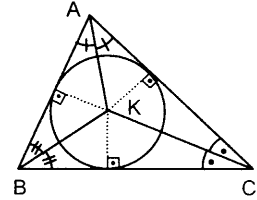


Üçgende kenarortaylar bir G noktasında kesişir.

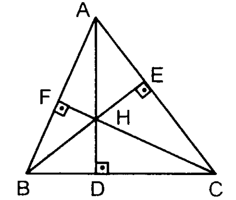
$\frac{|GA|}{|GD|} = \frac{|GB|}{|GE|} = \frac{|GC|}{|GF|} = 2$ dir.



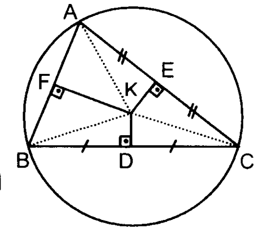
Üçgende açıortaylar kenarlardan eşit uzaklıktaki bir K noktasında kesişirler. Bu nokta üçgenin içteğet çemberinin merkezidir.



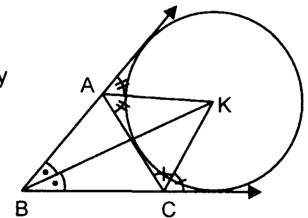
Üçgende yükseklikler bir H noktasında kesişir.



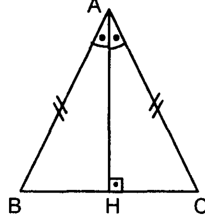
Üçgende kenarorta dikmeleri, köşelerden eşit uzaklıktaki bir K noktasında kesişirler. Bu nokta üçgenin çevrel çemberinin merkezidir.



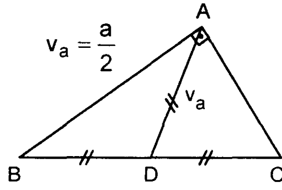
Üçgende iki dış açıortay ile üçüncü köşedeki iç açıortay bir K noktasında kesişir. Bu nokta üçgenin bir dış teğet çemberinin merkezidir.



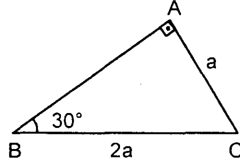
Bir ikizkenar üçgende tabana ait yükseklik, hem açıortay, hem kenarortay, hem de kenarorta dikmesidir. Eşkenar üçgen de bu her yükseklik için geçerlidir.



Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.



Bir dik üçgende 30° lik açının karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.



NOT : 2. Bölüm boyunca "$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde....", "$\widehat{ABC}$ açısının...." ... gibi fazlalıklar içeren ifadeler kullandık.

"$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde.." ifadesi "ABC üçgeni üçgeninde..." anlamındadır. "üçgeni" sözcüğü, sembolle ifade edildikten sonra bir de yazıyla tekrarlanmaktadır. Dolayısıyla, doğru olmayan bir ifade biçimidir. Bunun doğrusu ya "ABC üçgeninde..." ya da "$\overset{\triangle}{ABC}$ nde..." dir.

Biz bu doğru ifade biçimlerinden birincisini, ABC ye bakar bakmaz onun üçgen olduğunu vurgulamadığı gerekçesiyle; ikincisini de sembollere pek alışkın olmayan öğrencilerin okumasını zorlaştıracağı gerekçesiyle pek kullanmadık. Algılamayı ve okumayı kolaylaştıracağı düşüncesi ile "$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde..." biçimini tercih ettik.

2. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. $m(\hat{A}) = 37°18'45''$ ve

$m(\hat{B}) = 26°49'53''$ ise

a) $m(\hat{A}) + 2m(\hat{B}) = ?$

b) $2m(\hat{A}) - m(\hat{B}) = ?$

c) $90° - m(\hat{A}) = ?$

ÇÖZÜM :

a)

$$m(\hat{A}) = 37°18'45''$$
$$+\ 2\cdot m(\hat{B}) = 52°98'106''$$
$$m(\hat{A}) + 2m(\hat{B}) = 89°116'151''$$
$$m(\hat{A}) + 2m(\hat{B}) = 89°118'\ 31''$$
$$m(\hat{A}) + 2m(\hat{B}) = 90°\ 58'\ 31''$$

b)

$$2m(\hat{A}) = 74°\ 36'\ 90''$$
$$-\ m(\hat{B}) = 26°\ 49'\ 53''$$
$$2m(\hat{A}) - m(\hat{B}) = 48°(-13')37''$$
$$2m(\hat{A}) - m(\hat{B}) = 47°\ 47'\ 37''$$

c)

$$90° = 89°\ 59'\ 60''$$
$$m(\hat{A}) = 37°\ 18'\ 45''$$
$$90° - m(\hat{A}) = 52°\ 41'\ 15''$$

2. $K = \{x : |5-3x| > 4,\ x \in R\}$ kümesini koordinat sisteminde gösteriniz.

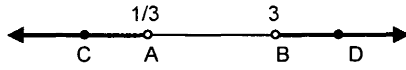
ÇÖZÜM :

$|5-3x| > 4$

$\Rightarrow 5-3x < -4$ veya $5-3x > 4$

$\Rightarrow -3x < -9$ veya $-3x > -1$

$\Rightarrow \quad x > 3 \quad \text{veya} \quad x < \frac{1}{3}$

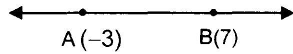


$K = (AC \cup (BD$

3. Sayı ekseninde A(−3) ve B(7) noktaları verilmiştir. $2|CA| = 3|CB|$ koşulunu gerçekleyen C(x) noktalarını bulunuz.

ÇÖZÜM :

C noktası A nın solunda iken



$|CA| < |CB|$ olacağından $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{3}{2}$ olamaz.

Öyleyse,

$2|CA| = 3|CB| \Rightarrow 2|-3-x| = 3|7-x|$ denklemini $-3 \le x < 7$ ve $x \ge 7$ durumları için çözeceğiz.

$-3 \le x < 7$ ise

$2|-3-x| = 3|7-x| \Rightarrow 2(3+x) = 3(7-x)$

$\Rightarrow 6 + 2x = 21 - 3x \Rightarrow x = 3$ bulunur.

$-3 \le 3 < 7$ olduğundan $C_1(3)$ noktası verilen koşulu gerçekler.

$x \ge 7$ ise

$2|-3-x| = 3|7-x| \Rightarrow 2(3+x) = 3(-7+x)$

$\Rightarrow 6 + 2x = -21 + 3x \Rightarrow x = 27$ bulunur.

$27 \ge 7$ olduğundan $C_2(27)$ noktası da verilen koşulu gerçekler.

4. Birbirlerini tümleyen iki açının ölçülerinin oranı $\frac{7}{9}$ dur. Buna göre, açılardan küçüğünün ölçüsü nedir?

ÇÖZÜM :

Açılardan küçüğünün ölçüsü 7k olursa büyüğünün ölçüsü 9k olur.

$7k + 9k = 90° \Rightarrow k = \frac{90°}{16}$

$\Rightarrow 7k = \frac{315°}{8} \Rightarrow 7k = \left(39\frac{3}{8}\right)^{\circ}$ dir.

$\left(\frac{3}{8}\right)^{\circ} = \frac{3}{8} \cdot 60' = \left(\frac{45}{2}\right)' = \left(22\frac{1}{2}\right)'$ ve

$\left(\frac{1}{2}\right)' = \frac{1}{2} \cdot 60'' = 30''$ olduğundan küçük açının ölçüsü $39° 22' 30''$ olur.

5. Şekilde

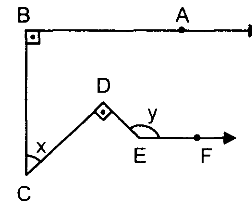
$[BA \,//\, [EF$,

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = 90°$,

$m(\hat{C}) = x$ ve

$m(\hat{E}) = y$ ise

x ile y arasındaki bağıntı nedir?

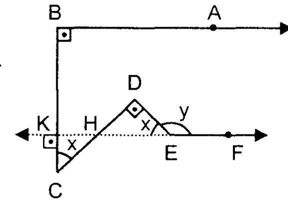


ÇÖZÜM :

$EF \cap BC = \{K\}$ ve

$EF \cap CD = \{H\}$ olsun.

Kenarları ikişer ikişer birbirine dik açılar olduklarından



$m(\widehat{KCH}) = m(\widehat{DEH}) = x$ ve doğrusal açı çifti oluşturduğundan

$m(\widehat{DEH}) = m(\widehat{DEF}) = 180° \Rightarrow x + y = 180°$ bulunur.

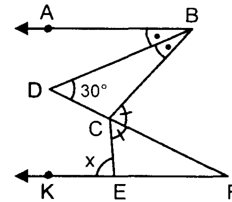
6. Şekilde

$[BA \,//\, [FK$,

$[BD$ ile $[CF$ açıortay

ve $m(\widehat{BDF}) = 30°$ ise

$m(\widehat{CEK}) = x$ kaç derecedir?

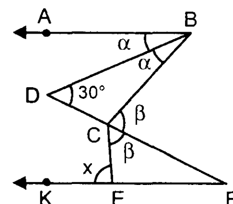


ÇÖZÜM :

Eş açıların ölçülerini α ve β ile gösterirsek,

$\overset{\Delta}{BCD}$ üçgeninde

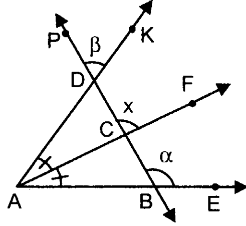
$\beta - \alpha = 30°$ ve



$[EK // [BA$ olduğundan

$x + 2\alpha = 2\beta \Rightarrow x = 2(\beta - \alpha) \Rightarrow x = 60°$ bulunur.

7. Şekilde $\widehat{EAF} \cong \widehat{FAK}$, $m(\widehat{EBD}) = \alpha$, $m(\widehat{KDP}) = \beta$ ve $m(\widehat{FCD}) = x$ ise x in α ve β türünden eşiti nedir?



ÇÖZÜM :

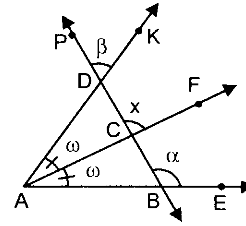
Eş açıların ölçülerini ω ile gösterirsek,

$\overset{\triangle}{ACD}$ üçgeninde

$x = \beta + \omega$ ① ve

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

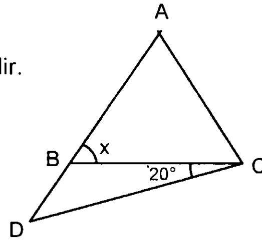
$\alpha = x + \omega$ ② olur.



② deki $\omega = \alpha - x$ değeri ① de yerine konursa,

$x = \beta + \alpha - x \Rightarrow x = \dfrac{\alpha + \beta}{2}$ bulunur.

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 110°$ dir. $|AC| = |AD|$ ve $m(\widehat{BCD}) = 20°$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

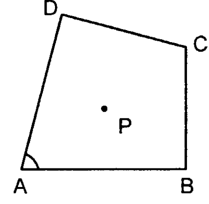
$m(\hat{B}) = x$ ise $m(\widehat{ACB}) = 110° - x$ olur.

$\overset{\triangle}{BDC}$ üçgeninde $m(\hat{D}) = x - 20°$ ve $|AD| = |AC|$ olduğundan

$m(\hat{D}) = m(\widehat{ACD}) \Rightarrow x - 20° = 20° + 110° - x$

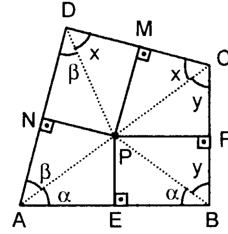
$\Rightarrow x = 75°$ bulunur.

9. ABCD dörtgeninin köşeleri, düzlemin bir P noktasından eşit uzaklıktadır. Buna göre $m(\hat{A}) = 80°$ ise $m(\hat{C})$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

Köşelerden eşit uzaklıktaki P noktası kenarların orta dikmelerinin kesim noktasıdır.



$\overset{\triangle}{PAB}$, $\overset{\triangle}{PAD}$, $\overset{\triangle}{PDC}$ ve $\overset{\triangle}{PBC}$ ikizkenar üçgenlerinin taban açılarının ölçülerini α, β, x ve y ile gösterelim.

$\alpha + \beta = 80°$ verilmiştir.

ABCD dörtgeninde

$2\alpha + 2\beta + 2x + 2y = 360°$

$\Rightarrow 2 \cdot 80° + 2(x + y) = 360°$

$\Rightarrow x + y = 100° \Rightarrow m(\hat{C}) = 100°$ bulunur.

10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B açısının açıortayı, $[AH]$ yüksekliğini D noktasında, A dan $[AB]$ ye çizilen dikmeyi E noktasında kesiyor.

$|AD| = |AE|$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC}) = \alpha$ dersek,

$\overset{\triangle}{DBH}$ dik üçgeninde

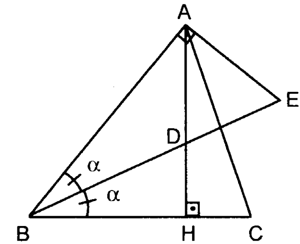
$m(\widehat{BDH}) = 90° - \alpha$ ve

$\overset{\triangle}{ABE}$ dik üçgeninde

$m(\widehat{AEB}) = 90° - \alpha$ olur.

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{AED}) = 90° - \alpha$

$\Rightarrow |AD| = |AE|$ bulunur.



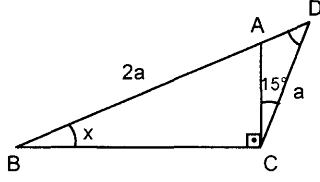
11. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$AC \perp BC$,

$D \in [BA$

$|AB| = 2|CD|$ ve

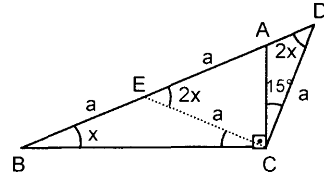
$m(\widehat{ACD}) = 15°$ dir.



Buna göre $m(\hat{B}) = x$ kaç derecedir?

ÇÖZÜM :

$|AB| = 2|CD|$ verisi "Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir." teoremini çağrıştırmaktadır.



Buna göre, $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninin $[CE]$ kenarortayını çizersek $|BE| = |EA| = |EC| = |CD|$ olur.

$m(\hat{B}) = x$ dersek,

$m(\widehat{BCE}) = x$, $m(\widehat{CED}) = 2x$, $m(\hat{D}) = 2x$ ve

$m(\widehat{BAC}) = 2x + 15°$ olacağını görünüz.

O halde, $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$m(\hat{B}) + m(\widehat{BAC}) = 90°$

$\Rightarrow x + 2x + 15° = 90° \Rightarrow x = 25°$ dir.

12. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

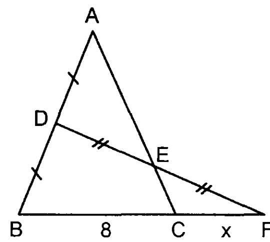
$|AD| = |DB|$,

$[DE \cap [BC = \{F\}$,

$|DE| = |EF|$ ve

$|BC| = 8$ birim ise

$|CF| = x$ kaç birimdir?



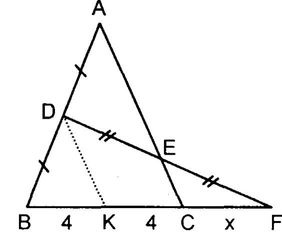
ÇÖZÜM :

DK // AC çizilirse Thales Teoremi'ne göre $|BD| = |DA|$

$\Rightarrow |BK| = |KC| = 4$ ve

$|FE| = |ED| \Rightarrow |FC| = |CK|$

$\Rightarrow x = 4$ birim bulunur.



13. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

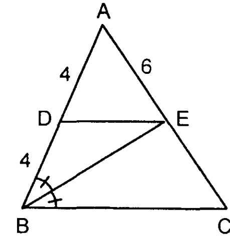
$[BE]$ açıortay ve

DE // BC dir.

$|AD| = |BD| = 4$ birim

ve $|AE| = 6$ birim

olduğuna göre $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresi kaç birimdir?



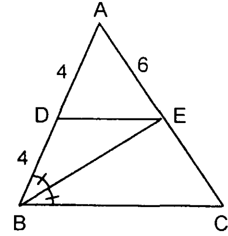
ÇÖZÜM :

$|AD| = |BD|$

olduğundan

Thales Teoremi'ne göre

$|AE| = |EC| = 6$ birimdir.



$\widehat{DEB} \cong \widehat{EBC}$ (İçters açılar)

ve $\widehat{EBC} \cong \widehat{EBD}$ ($[BE$ açıortay) olduğundan

$\widehat{EBD} \cong \widehat{DEB} \Rightarrow |DB| = |BE| = 4$ birim olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $|BC| = 2|DE|$ olduğundan

$|BC| = 8$ birim ve üçgenin çevresi de

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = |AB| + |BC| + |AC| = 8 + 8 + 12$

$\Rightarrow Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 28$ birim olur.

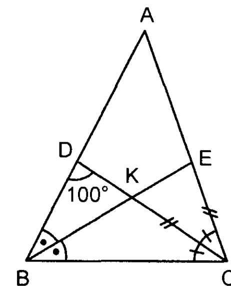
14. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[BE]$ ve $[CD]$ açıortayları K noktasında kesişmektedir.

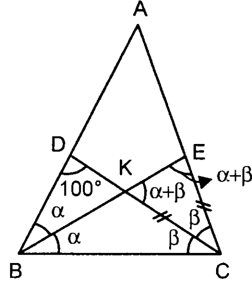
$|CK| = |CE|$ ve

$m(\widehat{BDC}) = 100°$ ise

$m(\hat{A})$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :



Eşit açıların ölçülerini α ve β ile gösterirsek,

$\overset{\triangle}{KBC}$ üçgeninde

$m(\widehat{EKC}) = \alpha + \beta$ ve

$|CE| = |CK|$ olduğundan

$m(\widehat{CKE}) = m(\widehat{KEC}) = \alpha + \beta$ olur.

$\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninde $2\alpha + \beta = 80°$ ① ve

$\overset{\triangle}{EKC}$ üçgeninde $2\alpha + 3\beta = 180°$ ② olup

① ve ② den $\beta = 50°$ ve $\alpha = 15°$ bulunur.

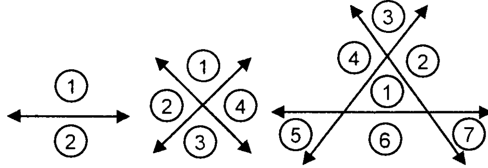
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $m(\hat{A}) + 2\alpha + 2\beta = 180°$

$\Rightarrow m(\hat{A}) + 30° + 100° = 180° \Rightarrow m(\hat{A}) = 50°$ olur.

15. n doğru düzlemi, bu doğrular dışında, en çok kaç ayrık bölgeye ayırır

ÇÖZÜM :

1 doğrunun düzlemi en çok 2 bölgeye,
2 doğrunun düzlemi en çok 4 bölgeye ve
3 doğrunun düzlemi en çok 7 bölgeye
ayırdığını görünüz.



Dikkat edilirse her yeni doğru şekle eklendiğinde, var olan ayrık bölge sayısı en fazla o doğrunun sıra numarası kadar artmaktadır.

Buna göre,

1 doğru düzlemi en çok $1+1$,

2 doğru düzlemi en çok $1+1+2$,

3 doğru düzlemi en çok $1+1+2+3$,

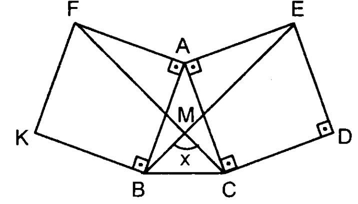
4 doğru düzlemi en çok $1+1+2+3+4$,

n doğru düzlemi en çok $1+1+2+........n$
bölgeye ayırır.

Öyleyse,

n doğru düzlemi $\frac{n(n+1)}{2} + 1$ ayrık bölgeye ayırır.

16. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin $[AB]$ ve $[AC]$ kenarları üzerine AFKB ve ACDE kareleri oturtulmuştur.

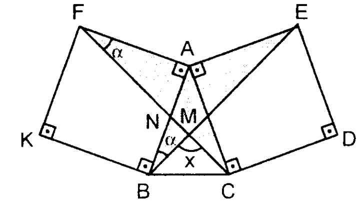


$[BE] \cap [CF] = \{M\}$ ise

$m(\widehat{BMC}) = x$ kaç derecedir?

ÇÖZÜM :

$[AB] \cap [CF] = \{N\}$ diyelim.



$|AF| = |AB|$,

$|AC| = |AE|$ ve

$m(\widehat{FAC}) = m(\widehat{BAE}) = 90° + m(\widehat{BAC})$

olduğundan $\overset{\triangle}{AFC} \cong \overset{\triangle}{ABE}$ (K.A.K.) olur.

Bu eşlik, $m(\widehat{AFC}) = m(\widehat{ABE}) = \alpha$ eşitliğini gerektirir.

$\overset{\triangle}{AFN}$ üçgeninde $m(\widehat{BNF}) = 90° + \alpha$

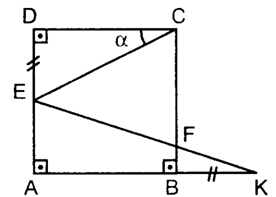
ve $\overset{\triangle}{BMN}$ üçgeninde $m(\widehat{BNF}) = \alpha + m(\widehat{BMN})$

olduğundan

$\alpha + m(\widehat{BMN}) = 90° + \alpha \Rightarrow m(\widehat{BMN}) = 90°$

$\Rightarrow m(\widehat{BMC}) = 90°$ bulunur.

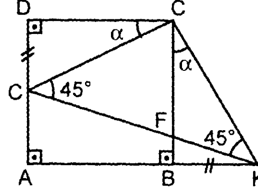
17. ABCD karesinde $[AB$ üzerinde $|BK| = |DE|$ olacak biçimde K noktası alınmıştır.



$m(\widehat{DCE}) = \alpha$ ise

$m(\widehat{AKE})$ değeri, α cinsinden nedir?

ÇÖZÜM :



C ile K yı birleştirirsek

$\overset{\triangle}{CDE} \cong \overset{\triangle}{CBK}$ (K.A.K.) olur.

Bu eşlik

$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{BCK}) = \alpha$ ve

$|CE| = |CK|$ eşitliklerini gerektirir.

Bu eşitliklerden

$m(\widehat{ECK}) = 90°$ ve

$m(\widehat{CEK}) = m(\widehat{CKE}) = 45°$ olduğu çıkarılır.

$\overset{\triangle}{DCE}$ üçgeninde

$m(\widehat{CEA}) = 90° + \alpha \Rightarrow 45° + m(\widehat{AEK}) = 90° + \alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{AEK}) = 45° + \alpha$ ve

$\overset{\triangle}{EAK}$ üçgeninde

$m(\widehat{AKE}) = 90° - (45° + \alpha)$

$\Rightarrow m(\widehat{AKE}) = 45° - \alpha$ bulunur.

18. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgen

$F \in [AB]$,

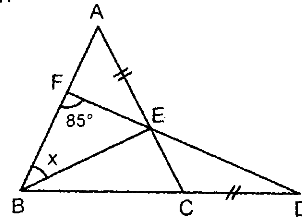
$E \in [AC]$ ve

$[BC \cap [FE = \{D\}$dir.

$|AE| = |CD|$ ve

$m(\widehat{BFD}) = 85°$ ise

$m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

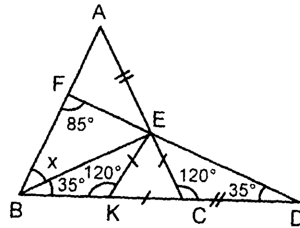
$\overset{\triangle}{FBD}$ üçgeninde

$m(\hat{D}) = 35°$ dir.

EK // AB çizersek

$\overset{\triangle}{EKC}$ eşkenar üçgen olur.

Buna göre



$|EK| = |EC|$,

$|BK| = |AE| = |CD|$ ve

$m(\widehat{BKE}) = m(\widehat{ECD}) = 120°$ olacağından

$\overset{\triangle}{BKE} \cong \overset{\triangle}{DCE}$ (K.A.K.) dir.

Bu eşlik $m(\widehat{EBK}) = m(\widehat{EDC}) = 35°$ eşitliğini gerektirir.

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{EBK})$

$\Rightarrow m(\widehat{ABE}) = 60° - 35°$

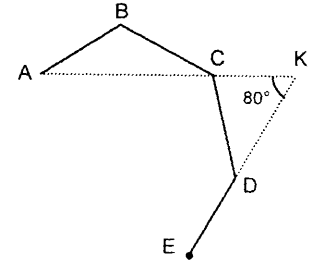
$\Rightarrow m(\widehat{ABE}) = 25°$ bulunur.

19. A, B, C, D, E noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir.

$[AC \cap [ED = \{K\}$ ve

$m(\widehat{CKD}) = 80°$ olduğuna göre

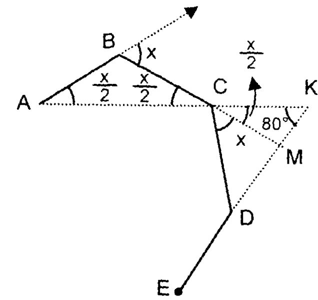
bu düzgün çokgen kaç kenarlıdır?



ÇÖZÜM :

$[BC \cap [ED = \{M\}$ olsun.

Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü bulunursa kaç kenarlı olduğu belli olur.



Çokgenin bir dış açısının ölçüsüne x dersek,

$m(\widehat{MCD}) = m(\widehat{MDC}) = x$ (Dış açılar),

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCA}) = \frac{x}{2}$ $(|BA| = |BC|)$ ve

$m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{MCK}) = \frac{x}{2}$ (Ters açılar) olur.

$\overset{\triangle}{MCD}$ üçgeninde $m(\widehat{KMC}) = 2x$ ve

$\overset{\triangle}{CMK}$ üçgeninde $2x + \frac{x}{2} + 80° = 180°$

$\Rightarrow x = 40°$ bulunur.

Öyleyse, çokgenin kenar sayısı

$n = \frac{360°}{40°} \Rightarrow n = 9$ dur.

20. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgenlerini çiziniz. ($m(\hat{A}) = 90°$)

1°)	V_a , $m(\hat{B})$	**2°)**	b, n_C
3°)	h_a , n_A	**4°)**	$b+c$, a
5°)	$b+c$, $m(\hat{B})$	**6°)**	$b-c$, a
7°)	$a+b$, c	**8°)**	$a-b$, c

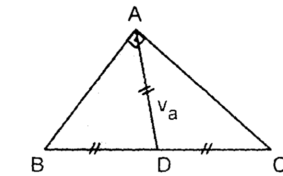
ÇÖZÜM :

1°) $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

[AD] kenarortay ise

$|AD| = |DC| = |DB| = V_a$

olduğunu hatırlayınız.



O halde, $\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir.

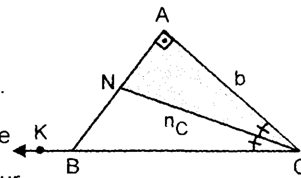
[BD üzerinde [BD] ≅ [DC] alınıp C noktası A ile birleştirilerek $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çizimi tamamlanır.

İrdeleme : $m(\hat{B}) < 90°$ için çizim mümkündür ve bir tanedir.

2°) $\overset{\triangle}{ANC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir.

$\widehat{ACN} \cong \widehat{NCK}$ çizilirse

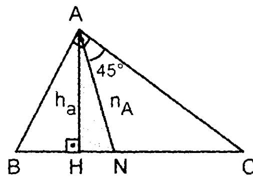
$[AN \cap [CK = \{B\}$ olur.



İrdeleme : $b < n_C$ koşuluyla çizim mümkündür ve bir tanedir.

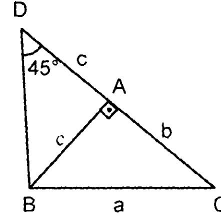
3°) $\overset{\triangle}{AHN}$ üçgeni K.K.A temel çizimine göre çizilir.

[AN] nin iki tarafında, bir kolu [AN olan 45 er derecelik açılar alınırsa bu açıların diğer kollarının HN doğrusunu kestiği noktalar B ve C köşeleri olur.



İrdeleme : $h_a < n_A$ koşuluyla çizim mümkündür ve bir tanedir.

4°) [CA üzerinde, A noktası arada olmak üzere [AD] ≅ [AB] alınırsa $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninde



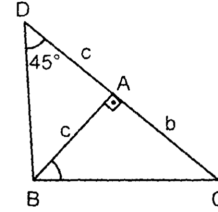
$|DC| = b+c$, $|BC| = a$ ve $m(\hat{D}) = 45°$ olup bu üçgen, K.K.A. temel çizimine göre çizilir.

B köşesinden [CD] ye çizilen dikmenin ayağı $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninin çiziminde, C merkezli a yarıçaplı çember yayının $\hat{D}$ açısının diğer kolunu kestiği nokta sayısına göre çizim ya yoktur, ya bir tanedir ya da iki tanedir. Yalnız, iki çizimin olması durumunda çizilen üçgenlerin eş oldukları ispatlanabilir.
Öyleyse, çizim varsa bir tanedir.

5°) [CA üzerinde [AD] ≅ [AB] alınırsa $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninde

$|CD| = b-c$, $m(\hat{D}) = 45°$

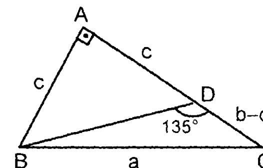


ve $m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{ABC}) + 45°$ olup bu üçgen K.A.A. temel çizimine göre çizilir.

B köşesinden [CD] ye çizilen dikmenin ayağı, (ya da [BD] nin orta dikmesinin [CD] yi kestiği nokta) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $m(\hat{B}) < 90°$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

6°) A ile C arasında [AD] ≅ [AB] alınırsa $|DC| = b-c$ ve



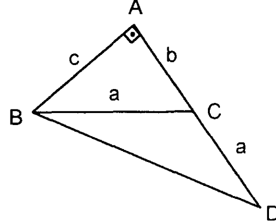
$m(\widehat{BDC}) = 135°$ olur.

$\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir.

[BD]nin orta dikmesinin [CD yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $a > b-c$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

7°) C noktası arada olmak üzere [AC üzerinde $[CD] \cong [CB]$ alınırsa



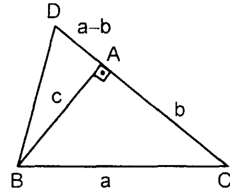
$|AD| = a+b$ olur.

$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeni K.A.K. temel çizimine göre çizilir.

[BD] nin orta dikmesinin [AD] yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin C köşesidir.

İrdeleme : $a+b > c$ olmak üzere çizim mümkündür ve bir tanedir.

8°) [CA üzerinde $[CD] \cong [CB]$ alınırsa $|AD| = a-b$ olur.



$\overset{\triangle}{ABD}$ dik üçgeni K.A.K. temel çizimine göre çizilir.

$\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeni ikizkenar olacağından [BD] nin orta dikmesinin [DA yı kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin C köşesi olur.

İrdeleme : $a-b < c$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

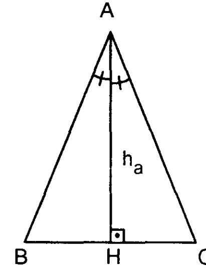
21. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgenlerini çiziniz. $(|AB| = |AC|)$

1°) h_a, $m(\hat{A})$ **2°)** h_b, $m(\hat{B})$

3°) $2u$, h_a **4°)** $a+c$, $m(\hat{A})$

ÇÖZÜM :

1°) $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde [AH] yüksekliği aynı zamanda açıortay ve kenarortay



olduğundan $m(\hat{A})$ belli ise $m(\widehat{BAH})$,

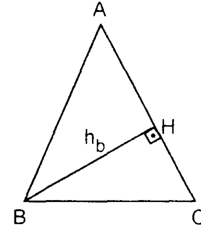
$m(\widehat{BAH}) = \frac{1}{2} m(\hat{A})$ olarak bellidir.

O halde, $\overset{\triangle}{ABH}$ üçgeni A.K.A. temel çizimine göre çizilir.

[BH üzerinde $[HC] \cong [BH]$ alınarak üçgenin C köşesi bulunur.

İrdeleme : Çizim mümkündür ve bir tanedir.

2°) $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde $m(\hat{B})$ belli ise $m(\hat{C})$ ile $m(\widehat{HBC})$, $m(\hat{C}) = m(\hat{B})$



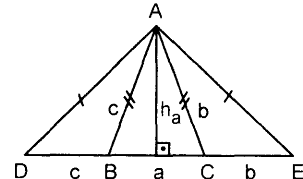
ve $m(\widehat{HBC}) = 90° - m(\hat{B})$ olarak bellidir.

O halde $\overset{\triangle}{HBC}$ üçgeni A.K.A. temel çizimine göre çizilir.

[BC] nin orta dikmesinin [CH ışınını kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $m(\hat{B}) < 90°$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

3°) [CB üzerinde $[BD] \cong [BA]$ ve [BC üzerinde $[CE] \cong [CA]$ alınırsa



$|DE| = a+b+c = 2u$ olur.

$\overset{\triangle}{ADE}$ üçgeni ikizkenar olacağından [DE] nin orta dikmesi üzerinde $|HA| = h_a$ alınarak $\overset{\triangle}{ADE}$ üçgeni çizilir.

[AD] ve [AE] nin orta dikmelerinin [DE] yi kestiği noktalar $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B ve C köşeleri olur.

İrdeleme : ABC ikizkenar üçgeninde $h_a < b = c$ olacağından $2h_a < b + c$ ve $2h_a + a < a + b + c$

$\Rightarrow 2h_a + a < 2u \quad \Rightarrow h_a < u$ olur.

$h_a < u$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

4°) [BC üzerinde

[CD] ≅ [CA] alalım.

$m(\hat{A})$ belli ise

$|AB| = |AC| = |CD|$

olduğundan $m(\hat{B})$ ile $m(\hat{D})$,

$m(\hat{B}) = m(\widehat{BCA}) = 90° - \frac{1}{2}m(\hat{A})$ ve

$m(\hat{D}) = 45° - \frac{1}{4}m(\hat{A})$ olarak bellidir.

O halde $\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeni A.K.A temel çizimine göre çizilir. [AD] nin orta dikmesinin [BD] yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin C köşesidir.

İrdeleme : Çizim mümkündür ve bir tanedir.

22. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenlerini çiziniz.

1°) a, h_b, $m(\hat{A})$ **2°)** a, h_a, v_a

3°) b, c, v_a **4°)** c, h_c, v_a

5°) b, c, $m(\hat{B}) - m(\hat{C})$ **6°)** a, b − c, $m(\hat{B}) - m(\hat{C})$

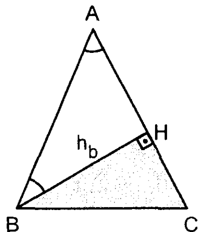
7°) b − c, h_a, $m(\hat{C})$ **8°)** b − c, h_a, $m(\hat{B})$

9°) a, b + c, h_b **10°)** a, b + c, $m(\hat{B}) - m(\hat{C})$

11°) h_b, h_c, b − c **12°)** a, b + c, $h_b + h_c$

ÇÖZÜM :

1°) $\overset{\triangle}{HBC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir.



$m(\hat{A})$ belli ise $m(\widehat{ABH})$ değeri

$m(\widehat{ABH}) = 90° - m(\hat{A})$ olarak bellidir.

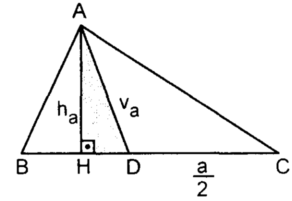
Bir kenarı [BH ve ölçüsü $90° - m(\hat{A})$ olan açının diğer kenarının [CH ışınını kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $h_b < a$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

$\hat{A}$ geniş açı olarak verildiğinde

$m(\widehat{ABH}) = m(\hat{A}) - 90°$ olacağını ve A köşesinin H ile C arasında bulunacağını görünüz.

2°) $\overset{\triangle}{AHD}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir.



HD üzerinde

$|DB| = |DC| = \frac{a}{2}$ olacak

biçimde B ve C köşeleri alınır.

İrdeleme : $h_a < v_a$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

3°) [AD üzerinde

$|DE| = v_a$ olacak

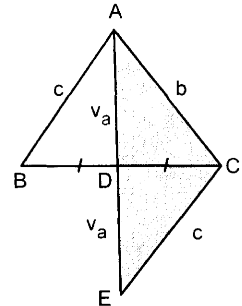
biçimde E noktası alınırsa,

$|AE| = 2v_a$ ve

Thales Teoremi'ne göre

$|CE| = c$ olacağından

$\overset{\triangle}{ACE}$ üçgeni K.K.K. temel çizimine göre çizilir.



[AE] nin orta noktası D ise [CD üzerinde $|CD| = |DB|$ olacak biçimde alınacak B noktası $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B köşesidir.

İrdeleme : $2v_a < b + c$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

4°) [AD üzerinde $|DE| = v_a$ olacak biçimde E noktası alınırsa, $|AE| = 2v_a$ ve Thales Teoremi'ne göre $|CE| = |AB| = c$, CE // AB olur.

AK ⊥ CE çizilirse $|AK| = |CH| = h_c$ olacağından $\overset{\triangle}{AKE}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir.

[EK üzerinde $|EC| = c$ olacak biçimde C köşesi bulunur. [AE] nin orta noktası D ise [CD üzerinde $|CD| = |BD|$ olacak biçimde alınacak B noktası da $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B köşesi olur.

İrdeleme : $h_c < 2v_a$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

5°) A merkezli c yarıçaplı çember yayı [BC yi D de kessin.

$m(\widehat{ADB}) = m(\hat{B})$,

$|AD| = |AB| = c$ ve $m(\widehat{DAC}) = m(\hat{B}) - m(\hat{C})$ olur.

$\overset{\triangle}{ADC}$ üçgeni K.A.K. temel çizimine göre çizilir.

A merkezli ve $|AD|$ yarıçaplı çember yayının [CD yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B köşesidir.

İrdeleme : Çizim mümkündür ve bir tanedir.

NOT : $b-c$, $b+c$, $m(\hat{B}) - m(\hat{C})$ gibi ölçülere uygun doğru parçaları ya da açılar, üçgende değişik konumlarda gösterilebilir. Yalnız, seçeceğimiz konum diğer verilerden yararlanmamızı mümkün kılmalıdır.

6°) A merkezli c yarıçaplı çember yayının [AC] yi kestiği nokta D ise $|CD| = b - c$ olur.

$m(\widehat{DBC})$ ölçüsünün $\frac{1}{2}[m(\hat{B}) - m(\hat{C})]$ olduğunu görünüz.

O halde $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilebilir. [BD] nin orta dikmesinin [CD yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $b - c < a$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

7°) $\overset{\triangle}{AHC}$ üçgeni K.A.A. temel çizimine göre çizilir.

[CA üzerinde $|CD| = b - c$ olacak biçimde D noktası alınırsa $|AD| = c$ olur.

A merkezli $|AD|$ yarıçaplı çember yayının [CH ışınını kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B köşesidir.

İrdeleme : $m(\hat{C}) < 90^\circ$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

8°) $\overset{\triangle}{ABH}$ üçgeni K.A.A. temel çizimine göre çizilir.

[AB üzerinde $|BD| = b - c$ olacak biçimde D noktası alınırsa $|AD| = b$ olur.

O halde A merkezli $|AD|$ yarıçaplı çember yayının [BH ışınını kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin C köşesidir.

İrdeleme : $m(\hat{B}) < 90^\circ$ ise çizim mümkün ve bir tanedir.

9°) [CA üzerinde $[AD] \cong [AB]$ alınırsa $|CD| = b + c$ olur.

Taslağa göre, $\overset{\triangle}{HBC}$ üçgeni K.K.A.

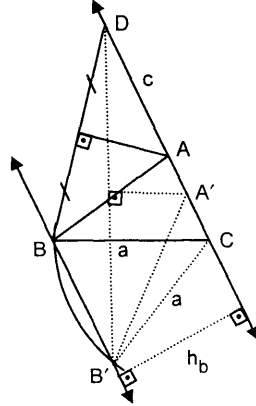
temel çizimi ile çizilerek $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgenine, buradan da $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenine geçilebilir.

Yalnız, taslakta $\hat{C}$ açısının dar açı olduğu öngörülmüştür. Verilen ölçülere göre, bu açının geniş açı olabileceği de dikkate alınmalıdır. Bu iki değişik durumu kolayca gösterebilmek için $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninin çizimini şöyle yapalım :

Aralarındaki uzaklık h_b kadar olan d_1 ve d_2 paralel doğrularını çizelim.

d_1 üzerinde $|CD| = b + c$ olacak biçimde $[CD]$ doğru parçası alalım.

C merkezli a yarıçaplı çember yayının d_2 doğrusunu kestiği noktalardan herbiri $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeninin B köşesi olarak alınabilir. (Bu noktaları şekilde B ve B′ ile adlandırdık.)



$[BD]$ nin (ya da $[B'D]$ nin) orta dikmesinin d_1 doğrusunu kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A (ya da A′) köşesidir.

İrdeleme : $h_b < a < b + c$ olmak koşuluyla çizim mümkündür ve iki tanedir.

10°) $[CA$ üzerinde $[AD] \cong [AB]$ alınırsa $|CD| = b + c$ ve

$$m(\widehat{DBC}) = 180° - m(\hat{C}) - m(\hat{D})$$

$$\Rightarrow m(\widehat{DBC}) = 180° - m(\hat{C}) - \frac{1}{2}m(\hat{A})$$

$$\Rightarrow m(\widehat{DBC}) - m(\hat{C}) - \frac{1}{2}\left[180° - m(\hat{B}) - m(\hat{C})\right]$$

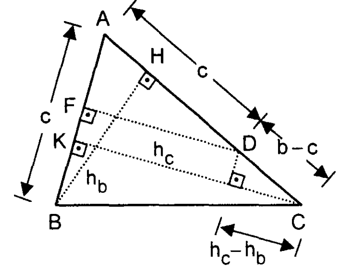
$$\Rightarrow m(\widehat{DBC}) = 90° + \frac{1}{2}\left[m(\hat{B}) - m(\hat{C})\right] \text{ olur.}$$

D c A c b B a C

Öyleyse, $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgeni K.K.A temel çizimine göre çizilir. $[BD]$ nin orta dikmesinin $[CD]$yi kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $a < b + c$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

11°) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin $[BH]$ ve $[CK]$ yüksekliklerini çizelim. $b > c$ olduğundan $|CK| > |BH|$ olacaktır.



A ile C arasında $[AD] \cong [AB]$ olmak üzere D noktasını alarak $[DE] \perp [CK]$ ve $[DF] \perp [AB]$ çizelim.

$\overset{\triangle}{ABD}$ ikizkenar üçgeninde $|BH| = |DF|$;

$\overset{\triangle}{DEC}$ dik üçgeninde $|CD| = b - c$ ve

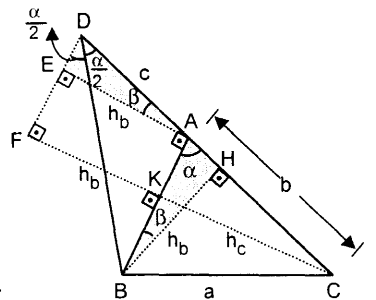
$|EC| = |CK| - |DF| \Rightarrow |EC| = |CK| - |BH|$

$|EC| = h_c - h_b$ olur.

Buna göre $\overset{\triangle}{DEC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimi ile çizilir. $[CE$ üzerinde $|EK| = h_c$ olacak biçimde alınacak K noktasından $[CE$ ye dik olarak çizilen doğrunun $[CD$ yi kestiği nokta A köşesi olur. $[AK$ üzerinde $[AB] \cong [AD]$ alınarak $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B köşesi bulunur.

İrdeleme : $h_c - h_b < b - c$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir.

12°) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin yükseklikleri $[BH]$ ve $[CK]$ olsun. $b + c$ ile $h_b + h_c$ uzunluklarını taslakta, çizime yardımcı olabilecek biçimde göstermeliyiz. $[AD]$ kenarı $[CA$ üzerinde olacak biçimde, şekilde görüldüğü gibi, $\overset{\triangle}{ABH}$ üçgenine eş bir $\overset{\triangle}{DAE}$ üçgeni çizelim.



$\overset{\triangle}{DAE} \cong \overset{\triangle}{ABH}$ eşliği

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{BAH}) = \alpha$, $m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{HBA}) = \beta$,

$|AE| = |BH| = h_b$ ve $|AD| = |AB|$ eşitliklerini gerektirir.

Bu eşitliklerden, DE // AB, BA ⊥ AE ve

$m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{EDB}) = \frac{\alpha}{2}$ sonuçları çıkarılır.

$[DE \cap [CK = \{F\}$ diyelim.

FKAE dörtgeni bir dikdörtgen olacağı için

$|FK| = |EA| = h_b$ dir.

$\overset{\triangle}{DFC}$ dik üçgeninde, $|CD| = b + c$ ve

$|CF| = h_b + h_c$ olur.

Bu bilgilerle çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{DFC}$ üçgeni K.K.A. temel çizimine göre çizilir. C merkezli a yarıçaplı çember yayının, $\widehat{CDF}$ açısının açıortayını kestiği nokta $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B köşesi olur. $[BD]$ nin orta dikmesinin $[CD]$yi kestiği nokta da $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesidir.

İrdeleme : $h_b + h_c < b + c$ ise çizim mümkündür ve bir tanedir. C merkezli a yarıçaplı çemberin $\widehat{CDF}$ açısının açıortayını iki noktada kesmesi durumunda iki çizim olsa da bunlar birbirine eştir.

2. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. $m(\hat{A}) = 43°35'26''$ ve

$m(\hat{B}) = 29°51'45''$ ise

a) $m(\hat{A}) + 2m(\hat{B}) = ?$

b) $90° - \frac{1}{2}m(\hat{A}) = ?$

c) $90° - \frac{1}{3}m(\hat{B}) = ?$

2. $A = \{x : |x-2| \le 6;\ x \in R\}$ ve

$B = \{x : |5+2x| > 5;\ x \in R\}$ kümeleri veriliyor.

a) $A - B$ kümesini,

b) $A \cap B$ kümesini ve

c) $A \cup B$ kümesini

koordinat sisteminde gösteriniz.

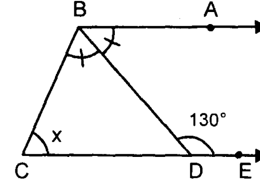
3. Şekilde

BA // CE,

$\widehat{CBD} \equiv \widehat{DBA}$ ve

$m(\widehat{BDE}) = 130°$

ise $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?



4. Şekilde

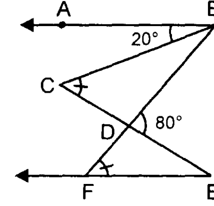
AB // FE,

$m(\widehat{ABC}) = 20°$,

$m(\widehat{BDE}) = 80°$ ve

$\widehat{BCE} \equiv \widehat{BFE}$ ise

$m(\widehat{BFE})$ kaç derecedir?



5. Şekilde

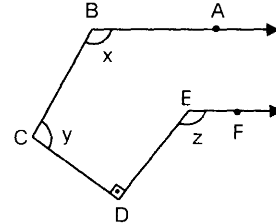
BA // EF ve

CD ⊥ DE dir.

$m(\hat{B}) = x$,

$m(\hat{C}) = y$ ve

$m(\hat{E}) = z$ ise $x + y - z$ kaç derecedir?



6. Şekilde

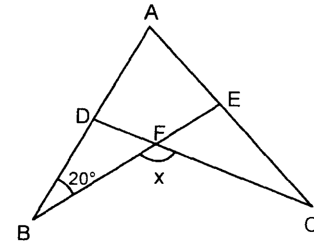
$|AB| = |BE|$,

$|AC| = |CD|$

$m(\hat{B}) = 20°$ ise

$m(\widehat{BFC}) = x$

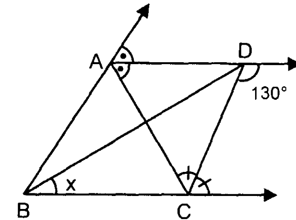
kaç derecedir?



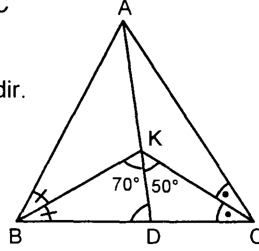
7. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A ve C köşesindeki dış açıortayları D noktasında kesişmektedir.

$m(\widehat{CDE}) = 130°$

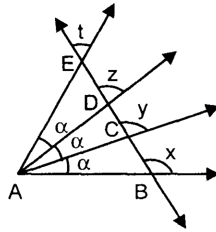
ise $m(\widehat{CBD}) = x$ kaç derecedir?



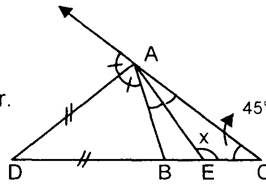
8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde B ve C açılarının açıortayları K noktasında kesişmektedir.
$K \in [AD]$,
$m(\widehat{BKD}) = 70°$ ve
$m(\widehat{CKD}) = 50°$ ise
$m(\widehat{BDK}) = x$ kaç derecedir?



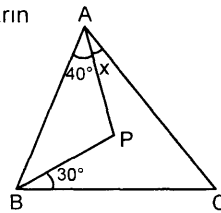
9. Şekildeki açıların ölçüleri içlerine yazılmıştır.
x, y, z, t ölçüleri arasındaki bağıntı nedir?



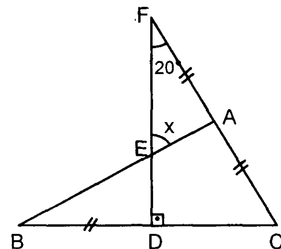
10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
[AD] dış açıortay,
[AE] iç açıortaydır.
$|AD| = |BD|$ ve
$m(\widehat{C}) = 45°$ ise
$m(\widehat{AEC}) = x$ kaç derecedir?



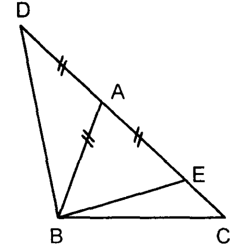
11. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde kenarların orta dikmelerinin kesim noktası P dir.
$m(\widehat{PAB}) = 40°$ ve
$m(\widehat{PBC}) = 30°$ ise
$m(\widehat{PAC}) = x$ kaç derecedir?



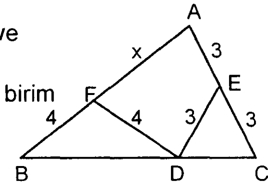
12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$[DE \perp [BC]$,
$[DE \cap [CA = \{F\}$,
$m(\widehat{F}) = 20°$ ve
$|FA| = |AC| = |BD|$ ise
$m(\widehat{AEF}) = x$ kaç derecedir?



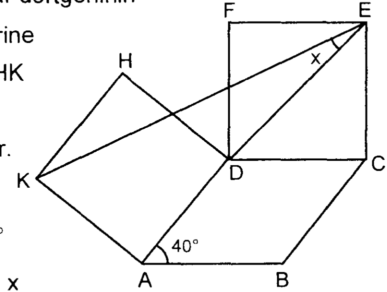
13. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$\{D, E\} \subset [CA$ dır.
$|AD| = |AB| = |AE|$ ve
$m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{C}) = 20°$
ise $m(\widehat{DBC})$
kaç derecedir?



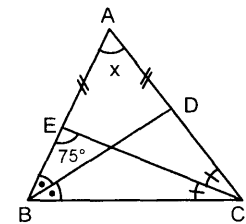
14. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$|BF| = |FD| = 4$ birim ve
$|AE| = |ED| = |EC| = 3$ birim
ise $|AF| = x$
kaç birimdir?



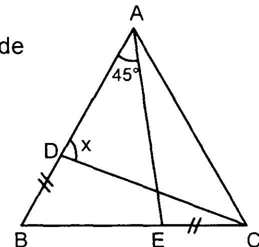
15. ABCD eşkenar dörtgeninin iki kenarı üzerine DCEF ve ADHK kareleri yerleştirilmiştir.
Buna göre
$m(\widehat{DAB}) = 40°$
ise $m(\widehat{AEK}) = x$
kaç derecedir?



16. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
[BD] ile [CE] açıortaydır.
$|AE| = |AD|$ ve
$m(\widehat{BEC}) = 75°$ ise
$m(\widehat{A}) = x$ kaç derecedir?



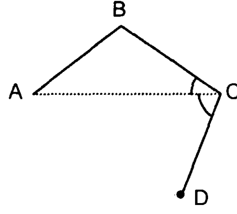
17. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninde
$|BD| = |EC|$ ve
$m(\widehat{BAE}) = 45°$ ise
$m(\widehat{ADC}) = x$
kaç derecedir?



18. A, B, C, D noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir.

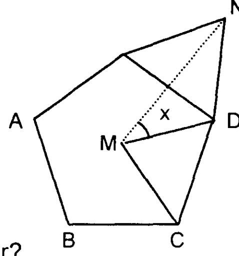
$m(\widehat{ACD}) = 7 \cdot m(\widehat{ACB})$

ise bu düzgün çokgen kaç kenarlıdır?



19. Şekilde ABCDE bir düzgün Beşgen ve $\overset{\triangle}{MCD}$ ile $\overset{\triangle}{NDE}$ birer eşkenar üçgendir.

Buna göre $m(\widehat{DMN}) = x$ kaç derecedir?



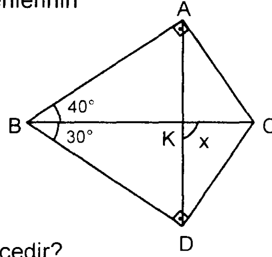
20. $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DBC}$ dik üçgenlerinin hipotenüsü $[BC]$ dir.

$[AD] \cap [BC] = \{K\}$,

$m(\widehat{ABC}) = 40°$ ve

$m(\widehat{DBC}) = 30°$ ise

$m(\widehat{DKC}) = x$ kaç derecedir?



21. Bir A noktasından 3 birim uzaklıktaki noktaların geometrik yeri ile bir B noktasından 5 birim uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin kesişim kümesi en az bir elemanlı olduğuna göre $|AB|$ uzunluğunun alabileceği en küçük ve en büyük değerleri bulunuz.

22. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin kenar uzunlukları $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 5$ cm ve $|BC| = 7$ cm dir.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çizerek, üçgenin iç bölgesinde ve kenarlardan en çok 1 cm uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerini gösteriniz.

23. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgenlerini çiziniz. ($m(\hat{A}) = 90$)

1°) b, V_a	**2°)** b, V_b
3°) b, h_a	**4°)** b − c , $m(\hat{B})$
5°) a + b , $m(\hat{B})$	**6°)** a − b , $m(\hat{C})$

24. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgenlerini çiziniz. ($|AB| = |AC|$)

1°) a, $m(\hat{A})$	**2°)** a, h_b
3°) n_b , $m(\hat{B})$	**4°)** h_a , $m(\hat{B})$
5°) b, V_b	**6°)** a − b , $m(\hat{A})$

25. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenlerini çiziniz.

1°) a, h_b , $m(\hat{B})$	**2°)** a, V_a , $m(\hat{C})$
3°) a, n_c , $m(\hat{B})$	**4°)** h_a , V_a , $m(\hat{C})$
5°) a, c, h_a	**6°)** h_a , $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$
7°) c, h_b , $m(\hat{C})$	**8°)** b, V_a , $m(\hat{A})$
9°) a, V_a , h_c	**10°)** V_a , V_b , V_c

26. Aşağıdaki elemanları bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenlerini çiziniz.

1°) a, b + c , $m(\hat{B})$	**2°)** b + c , $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$
3°) a, b + c , $m(\hat{A})$	**4°)** a, b + c , h_b
5°) b + c , h_b , $m(\hat{A})$	**6°)** a, b − c , $m(\hat{B})$
7°) a, b − c , $m(\hat{A})$	**8°)** h_a , c, $m(\hat{B}) - m(\hat{C})$
9°) b − c , h_a , $m(\hat{B})$	**10°)** a, b − c , h_c
11°) b − c , h_c , $m(\hat{A})$	**12°)** b − c , $m(\hat{A})$, $m(\hat{C})$
13°) $h_b - h_c$, c, $m(\hat{A})$	**14°)** b − c , $h_c - h_b$, $m(\hat{B})$
15°) b + c , h_b , h_c	**16°)** b, $h_b + h_c$, $m(\hat{A})$

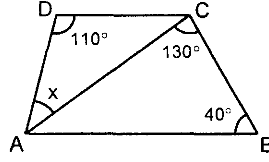
1. AB//CD,

$m(\hat{B}) = 40°$,

$m(\widehat{ACB}) = 130°$ ve

$m(\hat{D}) = 110°$ ise

$m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir ?



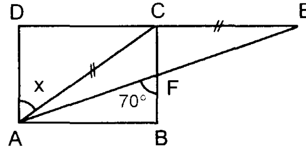
A) 40 B) 30 C) 50 D) 60 E) 70

2. ABCD dikdörtgen,

$|AC| = |CE|$ ve

$m(\widehat{AFB}) = 70°$

ise $m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir ?



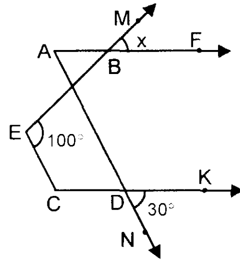
A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

3. Şekilde AF // CK, EC // AN,

$m(\hat{E}) = 100°$ ve

$m(\widehat{NDK}) = 30°$ ise

$m(\widehat{MBF}) = x$ kaç derecedir ?



A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

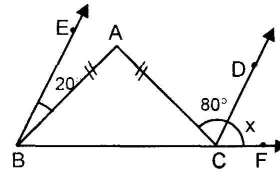
4. $|AB| = |AC|$,

BE // CD,

$m(\widehat{ABE}) = 20°$ ve

$m(\widehat{ACD}) = 80°$ ise

$m(\widehat{DCF}) = x$ kaç derecedir ?



A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

5. AF // DE,

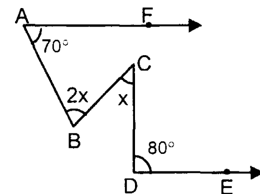
$m(\widehat{BAF}) = 70°$,

$m(\widehat{CDE}) = 80°$,

$m(\widehat{ABC}) = 2x$ ve

$m(\widehat{BCD}) = x$ ise

x kaç derecedir ?



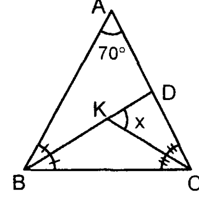
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

6. ABC üçgeninde BD ve CK açıortaydır.

$m(\hat{A}) = 70°$ ise

$m(\widehat{CKD}) = x$

kaç derecedir ?



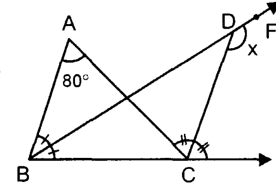
A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

7. ABC üçgeninde BF iç açıortay, CD dış açıortaydır.

$m(\widehat{BAC}) = 80°$ ise

$m(\widehat{CDF}) = x$

kaç derecedir ?



A) 100 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

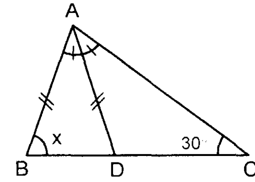
8. ABC üçgeninde AD açıortaydır.

$|AB| = |AD|$ ve

$m(\widehat{BCA}) = 30°$ ise

$m(\widehat{ABC}) = x$

kaç derecedir ?



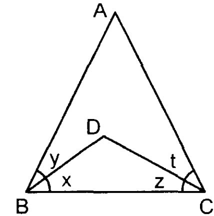
A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

9. D noktası, ABC üçgeninin iç bölgesindedir.

$|AB| = |AC|$ ve

$|DB| < |DC|$ ise

aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur ?



A) $y < z$ B) $x < t$ C) $x < z$

D) $y + z < x + t$ E) $x + z < y + t$

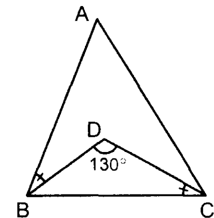
10. ABC üçgeninde

$\widehat{ABD} \cong \widehat{BCD}$ ve

$m(\widehat{BDC}) = 130°$ ise

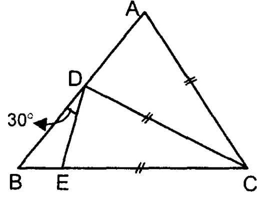
$m(\widehat{ABC})$

kaç derecedir ?



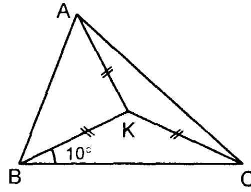
A) 40 B) 50 C) 60 D) 65 E) 70

11. ABC üçgeninde
|CA| = |CD| = |CE|
ve m($\widehat{BDE}$) = 30°
ise m($\widehat{BCA}$)
kaç derecedir ?



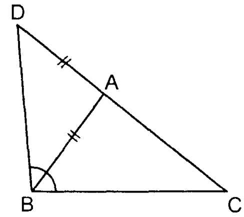
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

12. |KA| = |KB| = |KC|
ve m($\widehat{KBC}$) = 10°
ise m($\widehat{BAC}$)
kaç derecedir ?



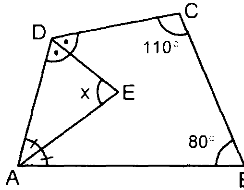
A) 60 B) 70 C) 80 D) 100 E) 120

13. ABC üçgeninde
[AC] kenarı
|AD| = |AB|
kadar uzatılmıştır.
m($\widehat{ABC}$) − m($\hat{C}$) = 20°
ise m($\widehat{DBC}$)
kaç derecedir ?



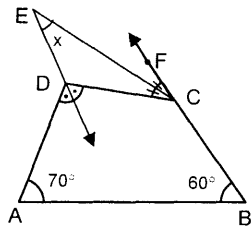
A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

14. ABCD dörtgeninde;
AE ve DE açıortaydır.
m($\hat{B}$) = 80° ve
m($\hat{C}$) = 110° ise
m($\widehat{AED}$) = x
kaç derecedir ?



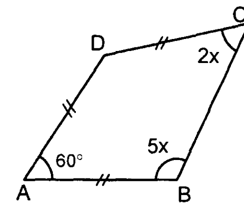
A) 95 B) 90 C) 85 D) 80 E) 75

15. ABCD dörtgeninde
m($\hat{A}$) = 70°,
m($\hat{B}$) = 60°,
[DE iç açıortayın
zıt ışını ve
[EC] dış açıortay
ise, m($\widehat{DEC}$) = x kaç derecedir ?



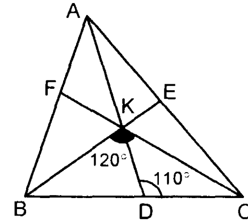
A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

16. |AB| = |CD| = |AD|,
m($\hat{A}$) = 60°,
m($\hat{B}$) = 5x ve
m($\hat{C}$) = 2x ise
m($\hat{D}$) kaç derecedir ?



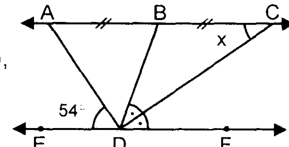
A) 100 B) 110 C) 120 D) 140 E) 160

17. ABC üçgeninin açıortaylarının kesim noktası K'dır.
m($\widehat{BKC}$) = 120° ve
m($\widehat{ADC}$) = 110° ise
m($\widehat{ABC}$) kaç derecedir ?



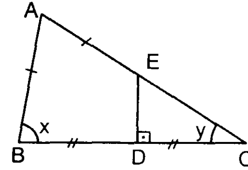
A) 80 B) 70 C) 60 D) 50 E) 40

18. AC // EF,
m($\widehat{BDC}$) = m($\widehat{CDF}$),
m($\widehat{ADE}$) = 54° ve
|AB| = |BC| ise
m($\widehat{ACD}$) = x kaç derecedir ?



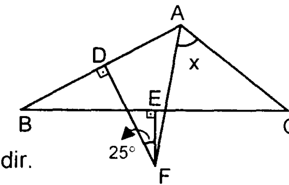
A) 27 B) 32 C) 36 D) 42 E) 46

19. |AB| = |AE|,
|BD| = |DC|,
DE ⊥ BC,
m($\widehat{ABC}$) = x ve
m($\widehat{BCA}$) = y ise
x ile y arasındaki bağıntı nedir ?



A) x = y B) x = 2y C) x + y = 90°
D) x = 3y E) x − y = 10°

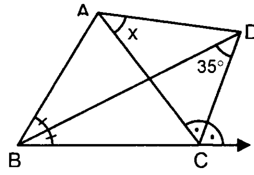
20. ABC üçgeninde
[AB] kenarının
orta dikmesi [DF],
[BC] kenarının
orta dikmesi [EF] dir.



Buna göre m($\widehat{DFE}$) = 25° ise m($\widehat{CAF}$) = x kaç derecedir ?

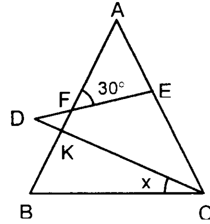
A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 75

21. ABC üçgeninde [BD] iç açıortay ve [CD] dış açıortaydır.
$m(\widehat{BDC}) = 35°$ olduğuna göre $m(\widehat{CAD}) = x$ kaç derecedir ?



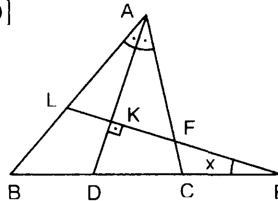
A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

22. ABC ve DEC ikizkenar üçgenlerdir. $|AB| = |AC|$, $|ED| = |EC|$ ve $m(\widehat{AFE}) = 30°$ ise $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir ?



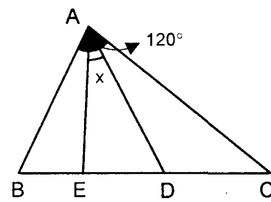
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

23. ABC üçgeninde, [AD] açıortay, EL⊥AD ve $m(\widehat{BCA}) - m(\widehat{B}) = 40°$ ise $m(\widehat{BEL}) = x$ kaç derecedir ?



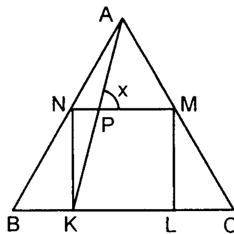
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

24. ABC üçgeninde, $|AB| = |BD|$, $|AC| = |EC|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 120°$ ise $m(\widehat{EAD}) = x$ kaç derecedir ?



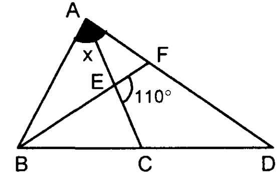
A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

25. ABC eşkenar üçgen, KLMN kare ise $m(\widehat{APM}) = x$ kaç derecedir ?



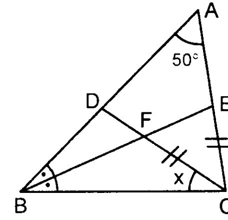
A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

26. Şekilde $|AB| = |AC|$, $|FB| = |FD|$ ve $m(\widehat{CEF}) = 110°$ ise $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir ?



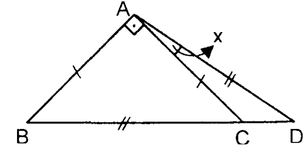
A) 55 B) 70 C) 80 D) 90 E) 110

27. ABC üçgeninde [BE] açıortay ve $|CE| = |CF|$ dir.
$m(\widehat{BAC}) = 50°$ ise $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir ?



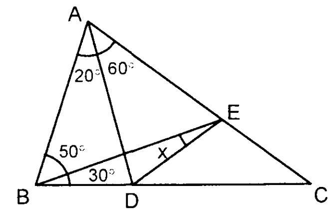
A) 25 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

28. ABC ikizkenar dik üçgendir. B, C, D doğrusal ve $|BC| = |AD|$ dir. Buna göre, $m(\widehat{CAD}) = x$ kaç derecedir ?



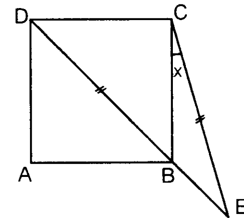
A) 10 B) 15 C) 22,5 D) 30 E) 37,5

29. Şekilde verilenlere göre, x kaç derecedir ?



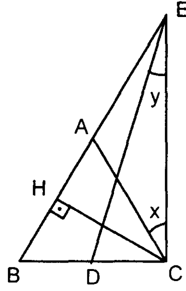
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

30. ABCD kare, E ∈ [DB ve $|CE| = |BD|$ ise x kaç derecedir ?



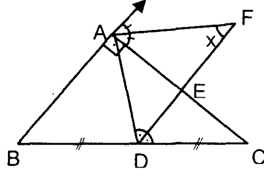
A) 10 B) 15 C) 22,5 D) 25 E) 30

31. Şekilde ABC üçgeni eşkenar, CH⊥BE, [BC] nin orta noktası D, |CH| = |AE|, $m(\widehat{ACE}) = x$ ve $m(\widehat{CED}) = y$ ise $x + y$ kaç derecedir ?



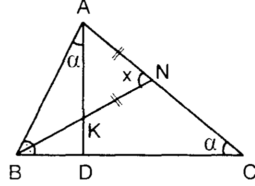
A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

32. ABC dik üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90°$, [AD] kenarortay, [AF] dış açıortaydır. ADC açısının açıortayı [DF] ise $m(\widehat{AFD}) = x$ kaç derecedir ?



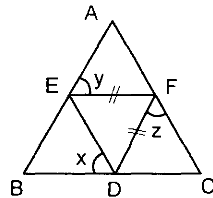
A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

33. ABC üçgeninde [BN] açıortay, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACD})$ ve |AN| = |KN| ise $m(\widehat{ANK})$ kaç derecedir ?



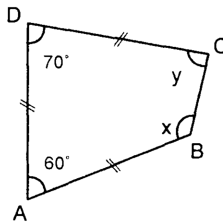
A) 75 B) 70 C) 67,5 D) 65 E) 60

34. ABC üçgeni eşkenar ve |DF| = |EF| ise x, y, z arasındaki bağıntı hangisidir ?



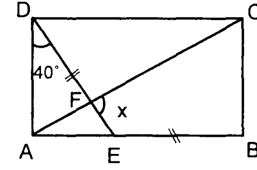
A) $x + y + z = 180°$
B) $2x = y + z$
C) $x + y + z = 90°$
D) $x = y = z$
E) $2y = x + z$

35. ABCD dörtgeninde |AB| = |AD| = |CD|, $m(\hat{A}) = 60°$, $m(\hat{D}) = 70°$, $m(\hat{B}) = x$ ve $m(\hat{C}) = y$ ise $x - y$ kaç derecedir ?



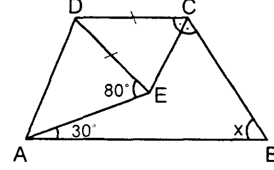
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

36. ABCD dikdörtgeninde |DE| = |EB| ve $m(\widehat{ADE}) = 40°$ ise $m(\widehat{EFC}) = x$ kaç derecedir ?



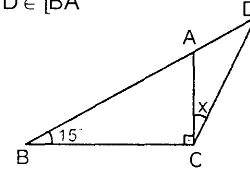
A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 90

37. ABCD dörtgeninde [CE] açıortaydır. $m(\widehat{AED}) = 80°$, $m(\widehat{BAE}) = 30°$ ve |DC| = |DE| ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir ?



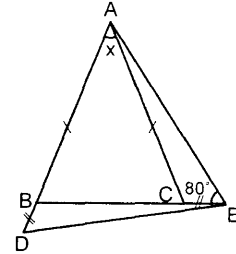
A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

38. AC⊥BC, |AB| = 2a, D ∈ [BA, |CD| = a ve $m(\widehat{ABC}) = 15°$ ise $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç derecedir ?



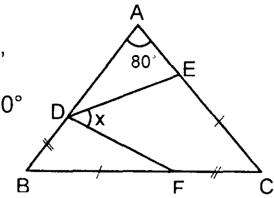
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

39. ABC ikizkenar üçgeninde [AB] ve [BC] kenarları |BD| = |CE| = |AB| − |BC| olacak biçimde uzatılıyor. |AB| = |AC| ve $m(\widehat{AED}) = 80°$ ise $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir ?



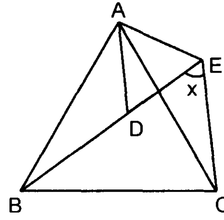
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

40. ABC üçgeninde |AB| = |AC|, |BD| = |FC|, |BF| = |EC| ve $m(\hat{A}) = 80°$ ise $m(\widehat{EDF}) = x$ kaç derecedir ?



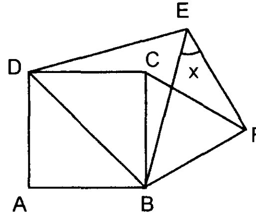
A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

41. Şekilde ABC ve ADE eşkenar üçgenlerdir. B, D ve E noktaları doğrusal olduğuna göre $m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir ?



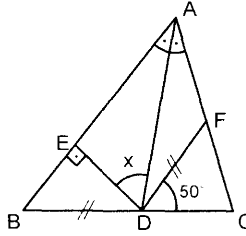
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

42. ABCD kare, BDE ve CBF eşkenar üçgen ise $m(\widehat{BEF}) = x$ kaç derecedir ?



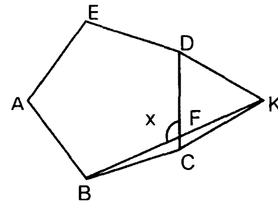
A) 75 B) 67,5 C) 60 D) 45 E) 30

43. ABC üçgeninde [AD] açıortaydır. $|DB| = |DF|$, $DE \perp AB$ ve $m(\widehat{CDF}) = 50°$ ise $m(\widehat{ADE}) = x$ kaç derecedir ?



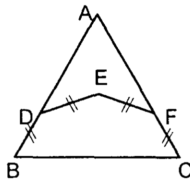
A) 40 B) 50 C) 55 D) 65 E) 70

44. ABCDE düzgün beşgen ve CDK eşkenar üçgendir. Buna göre, $m(\widehat{BFD}) = x$ kaç derecedir ?



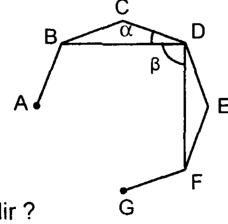
A) 105 B) 108 C) 110
D) 112 E) 114

45. ABC eşkenar üçgen ve B, D, E, F, C noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. Bu çokgen kaç kenarlıdır?



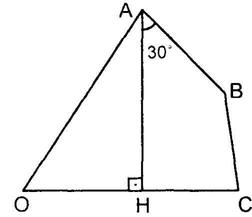
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

46. Şekilde A, B, C, D, E, F, G noktaları düzgün çokgenin köşeleri olup, [BD] ve [DF] köşegenleri çizilmiştir. Verilenlere göre α ile β arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir ?



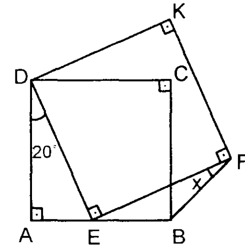
A) $4\alpha + \beta = 180°$ B) $\beta = 90° + \alpha$
C) $3\alpha + 4\beta = 360°$ D) $2\beta + 3\alpha = 180°$
E) $2\alpha = \beta$

47. A, B ve C, O merkezli düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. $AH \perp OC$ ve $m(\widehat{HAB}) = 30°$ ise bu çokgen kaç kenarlıdır ?



A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

48. ABCD ve DEFK birer karedir. $m(\widehat{ADE}) = 20°$ ise $m(\widehat{BFE}) = x$ kaç derecedir ?



A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

1. ABC üçgeninde

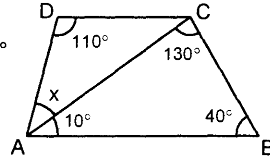
$m(\widehat{BAC}) + 40° + 130° = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 10°$ dir.

AB // CD olduğundan,

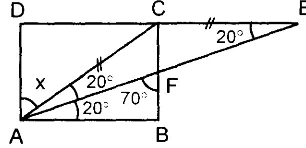
$10° + x + 110° = 180°$

$\Rightarrow x = 60°$ olur.



2. ABF dik üçgeninde

$m(\widehat{BAF}) = 20°$ dir.



$m(\widehat{BAF}) = m(\widehat{AEC}) = 20°$ (içters açılar)

$m(\widehat{AEC}) = m(\widehat{CAE}) = 20°$ (|CA| = |CE|)

$m(\widehat{BAD}) = x + 20° + 20° = 90° \Rightarrow x = 50°$ olur.

3. Yöndeş açılar olduğundan

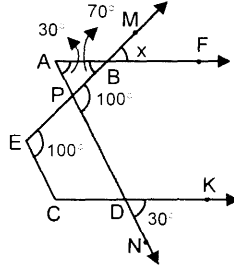
$m(\hat{A}) = m(\widehat{KDN}) = 30°$ ve

$m(\hat{E}) = m(\widehat{MPN}) = 100°$ dir.

APB üçgeninde,

$m(\widehat{ABP}) = 100° - 30° = 70°$

$\Rightarrow x = 70°$ olur.



4. Yöndeş açılar olduğundan

$m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{DCF}) = x$

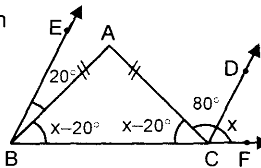
olur.

$|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = x - 20°$

ve B, C, F doğrusal olduğundan

$x - 20° + 80° + x = 180° \Rightarrow x = 60°$ bulunur.



5. BK // DE // AF çizelim.

Yöndeş açılar olduğundan

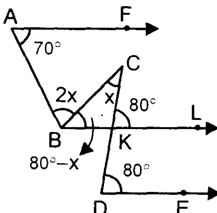
$m(\widehat{CKL}) = m(\hat{D}) = 80°$;

BKC üçgeninde

$m(\widehat{CBK}) = 80° - x$ ve

BL // AF olduğundan

$70° + 2x + 80° - x = 180° \Rightarrow x = 30°$ olur.



6. Eşit açıların ölçülerini α ve β ile gösterelim.

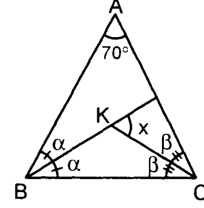
ABC üçgeninde

$2\alpha + 2\beta + 70° = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 55°$ ve

KBC üçgeninde

$x = \alpha + \beta = 55°$ bulunur.



ÇÖZÜM ANAHTARI 1

Eşit büyüklükleri aynı harfle gösteriniz.

Hem görüşünüz netleşir hem de yazım kolaylaşır.

ÇÖZÜM ANAHTARI 2

Mümkün olduğu kadar az sayıda harf kullanınız.

Fazla harf kullanmak fazla denklem yazmanızı gerektireceğinden işlemler yoğunlaşır.

7. Eşit açıların ölçülerini α ve β ile gösterelim.

ABC üçgeninde,

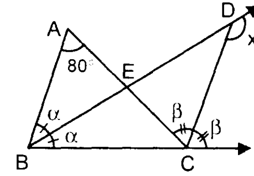
$2\beta - 2\alpha = 80°$

$\Rightarrow \beta - \alpha = 40°$ olur.

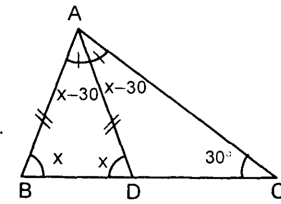
BCD üçgeninde

$\beta - \alpha$ değeri $\widehat{BDC}$ nin ölçüsünü verir.

$m(\widehat{BDC}) = \beta - \alpha = 40° \Rightarrow x = 140°$ olur.



8. [AD] açıortayının ayırdığı açılar ikinci bir harfle gösterilebilirdi. Öyle yapmayıp x ile yetinelim.



$|AB| = |AD| \Rightarrow m(\hat{B}) = m(\widehat{BDA}) = x$ ve

ADC üçgeninde $m(\widehat{DAC}) = x - 30°$ olur.

[AD] açıortay olduğundan,

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = x - 30°$ ve ABD üçgeninde,

$x - 30° + x + x = 180° \Rightarrow x = 70°$ bulunur.

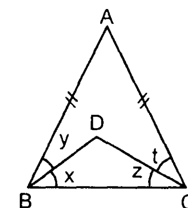
9. $|AB| = |AC|$ olduğundan

$x + y = z + t$, ①

$|DB| < |DC|$ olduğundan

$z < x$ ② dir.

① ve ② den $y < t$ ③ olur.

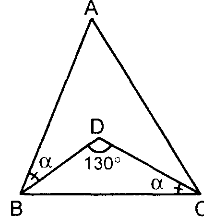


② ve ③ taraf tarafa toplanırsa

$z < x$ ②
$+ \quad y < t$ ③

$y + z < x + t$ bulunur.

10. $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{BCD}) = \alpha$ diyelim. DBC üçgeninde $m(\widehat{DBC}) = 50° - \alpha$ olur.

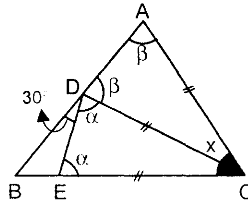


$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ABD}) + m(\widehat{DBC}) = \alpha + 50 - \alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 50°$ bulunur.

11. $|CA| = |CE| = |CD|$ olduğundan

$m(\widehat{CED}) = m(\widehat{CDE}) = \alpha$,
$m(\widehat{CDA}) = m(\widehat{CAD}) = \beta$
diyelim.



B, D ve A doğrusal olduğundan $30° + \alpha + \beta = 180°$

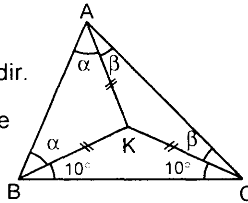
$\Rightarrow \alpha + \beta = 150° \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 300°$ olur.

DECA dörtgeninde iç açılar toplamı 360° olduğundan

$2\alpha + 2\beta + x = 360 \Rightarrow x = 60°$ bulunur.

12. $|KA| = |KB| = |KC|$ olduğundan

$m(\widehat{KBC}) = m(\widehat{KCB}) = 10°$ dir.
$m(\widehat{KAB}) = m(\widehat{KBA}) = \alpha$ ve
$m(\widehat{KAC}) = m(\widehat{KCA}) = \beta$
diyebiliriz.

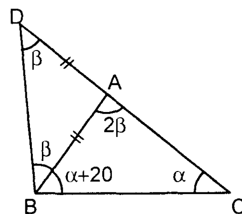


ABC üçgeninde

$2\alpha + 2\beta + 20° = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 80°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 80°$ olur.

13. $m(\widehat{ABC}) - m(\hat{C}) = 20°$ ise $m(\hat{C}) = \alpha$,
$m(\widehat{ABC}) = \alpha + 20°$
diyerek verilen bilgiyi şekil üzerinde gösterelim.



$|AB| = |AD|$ olduğundan

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = \beta$ diyelim.

ABD üçgeninde, $m(\widehat{BAC}) = 2\beta$ ve ABC üçgeninde

$\alpha + 20° + \alpha + 2\beta = 180°$

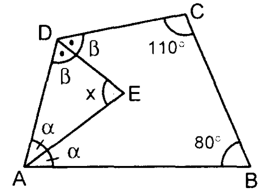
$\Rightarrow \alpha + \beta = 80°$ olur.

$m(\widehat{DBC}) = \alpha + \beta + 20° = 100°$ bulunur.

ÇÖZÜM ANAHTARI 3

Verilen bilgiyi şekil üzerinde gösteriniz.

14. $m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EAD}) = \alpha$
$m(\widehat{EDA}) = m(\widehat{EDC}) = \beta$
olsun.



ABCD dörtgeninde,

$2\alpha + 2\beta + 110° + 80° = 360°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 85°$ olur.

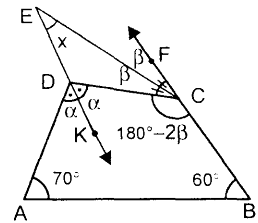
DAE üçgeninde, $\alpha + \beta + x = 180°$

$\Rightarrow 85 + x = 180°$

$\Rightarrow x = 95°$ bulunur.

15. $m(\widehat{ADK}) = m(\widehat{KDC}) = \alpha$
$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ECF}) = \beta$
olsun.

EDC üçgeninde,
$x = \alpha - \beta$ olur.

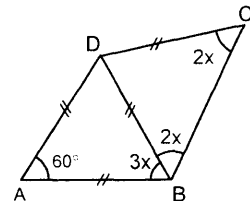


ABCD dörtgeninde,

$2\alpha + 180° - 2\beta + 70° + 60° = 360°$

$\Rightarrow \alpha - \beta = 25° \Rightarrow x = 25$ bulunur.

16. B ile D birleştirilirse $\overset{\triangle}{ABD}$ nin eşkenar olduğu ve buradan $|DB| = |DC|$ olduğu görülür.



([BD] nin [AB] ve [AD] ye eşit olduğu şekil üzerinde işaretlenirse bu görüş kolaylaşır.)

$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{DCB}) = 2x$ ve $m(\widehat{ABC}) = 5x$

olduğundan $m(\widehat{ABD}) = 5x - 2x = 3x$ olur.

$|DA| = |DB|$ olduğundan $3x = 60° \Rightarrow x = 20°$

ve ABCD dörtgeninde

$60° + 5x + 2x + m(\widehat{ADC}) = 360°$

$\Rightarrow m(\widehat{ADC}) = 160°$ bulunur.

ÇÖZÜM ANAHTARI 4

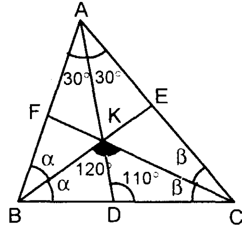
Çözüm sırasında elde edilen yeni bilgileri şekil üzerinde gösteriniz.

17. [BE] ve [CF] açıortay olduğundan

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC}) = \alpha$,

$m(\widehat{FCB}) = m(\widehat{FCA}) = \beta$

diyelim.



KBC üçgeninde

$\alpha + \beta + 120° = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 60°$;

ABC üçgeninde

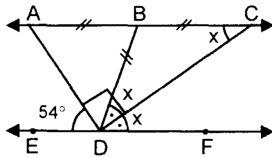
$m(\widehat{BAC}) + 2\alpha + 2\beta = 180° \Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 60°$;

[AD] açıortay olduğundan $m(\widehat{BAD}) = 30°$ olur.

ABD üçgeninde,

$m(\widehat{ABC}) + 30° = 110° \Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 80°$ bulunur.

18.



İç ters açılar olduğundan $m(\widehat{CDF}) = m(\widehat{ACD}) = x$,

verilen bilgilerden $m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{CDF}) = x$

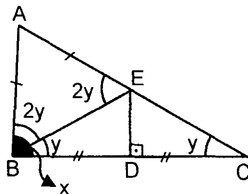
ve buradan $|BD| = |BC| = |AB|$ olur.

Öyleyse DAC üçgeni dik üçgendir.

E, D ve F noktaları doğrusal olduğundan

$54° + 90° + x = 180° \Rightarrow x = 36°$ bulunur.

19. [DE], [BC] nin orta dikmesi olduğundan, üzerindeki her nokta B ve C den eşit uzaklıktadır. Öyleyse, önce E ile B yi birleştirelim.



$|EB| = |EC|$ ve dolayısıyla

$m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{ECB}) = y$ olur.

EBC üçgeninde $m(\widehat{AEB}) = y + y = 2y$

ve $|AB| = |AE|$ olduğundan

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{AEB}) = 2y$ buradan da

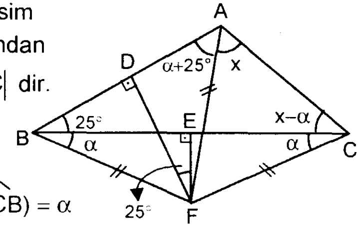
$m(\widehat{ABC}) = 2y + y = 3y \Rightarrow x = 3y$ bulunur.

ÇÖZÜM ANAHTARI 5

Özel doğrular ve özel üçgenler söz konusu olduğunda, bunların özeliklerini mutlaka kullanınız.

20. F noktası kenar orta dikmelerinin kesim noktası olduğundan

$|FA| = |FB| = |FC|$ dir.



$m(\widehat{FBC}) = m(\widehat{FCB}) = \alpha$

olsun.

Kenarları dik açılar olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DFE}) = 25°$ olur.

$|FA| = |FC|$ olduğundan $m(\widehat{FCA}) = m(\widehat{FAC}) = x$

$\Rightarrow m(\widehat{BCA}) = x - \alpha$,

$|FA| = |FB|$ olduğundan

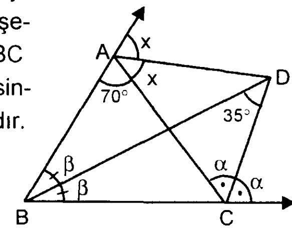
$m(\widehat{FAB}) = m(\widehat{FBA}) = \alpha + 25°$ olur.

ABC üçgeninde iç açılar toplamını yazarsak

$25° + \alpha + 25° + x + x - \alpha = 180°$

$\Rightarrow x = 65°$ bulunur.

21. Bir üçgende iki dış açıortay ile üçüncü köşedeki iç açıortay aynı noktada kesişeceğinden [AD], ABC üçgeninin A köşesindeki dış açıortayıdır.



DBC üçgeninde

$\alpha - \beta = 35°$,

ABC üçgeninde

$m(\widehat{BAC}) = 2\alpha - 2\beta = 70°$

ve B, A, E doğrusal olduğundan

$70° + x + x = 180° \Rightarrow x = 55°$ bulunur.

22. $|DE| = |EC|$ olduğundan

$m(\hat{D}) = m(\widehat{DCE}) = \alpha$

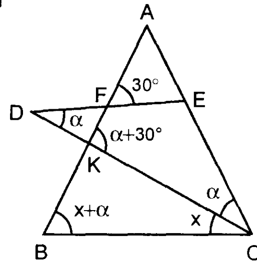
dersek

$m(\hat{B}) = m(\widehat{BCA}) = x + \alpha$

olur.

DFK üçgeninde

$m(\widehat{FKC}) = \alpha + 30°$;



KBC üçgeninde

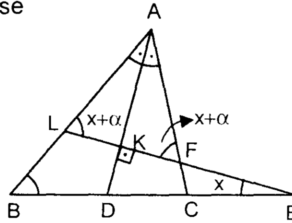
$\alpha + 30° = x + \alpha + x \Rightarrow x = 15°$ bulunur.

23. $m(\widehat{BCA}) - m(\hat{B}) = 40°$ ise

$m(\hat{B}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{BCA}) = \alpha + 40°$ olur.

ALF üçgeninde [AK] hem açıortay hem yükseklik olduğundan $|AL| = |AF|$ dir.



LBE üçgeninde $m(\widehat{ALE}) = x + \alpha$ ve

$m(\widehat{ALE}) = m(\widehat{AFL}) = x + \alpha$ olur.

FCE üçgeninde

$\alpha + 40° = x + x + \alpha \Rightarrow x = 20°$ bulunur.

24. $m(\widehat{BAE}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{CAD}) = \beta$ olsun.

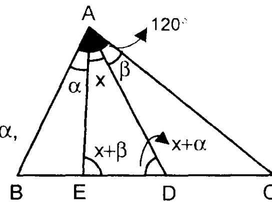
$|AB| = |BD|$ olduğundan

$m(\widehat{BDA}) = m(\widehat{BAD}) = x + \alpha$,

$|AC| = |EC|$

olduğundan

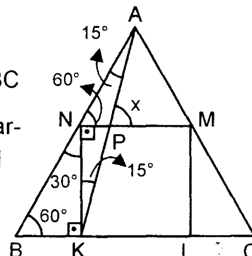
$m(\widehat{AEC}) = m(\widehat{EAC}) = x + \beta$ olur.



AED üçgeninde

$\underbrace{x + x + \beta}_{120°} + x + \alpha = 180° \Rightarrow x = 30°$ bulunur.

25. $\overset{\Delta}{ABC}$ eşkenar ve NM // BC olduğundan $\overset{\Delta}{ANM}$ eşkenardır. KLMN kare ve ANM eşkenar üçgen olduğundan $|KN| = |NA|$ olur.



ANK üçgeninde

$m(\widehat{NAK}) = m(\widehat{NKA}) = 15°$

ve ANP üçgeninde

$x = 60° + 15° \Rightarrow x = 75°$ bulunur.

26. $|FB| = |FD|$ olduğundan

$m(\widehat{FBD}) = m(\widehat{FDB}) = \alpha$

dersek

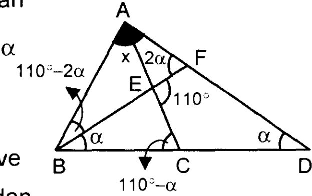
EBC üçgeninde

$m(\widehat{ECB}) = 110° - \alpha$ ve

$|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = 110° - \alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{ABF}) = 110° - 2\alpha$ olur.



FBD üçgeninde

$m(\widehat{AFB}) = \alpha + \alpha = 2\alpha$,

ABF üçgeninde

$x + 110° - 2\alpha + 2\alpha = 180° \Rightarrow x = 70°$ bulunur.

27. $m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{EBA}) = \alpha$ olsun.

FBC üçgeninde

$m(\widehat{EFC}) = x + \alpha$ ve

$|CE| = |CF|$ olduğundan

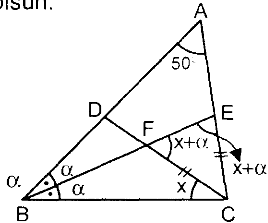
$m(\widehat{CEF}) = m(\widehat{EFC}) = x + \alpha$

olur.

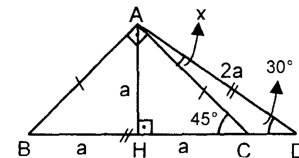
ABE üçgeninde

$x + \alpha = \alpha + 50° \Rightarrow x = 50°$

bulunur.



28. ABC ikizkenar dik üçgeninde [AH] yüksekliğini çizerek $|BH| = |HC| = |HA| = a$ dersek $|AD| = 2a$ olur.

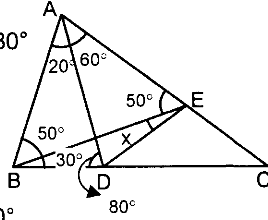


AHD üçgeninde $m(\hat{D}) = 30°$ olduğu görülür.

ACD üçgeninde

$x = 45° - 30° \Rightarrow x = 15°$ bulunur.

29. ABD üçgeninde



$20° + 80° + m(\widehat{BDA}) = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{BDA}) = 80°$

$\Rightarrow |AB| = |AD|$, ①

ABE üçgeninde

$80° + 50° + m(\widehat{AEB}) = 180°$

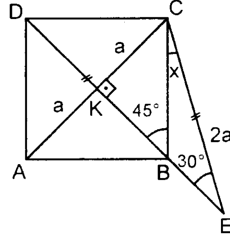
$\Rightarrow m(\widehat{AEB}) = 50° \Rightarrow |AB| = |AE|$, ②

① ve ② den $|AD| = |AE|$ bulunur.

$m(\widehat{DAE}) = 60°$ olduğundan $\overset{\triangle}{ADE}$ eşkenardır.
Öyleyse,

$50° + x = 60° \Rightarrow x = 10°$ dir.

30. Karede köşegenler birbirine eşittir, diktir ve birbirlerini ortalar.
[AC] köşegenini çizelim.



$|AK| = |KC| = a$ diyelim.

$|CE| = 2a$ ve CKE

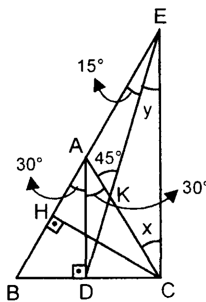
üçgeninde $m(\hat{E}) = 30°$ olur.

BEC üçgeninde $x = 45° - 30° \Rightarrow x = 15°$ bulunur.

ÇÖZÜM ANAHTARI 6

İlgisiz gibi gözüken büyüklüklerin eşitliği verildiğinde, aslında size neyin verilmek istendiğini görmeye çalışınız.

31. [AD] yi çizelim.
ABC eşkenar üçgeninde [AD] hem kenarortay, hem yükseklik hem de açıortaydır.



$|AD| = |CH|$ olduğundan

$|CH| = |AE|$ eşitliği ile

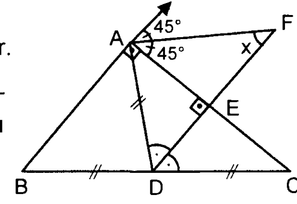
aslında bize $|AD| = |AE|$ verilmek isteniyor.

$|AD| = |AE| \Rightarrow m(\widehat{AED}) = 15°$,

AKE üçgeninde $m(\widehat{AKE}) = 60° - 15° = 45°$,

KCE üçgeninde $x + y = 45°$ bulunur.

32. ABC dik üçgeninde



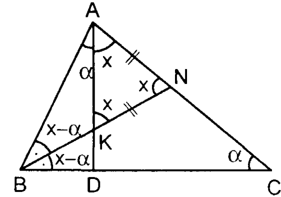
$|BD| = |DC| = |DA|$ dır.

ADC ikizkenar üçgeninde [DE] açıortayı aynı zamanda yükseklik olur.

AFE üçgeninde

$x + 45° = 90° \Rightarrow x = 45°$ bulunur.

33. NBC üçgeninde



$m(\widehat{NBC}) = x - \alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{ABN}) = x - \alpha$ dır.

ABK üçgeninde

$m(\widehat{AKN}) = \alpha + x - \alpha = x$,

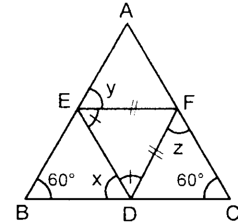
$|NK| = |NA|$ olduğundan

$m(\widehat{AKN}) = m(\widehat{KAN}) = x$

ve AKN üçgeninde

$x + x + x = 180° \Rightarrow x = 60°$ bulunur.

34. EBD üçgeninde



$y + m(\widehat{FED}) = x + 60°$

$\Rightarrow m(\widehat{FED}) = x - y + 60°$,

FDC üçgeninde

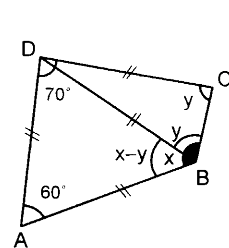
$x + m(\widehat{EDF}) = z + 60°$

$\Rightarrow m(\widehat{EDF}) = z - x + 60°$,

$|FD| = |FE|$ olduğundan

$x - y + 60° = z - x + 60 \Rightarrow 2x = y + z$ bulunur.

35. [BD] çizilirse $\overset{\triangle}{ABD}$ eşkenar olur.



$|BD| = |CD|$

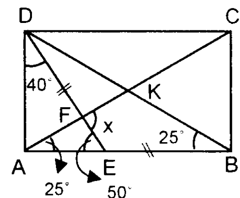
olacağından

$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{DCB}) = y$

ve $m(\widehat{ABD}) = x - y$

$\Rightarrow x - y = 60°$ bulunur.

36. [BD] çizilirse $\overset{\triangle}{EBD}$ ikizkenar olur.



$m(\widehat{AED}) = 50°$

$\Rightarrow m(\widehat{KBA}) = 25°$ ve

ABCD dikdörtgeninde

$|KA| = |KB|$ olacağından

$m(\widehat{KAB}) = 25°$ olur.

FAE üçgeninde

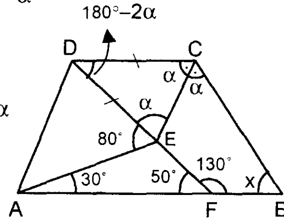
$x = 25° + 50° \Rightarrow x = 75°$ bulunur.

37. $m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ECB}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{DEC}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{EDC}) = 180° - 2\alpha$ olur.

$[DE \cap [AB] = \{F\}$ olsun.



EAF üçgeninde

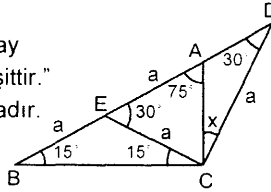
$m(\widehat{EFA}) = 50°$ ve FBCD dörtgeninde

$130° + x + 2\alpha + 180° + 2\alpha = 360°$

$\Rightarrow x = 50°$ bulunur.

38. Verilenler

"Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay hipotenüsün yarısına eşittir." teoremini çağrıştırmaktadır. [CE] kenarortayını çizersek



$|BE| = |EA| = |EC| = a$ olur.

Buna göre, EBC üçgeninde

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{BCE}) = 15°$ ve

$m(\widehat{AEC}) = 15° + 15° = 30°$ dir.

$|CE| = |CD|$ olduğundan $m(\widehat{D}) = 30°$ ve

ACD üçgeninde $x = 75° - 30° = 45°$ bulunur.

39. Verilenlerden

$|AB| = |AC| = |BE|$

olduğunu görünüz.

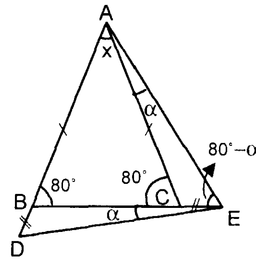
$|BE| = |AC|$, $|BD| = |CE|$

ve $\widehat{DBE} \cong \widehat{ECA}$

eşitlikleri

$\overset{\triangle}{BDE} \cong \overset{\triangle}{CEA}$ (K.A.K.)

eşliğini gerektirir.



Buna göre, $m(\widehat{BED}) = m(\widehat{CAE}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{BEA}) = 80° - \alpha$ ve ACE üçgeninde

$m(\widehat{BCA}) = 80° - \alpha + \alpha = 80°$ olur.

$|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = 80° \Rightarrow x = 20°$ bulunur.

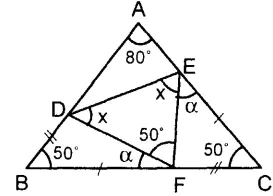
40. [EF] yi çizelim.

$|BD| = |FC|$,

$|BF| = |CE|$ ve

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 50°$

eşitlikleri



$\overset{\triangle}{DBF} \cong \overset{\triangle}{FCE}$ (K.A.K) eşliğini gerektirir.

Buna göre, $|FD| = |FE| \Rightarrow m(\widehat{DEF}) = x$ olur.

$m(\widehat{BFD}) = m(\widehat{CEF}) = \alpha$ dersek

EFC üçgeninde $\alpha + m(\widehat{DFE}) = 50° + \alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{DFE}) = 50°$ ve

DEF üçgeninde $x = 65°$ bulunur.

41. $m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{DAC}) = 60°$, ①

$m(\widehat{EAC}) + m(\widehat{DAC}) = 60°$, ②

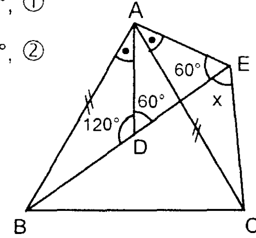
① ve ② den

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{EAC})$

bulunur. Öte yandan

$|AB| = |AC|$ ve

$|AD| = |AE|$ olduğundan



$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{ACE}$ olur. (K.A.K)

$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{ACE} \Rightarrow m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{AEC}) = 120°$

$\Rightarrow 60° + x = 120° \Rightarrow x = 60°$ bulunur.

ÇÖZÜM ANAHTARI 7

Eşit uzunlukların, eşkenar üçgenlerin ve karelerin bulunduğu problemlerde eş üçgenlerin olabileceğini dikkate alınız.

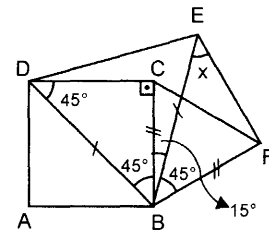
42. $m(\widehat{DBC}) = 45°$

$\Rightarrow m(\widehat{CBE}) = 15°$

$\Rightarrow m(\widehat{EBF}) = 45°$ dir.

$|BD| = |BE|$,

$|BC| = |BF|$ ve



$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{EBF})$ eşitlikleri

$\overset{\triangle}{BCD} \cong \overset{\triangle}{BFE}$ eşliğini gerektirir.

Buna göre, $m(\widehat{BEF}) = m(\widehat{BDC})$

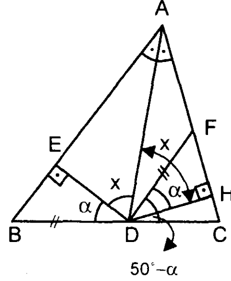
$\Rightarrow x = 45°$ bulunur.

43. DH ⊥ AC çizelim.

[AD] açıortay olduğundan

$|DE| = |DH|$ olur.

$|BD| = |DF|$ verilmişti.



Birer dik kenarları ve hipotenüsleri eşit olan dik üçgenler eş olacağından hem

$\overset{\triangle}{EBD} \cong \overset{\triangle}{HDF}$ hem de

$\overset{\triangle}{AED} \cong \overset{\triangle}{AHD}$ olur.

Bu eşlikler $m(\widehat{EDA}) = m(\widehat{HDA}) = x$,

$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{HDF}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{CDH}) = 50 - \alpha$ eşitliklerini gerektirir.

B, D ve C doğrusal olduğundan

$\alpha + x + x + 50 - \alpha = 180°$

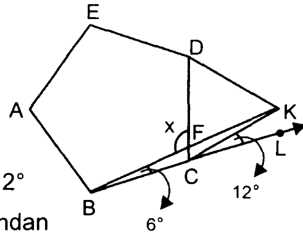
$\Rightarrow x = 65°$ bulunur.

44. Düzgün beşgenin bir

dış açısı $\dfrac{360°}{5} = 72°$,

bir iç açısı

$180° - 72° = 108°$ dir.



$m(\widehat{KCL}) = 72° - 60° = 12°$

ve $|BC| = |CK|$ olduğundan

$m(\widehat{CKB}) = m(\widehat{CBK}) = 6°$ olur.

FBC üçgeninde

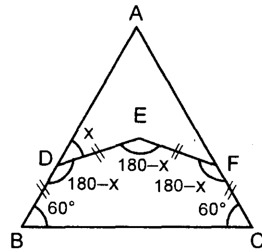
$x = 6° + 108° = 114°$ bulunur.

45. **I. YOL :**

Bir dış açısının ölçüsü bulunursa çokgenin kaç kenarlı olduğu bulunabilir.

Çokgenin bir dış açısının ölçüsü $m(\widehat{ADE}) = x$ olsun

D, E ve F köşelerindeki iç açıların ölçüleri $180° - x$ olur.



BCFED beşgeninin

iç açılarının ölçülerinin toplamı 540° olduğundan

$3(180° - x) + 60° + 60° = 540°$

$\Rightarrow x = 40°$ buradan da köşe ya da kenar sayısı

$n = \dfrac{360°}{40°} \Rightarrow n = 9$ bulunur.

II. YOL :

$[DE \cap [AC] = \{K\}$ ve D, E, F köşelerindeki dış açıların ölçüleri x olsun.

KEF üçgeninde

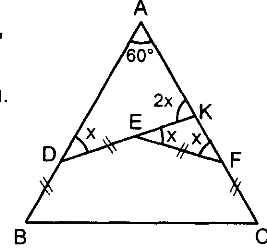
$m(\widehat{DKA}) = 2x$,

ADK üçgeninde

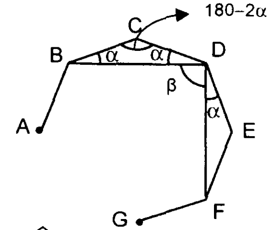
$x + 2x + 60° = 180°$

$\Rightarrow x = 40°$ buradan da

$n = \dfrac{360°}{40°} \Rightarrow n = 9$ bulunur.



46. CBD ve EDF ikizkenar üçgenlerinin eşliğini görünüz.



Buna göre,

$m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{EDF}) = \alpha$ olur.

Düzgün çokgende

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{CDE})$ olacağından

$180° - 2\alpha = 2\alpha + \beta$

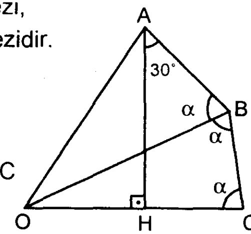
$\Rightarrow 4\alpha + \beta = 180°$ bulunur.

47. Düzgün çokgenin merkezi, çevrel çemberinin merkezidir.

$|AB| = |BC|$ ve

$|OA| = |OB| = |OC|$

olduğundan OAB ve OBC ikizkenar üçgenleri birbirine eş olur.



$m(\widehat{OBA}) = m(\widehat{OBC}) = m(\widehat{OCB}) = \alpha$ diyelim.

AHCB dörtgeninde,

$90° + \alpha + \alpha + \alpha + 30° = 360°$

$\Rightarrow \alpha = 80°$ olur.

- Buradan çokgenin bir iç açısı,

$m(\hat{B}) = 2\alpha = 2 \cdot 80° = 160°$ ve bir dış açısı

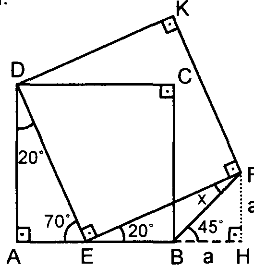
$180° - 160° = 20°$ bulunur.

Çokgen $n = \dfrac{360°}{20°} = 18$ kenarlıdır.

48. Eşit uzunlukların çokluğu, eş üçgenleri çağrıştırmaktadır. F köşesinden [AB ışınına çizilen dikme [AB yi H noktasında kessin.

$m(\widehat{AED}) = 70°$ ve $m(\widehat{FEH}) = 20°$ olduğunu görünüz.

$|DE| = |EF|$ olduğundan, birer dar açıları ile hipotenüsleri eşit olan DAE ve EHF üçgenleri eştir.



$\overset{\triangle}{DAE} \cong \overset{\triangle}{EHF} \Rightarrow |DA| = |EH|$

$\Rightarrow |AB| = |EH|$

$\Rightarrow |AE| + |EB| = |EB| + |BH|$

$\Rightarrow |AE| = |BH|$ ① ve

$\overset{\triangle}{DAE} \cong \overset{\triangle}{EHF} \Rightarrow |AE| = |HF|$, ②

① ve ② den $|BH| = |HF|$ bulunur.

FBH üçgeninde $m(\widehat{FBH}) = 45°$ ve

FEB üçgeninde $x = 45° - 20°$

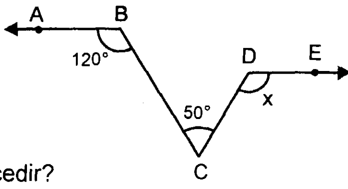
$\Rightarrow x = 25°$ olur.

1. AB // DE,

$m(\hat{B}) = 120°$ ve

$m(\hat{C}) = 50°$ ise

$m(\hat{D})$ kaç derecedir?



A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

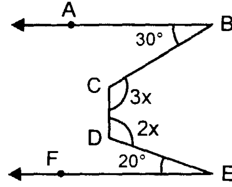
2. AB // FE,

$m(\hat{B}) = 30°$,

$m(\hat{E}) = 20°$,

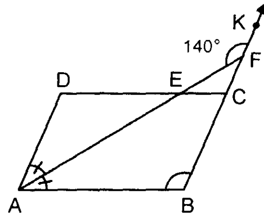
$m(\hat{C}) = 3x$ ve

$m(\hat{D}) = 2x$ olduğuna göre x kaç derecedir?



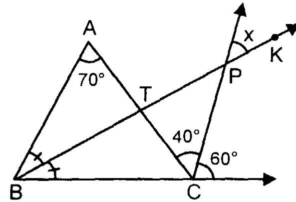
A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 50

3. ABCD paralelkenar,
AF açıortay ve
$m(\widehat{EFK}) = 140°$ ise
$m(\hat{B})$ kaç derecedir?



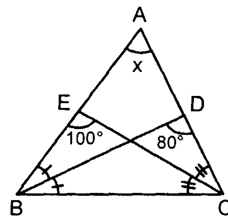
A) 140 B) 130 C) 120 D) 110 E) 100

4. Şekilde verilenlere göre, BK açıortay ise x kaç derecedir?



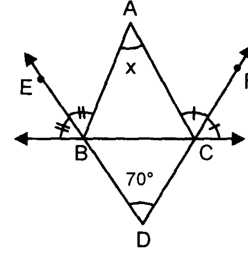
A) 25 B) 30 C) 35 D) 45 E) 55

5. BD ve CE açıortay
$m(\widehat{BEC}) = 100°$ ve
$m(\widehat{BDC}) = 80°$ ise
$m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



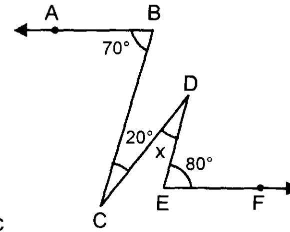
A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

6. BE ve CF açıortay
ve $m(\hat{D}) = 70°$ ise
$m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



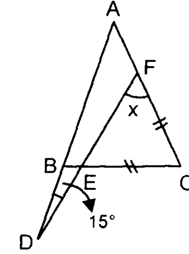
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

7. AB // EF,
$m(\hat{B}) = 70°$,
$m(\hat{C}) = 20°$ ve
$m(\hat{E}) = 80°$ ise
$m(\widehat{CDE}) = x$ kaç derecedir?



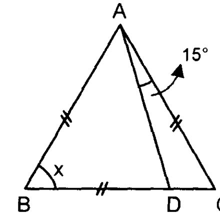
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

8. $|AB| = |AC|$,
$|CE| = |CF|$ ve
$m(\hat{D}) = 15°$ ise
$m(\widehat{DFC}) = x$ kaç derecedir?



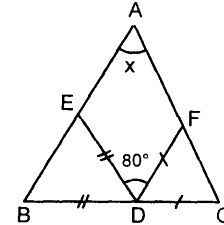
A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

9. ABC üçgeninde
$|AB| = |BD| = |AC|$ ve
$m(\widehat{DAC}) = 15°$ ise
$m(\widehat{ABD}) = x$ kaç derecedir?



A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 65

10. ABC üçgeninde
$|DB| = |DE|$,
$|DC| = |DF|$ ve
$m(\widehat{EDF}) = 80°$ ise
$m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



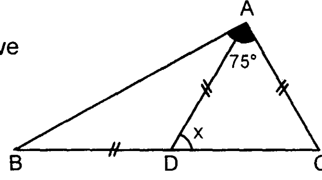
A) 50 B) 60 C) 65 D) 70 E) 80

11. ABC üçgeninde

$|BD| = |AD| = |AC|$ ve

$m(\widehat{BAC}) = 75°$ ise

$m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?



A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

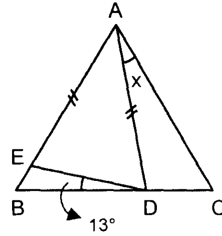
12. ABC üçgeninde

$|AB| = |AC|$,

$|AE| = |AD|$ ve

$m(\widehat{BDE}) = 13°$ ise

$m(\widehat{CAD}) = x$ kaç derecedir?



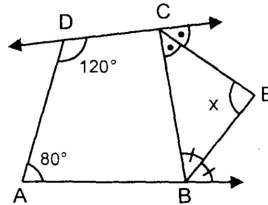
A) 13 B) 18 C) 21 D) 24 E) 26

13. BE ve CE açıortay,

$m(\hat{A}) = 80°$ ve

$m(\hat{D}) = 120°$ ise

$m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir?

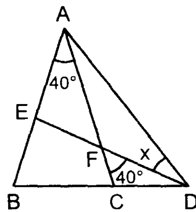


A) 60 B) 65 C) 70 D) 80 E) 100

14. $|AB| = |AC| = |BD|$,

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DFC}) = 40°$

ise $m(\widehat{EDA})$ kaç derecedir?

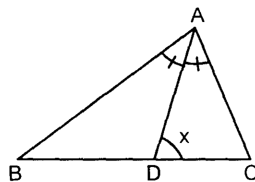


A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

15. ABC üçgeninde [AD] açıortay ve

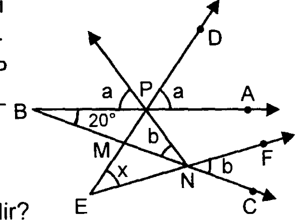
$m(\hat{C}) - m(\hat{B}) = 70°$

ise $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?



A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

16. ABC ve DEF açıları M, N, P noktalarında kesişiyor ve [NP çiziliyor. Şekilde verilen ölçülere göre $m(\widehat{DEF}) = x$ aşağıdakilerden hangisidir?



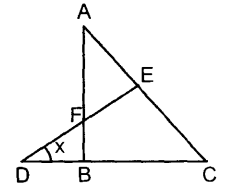
A) 20° B) a+b C) 30° D) a–b E) 40°

17. ABC üçgeninde

$|AF| = |AE|$,

$m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{ACD}) = 44°$

ise $m(\widehat{EDC}) = x$ kaç derecedir?



A) 22 B) 24 C) 25 D) 30 E) 33

18. ABC üçgeninde

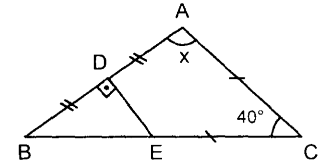
$|AD| = |DB|$,

$DE \perp AB$,

$|EC| = |AC|$ ve

$m(\widehat{BCA}) = 40°$ ise

$m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

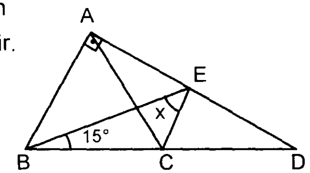


A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

19. ABC eşkenar üçgen ve ABD dik üçgendir.

$m(\widehat{CBE}) = 15°$ ise

$m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir?



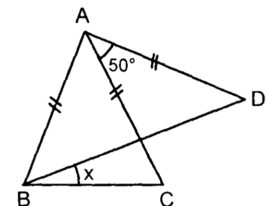
A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

20. $|AB| = |AC| = |AD|$

ve $m(\widehat{CAD}) = 50°$

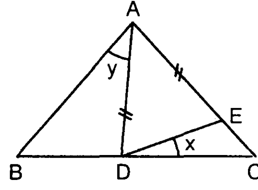
ise $m(\widehat{CBD}) = x$

kaç derecedir?



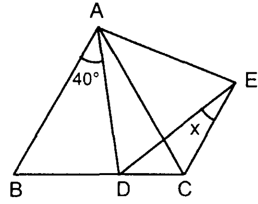
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

21. $|AB| = |AC|$,
$|AD| = |AE|$,
$m(\widehat{CDE}) = x$ ve
$m(\widehat{BAD}) = y$ ise
x ile y arasındaki bağıntı nedir?



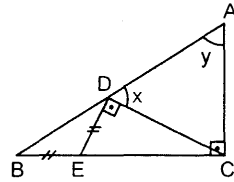
A) x = y B) x + y = 90° C) y = 2x
D) x = 2y E) y = 3x

22. ABC ve ADE eşkenar üçgenlerdir.
$m(\widehat{BAD}) = 40°$ ise
$m(\widehat{DEC}) = x$ kaç derecedir?



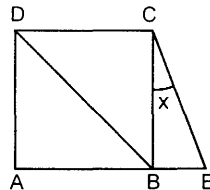
A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

23. ABC ve DEC birer dik üçgendir.
$|BE| = |DE|$,
$m(\widehat{ADC}) = x$ ve
$m(\widehat{DAC}) = y$ olduğuna göre x ile y arasındaki bağıntı nedir?



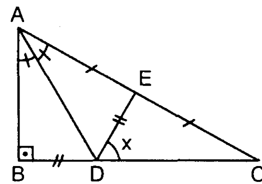
A) x–y = 15° B) x–y = 30° C) x = y
D) x = 2y E) x+2y = 180°

24. ABCD kare ve
$|AE| = |BD|$ ise
$m(\widehat{BCE}) = x$
kaç derecedir?



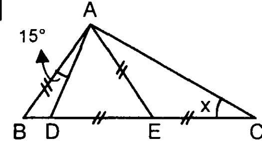
A) 15 B) 22,5 C) 27,5 D) 30 E) 32,5

25. ABC dik üçgeninde [AD] açıortaydır.
$|AE| = |EC|$ ve
$|BD| = |DE|$ ise
$m(\widehat{CDE}) = x$
kaç derecedir?



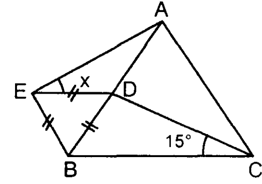
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

26. ABC üçgeninde
$|AB| = |AE| = |DE| = |EC|$
ve $m(\widehat{BAD}) = 15°$
olduğuna göre
$m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?



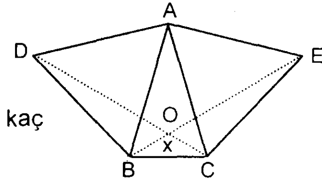
A) 15 B) 20 C) 22,5 D) 25 E) 30

27. ABC ve BDE birer eşkenar üçgendir.
$m(\widehat{BCD}) = 15°$
olduğuna göre
$m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?



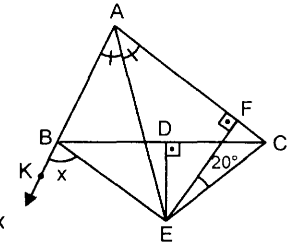
A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 45

28. ABD ve ACE eşkenar üçgen ise $m(\widehat{BOC}) = x$ kaç derecedir?



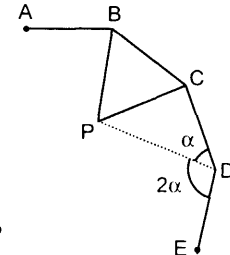
A) 90 B) 100 C) 120 D) 135 E) 150

29. ABC üçgeninde A açısının açıortayı [AE], [BC] nin orta dikmesi [DE] dir.
EF ⊥ AC ve
$m(\widehat{CEF}) = 20°$ olduğuna göre $m(\widehat{EBK}) = x$ kaç derecedir?



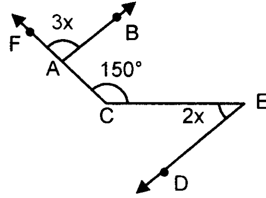
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

30. A, B, C, D, E noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. BPC eşkenar üçgendir. $m(\widehat{PDC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{PDE}) = 2\alpha$ ise bu çokgen kaç kenarlıdır?



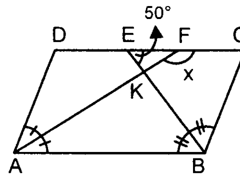
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

1. AB // DE,
$m(\widehat{FAB}) = 3x$,
$m(\widehat{CED}) = 2x$ ve
$m(\hat{C}) = 150°$ ise
x kaç derecedir?



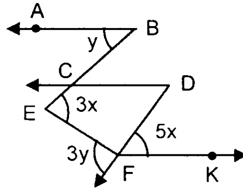
A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

2. ABCD paralelkenar,
AF ve BE açıortay
ve $m(\widehat{BEC}) = 50°$ ise
$m(\widehat{AFC})$ kaç derecedir?



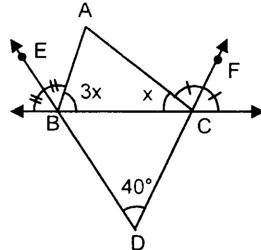
A) 140 B) 135 C) 130 D) 120 E) 100

3. AB // CD // FK ise
şekilde verilen ölçülere göre x ile y arasındaki bağıntı nedir?



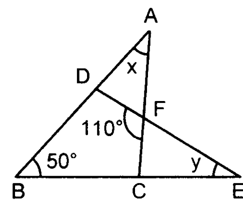
A) $x + y = 90°$ B) $2x + y = 90°$ C) $y = 3x$
D) $y = x$ E) $y = 2x$

4. BE ve CF açıortay,
$m(\widehat{ABC}) = 3x$,
$m(\widehat{BCA}) = x$ ve
$m(\widehat{EDF}) = 40°$ ise
$m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?



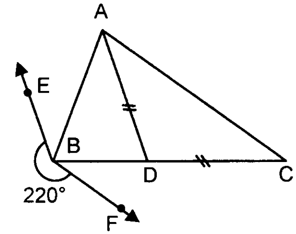
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

5. $m(\widehat{ABE}) = 50°$,
$m(\widehat{DFC}) = 110°$,
$m(\hat{A}) = x$ ve
$m(\hat{E}) = y$ ise
x + y kaç derecedir?



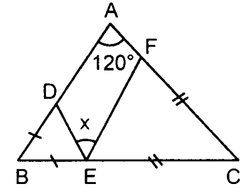
A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

6. $|AD| = |DC|$
AD // BE,
BF // AC ve
$m(\widehat{EBF}) = 220°$ ise
$m(\widehat{ACD})$ kaç derecedir?



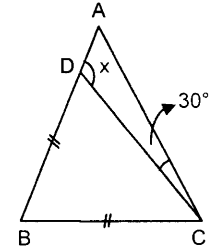
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

7. $|BD| = |BE|$,
$|EC| = |FC|$ ve
$m(\hat{A}) = 120°$ ise
$m(\widehat{DEF}) = x$ kaç derecedir?



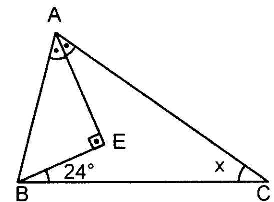
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

8. $|AB| = |AC|$,
$|BD| = |BC|$ ve
$m(\widehat{DCA}) = 30°$ ise
$m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?



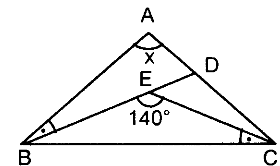
A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

9. ABC üçgeninde
$|AC| = |BC|$,
[AE] açıortay,
AE ⊥ BE ve
$m(\widehat{EBC}) = 24°$ ise
$m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?



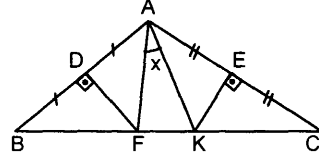
A) 25 B) 28 C) 30 D) 33 E) 39

10. ABC ikizkenar üçgendir.
$|AB| = |AC|$,
$\widehat{ABD} \cong \widehat{BCE}$ ve
$m(\widehat{BEC}) = 140°$ ise
$m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



A) 60 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120

11. ABC üçgeninde [DF] ile [EK], [AB] ve [AC] kenarlarının orta dikmeleridir.



$m(\widehat{BAC}) = 110°$ olduğuna göre $m(\widehat{FAK}) = x$ kaç derecedir?

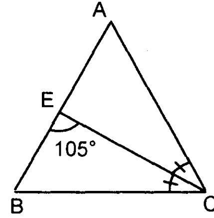
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

12. $|AB| = |AC|$,

[CE] açıortay ve

$m(\widehat{BEC}) = 105°$ ise

$m(\hat{A})$ kaç derecedir?



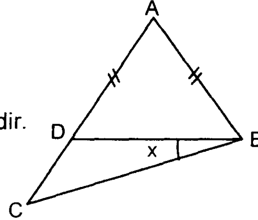
A) 60 B) 70 C) 80 D) 85 E) 90

13. ABC üçgeninde

$|AD| = |AB|$ ve

$m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{ACB}) = 30°$ dir.

$m(\widehat{CBD}) = x$ kaç derecedir?

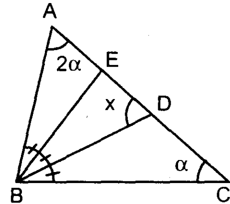


A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

14. ABC üçgeninde [BD] ve [BE], ABC açısını üç eşit parçaya bölmektedir.

$m(\hat{C}) = \alpha$ ve $m(\hat{A}) = 2\alpha$

olduğuna göre $m(\widehat{BDA})$ aşağıdakilerden hangisidir?

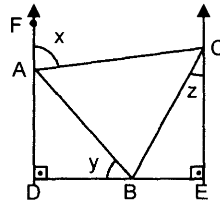


A) $\frac{3}{2}\alpha$ B) 40° C) $\frac{4}{3}\alpha$ D) 50° E) 60°

15. ABC eşkenar üçgen, FD ⊥ DE, CE ⊥ DE,

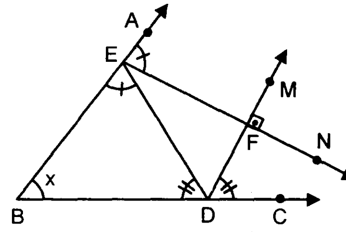
$m(\widehat{FAC}) = x$, $m(\widehat{DBA}) = y$,

$m(\widehat{BCE}) = z$ ve $x+y=130°$ olduğuna göre z kaç derecedir?



A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

16.



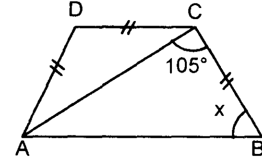
$m(\widehat{AEN}) = m(\widehat{BED})$, $m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{CDM})$ ve DM ⊥ EN ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

17. ABCD yamuğunda $|AD| = |DC| = |CB|$ dir.

$m(\widehat{ACB}) = 105°$ ise

$m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?



A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

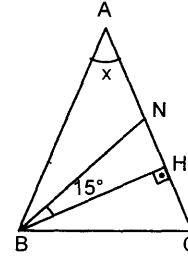
18. ABC ikizkenar üçgeninde $|AB| = |AC|$ ve

$\widehat{ABC}$ nın açıortayı [BN] dir.

BH ⊥ AC ve

$m(\widehat{HBN}) = 15°$

olduğuna göre $m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



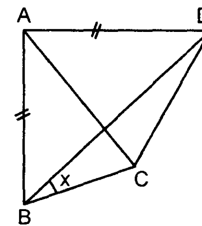
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

19. ACD eşkenar üçgen,

AD ⊥ AB ve

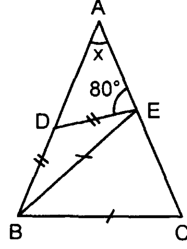
$|AD| = |AB|$ ise

$m(\widehat{DBC}) = x$ kaç derecedir?



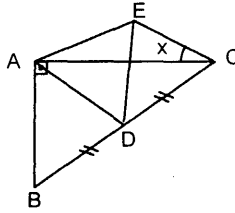
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

20. ABC üçgeninde
$|AB| = |AC|$ dir.
$|BC| = |BE|$,
$|DB| = |DE|$ ve
$m(\widehat{AED}) = 80°$ ise
$m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



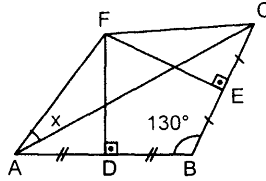
A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

21. ABC dik üçgen,
ADE eşkenar üçgen,
$|BD| = |DC|$ ise
$m(\widehat{ECA})$ kaç derecedir?



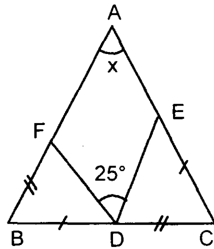
A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

22. [FD], [AB] nin ve
[FE], [BC] nin orta dikmesidir.
$m(\widehat{ABC}) = 130°$ ise
$m(\widehat{FAC}) = x$ kaç derecedir?



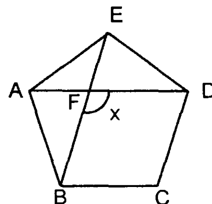
A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

23. ABC üçgeninde
$|AB| = |AC|$,
$|BD| = |CE|$,
$|BF| = |DC|$ ve
$m(\widehat{FDE}) = 25°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?



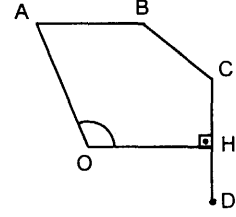
A) 130 B) 105 C) 140 D) 115 E) 155

24. ABCDE düzgün beşgen olduğuna göre $m(\widehat{BFD}) = x$ kaç derecedir?



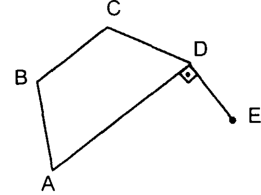
A) 90 B) 96 C) 102 D) 108 E) 120

25. A, B, C ve D
O merkezli düzgün çokgenin köşeleridir.
OH ⊥ CD ve
$m(\widehat{AOH}) = 112° 30'$
ise bu çokgen kaç kenarlıdır?



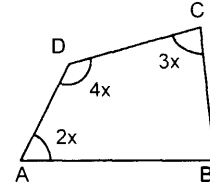
A) 8 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

26. A, B, C, D, E bir düzgün çokgenin köşeleridir.
AD ⊥ DE olduğuna göre bu çokgen kaç kenarlıdır?



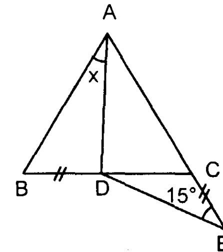
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

27. ABCD konveks
☑ dörtgendir.
$m(\hat{A}) = 2x$,
$m(\hat{C}) = 3x$ ve
$m(\hat{D}) = 4x$ ise
A açısının derece cinsinden en küçük tamsayı değeri hangisidir?



A) 39 B) 40 C) 41 D) 42 E) 43

28. ABC eşkenar
☑ üçgendir.
$|BD| = |CE|$ ve
$m(\widehat{CED}) = 15°$ ise
$m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?



A) 15 B) 25 C) 30 D) 40 E) 45

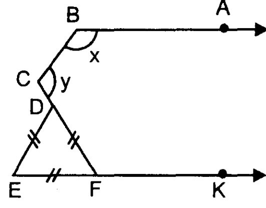
1. Şekilde DEF üçgeni eşkenar,

BA // EK,

$m(\hat{B}) = x$ ve

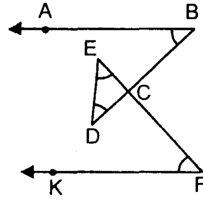
$m(\hat{C}) = y$ ise

$x + y$ kaç derecedir?



A) 150 B) 180 C) 210 D) 240 E) 260

2. Şekilde AB // KF dir.



$3m(\widehat{KFE}) = 4m(\widehat{ABD}) = 6m(\widehat{DEF}) = 12m(\widehat{EDB})$

olduğuna göre $m(\widehat{KFE})$ kaç derecedir?

A) 36 B) 48 C) 54 D) 60 E) 72

3. ABC üçgeninde

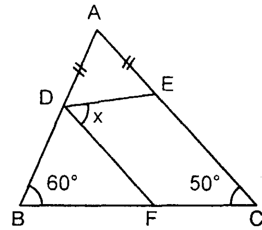
$|AD| = |AE|$,

DF // AC ,

$m(\hat{B}) = 60°$ ve

$m(\hat{C}) = 50°$ ise

$m(\widehat{FDE}) = x$ kaç derecedir?



A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

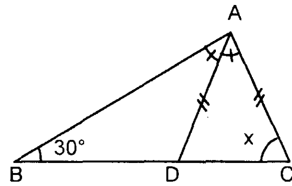
4. ABC üçgeninde

[AD] açıortaydır.

$|AD| = |AC|$ ve

$m(\hat{B}) = 30°$ ise

$m(\hat{C}) = x$ kaç derecedir?



A) 70 B) 65 C) 60 D) 55 E) 50

5. ABC üçgeninde

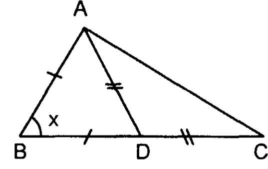
$|AD| = |DC|$,

$|AB| = |BD|$ ve

$m(\widehat{BAC}) = 75°$ ise

$m(\widehat{ABC}) = x$

kaç derecedir?



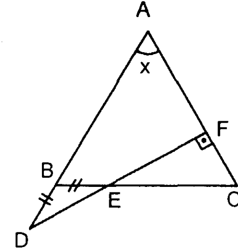
A) 50 B) 60 C) 70 D) 75 E) 80

6. $|AB| = |AC|$,

$|BD| = |BE|$ ve

DF ⊥ AC ise

$m(\hat{A})$ kaç derecedir?



A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 75

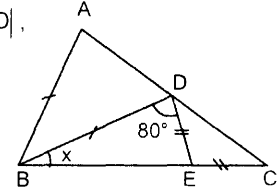
7. ABC üçgeninde

$|AC| = |BC|$, $|AB| = |BD|$,

$|DE| = |EC|$ ve

$m(\widehat{BDE}) = 80°$ ise

$m(\widehat{DBE}) = x$ kaç derecedir?



A) 70 B) 60 C) 50 D) 40 E) 30

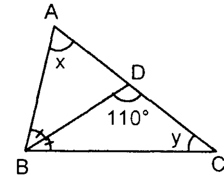
8. [BD] açıortay,

$m(\widehat{BDC}) = 110°$,

$m(\hat{A}) = x$ ve

$m(\hat{C}) = y$ ise $x - y$

kaç derecedir?



A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

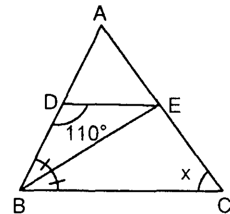
9. ABC üçgeninde

[DE] orta taban ve

[BE] iç açıortaydır.

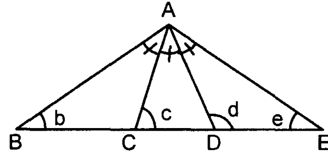
$m(\widehat{BDE}) = 110°$ ise

$m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?



A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

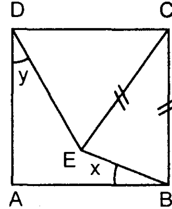
10.



ABE üçgeninde A açısı üç eşit parçaya bölünmüştür. $\hat{B}$, $\widehat{ACE}$, $\widehat{ADE}$ ve $\widehat{AEB}$ açılarının ölçüleri şekilde verilmiştir.
b + d = 140° ve c + e = 100° olduğuna göre e değeri kaç derecedir?

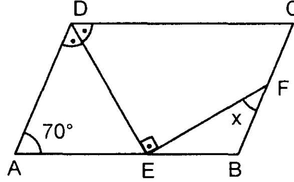
A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50

11. ABCD kare,
$|CE| = |BC|$,
$m(\widehat{ABE}) = x$ ve
$m(\widehat{ADE}) = y$ ise
x + y kaç derecedir?



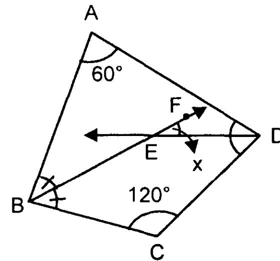
A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 70

12. ABCD paralelkenar, [DE] açıortay ve DE ⊥ FE dir.
$m(\hat{A}) = 70°$ ise
$m(\widehat{EFB}) = x$ kaç derecedir?



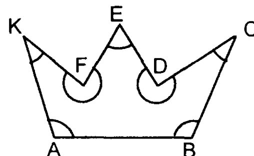
A) 40 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

13. ABCD dörtgeninde [BE ve [DE açıortaylardır.
$m(\hat{A}) = 60°$ ve
$m(\hat{C}) = 120°$ ise
$m(\widehat{DEF}) = x$ kaç derecedir?



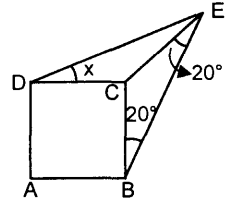
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

14. Şekildeki çokgenin iç açıları toplamı kaç derecedir?



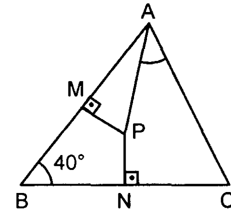
A) 360 B) 540 C) 720 D) 900 E) 1080

15. Şekilde ABCD karedir.
$m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{CEB}) = 20°$
ise $m(\widehat{CDE}) = x$
kaç derecedir?



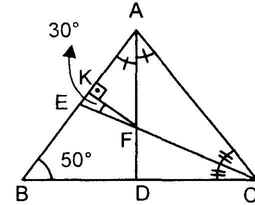
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

16. ABC üçgeninde [MP] ve [NP] kenar orta dikmeleridir.
$|PM| = |PN|$ ve
$m(\hat{B}) = 40°$ ise
$m(\widehat{PAC})$ kaç derecedir?



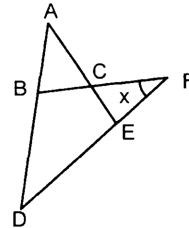
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

17. ABC üçgeninde [AD] ve [CE] açıortay, FK ⊥ AB,
$m(\hat{B}) = 50°$ ve
$m(\widehat{EFK}) = 30°$ olduğuna göre $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?



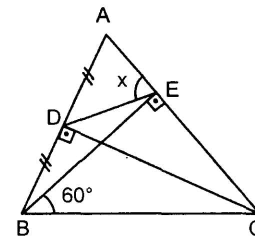
A) 110 B) 100 C) 90 D) 80 E) 70

18. $|AB| = |AC|$,
$|DE| = |AE|$ ve
$|BF| = |BD|$ ise
$m(\hat{F}) = x$ kaç derecedir?



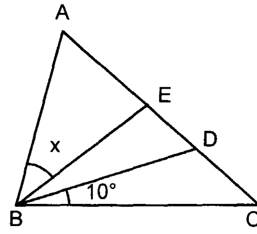
A) 24 B) 30 C) 36 D) 40 E) 45

19. ABCüçgeninde [CD] ve [BE] yüksekliktir.
$|AD| = |DB|$ ve
$m(\widehat{EBC}) = 60°$ ise
$m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?



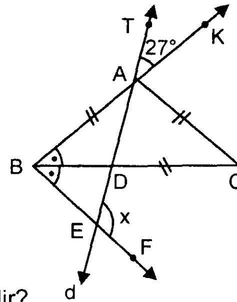
A) 30 B) 45 C) 50 D) 60 E) 75

20. ABD ve EBC ikizkenar üçgendir.
$|AB| = |AD|$,
$|EB| = |EC|$ ve
$m(\widehat{CBD}) = 10°$ ise
$m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?



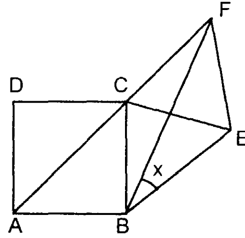
A) 10 B) 15 C) 20 D) 30 E) 40

21. d doğrusu, KBF açısını ve [BC açıortayını sırasıyla A, E ve D noktalarında kesmektedir.
$|AB| = |AC| = |CD|$ ve
$m(\widehat{TAK}) = 27°$ ise
$m(\widehat{TEF}) = x$ kaç derecedir?



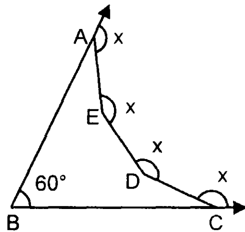
A) 100 B) 105 C) 108 D) 111 E) 115

22. A, C, F doğrusal, ABCD kare,
$|CF| = |AB|$ ve
CFE eşkenar üçgen ise
$m(\widehat{FBE})$ kaç derecedir?



A) 20 B) 22,5 C) 25 D) 27,5 E) 30

23. ☑ Şekildeki x'ler, üzerine yazıldıkları açıların ölçüleridir.
$m(\hat{B}) = 60°$ olduğuna göre x kaç derecedir?

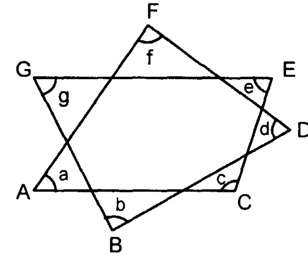


A) 120 B) 130 C) 140 D) 150 E) 160

24. Üç dış açısının ölçüsü sırasıyla 40°, 45° ve 50° olan bir konveks çokgenin diğer dış açılarının her biri 25° dir. Bu çokgen kaç kenarlıdır?

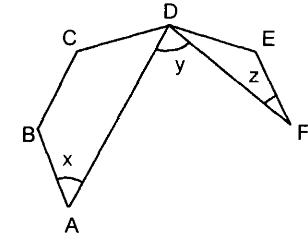
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

25. ABCDEFG yıldızı bir yedigenin kenarlarının uzatılması ile elde edilmiştir.
Buna göre a+b+c+d+e+f+g toplamı kaç dik açıdır?



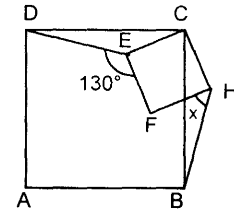
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

26. A, B, C, D, E ve F noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir.
$x + y + z = 160°$ olduğuna göre çokgen kaç kenarlıdır?



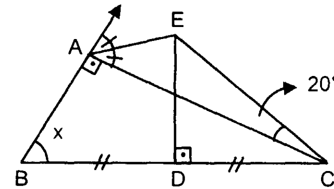
A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

27. ☑ ABCD ve CEFH karedir.
$m(\widehat{DEF}) = 130°$ ise $m(\widehat{BHF})$ kaç derecedir?



A) 80 B) 65 C) 50 D) 55 E) 45

28. ☑

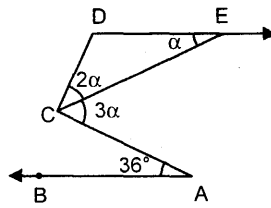


ABC dik üçgeninde A açısının dış açıortayı [AE], [BC] nin orta dikmesi [DE] dir.

$m(\widehat{ACE}) = 20°$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

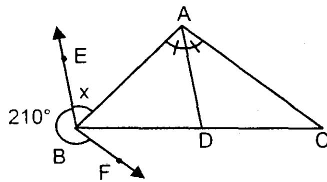
A) 40 B) 45 C) 50 D) 65 E) 70

1. Şekilde DE // AB dir.
$m(\widehat{DEC}) = \alpha$,
$m(\widehat{DCE}) = 2\alpha$,
$m(\widehat{ECA}) = 3\alpha$ ve
$m(\widehat{CAB}) = 36°$ ise
$m(\widehat{CDE})$ kaç derecedir?



A) 116 B) 120 C) 124 D) 126 E) 136

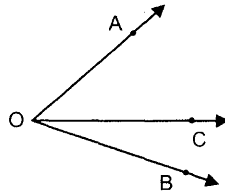
2.



ABC üçgeninde AD açıortaydır. BE // AD, BF // AC ve $m(\widehat{EBF}) = 210°$ ise $m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?

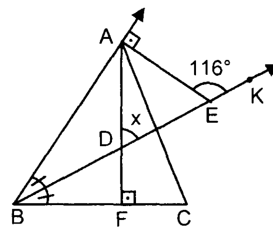
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

3. Şekilde
$m(\widehat{AOB}) = 84°$ ve
$m(\widehat{AOC}) = 54°$ ise
AOB ve AOC açılarının açıortayları arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?



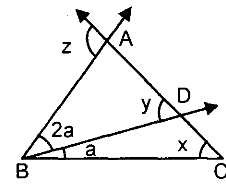
A) 12 B) 14 C) 15 D) 17 E) 18

4. ABC üçgeninde
[AF] yükseklik,
[BE açıortaydır.
AE ⊥ AB ve
$m(\widehat{AEK}) = 116°$
ise $m(\widehat{ADK}) = x$
kaç derecedir?



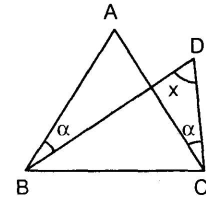
A) 32 B) 44 C) 58 D) 64 E) 74

5. a, 2a, x, y ve z üzerine yazıldıkları açıların ölçüleridir. Buna göre x, y, z arasındaki bağıntı nedir?



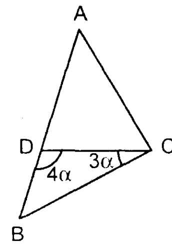
A) 3y = x + z B) 2y = x + z C) 3y = 2x + z
D) 5y = 3x + 2z E) 2z = x + y

6. ABC eşkenar üçgen ve
$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ACD}) = \alpha$
olduğuna göre
$m(\widehat{BDC}) = x$ kaç derecedir?



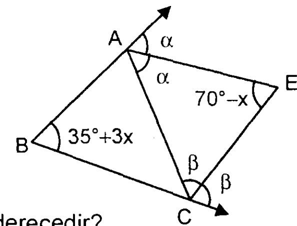
A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 75

7. ABC üçgeninde
$|AD| = |AC| = |BC|$ dir.
$m(\widehat{BDC}) = 4\alpha$ ve
$m(\widehat{DCB}) = 3\alpha$ ise
$m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?



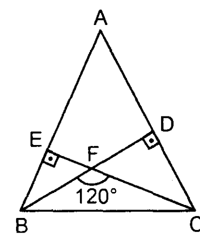
A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 28

8. ABC üçgeninde
[AE] ve [CE]
dış açıortaylardır.
$m(\hat{B}) = 35° + 3x$ ve
$m(\hat{E}) = 70° - x$
olduğuna göre x kaç derecedir?



A) 5 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

9. $m(\widehat{BFC}) = 120°$ ve
$m(\hat{C}) - m(\hat{B}) = 30°$
ise $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?



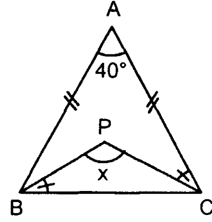
A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

10. $|AB| = |AC|$,

$m(\widehat{PBC}) = m(\widehat{PCA})$,

ve $m(\hat{A}) = 40°$ ise

x kaç derecedir?



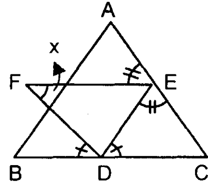
A) 130 B) 120 C) 110 D) 100 E) 80

11. ABC eşkenar üçgen,

$m(\widehat{FEA}) = m(\widehat{DEC})$

ve $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{FDB})$

ise $m(\widehat{DFE}) = x$ kaç derecedir?



A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

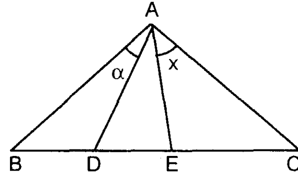
12. ABC üçgeninde

$|CA| = |CD|$,

$|EA| = |EB|$,

$m(\widehat{BAD}) = \alpha°$ ve

$m(\widehat{EAC}) = x°$ olduğuna göre x°'in α° cinsinden değeri nedir?



A) α° B) 90° – α° C) 2 · α°
D) 90° – 2α° E) 180° – 2α°

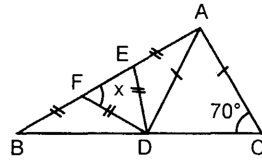
13. ABC üçgeninde

$|AD| = |AC|$,

$|AE| = |ED| = |DF| = |BF|$

ve $m(\hat{C}) = 70°$ ise

$m(\widehat{EFD}) = x$ kaç derecedir?

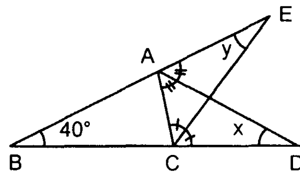


A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

14. ABC üçgeninde AD ve CE dış açıortaylardır.

$m(\hat{B}) = 40°$,

$m(\widehat{BDA}) = x$, $m(\widehat{BEC}) = y$ ve $x - y = 10°$ olduğuna göre x kaç derecedir?

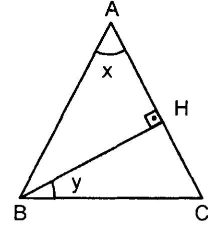


A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

15. ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ dir.

$BH \perp AC$, $m(\hat{A}) = x$,

$m(\widehat{HBC}) = y$ olduğuna göre $\frac{x}{y}$ kaçtır?



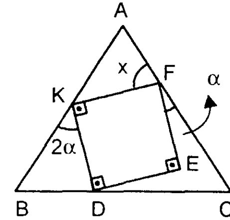
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

16. ABC eşkenar üçgeninin içine DEFK karesi yerleştirilmiştir.

$m(\widehat{EFC}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{BKD}) = 2\alpha$ ise

$m(\widehat{AFK}) = x$ kaç derecedir?



A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

17. ABC ve DAB ikizkenar üçgenlerdir.

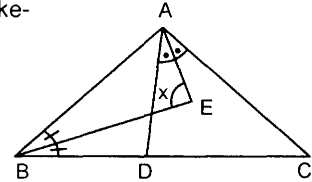
$|AB| = |AC|$,

$|DB| = |DA|$,

$\widehat{DBE} \cong \widehat{EBA}$ ve

$\widehat{DAE} \cong \widehat{EAC}$ ise

$m(\widehat{BEA}) = x$ kaç derecedir?



A) 60 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120

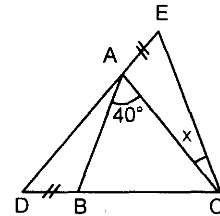
18. D, A ve E noktaları ile D, B ve C noktaları doğrusaldır.

$|AB| = |AC|$, $|DA| = |DC|$,

$|AE| = |DB|$ ve

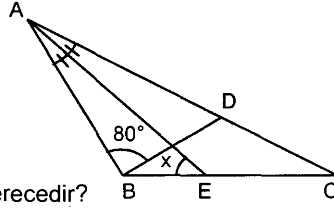
$m(\widehat{BAC}) = 40°$ ise

$m(\widehat{ACE}) = x$ kaç derecedir?



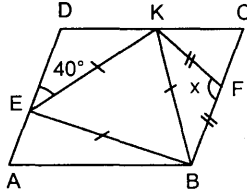
A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

19. ☑ ABC üçgeninde [AE] açıortaydır. $|BD| = |DC|$ ve $m(\widehat{ABD}) = 80°$ olduğuna göre $m(\widehat{AEB}) = x$ kaç derecedir?



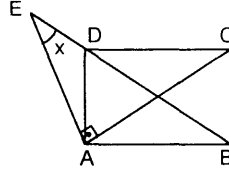
A) 60 B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

20. ☑ ABCD paralelkenarının içine EBK eşkenar üçgeni şekildeki gibi yerleştirilmiştir. $|BF| = |FK|$ ve $m(\widehat{DEK}) = 40°$ ise $m(\widehat{BFK}) = x$ kaç derecedir?



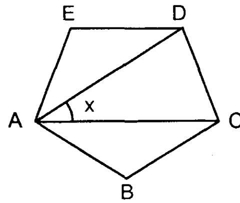
A) 140 B) 130 C) 120 D) 110 E) 100

21. ABCD dikdörtgeninde AE ⊥ CA ve $|AE| = |AB|$ ise $m(\widehat{AEB}) = x$ kaç derecedir?



A) 15 B) 22,5 C) 25 D) 30 E) 37,5

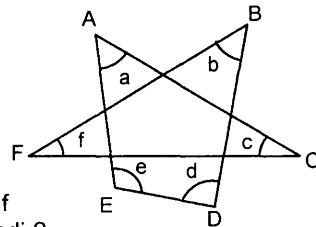
22. ABCDE düzgün beşgen ise, $m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir?



A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

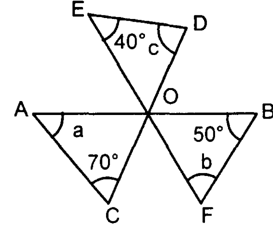
23. a, b, c, d, e ve f üzerine yazıldıkları açıların ölçüleridir.

Buna göre $a + b + c + d + e + f$ toplamı kaç derecedir?



A) 270 B) 315 C) 360 D) 405 E) 450

24. [AB], [CD] ve [EF] doğru parçaları O noktasında kesişmektedir. Açıların ölçüleri üzerlerine yazılmıştır. Buna göre $a + b + c$ toplamı kaç derecedir?



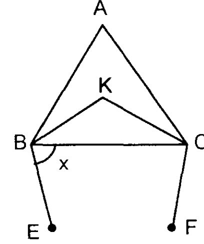
A) 120 B) 140 C) 160 D) 180 E) 200

25. Bir köşesi A olan çokgenin $\widehat{A}$ dışındaki iç açılarının toplamı 1500° dir.

Buna göre $\widehat{A}$ nın ölçüsü kaç derecedir?

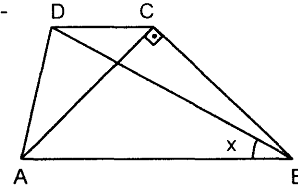
A) 40 B) 60 C) 80 D) 100 E) 120

26. E, B, K, C, F bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. ABC eşkenar üçgeninin ağırlık merkezi K dır. Buna göre $m(\widehat{EBC}) = x$ kaç derecedir?



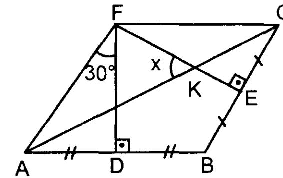
A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 90

27. ☑ Şekilde ABC ikizkenar dik üçgendir. AB // DC ve $|AB| = |BD|$ ise $m(\widehat{ABD}) = x$ kaç derecedir?



A) 36 B) 30 C) 22,5 D) 18 E) 15

28. ☑ [FD], [AB] nin ve [FE], [BC] nin orta dikmesidir. $m(\widehat{AFD}) = 30°$ ise $m(\widehat{AKF}) = x$ kaç derecedir?



A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 75

3. Bölüm

ÜÇGENDE EŞİTSİZLİKLER

Bir üçgenin kenarları ve açılarına **üçgenin temel elemanları**; yükseklikler, kenarortayları ve açıortaylarına da **üçgenin yardımcı elemanları** denir.

Üçgenlerin temel elemanlarının ölçüleri arasındaki eşitsizlik bağıntılarını 2.29, 2.30 ve 2.31 numaralı teoremlerle vermiştik. Bu teoremleri, topluca şöyle ifade edebiliriz :

> **Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde**
>
> $(a < b < c) \Leftrightarrow [m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})]$
>
> **ve** $|b - c| < a < b + c$ **dir.**

Bu bölümde, üçgenin temel elemanlarının ölçüleri ile yardımcı elemanlarının ölçüleri arasındaki eşitsizlik bağıntılarını ve bunlarla ilgili gördüğümüz teoremleri de vererek konuyu geliştireceğiz.

3.1 ÜÇGENDE EŞİTSİZLİKLERLE İLGİLİ TEOREMLER

TEOREM 3.1

Bir ikizkenar üçgende;

a) Eş kenarlara ait yükseklikler eştir.

b) Eş kenarlara ait kenarortaylar eştir.

c) Eş açılara ait açıortaylar eştir.

Bu teoremi üçgenlerin eşliğinden yararlanarak kolayca ispatlayabilirsiniz.

TEOREM 3.2

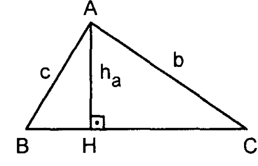
Bir üçgende

a) Bir köşeden geçen yüksekliğin o köşeye ait kısa kenarla yaptığı açı uzun kenarla yaptığı açıdan küçüktür.

b) Bir köşeden geçen kenarortayın o köşeye ait kısa kenarla yaptığı açı uzun kenarla yaptığı açıdan büyüktür.

İSPAT :

a) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $b > c$ ve $AH \perp BC$ verilmiş olsun. $m(\widehat{BAH}) < m(\widehat{CAH})$ olduğunu göstereceğiz.

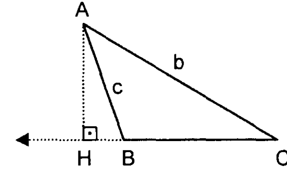


$b > c \Leftrightarrow m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ ① ve

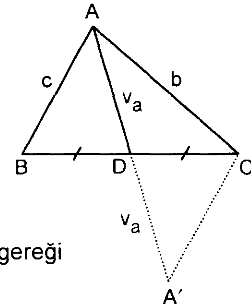
$m(\hat{B}) + m(\widehat{BAH}) = m(\hat{C}) + m(\widehat{CAH}) = 90°$ ② dir.

① ve ② den $m(\widehat{BAH}) < m(\widehat{CAH})$ bulunur.

NOT : $m(\hat{B}) > 90°$ olduğu durum için ispatı siz yapınız.



b) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $b > c$ ve $[BD] \cong [DC]$ verilmiş olsun. $m(\widehat{BAD}) > m(\widehat{CAD})$ olduğunu göstereceğiz.



A noktasının D ye göre simetriğine A′ diyelim.

$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{A'CD}$ (K.A.K.) eşliği gereği

$|A'C| = |AB| = c$ ve

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CA'A})$ ① olur.

$\overset{\triangle}{AA'C}$ üçgeninde

$b > c \Leftrightarrow m(\widehat{AA'C}) > m(\widehat{CAA'})$ ② olup,

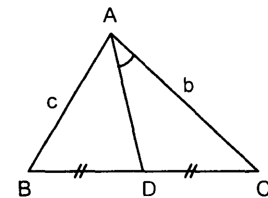
① ve ② den $m(\widehat{BAD}) > m(\widehat{CAD})$ bulunur.

SONUÇ :

Verilen bir doğru üzerindeki noktaları bu doğrunun dışındaki bir noktaya birleştiren doğru parçalarından daha uzun olanı verilen doğru ile daha küçük bir dar açı yapar.

ÖRNEK 3.1 :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde [AD] kenarortay ve $m(\hat{B}) - m(\hat{C}) = 30°$ ise $m(\widehat{DAC})$ nin derece cinsinden en büyük tamsayı değeri nedir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{C}) = \alpha$ dersek $m(\hat{B}) = 30° + \alpha$ olur.

$m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ olduğundan b > c dir.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde,

$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{CAD}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{CAD}) + 30° + \alpha + \alpha = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{CAD}) + 2\alpha = 150°$ ①

ve Teorem 3.2 gereğince

$m(\widehat{CAD}) < m(\widehat{DAB})$ ②

olup ① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$m(\widehat{DAB}) + 2m(\widehat{CAD}) + 2\alpha < 150° + m(\widehat{DAB})$

$\Rightarrow m(\widehat{CAD}) + \alpha < 75°$ elde edilir.

α istenildiği kadar küçük alınabileceğinden

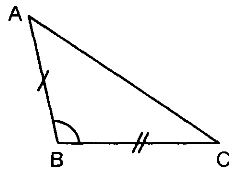
$m(\widehat{CAD}) < 75°$ bulunur.

$m(\widehat{CAD})$ nin derece cinsinden en büyük tamsayı değeri 74° dir.

TEOREM 3.3

İki üçgende karşılıklı ikişer kenar eş ve bunlar arasındaki açılar eş değilse, bu açılardan büyüğü karşısındaki kenar diğer üçgende buna karşılık gelen kenardan büyüktür.

İSPAT :

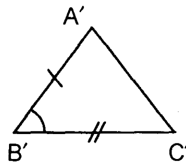


$|AB| = |A'B'|$,

$|BC| = |B'C'|$ ve

$m(\hat{B}) > m(\hat{B'})$ olmak üzere

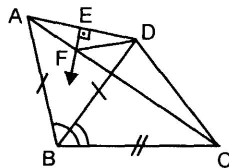
$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ üçgenleri verilmiş olsun.



$|AC| > |A'C'|$ olduğunu göstereceğiz.

D köşesi $\widehat{ABC}$ açısının iç bölgesinde kalmak üzere $\overset{\triangle}{DBC} \cong \overset{\triangle}{A'B'C'}$ çizelim.

$[AD]$ nin orta dikmesi $[AC]$ yi F de kessin.



Orta Dikme Teoremi gereğince $|AF| = |FD|$ ① olur.

$\overset{\triangle}{DFC}$ üçgeninde Üçgen Eşitsizliği gereğince

$|DF| + |FC| > |DC|$ ② olup ① ve ② den

$|AF| + |FC| > |DC| \Rightarrow |AC| > |DC|$ bulunur.

$\overset{\triangle}{DBC} \cong \overset{\triangle}{A'B'C'}$ eşliği $|DC| = |A'C'|$ eşitliğini gerektirdiğinden $|AC| > |A'C'|$ elde edilir.

TEOREM 3.4

İki üçgende karşılıklı ikişer kenar eş ve üçüncü kenarlar eş değilse, daha uzun kenar karşısındaki açı diğer üçgende buna karşılık gelen açıdan daha büyüktür.

Teorem 3.3 ün karşıtı olan bu teoremi, Teorem 3.3 den yararlanarak Olmayana Ergi Yöntemi ile siz ispatlayınız.

TEOREM 3.5

Bir doğrunun dışında alınan bir noktadan bu doğruya bir dikme ile birtakım kesenler çizilse, verilen nokta ile bu doğrunun sınırladığı doğru parçalarından,

a) Doğruya dik olanı en kısasıdır.

b) Doğru üzerindeki uçları dikme ayağından eşit uzaklıkta bulunanları, eştir.

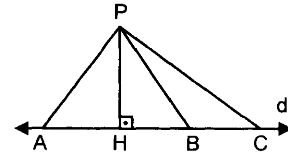
c) Doğru üzerindeki ucu dikme ayağından en uzakta bulunanı en uzunudur.

Teorem 3.5 ile

$PH \perp d$ ve

$|HA| = |HB| < |HC|$

verilmiş ise



$|PA| = |PB| < |PC|$ olacağı iddia edilmektedir.

Bu teoremi, Teorem 2.20 ve Teorem 2.30 u kullanarak siz ispatlayınız.

3.2 ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI ARASINDAKİ EŞİTSİZLİKLER

TEOREM 3.6

Bir $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde $a < b < c$ ise

a) $h_c < h_b < h_a$,

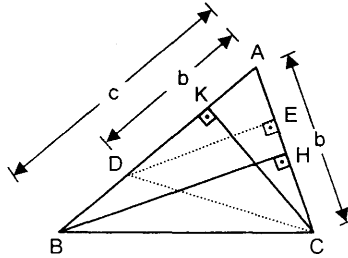
b) $V_c < V_b < V_a$ ve

c) $n_C < n_B < n_A$ dır.

İSPAT :

a) $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde $b < c$ verilmiş olsun.

$|BH| = h_b$ ve $|CK| = h_c$ olmak üzere $h_c < h_b$ olduğunu göstermemiz, ispat için yeterli olacaktır.



[AB üzerinde $|AD| = |AC| = b$ olacak biçimde bir D noktası alırsak $|AD| = |AC| < |AB|$ olduğundan D noktası A ile B arasında kalır.

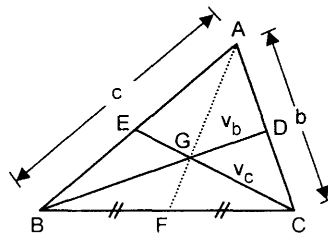
$DE \perp AC$ çizersek, $\overset{\Delta}{ADC}$ ikizkenar üçgeninde

$|DE| = |CK| = h_c$ ① olur.

Diğer taraftan $|DE| < |BH| = h_c$ ② olduğu açıktır.

① ve ② den $h_c < h_b$ olduğu bulunur.

b) $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde $b < c$ iken $V_b > V_c$ olacağını gösterelim.



$b < c$ olduğundan,

Teorem 2.29 gereğince

$m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ① ve Teorem 3.2 gereğince

$m(\widehat{BAF}) < m(\widehat{CAF})$ ② olur.

$\overset{\Delta}{ABF}$ ve $\overset{\Delta}{ACF}$ üçgenlerinde ① ve ②

$m(\widehat{AFB}) > m(\widehat{AFC})$ olmasını gerektirir.

$\overset{\Delta}{GBF}$ ve $\overset{\Delta}{GCF}$ üçgenlerinde

$|FB| = |FC|$, $|GF| = |GF|$ ve

$m(\widehat{GFB}) > m(\widehat{GFC})$ olduğundan Teorem 3.3 gereğince $|GB| > |GC|$ olur.

$|GB| > |GC| \Rightarrow \frac{2}{3}V_b > \frac{2}{3}V_c$

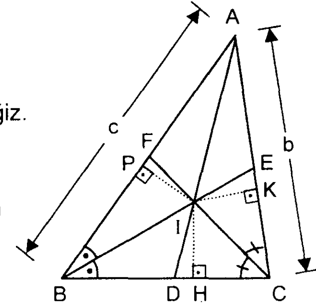
$\Rightarrow V_b > V_c$ bulunur.

c) $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde $a < b < c$ iken

$n_C < n_B < n_A$

olduğunu göstereceğiz.

$[AD], [BE], [CF]$ açıortaylarının kesim noktası I ve I noktasından kenarlara indirilen dikmelerinin ayakları H, K, P olsun.



Önce $n_C < n_B$ olduğunu gösterelim.

$a < b < c \Rightarrow m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ olduğundan

$\overset{\Delta}{IBC}$ üçgeninde $|IC| < |IB|$ ① dir.

Diğer taraftan

$m(\widehat{BFC}) = m(\hat{A}) + \frac{1}{2}m(\hat{C}) < 90°$, (Neden?)

$m(\widehat{BEC}) = m(\hat{A}) + \frac{1}{2}m(\hat{B}) < 90°$ ve $m(\hat{B}) < m(\hat{C})$

olduğundan $m(\widehat{BEC}) < m(\widehat{BFC}) < 90°$ olur.

$|IK| = |IP|$ olduğundan Teorem 3.5 in yardımı ile $|IF| < |IE|$ ② bulunur.

① ve ② taraf tarafa toplanırsa,

$|IC| + |IF| < |IB| + |IE| \Rightarrow |CF| < |BE|$

$\Rightarrow n_C < n_B$ elde edilir.

Aynı yoldan giderseniz $n_B < n_A$ sonucuna ulaşamayacağınızı görürsünüz.

$n_B < n_A$ olduğunu şöyle gösterelim :

$a < b < c \Rightarrow m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ olduğundan

$\overset{\triangle}{IBA}$ üçgeninde

$|IB| < |IA|$ dır.

Şekilde görüldüğü gibi

$m(\widehat{IBN}) = \frac{1}{2} m(\hat{A})$

olacak biçimde

[BN] yi çizelim.

$\overset{\triangle}{IBN}$ ve $\overset{\triangle}{IAE}$ üçgenlerinde karşılıklı açılar eş ve

$|IB| < |IA|$ olduğundan $|BN| < |AE|$ olacağını görünüz.

[AE üzerinde $[AR] \cong [BN]$ alıp [BR] yi çizelim.

$m(\widehat{BER}) = \frac{1}{2} m(\hat{B}) + m(\hat{C}) > 90°$ olacağından (Neden?)

$|BE| < |BR|$ olur.

Diğer taraftan, $\overset{\triangle}{ABR}$ ve $\overset{\triangle}{ABN}$ üçgenlerinde

$m(\hat{A}) < m(\widehat{ABN})$ olacağından (Neden?) Teorem 3.3 gereğince $|BR| < |AN|$ dir. Buna göre,

$|BE| < |BR| < |AN| < |AD| \Rightarrow n_B < |BR| < |AN| < n_A$

$\Rightarrow n_B < n_A$ bulunur.

Demek ki bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a < b < c$ ise

$n_C < n_B < n_A$ dır.

TEOREM 3.7

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $b \neq c$ ise

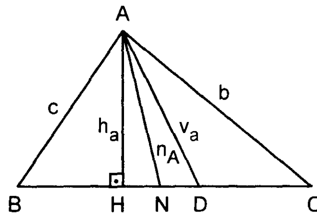
$h_a < n_A < v_a$ dır.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AH] yükseklik,

[AN] açıortay,



[AD] kenarortay ve $|AB| < |AC|$ olsun.

Teorem 3.2 gereğince

$m(\widehat{BAH}) < m(\widehat{CAH})$ ① ve $m(\widehat{BAD}) > m(\widehat{CAD})$ ② dir.

Diğer taraftan $m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{CAN}) = \frac{1}{2} m(\hat{A})$ ③,

$m(\widehat{BAH}) + m(\widehat{CAH}) = m(\hat{A})$ ④ ve

$m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{CAD}) = m(\hat{A})$ ⑤ dır.

① ve ④ den $m(\widehat{BAH}) < \frac{1}{2} \cdot m(\hat{A})$

③ den $m(\widehat{BAN}) = \frac{1}{2} \cdot m(\hat{A})$

② ve ⑤ ten $m(\widehat{BAD}) < \frac{1}{2} \cdot m(\hat{A})$ bulunur.

Buna göre, $m(\widehat{BAH}) < m(\widehat{BAN}) < m(\widehat{BAD})$ olup N noktası H ile D arasındadır.

H noktası A dan BC doğrusuna indirilen dikmenin ayağı ve D noktası H noktasından N ye göre daha uzakta olduğundan, Teorem 3.5 gereğince

$|AH| < |AN| < |AD| \Rightarrow h_a < n_A < v_a$ olur.

NOT : $\hat{B}$ veya $\hat{C}$ açılarından herhangi birinin geniş açı olması durumunda da $h_a < n_A < v_a$ eşitsizliğinin geçerli olduğunu gösteriniz.

3.3 PYTHAGORAS TEOREMİ

TEOREM 3.8 [Pythagoras(Pisagor) Teoremi]

Bir dik üçgende hipotenüsün uzunluğunun karesi, dik kenarların uzunluklarının karelerinin toplamına eşittir.

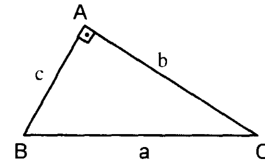
Teorem 3.8 ile

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{A}) = 90°$ ise

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

olduğu iddia edilmektedir.



Konumuzla yakın ilgisi nedeniyle bu teoremi burada vermek zorunda kaldık; ispatını 4. bölümün sonunda verebileceğiz.

TEOREM 3.9

Bir üçgende bir kenarın uzunluğunun karesi, diğer iki kenarın uzunluklarının karelerinin toplamına eşitse bu üçgen bir dik üçgendir.

Teorem 3.8 ile Teorem 3.9 birlikte şöyle ifade edilebilir :

"Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 \Leftrightarrow m(\hat{A}) = 90°$

çift gerektirmesi geçerlidir."

SONUÇLAR :

1. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

   $|BC|^2 < |AB|^2 + |AC|^2 \Leftrightarrow m(\hat{A}) < 90°$

   çift gerektirmesi geçerlidir.

2. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

   $|BC|^2 > |AB|^2 + |AC|^2 \Leftrightarrow m(\hat{A}) > 90°$

   çift gerektirmesi geçerlidir.

3. BÖLÜMÜN ÖZETİ

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a < b < c \Leftrightarrow m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ve $|b - c| < a < b + c$ dir.

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a < b < c$ ise

a) $h_c < h_b < h_a$

b) $V_c < V_b < V_a$

c) $n_C < n_B < n_A$ dir.

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $b \neq c$ ise $h_a < n_A < V_a$ dır.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow m(\hat{A}) = 90°$ dir.

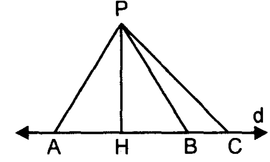
Bir üçgende iki kenarın uzunluğu sabit tutulup aralarındaki açı büyütülürse üçüncü kenar büyür.

$PH \perp d$ ve

$|HA| = |HB| < |HC|$ ise

$|PA| = |PB| < |PC|$ ve

$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ dir.



3. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

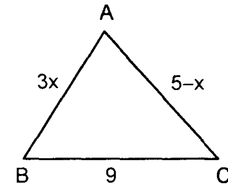
1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 3x$,

$|AC| = 5 - x$ ve

$|BC| = 9$ birim

olduğuna göre üçgenin çevresinin en büyük tamsayı değeri nedir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|b - c| < a < b + c$

$\Rightarrow |5 - x - 3x| < 9 < 5 - x + 3x$

$\Rightarrow |5 - 4x| < 9 < 2x + 5$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} |5-4x| < 9 \\ 2x + 5 > 9 \end{matrix}\right\}$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} -9 < 5 - 4x < 9 \\ 2x + 5 > 9 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -14 < -4x < 4 \\ 2x > 4 \end{matrix}\right\}$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} -1 < x < \frac{7}{2} \\ x > 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2 < x < \frac{7}{2}$ olur.

Üçgenin çevresi,

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 3x + 5 - x + 9 = 2x + 14$ olduğundan

$2 < x < \frac{7}{2} \Rightarrow 4 < 2x < 7$

$\Rightarrow 18 < 2x + 14 < 21$ bulunur.

Üçgenin çevresinin en büyük tamsayı değeri 20 birimdir.

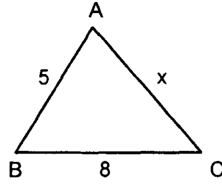
2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 5$ birim,

$|BC| = 8$ birim ve

$m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ ise

$|AC| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?



ÇÖZÜM:

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$8 - 5 < x < 8 + 5$

$\Rightarrow 3 < x < 13$ ① ve

$m(\hat{B}) > m(\hat{C}) \Rightarrow x > 5$ ② dir.

① ve ② den $5 < x < 13$ bulunur.

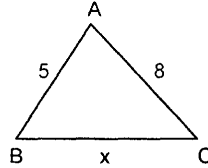
Buna göre $|AC|$, yedi değişik tamsayı değeri alabilir.

3. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$\hat{A}$ geniş açıdır.

$|AB| = 5$ birim ve

$|AC| = 8$ birim ise $|BC| = x$ değerlerinin kümesi nedir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$8 - 5 < x < 8 + 5 \Rightarrow 3 < x < 13$ ① ve

$\hat{A}$ geniş açı olduğundan,

$|BC|^2 > |AB|^2 + |AC|^2 \Rightarrow x^2 > 5^2 + 8^2$

$\Rightarrow x > \sqrt{89}$ ② dur.

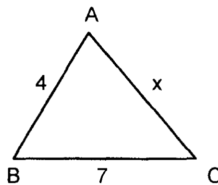
① ve ② den $\sqrt{89} < x < 13$ bulunur.

4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 4$ birim ve

$|BC| = 7$ birimdir.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni geniş açılı bir üçgen olduğuna göre $|AC| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?



ÇÖZÜM :

Verilere göre $\hat{A}$ açısının ya da $\hat{B}$ açısının geniş açı olması mümkündür.

$\hat{A}$ açısının geniş açı olması için,

$|BC|^2 > |AB|^2 + |AC|^2 \Rightarrow 49 > 16 + x^2$

$\Rightarrow x < \sqrt{33}$ olmalıdır.

$7 - 4 < x < 7 + 4 \Rightarrow 3 < x < 11$

olacağı da dikkate alınırsa $3 < x < \sqrt{33}$ bulunur.

Bu koşula uyan tamsayı değerleri 4 ve 5 tir.

$\hat{B}$ açısının geniş açı olması için

$|AC|^2 > |BC|^2 + |AB|^2 \Rightarrow x^2 > 7^2 + 4^2$

$\Rightarrow x > \sqrt{65}$ olmalıdır.

$3 < x < 11$ koşulu ile $\sqrt{65} < x < 11$ bulunur.

Bu koşula uyan tamsayı değerleri de 9 ve 10 dur.

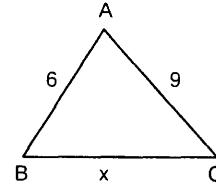
Öyleyse x'in 4, 5, 9 ve 10 değerleri için $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni geniş açılı bir üçgen olur.

5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $60° < m(\hat{A}) < 120°$,

$|AB| = 6$ birim ve

$|AC| = 9$ birim ise

$|BC| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{A})$ değeri büyüdükçe $|BC| = x$ değeri de büyüyecektir. Öyleyse, $m(\hat{A}) = 60°$ iken $|BC| = x_1$ ve $m(\hat{A}) = 120°$ iken $|BC| = x_2$ dersek

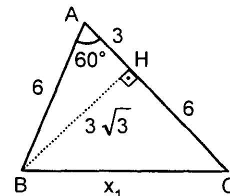
$60° < m(\hat{A}) < 120°$ iken $x_1 < x < x_2$ olmalıdır.

$m(\hat{A}) = 60°$ iken

BH ⊥ AC çizersek

$\overset{\triangle}{ABH}$ dik üçgeninde

$|AH| = 3$ birim,



$|HC| = 6$ birim ve $|BH| = 3\sqrt{3}$ birim olur.

$\overset{\triangle}{BHC}$ dik üçgeninde,

$|BC|^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2 \Rightarrow x_1 = \sqrt{63}$ bulunur.

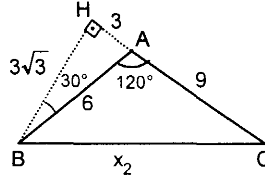
$m(\hat{A}) = 120°$ iken ;

BH ⊥ AC çizersek

$\overset{\triangle}{ABH}$ dik üçgeninde

$|AH| = 3$ birim ve

$|BH| = 3\sqrt{3}$ birim olur.



$\overset{\triangle}{BHC}$ dik üçgeninde,

$|BC|^2 = |BH|^2 + |HC|^2 \Rightarrow |BC|^2 = (3\sqrt{3})^2 + 12^2$

$\Rightarrow x_2 = \sqrt{171}$ birim olur.

O halde $60° < m(\hat{A}) < 120°$ iken

$x_1 < |BC| < x_2 \Rightarrow \sqrt{63} < x < \sqrt{171}$ dir.

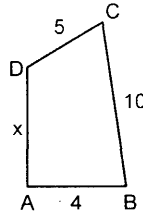
Buna göre x in alacağı tamsayı değerler 8, 9, 10, 11, 12, 13 olmak üzere altı tanedir.

6. ABCD dörtgeninde

$|AB| = 4$ birim,

$|BC| = 10$ birim ve

$|CD| = 5$ birim ise



$|AD| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?

ÇÖZÜM :

Dörtgende herhangi üç kenarın uzunluklarının toplamının, dördüncü kenarın uzunluğundan büyük olacağını görünüz.

(Örneğin $|BC|$, B ile C noktaları arasındaki en kısa yolun uzunluğudur.) Buna göre,

$|BC| < |AB| + |AD| + |DC| \Rightarrow 10 < 4 + x + 5$

$\Rightarrow x > 1$ ① ve

$|AD| < |AB| + |BC| + |CD| \Rightarrow x < 4 + 10 + 5$

$\Rightarrow x < 19$ ② olur.

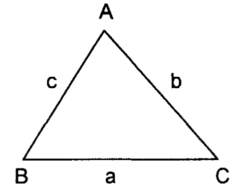
① ve ② den $1 < x < 19$ olup $|AD| = x$, 17 değişik tamsayı değeri alabilir.

7. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ dir.

$|AB| + |BC| = 12$ birim ise

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresi kaç değişik tamsayı değeri alabilir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C}) \Rightarrow a < b < c$ dir.

$a + c = 12$ olması $b < 12$ olmasını gerektirir.

Diğer taraftan $a + b > c$ olmalıdır.

Bu eşitsizlikte iki tarafa a değeri eklenirse,

$2a + b > a + c \;\Rightarrow\; 2a + b > 12$ olur.

$a < b$ olduğundan, eşitsizlikte a yerine b koymak eşitsizliği bozmaz. Buna göre

$2b + b > 12 \;\Rightarrow\; b > 4$ bulunur.

$4 < b < 12$ eşitsizliğinde her tarafa $a + c$ toplamı eklenirse

$$4 + \underbrace{a + c}_{12} < a + b + c < 12 + \underbrace{a + c}_{12}$$

$\Rightarrow 16 < a + b + c < 24$ elde edilir.

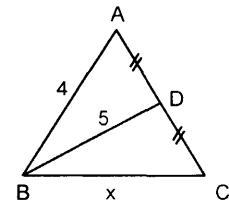
Demek ki, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresi 7 değişik tamsayı değeri alabilir.

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AD| = |DC|$ dir.

$|AB| = 4$ birim ve

$|BD| = 5$ birim



olduğuna göre $|AB| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?

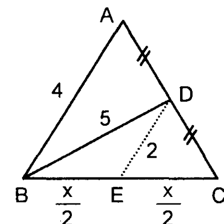
ÇÖZÜM :

DE // AB çizersek,

Thales Teoremi gereğince

$|DE| = 2$ ve

$|BE| = |EC| = \frac{x}{2}$ olur.



$\overset{\triangle}{BDE}$ üçgeninde $5-2<\frac{x}{2}<5+2 \Rightarrow 3<\frac{x}{2}<7$

$\Rightarrow 6<x<14$ bulunur.

Buna göre x, 7 değişik tamsayı değeri alabilir.

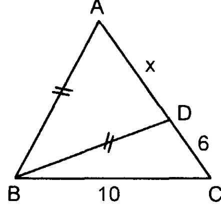
9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB|=|BD|$ dir.

$|BC|=10$ birim ve

$|DC|=6$ birim

olduğuna göre

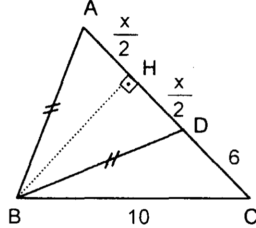


$|AD|=x$ in en büyük tamsayı değeri nedir?

ÇÖZÜM :

$BH \perp AC$ çizelim.

$m(\hat{C})$ değeri küçüldükçe $|HC|$ değeri büyüyerek $|BC|$ değerine yaklaşacaktır.



Buna göre,

$|HC|<|BC| \Rightarrow \frac{x}{2}+6<10$

$\Rightarrow x<8$ olur.

Öyleyse $|AD|=x$ in en büyük tamsayı değeri 7 dir.

10. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a+b+c=2u$ olmak üzere,

$u<v_a+v_b+v_c<2u$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

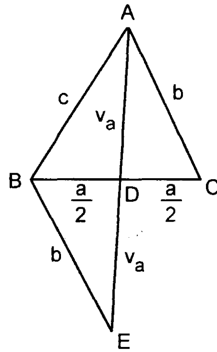
[AD üzerinde

$|AD|=|DE|=v_a$

olacak biçimde bir E noktası alalım.

$\overset{\triangle}{ADC} \cong \overset{\triangle}{EDB}$ (K.A.K.) eşliği gereğince

$|BE|=|AC|=b$ olur.



$\overset{\triangle}{ABE}$ üçgeninde $2v_a<b+c$ ① dir.

$\overset{\triangle}{ADC}$ üçgeninde $b-\frac{a}{2}<v_a$ ② ve

$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeninde $c-\frac{a}{2}<v_a$ ③ olup

② ve ③ taraf tarafa toplanırsa

$b+c-a<2v_a$ ④ olur.

① ve ④ birlikte yazılırsa

$b+c-a<2v_a<b+c$ ⑤ bulunur.

⑤ eşitsizliğini v_b ile v_c için de yazalım;

$a+c-b<2v_b<a+c$, ⑥

$a+b-c<2v_c<a+b$ ⑦

⑤, ⑥ ve ⑦ yi taraf tarafa toplarsak

$a+b+c<2v_a+2v_b+2v_c<2a+2b+2c$

$\Rightarrow 2u<2(v_a+v_b+v_c)<4u$

$\Rightarrow u<v_a+v_b+v_c<2u$ elde edilir.

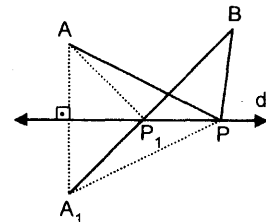
11. Bir d doğrusu ile bunun aynı tarafında A ve B noktaları veriliyor. d doğrusu üzerinde öyle bir P noktası bulunuz ki;

a) $|PA|+|PB|$ toplamı en küçük olsun.

b) $||PA|-|PB||$ farkı en büyük olsun.

ÇÖZÜM :

a) d doğrusu üzerinde değişen bir nokta P, A noktasının d ye göre simetriği A_1 ve $[A_1B] \cap d=\{P_1\}$ olsun.



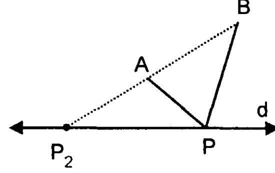
d doğrusu $[AA_1]$ doğru parçasının orta dikmesi olduğundan $|P_1A|=|P_1A_1|$ ve $|PA|=|PA_1|$ olur.

$|PA|+|PB|=|PA_1|+|PB|$ olacağından problem,

$|PA_1|+|PB|$ toplamını en küçük yapacak olan P noktasını belirlemeye dönüşür. Bu toplam P noktası $[A_1B]$ üzerinde iken en küçük olacağından, P noktası P_1 ile çakışık olarak alınmalıdır.

b) d doğrusu üzerinde değişen bir nokta P ve $[BA] \cap d = \{P_2\}$ olsun. $\overset{\Delta}{PAB}$ üçgeninde

$|PB| - |PA| < |AB|$ ① dir.



Diğer taraftan $|P_2B| - |P_2A| = |AB|$ ② olup

① ve ② den $|PB| - |PA| < |P_2B| - |P_2A|$ bulunur.

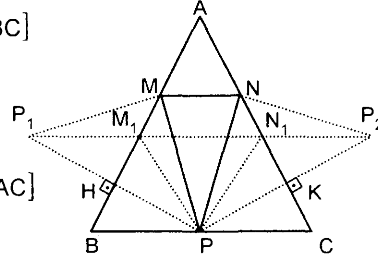
Demek ki P noktası P_2 ile çakışık olarak alınırsa, $||PA| - |PB||$ farkı en büyük olacaktır.

12. Bir $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde bir P noktası veriliyor. $[AB]$ üzerinde M ve $[AC]$ üzerinde N gibi öyle iki nokta bulunuz ki, $\overset{\Delta}{PMN}$ üçgeninin çevresi en küçük olsun.

ÇÖZÜM :

$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeni ile $[BC]$ üzerindeki P noktası verilmiş olsun.

$M \in [AB]$ ve $N \in [AC]$ olmak üzere,



$\overset{\Delta}{PMN}$ üçgeninin çevresini en küçük yapacak olan M N noktalarını belirleyeceğiz.

P noktasının $[AB]$ye göre simetriği P_1 ve $[AC]$ ye göre simetriği P_2 olsun. $[P_1P_2]$ doğru parçası $[AB]$ ve $[AC]$yi M_1 ve N_1 noktalarında kessin.

Simetriden, $|PM| = |P_1M|$, $|PN| = |P_2N|$,

$|PM_1| = |P_1M_1|$ ve $|PN_1| = |P_2N_1|$ dir.

Buna göre, $|PM| + |MN| + |PN| = |P_1M| + |MN| + |P_2N|$

ve $|PM_1| + |M_1N_1| + |PN_1| = |P_1M_1| + |M_1N_1| + |P_2N_1|$ olur.

$|P_1M_1| + |M_1N_1| + |P_2N_1| < |P_1M| + |MN| + |P_2N|$ olduğundan

$|PM_1| + |M_1N_1| + |P_2N_1| < |PM| + |MN| + |PN|$

elde edilir.

Demek ki, M noktası M_1 ile, N noktası da N_1 ile çakışık olarak alınırsa, $\overset{\Delta}{PMN}$ üçgeninin çevresi en küçük olur.

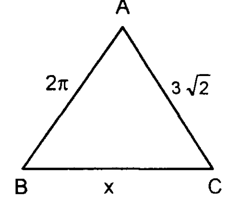
3. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde

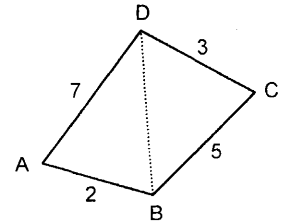
$|AB| = 2\pi$ birim ve

$|AC| = 3\sqrt{2}$ birim ise

$|BC| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?



2. Şekildeki verilere göre $|BD|$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?



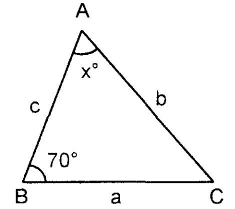
3. $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde

a < b < c dir.

$m(\hat{A}) = x°$ ve

$m(\hat{B}) = 70°$ ise

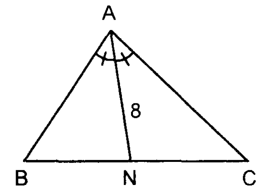
x'in en büyük tamsayı değeri nedir?



4. $\hat{A}$ açısı geniş açı olan $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde $[AN]$ açıortaydır.

$|AN| = 8$ birim ise

$|BC|$ nin en küçük tamsayı değeri nedir?



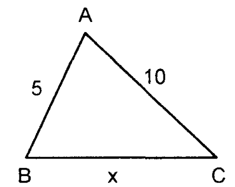
5. $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde

$\hat{B}$ dar açıdır.

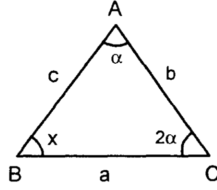
$|AB| = 5$ birim ve

$|AC| = 10$ birim ise

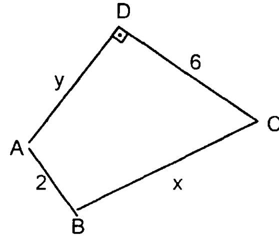
$|BC| = x$ değerlerinin kümesi nedir?



6. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$a < b < c$ dir.
$m(\hat{C}) = 2m(\hat{A})$ ise
$m(\hat{B}) = x$ in derece cinsinden en büyük tamsayı değeri nedir?

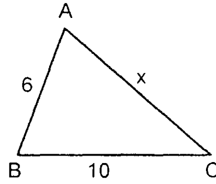


7. ABCD dörtgeninde
$|AB| = 2$ birim,
$|BC| = x$ birim,
$|CD| = 6$ birim,
$|AD| = y$ birim ve
$m(\hat{D}) = 90°$ dir.



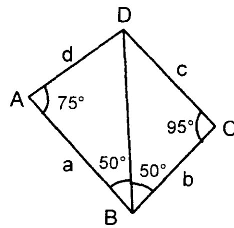
x ve y birer tamsayı olduğuna göre dörtgenin çevresi en az kaç birimdir?

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$|AB| = 6$ birim ve
$|BC| = 10$ birimdir.
$m(\hat{B}) < 60°$ olduğuna göre

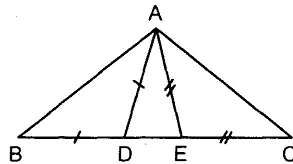


$|AC| = x$ kaç değişik tamsayı değeri alabilir?

9. Şekildeki verilere göre a, b, c, d uzunluklarını küçükten büyüğe sıralayınız.

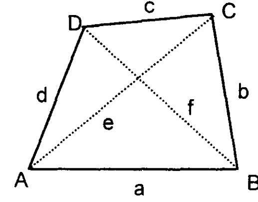


10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$|AD| = |DB|$ ve
$|AE| = |EC|$ dir.
$\overset{\triangle}{ADE}$ üçgeninin çevresi 14 birim ise



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresinin en küçük tamsayı değeri nedir?

11. ABCD konveks dörtgeninde, köşegenlerin uzunlukları e ile f ve $a + b + c + d = 2u$ olmak üzere



$u < e + f < 2u$ olduğunu gösteriniz.

12. Bir konveks dörtgenin dört köşesine uzaklıklarının toplamı en küçük olan noktanın, bu dörtgenin köşegenlerinin kesim noktası olduğunu gösteriniz.

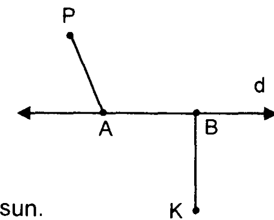
13. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $h_a + h_b + h_c < a + b + c$ olduğunu gösteriniz.

14. Bir üçgende her kenarortayın diğer ikisinin farkından büyük ve toplamından küçük olduğunu gösteriniz.

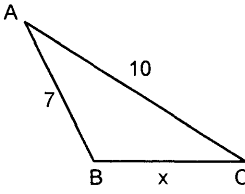
15. Bir üçgende her dış açının ölçüsünün, diğer ikisinin ölçüsünün farkından büyük ve toplamından küçük olduğunu gösteriniz.

16. Bir d doğrusu üzerinde kayabilen, uzunluğu sabit bir [AB] doğru parçası ile bu doğrunun iki tarafında sabit P ve K noktaları verilmiştir.

[AB] doğrusunun öyle bir konumunu bulunuz ki
$|PA| + |AB| + |BK|$
toplamı en küçük olsun.

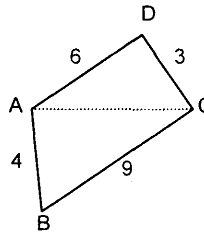


1. Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) > 90°$, $|AB| = 7$ birim ve $|AC| = 10$ birim ise $|BC| = x$ kaç değişik tam sayı değer alabilir?



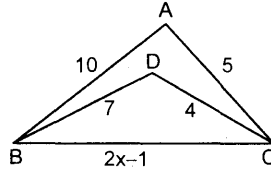
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Şekilde $\widehat{ADC}$ dar açıdır. $|AB| = 4$ birim, $|BC| = 9$ birim, $|CD| = 3$ birim ve $|AD| = 6$ birim olduğuna göre $|AC|$ kaç değişik tamsayı değer alabilir?



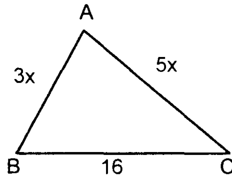
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. $|AB| = 10$ birim, $|AC| = 5$ birim, $|BD| = 7$ birim, $|DC| = 4$ birim ve $|BC| = 2x-1$ birim olduğuna göre x'in alabileceği tamsayı değerleri kaç tanedir?



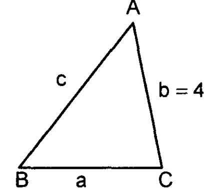
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. ABC üçgeninde $|AB| = 3x$ birim, $|AC| = 5x$ birim ve $|BC| = 16$ birim olduğuna göre $|AB|$ hangi aralıkta tüm değerleri alabilir?



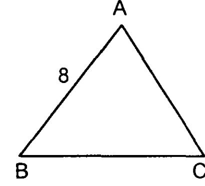
A) (3, 16) B) (3, 24) C) (5, 16)
D) (6, 24) E) (2, 16)

5. $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ve $b = 4$ birim ise c kaç farklı tamsayı değer alabilir?



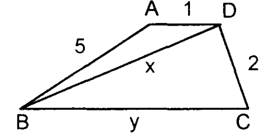
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) sonsuz

6. ABC üçgeninde $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ve $c = 8$ birim ise üçgenin çevresinin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?



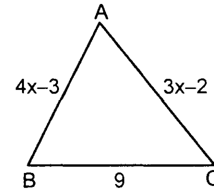
A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

7. ABCD dörtgeninde $|AB| = 5$ birim, $|AD| = 1$ birim, $|DC| = 2$ birim, $|BD| = x$ birim, $|BC| = y$ birimdir. x ve y birer tamsayı ve $m(\widehat{BDC}) > 90°$ ise y kaç olabilir?



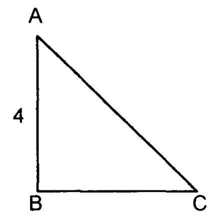
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. x bir gerçek sayı olduğuna göre ABC üçgeninin çevresinin alabileceği en büyük tamsayı değer nedir?



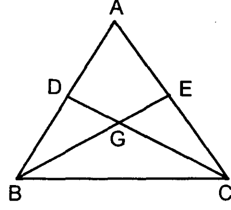
A) 66 B) 67 C) 73 D) 74 E) 75

9. ABC üçgeninde kenarların uzunlukları birer tamsayıdır. $m(\widehat{ABC}) > 90°$, $m(\hat{C}) > m(\hat{A})$ ve $|AB| = 4$ birim ise $|AC|$ kaç farklı değer alabilir?



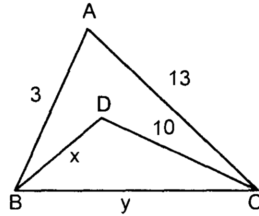
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. ABC üçgeninde [BE] ve [CD] kenarortaydır.
$|AB|+|AC| = 18$ birim
olduğuna göre
$|BE|+|CD|$ toplamının
en büyük tamsayı değeri nedir?



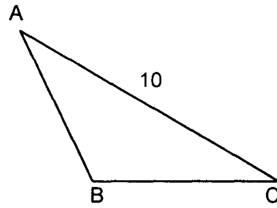
A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

11. D noktası ABC üçgeninin iç bölgesindedir.
$|AB| = 3$ birim,
$|AC| = 13$ birim,
$|CD| = 10$ birim,
$|BD| = x$ birim ve
$|BC| = y$ birim ise x+y toplamının en büyük tamsayı değeri nedir?



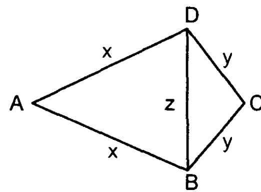
A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 29

12. ABC üçgeninde
$|BC| = 2|AB|$ ve
$|AC| = 10$ birimdir.
$\hat{B}$ geniş açı ise üçgenin çevresinin en büyük tamsayı değeri kaç birimdir?



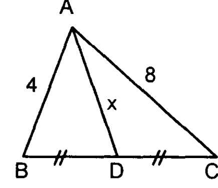
A) 22 B) 23 C) 25 D) 26 E) 27

13. $y < z < x$ ve ABCD dörtgeninin açılarının derece cinsinden değeri birer tamsayı ise ABC açısının en büyük değeri kaç derecedir?



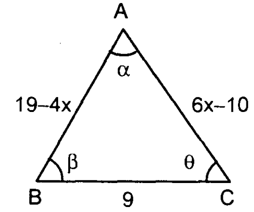
A) 119 B) 148 C) 149 D) 178 E) 179

14. ABC üçgeninde
[AD] kenarortay,
$|AB| = 4$ birim ve
$|AC| = 8$ birim
olduğuna göre
$|AD| = x$ kaç farklı tamsayı değer alabilir?



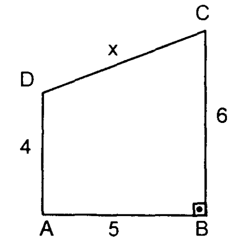
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. α, β ve θ A, B ve C açılarının ölçüleridir.
x bir doğal sayı,
$|AB| = 19-4x$ birim,
$|AC| = 6x-10$ birim,
$|BC| = 9$ birim ise
α, β ve θ ölçüleri arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\theta < \alpha < \beta$ B) $\beta < \theta < \alpha$ C) $\alpha < \theta = \beta$
D) $\theta < \beta < \alpha$ E) $\beta < \alpha < \theta$

16. ABCD konveks bir dörtgendir.
$m(\hat{B})=90°$,
$|AB| = 5$ birim,
$|BC| = 6$ birim,
$|AD| = 4$ birim ve
$|DC| = x$ birim ise
x'in en büyük tamsayı değeri nedir?

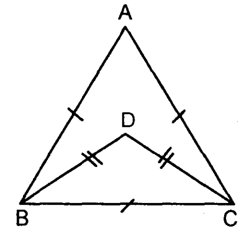


A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

17. ABC üçgeninde iki kenarortayın uzunlukları $v_b=6$ birim ve $v_c=9$ birimdir. Buna göre v_a kenarortay uzunluğunun en büyük tamsayı değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

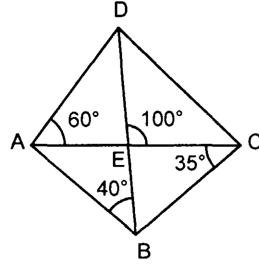
18. D noktası ABC eşkenar üçgeninin iç bölgesindedir.
$|DB| = |DC|$ ve DBC üçgeninin çevresi 18 birim olduğuna göre ABC üçgeninin çevresinin en büyük tamsayı değeri nedir?



A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

19. Şekildeki dörtgende [AC] ve [BD] köşegenlerdir.

Verilenlere göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

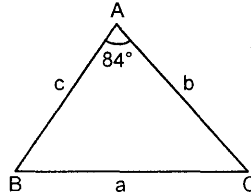


A) $|BE| > |DE|$
B) $|AE| > |EC|$
C) $|BE| > |AE|$
D) $|BE| > |EC|$
E) $|EC| > |DE|$

20. ABC üçgeninde kenarların uzunlukları a, b ve c birimdir.
$c < b < a$ ve

$m(\hat{A}) = 84°$ ise

$m(\hat{C})$ nin derece cinsinden en büyük tamsayı değeri nedir?



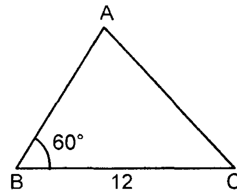
A) 46 B) 47 C) 48 D) 81 E) 82

21. ABC üçgeninde

$m(\hat{B})=60°$ ve

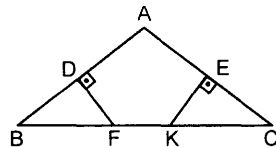
$|BC| = 12$ birimdir.

$|AC|$ uzunluğunun alabileceği en küçük tamsayı değeri nedir?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

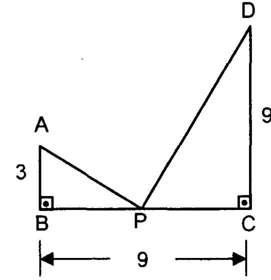
22. ABC üçgeninde [DF] ve [EK], [AB] ve [AC] kenarlarının orta dikmeleridir.



$|AB|+|AC| = 18$ birim
ise $|FK|$ nın alabileceği en büyük tamsayı değeri nedir?

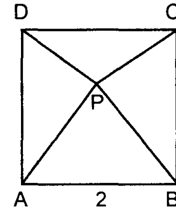
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

23. Şekilde
$AB \perp BC$ ve
$DC \perp BC$ dir.
$|AB| = 3$ cm,
$|BC| = 9$ cm ve
$|CD| = 9$ cm ise
$|PA| + |PD|$ toplamı en az kaç cm olabilir?



A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

24. ABCD bir kare ve P karenin içinde bir noktadır.
$|AB| = 2$ birim ise
$|PA| + |PB| + |PC| + |PD|$ toplamı kaç farklı tamsayı değer alabilir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. $m(\hat{B}) > 90°$ ise

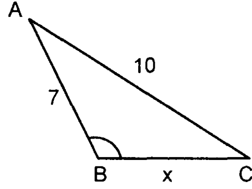
$|AC|^2 > |AB|^2 + |BC|^2$

$100 > 49 + x^2$

$\Rightarrow x < \sqrt{51}$ ① ve

$|BC| > |AC| - |AB|$

$\Rightarrow x > 3$ ②



① ve ② den $3 < x < \sqrt{51}$ bulunur.

Buna göre, $x \in \{4, 5, 6, 7\}$ dir.

2. DAC üçgeninde

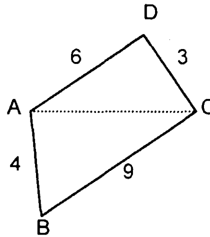
$3 < |AC| < 9$, ①

ABC üçgeninde

$5 < |AC| < 13$ ② dir.

① ve ② den

$5 < |AC| < 9$ bulunur.



Buna göre, $|AC| \in \{6, 7, 8\}$ dir.

3. ABC üçgeninde

$5 < 2x - 1 < 15$

$\Rightarrow 3 < x < 8$, ①

DBC üçgeninde

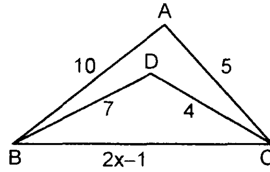
$3 < 2x - 1 < 11$

$\Rightarrow 2 < x < 6$ ② dir.

① ve ② den

$3 < x < 6$ bulunur.

Buna göre, $x \in \{4, 5\}$ dir.



4. $||AB| - |AC|| < |BC| < |AB| + |BC|$

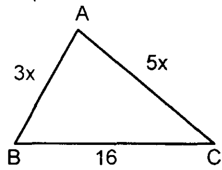
$\Rightarrow 2x < 16 < 8x$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x < 16 \\ 8x > 16 \end{array}\right\}$

$\Rightarrow 2 < x < 8$

$\Rightarrow 6 < 3x < 24$ bulunur.

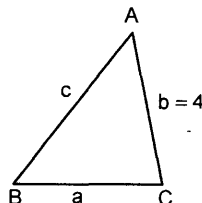
Buna göre, $|AB| \in (6, 24)$ dır.



5. $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$

$\Rightarrow a < 4 < c$ dir. ①

$\left.\begin{array}{l} a < 4 \\ c < a + 4 \end{array}\right\} \Rightarrow c < 8$, ②



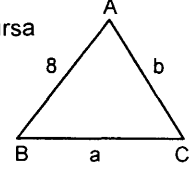
① ve ② den $4 < c < 8$ bulunur.

Buna göre, $c \in \{5, 6, 7\}$ dir.

6. $\left.\begin{array}{l} a + b > 8 \\ c = 8 \end{array}\right\}$ taraf tarafa toplanırsa

$a + b + c > 16$ bulunur.

Buna göre üçgenin çevresinin en küçük tamsayı değeri 17 dir.



7. ABD üçgeninde

x bir tamsayı ve

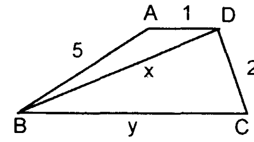
$4 < x < 6$ olduğundan

$x = 5$ olur.

DBC üçgeninde

$y^2 > 5^2 + 2^2$

$\Rightarrow y > \sqrt{29}$



ve $3 < y < 7$ olacağından

$\sqrt{29} < y < 7$ bulunur. Buna göre, $y = 6$ dır.

8. ABC üçgeninde

$||AB| - |AC|| < |BC| < |AB| + |AC|$

$\Rightarrow |x - 1| < 9 < 7x - 5$

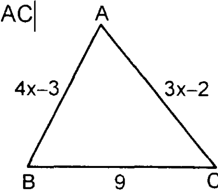
eşitsizliği bulunur.

Bunu çözelim.

$x \geq 1$ ise

$x - 1 < 9 < 7x - 5$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - 1 < 9 \\ 7x - 5 > 9 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 < x < 10$



Çevrenin en büyük değerini aradığımız için $x < 1$ durumunu incelemeye gerek yoktur. (x büyüdükçe çevrenin büyüdüğünü görünüz.)

Çevre $= 4x - 3 + 3x - 2 + 9$

$\Rightarrow$ Çevre $= 7x + 4$ tür.

$2 < x < 10 \Rightarrow 14 < 7x < 70$

$18 < 7x + 4 < 74$

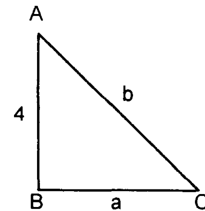
Çevrenin en büyük tamsayı değeri 73 olur.

9. a ve b birer tamsayı

ve $m(\hat{C}) > m(\hat{A})$ ise

$4 > a$ olur.

a'nın alabileceği tamsayı değerlerini vererek b değerlerini bulalım :



$a = 3$ için

$b^2 > 3^2 + 4^2 \Rightarrow b > 5,$

aynı zamanda $b < 7$ olacağından $b = 6$ değerini alabilir. Aynı şekilde

$a = 2$ için

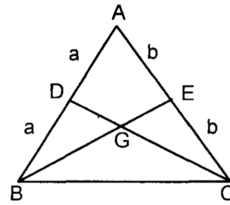
$\sqrt{20} < b < 6 \Rightarrow b = 5$ bulunur.

$a = 1$ için

$\sqrt{17} < b < 5$ koşuluna uyan b tamsayısı yoktur.

Öyleyse, $b \in \{5, 6\}$ dir.

10. D ve E orta noktalar olduğundan



$|BD| = |DA| = a$ ve

$|AE| = |EC| = b$ diyelim.

ABE üçgeninde

$|BE| < 2a + b,$ ①

ADC üçgeninde $|CD| < a + 2b$ ② dir.

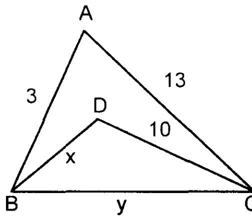
① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$|BE| + |CD| < 3(a+b)$ bulunur.

$2a + 2b = 18 \Rightarrow a + b = 9$ ve $|BE| + |CD| < 27$ olur.

Buna göre, $|BE| + |CD|$ toplamının en büyük tamsayı değeri 26 dır.

11. D noktası ABC üçgeninin iç bölgesinde bulunduğundan



$y < x + 10 < 16$ olur.

Buradan $x < 6,$ ①

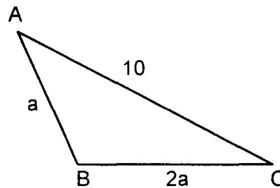
$y < 16,$ ②

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$x + y < 22$ bulunur. Buna göre,

$x + y$ toplamının en büyük tamsayı değeri 21 dir.

12. $|AB| = a$ dersek



$|BC| = 2a$ olur.

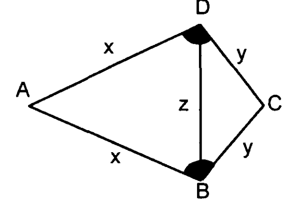
$\hat{B}$ geniş açı olduğundan

$4a^2 + a^2 < 100 \Rightarrow a < 2\sqrt{5}$ olur.

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 3a + 10 < 6\sqrt{5} + 10$ bulunur.

Bu koşula uyan en büyük tamsayı 23 tür.

13. Şekilden



$\widehat{ABC} \cong \widehat{ADC}$ olduğunu görünüz.

Öyleyse $m(\widehat{ABC})$ nin en büyük olması için $m(\hat{A})$ ve $m(\hat{C})$ en küçük seçilmelidir.

$z < x$ olduğundan $m(\hat{A})$ istenildiği kadar küçük seçilebilir. $m(\hat{A}) = 1°$ alabiliriz. $y = z$ olsaydı $m(\hat{C}) = 60°$ olacaktı. $y < z$ olduğundan $m(\hat{C}) > 60°$ olmalıdır. $m(\hat{C}) = 61°$ alabiliriz.

Buna göre ABCD dörtgeninde

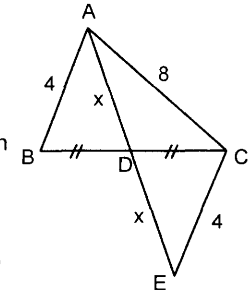
$m(\widehat{ABC}) + 61° + m(\widehat{ADC}) + 1° = 360°$

$\Rightarrow 2 \cdot m(\widehat{ABC}) = 298°$

$\Rightarrow m(\widehat{ABC}) = 149°$ elde edilir.

$m(\widehat{ABC})$ nin en büyük tamsayı değeri 149° dir.

14. [AD kenarortayını $|DE| = |AD|$ olacak biçimde uzatalım.



$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{ECD}$ olacağından

$|CE| = |AB| = 4$ birim olur.

ACE üçgeninde

$4 < 2x < 12 \Rightarrow 2 < x < 6$

bulunur. Buna göre,

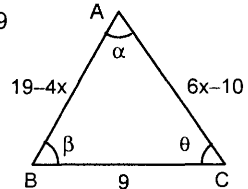
$x \in \{3, 4, 5\}$ dir.

15. $||AB| - |AC|| < |BC| < |AB| + |AC|$

$\Rightarrow |19 - 4x - 6x + 10| < 9 < 19 - 4x + 6x - 10$

$\Rightarrow |29 - 10x| < 9 < 2x + 9$

eşitsizliğini çözelim.



$x > \frac{29}{10}$ ise

$$\left.\begin{array}{l} -29 + 10x < 9 \\ 2x + 9 > 9 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 < x < \frac{19}{5}$$

$\Rightarrow \frac{29}{10} < x < \frac{19}{5}$ olur.

$x = 3$ için kenarları, buradan da açıları kıyaslayabiliriz.

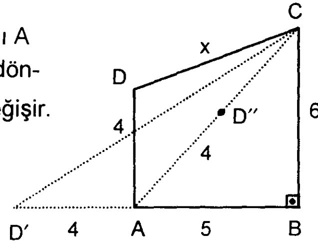
$x=3$ için $|AB|=7$,

$|AC|=8$, $|BC|=9$

olduğundan $\theta < \beta < \alpha$ dır.

$x < \frac{29}{10}$ durumunda eşitsizliği çözmemize gerek yoktur. x bir doğal sayı olduğuna göre x yerine 0, 1, 2 sayıları konularak elde edilecek uzunlukların bir üçgen oluşturamayacağı görülebilir.

16. [AD] doğru parçası A noktası etrafında döndükçe $|DC|=x$ değişir.



A, D ve C aynı doğrultuda ve D noktası A ile C arasında iken $|DC|$ nin en küçük olduğunu, bu konumdan itibaren $\widehat{BAD}$ açısı büyüdükçe $|DC|$ nin büyüyeceğini görünüz.

Öte yandan bir konveks çokgende bir iç açı 180° den küçük olduğundan $m(\widehat{BAD})<180°$ kalmalıdır.

$m(\widehat{BAD})=180°$ sayarak x değerini hesaplayalım. Bu durumda dörtgen D′BC dik üçgenine dönüşecektir.

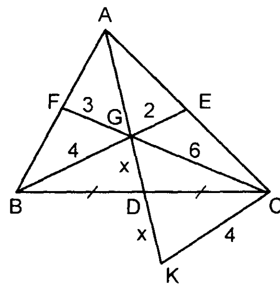
$$|D'C|^2 = |D'B|^2 + |BC|^2$$

$$\Rightarrow |D'C|^2 = (4+5)^2 + 6^2 = 117$$

$$\Rightarrow |D'C| = \sqrt{117} \text{ bulunur.}$$

Öyleyse, $x < \sqrt{117}$ olmalıdır. Buna göre, $|DC|$ nin en büyük tamsayı değeri 10 dur.

17. Şekilde [AD], [BE] ve [CF] kenarortaydır.



$V_b = 6$ birim ise

$|BG| = 4$ birim ve

$V_c = 9$ birim ise

$|CG| = 6$ birimdir.

GBC üçgeninde [GD kenarortayını $|GD| = |DK|$ olacak biçimde uzatalım.

$\overset{\Delta}{GBD} \cong \overset{\Delta}{KCD} \Rightarrow |BG| = |KC| = 4$ birim olur.

GKC üçgeninde

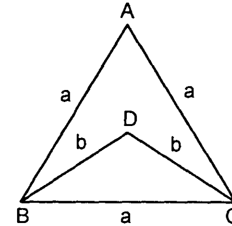
$2 < 2x < 10 \Rightarrow 1 < x < 5$ ve

$V_a = 3x$ olduğundan

$3 < V_a < 15$ bulunur. Buna göre,

V_a nın en büyük tamsayı değeri 14 tür.

18. DBC üçgeninde



$a + 2b = 18$ ①

ve $2b > a$ dır. ②

Biz, 3a nın en büyük tamsayı değerini arıyoruz.

① den $b = \frac{18-a}{2}$ değeri

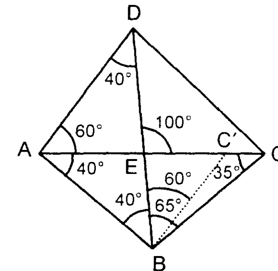
② de yerine konursa

$$2 \cdot \left(\frac{18-a}{2}\right) > a \Rightarrow a < 9$$

$$\Rightarrow 3a < 27 \text{ bulunur.}$$

ABC üçgeninin çevresinin en büyük tamsayı değeri 26 dır.

19. Bulabildiğimiz açı ölçülerini şekle yerleştirelim ve her şıkkı inceleyelim.



A) $|BE| = |AE|$ ve $|AE| < |DE|$ olduğundan $|BE| < |DE|$ olmalıdır.

B) $|AE| = |EB|$ ve $|EB| < |EC|$ olduğundan $|AE| < |EC|$ olmalıdır.

C) $|BE| = |AE|$ olmalıdır.

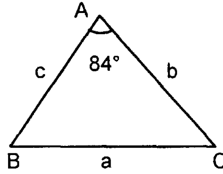
D) $|BE| < |EC|$ olmalıdır.

E) $m(\widehat{EBC'})=60°$ alırsak

$\overset{\Delta}{AED} \cong \overset{\Delta}{BEC'}$ olur. Buradan $|DE| = |EC'| < |EC|$ olacağından $|EC| > |DE|$ olur.

Doğru cevap E seçeneğidir.

20. ABC üçgeninde
$c < b < a$ ise
$m(\hat{C}) < m(\hat{B}) < 84°$ dir.



Ayrıca,
$m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180 - 84 = 96°$

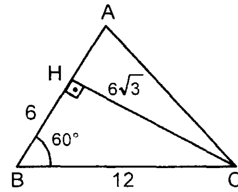
$\Rightarrow m(\hat{B}) = 96° - m(\hat{C})$ ve $m(\hat{C}) < m(\hat{B})$

olduğundan $m(\hat{C}) < 96 - m(\hat{C})$

$\Rightarrow m(\hat{C}) < 48°$ bulunur. Buna göre,

$m(\hat{C})$ nin en büyük tamsayı değeri 47° dir.

21. $CH \perp AB$ çizelim.
HBC dik üçgeninde
$|HB| = 6$ birim ve
$|CH| = 6\sqrt{3}$ birim
bulunur.

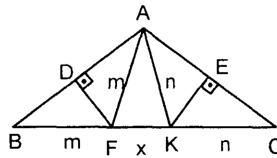


$|CA| \geq |CH|$ olacağından

$|CA| \geq 6\sqrt{3}$ birim olur. Buna göre,

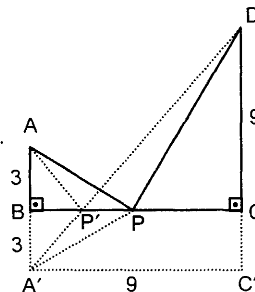
$|CA|$ nın en küçük tamsayı değeri 11 dir.

22. [DF], [AB] nin orta dikmesi olduğundan
$|FB| = |FA| = m$ ve
[EK], [AC] nin orta dikmesi olduğundan
$|KA| = |KC| = n$ olsun.



ABC üçgeninde $m + n + x < 18$, ①
AFK üçgeninde $x < m + n$ dir. ②
① ve ② taraf tarafa toplanırsa
$m + n + x + x < 18 + m + n$
$\Rightarrow x < 9$ bulunur. Buna göre,
$|FK|$ nın en büyük tamsayı değeri 8 dir.

23. A nın BC ye göre simetriği A′ ve
$[A'D] \cap [BC] = \{P'\}$ olsun.
[BC], [AA′] nün orta dikmesi olduğundan
$|PA| = |PA'|$ olur.



$|PA| + |PD| = |PA'| + |PD|$

olacağından problem, $|PA'| + |PD|$ toplamının en küçük değerini bulmaya dönüşür. Bu toplam, P noktası [A′D] üzerinde iken en küçük olacağından P noktası P′ ile çakışık olarak alınmalıdır. Öyleyse $|PA| + |PD|$ toplamının en küçük değeri $|A'D|$ kadardır.

Şimdi de $|A'D|$ uzunluğunu bulalım :
A′C′ // BC ve CC′ // BA′ çizersek,
A′C′CB dikdörtgeninde $|BC| = |A'C'| = 9$ cm ve
$|A'B| = |CC'| = 3$ cm olur.

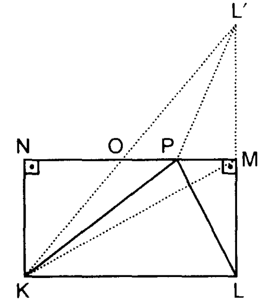
DA′C′ dik üçgeninde $|A'D|^2 = |A'C'|^2 + |DC'|^2$

$\Rightarrow |A'D|^2 = 9^2 + 12^2$

$\Rightarrow |A'D| = 15$ cm bulunur.

$|PA| + |PD|$ toplamının en küçük değeri 15 cm dir.

24. Önce, bir KLMN dikdörtgeninde [MN] üzerinde değişen bir P noktası için $|PK| + |PL|$ toplamının, P nin hangi konumunda en küçük, hangi konumunda en büyük olduğunu bulalım :



[MN] nin orta noktası O ve $P \in [OM]$ olsun.
L nin MN ye göre simetriği olan L′ noktasını alalım. $\overset{\triangle}{OML'} \cong \overset{\triangle}{ONK}$ olacağından KL′ doğrusu O noktasından geçer. Ayrıca [MN], [LL′] nün orta dikmesi olduğundan $|OL| = |OL'|$ ve $|PL| = |PL'|$ dür.

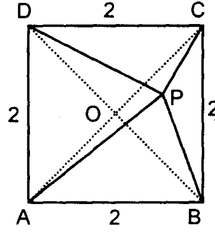
$|PL| = |PL'| \Rightarrow |PK| + |PL| = |PK| + |PL'|$ olur.

P noktası KML′ üçgensel bölgesinde olduğundan
$|KL'| \leq |PK| + |PL'| \leq |MK| + |ML'|$

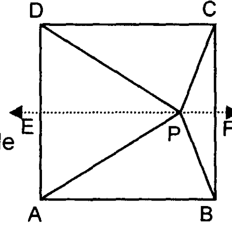
$\Rightarrow |OK| + |OL| \leq |PK| + |PL| \leq |MK| + |ML|$ bulunur.

Öyleyse, $|PK| + |PL|$ toplamı, P noktası O üzerinde iken en küçük, M üzerinde iken en büyüktür.
$P \in [NO]$ durumu için de aynı ispat yapılabilir.

Şimdi problemimize dönelim.



P noktası, köşegenlerin kesim noktası olan O da iken $|PA|+|PB|+|PC|+|PD|=T$ toplamının en küçük değerini aldığını ve bunun $4\sqrt{2}$ birim olduğunu kolayca görebilirsiniz.



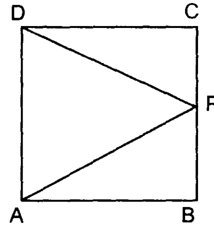
T toplamının en büyük olduğu durumda, P noktasının [AB] ye paralel bir [EF] doğru parçası üzerinde olduğu düşünülebilir.

$|FA|+|FB|>|PA|+|PB|$ ve

$|FC|+|FD|>|PC|+|PD|$ olduğunu biliyoruz.

Öyleyse T nin en büyük olması için P noktası F de (veya E de) alınmalıdır.

Başka bir deyişle P noktası karenin bir kenarı üzerinde olmalıdır.



P noktasını [BC] üzerinde alalım. P noktası [BC] üzerinde değişirken $|PB|+|PC|$ toplamı 2 birim olarak sabit kalacak, $|PA|+|PD|$ toplamı ise P noktası C ye (ya da B ye) yaklaştıkça büyüyecektir.

Öyleyse, P noktası köşelerden biri üzerinde (örneğin C de) olduğunda T toplamı en büyük değerini alacaktır.

T noktası C de iken

$|PA|=|CA|=2\sqrt{2}$ birim, $|PD|=|CB|=2$ birim,

$|PD|=|CD|=2$ birim, $|PC|=|CC|=0$ olup

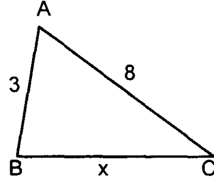
$|PA|+|PB|+|PC|+|PD|=4+2\sqrt{2}$ olur.

Buradan,

$4\sqrt{2}\leq|PA|+|PB|+|PC|+|PD|\leq 4+2\sqrt{2}$ bulunur.

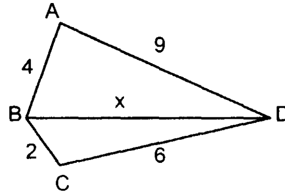
Bu koşula uygun tek tamsayı 6 dır.

1. ABC üçgeninde
$|AB| = 3$ birim,
$|AC| = 8$ birim ve
$m(\hat{A}) < m(\hat{B})$ ise
$|BC| = x$ kaç değişik tamsayı değer alabilir?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

2. $|AB| = 4$ birim,
$|BC| = 2$ birim,
$|CD| = 6$ birim ve
$|AD| = 9$ birim ise
$|BD| = x$ kaç farklı tamsayı değer alabilir?

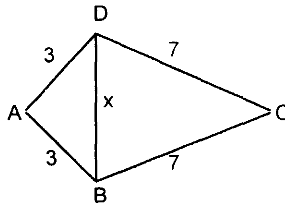


A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Bir ABC üçgeninde $|BC| > |AC|$ ve $m(\hat{B}) = 80°$ olduğuna göre $m(\hat{C})$ nin derece cinsinden en büyük tamsayı değeri nedir?

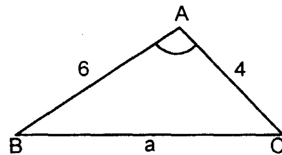
A) 43 B) 31 C) 24 D) 20 E) 19

4. $m(\hat{A}) > 60°$ ve
$m(\hat{C}) < 60°$ dir.
$|AB| = |AD| = 3$ birim
ve $|BC| = |CD| = 7$ birim
ise $|BD| = x$ kaç değişik tamsayı değer alabilir?



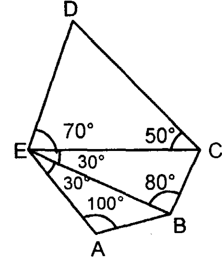
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Şekildeki ABC üçgeninde
$m(\widehat{BAC}) > 90°$,
$|AB| = 6$ birim,
$|AC| = 4$ birim ve
$|BC| = a$ birim olduğuna göre a'nın tamsayı değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?



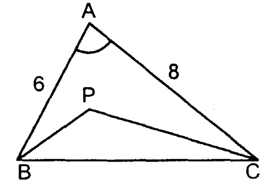
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

6. Şekilde verilenlere göre en uzun kenar hangisidir?



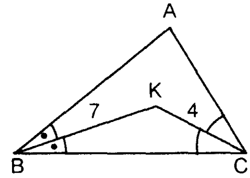
A) [EC] B) [BE] C) [BC] D) [CD] E) [DE]

7. $|AB| = 6$ birim,
$|AC| = 8$ birim ve P, ABC üçgeninin iç bölgesinde değişen bir nokta olup
$m(\widehat{BAC}) > 90°$ dir.
$|PB| + |PC|$ toplamı kaç farklı tamsayı değer alabilir?



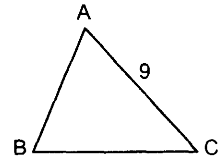
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. ABC üçgeninde
[BK] ve [CK] açıortay,
$|BK| = 7$ birim ve
$|CK| = 4$ birim ise
$|BC|$ uzunluğunun tamsayı değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?



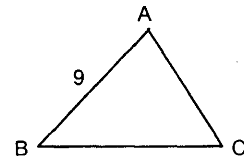
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

9. ABC üçgeninde
$m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$
ve $b = 9$ birim ise
üçgenin çevresinin alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?



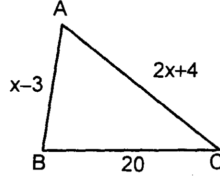
A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

10. ABC üçgeninde
$m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$
ve $c = 9$ birim ise
üçgenin çevresinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?



A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

11. $|AB| = x - 3$, $|AC| = 2x + 4$ ve $|BC| = 20$ birim ise x kaç farklı tamsayı değer alabilir?



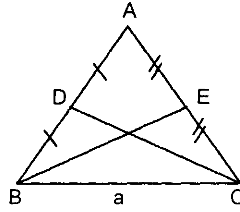
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. Çevresi 24 birim olan bir dik üçgenin dik kenarlarından biri en çok hangi tamsayı değerini alabilir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

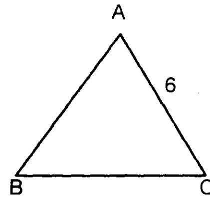
13. ABC üçgeninde ☑ v_b ve v_c, kenarortayların uzunluklarıdır.

$v_b + v_c = 18$ birim ise $|BC| = a$ uzunluğunun alabileceği en büyük tamsayı değer kaçtır?



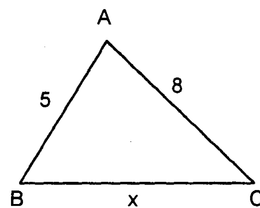
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

14. ABC üçgeninde ☑ $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$ ve $b = 6$ birim ise üçgenin çevresinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?



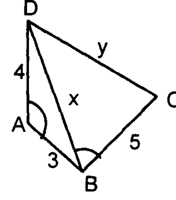
A) 18 B) 19 C) 23 D) 24 E) 25

15. ABC üçgeni dar açılı bir üçgendir. $|AB| = 5$ birim ve $|AC| = 8$ birim ise $|BC| = x$ kaç değişik tamsayı değer alabilir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

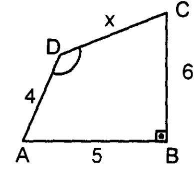
16. A ve DBC açıları geniş açıdır. $|AB| = 3$ birim, $|AD| = 4$ birim, $|BC| = 5$ birim, $|BD| = x$ birim ve $|DC| = y$ birim olduğuna göre



$x + y$ nin en küçük tamsayı değeri nedir?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

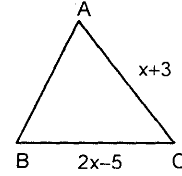
17. ABCD konveks dörtgeninde $AB \perp BC$ ve $m(\widehat{ADC}) > 90°$ dir. $|AB| = 5$ birim, $|BC| = 6$ birim,



$|AD| = 4$ birim ve $|CD| = x$ birim ise x kaç farklı tamsayı değer alabilir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

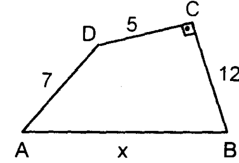
18. ABC üçgeninde ☑ $|AB| + |AC| = 18$ birim, $|AC| = x + 3$ birim ve $|BC| = 2x - 5$ birim ise



x'in en küçük tamsayı değeri nedir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

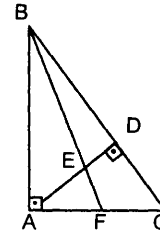
19. ABCD konveks dörtgendir. ☑ $m(\hat{C}) = 90°$, $|AD| = 7$ birim, $|DC| = 5$ birim ve



$|BC| = 12$ birim ise $|AB| = x$ uzunluğunun en büyük tamsayı değeri nedir?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

20. ABC dik üçgeninde [AD] yükseklik ve [BF] açıortay ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



A) $|BE| = |EF|$ B) $|BE| = |AE|$ C) $|EF| = |AE|$
D) $|AF| = |AE|$ E) $|AF| = |EF|$

4. Bölüm

THALES, MENELAUS VE CEVA TEOREMLERİ

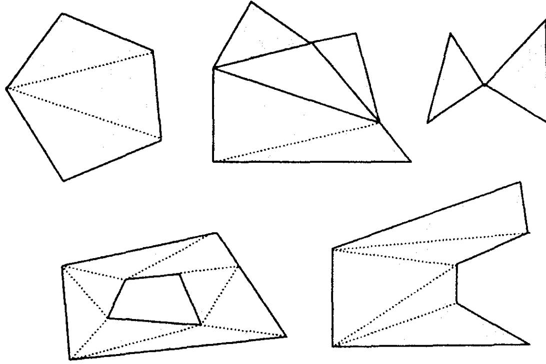
4.1 ALAN KAVRAMI

2. bölümde Thales Teoremi'nin önemine değinmiş, bunun ispatının alan kavramını gerektirdiğini belirterek, teoremi ancak kısıtlı biçimiyle verebilmiştik. Bu bölümde alan kavramına, teoremin ispatına imkan vereceği ölçüde girecek, çokgensel bölgelerin alanları ile ilgili ayrıntılı incelemeleri ilerideki bölümlere bırakacağız.

TANIM 4.1

Üçgen ile içinin birleşimine **üçgensel bölge**, ikişer ikişer arakesitleri en fazla nokta veya doğru parçası olan sonlu sayıdaki üçgensel bölgelerin birleşimine **çokgensel bölge** denir.

Şekiller birer çokgensel bölgeyi göstermektedir.



AKSİYOM 4.1

Her çokgensel bölgeye bir tek pozitif gerçek sayı karşı gelir.

Aksiyom 4.1 gerçek sayılarla çokgensel bölgeler arasında bir eşleme yapılabileceğini ifade etmektedir. Öyle ki bu eşlemede her çokgensel bölgeye bir ve yalnız bir gerçek sayı karşı gelecektir. Az sonra vereceğimiz Aksiyom 4.2, Aksiyom 4.3 ve Aksiyom 4.4 bu eşlemenin nasıl yapılacağını gösterecektir.

TANIM 4.2

Aksiyom 4.1 ile bir çokgensel bölgeye karşılık getirilen sayıya o çokgensel bölgenin alanı denir.

Genellikle, "üçgensel bölgenin" ya da "çokgensel bölgenin alanı" yerine "üçgenin" ya da "çokgenin alanı" ifadeleri kullanılır.

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin alanı, $A(\overset{\triangle}{ABC})$ biçiminde gösterilir.

AKSİYOM 4.2

Eş iki üçgenin alanları eşittir.

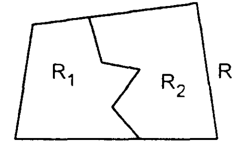
$$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{DEF} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{DEF})$$

AKSİYOM 4.3

Arakesitleri sonlu sayıda doğru parçaları veya noktalardan ibaret olan ya da boş küme olan çokgensel bölgelerin birleşimlerinin alanı, bu çokgensel bölgelerin ayrı ayrı alanlarının toplamına eşittir.

Şekilde

$A(R) = A(R_1) + A(R_2)$ dir.



AKSİYOM 4.4

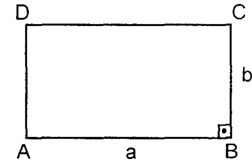
Bir dikdörtgenin alanı, ardışık iki kenarının uzunluklarının çarpımına eşittir.

ABCD dikdörtgen,

$|AB| = a$ ve

$|BC| = b$ ise

$A(ABCD) = a \cdot b$ dir.



SONUÇLAR :

1. Kenar uzunluğu a olan karenin alanı a^2 dir.

2. Alan birimi, uzunluk birimi cinsinden ifade edilir. Örneğin uzunluk birimi cm ise alan birimi cm^2, uzunluk birimi m ise alan birimi m^2 dir.

ÖRNEK 4.1

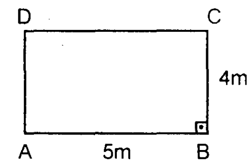
Ardışık iki kenarı a = 5 m ve b = 4 m olan ABCD dikdörtgeninin alanını bulunuz.

ÇÖZÜM :

$A(ABCD) = a \cdot b$

$\Rightarrow (A(ABCD) = 5m \cdot 4m$

$\Rightarrow A(ABCD) = 20\,m^2$



TEOREM 4.1

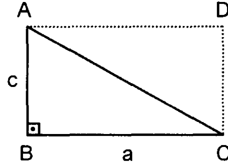
Bir dik üçgenin alanı, dik kenarlarının uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 90°$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot c$



olduğunu göstereceğiz.

AD // BC ve CD // AB çizersek

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{CDA}$ ve ABCD bir dikdörtgen olur.

$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{CDA}) = a \cdot c$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{CDA})$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{ABC}) = a \cdot c$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot c$ elde edilir.

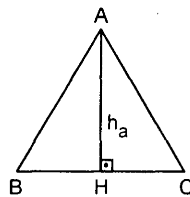
TEOREM 4.2

Bir üçgenin alanı, herhangi bir tabanı ile bu tabana ait yüksekliğin uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

İSPAT :

Herhangi bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$



olduğunu göstereceğiz.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ olduğunu göstermemiz yeterlidir.

Teorem 4.1 gereğince,

$A(\overset{\triangle}{ABH}) = \frac{1}{2} |BH| \cdot h_a$ ve $A(\overset{\triangle}{AHC}) = \frac{1}{2} |HC| \cdot h_a$ dır.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABH}) + A(\overset{\triangle}{AHC})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} |BH| \cdot h_a + \frac{1}{2} |HC| \cdot h_a$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} h_a (|BH| + |HC|) = \frac{1}{2} h_a \cdot |BC|$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ bulunur.

NOT : [AH] yüksekliğinin H ayağının, B ile C arasına düşmediği durum için ispatı siz yapınız.

SONUÇLAR :

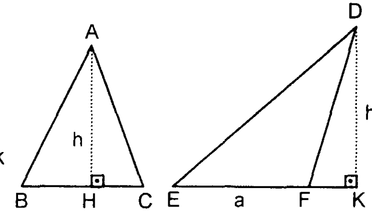
1. Birer tabanı ve bu tabanlara ait yükseklikleri eş olan iki üçgenin alanları birbirine eşittir.

2. Birer tabanı eş olan iki üçgenin alanlarının oranı, bu tabanlara ait yüksekliklerin uzunluklarının oranına eşittir.

3. Birer yüksekliği eş olan iki üçgenin alanlarının oranı, bu yüksekliklere ait tabanların uzunluklarının oranına eşittir.

İSPAT :

1. $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde [AH] ve [DK] yükseklik olmak üzere



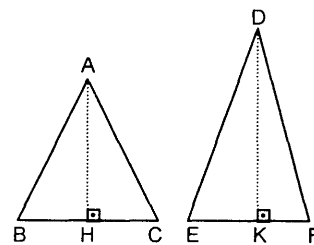
$[BC] \cong [EF]$ ve

$[AH] \cong [DK]$ olsun.

$|BC| = |EF| = a$ ve $|AH| = |DK| = h$ dersek

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{DEF}) = \frac{1}{2} a \cdot h$ olur.

2. $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde [AH] ile [DK] yükseklik ve



$[BC] = [EF]$ olsun.

$|BC| = |EF| = a$ dersek

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot |AH|$ ① ve $A(\overset{\triangle}{DEF}) = \frac{1}{2} a \cdot |DK|$ ②

olur.

① ve ② taraf tarafa bölünürse

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \frac{\frac{1}{2} a \cdot |AH|}{\frac{1}{2} a \cdot |DK|} \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \frac{|AH|}{|DK|}$$ bulunur.

3. İspatı siz yapınız.

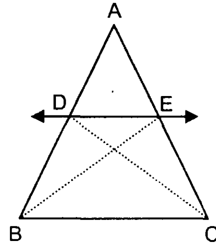
4.2 THALES TEOREMLERİ

TEOREM 4.3 (Temel Orantı Teoremi)

Bir üçgenin bir kenarına paralel olan bir doğru üçgenin diğer kenarlarını farklı noktalarda kesiyorsa, bu kenarlar üzerinde orantılı parçalar ayırır.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde DE // BC ise $\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ olduğunu göstereceğiz.



[BE] ve [CD] yi çizelim.

Teorem 4.2 nin sonuçları gereğince

$\dfrac{A(A\overset{\triangle}{D}E)}{A(D\overset{\triangle}{E}B)} = \dfrac{|AD|}{|DB|}$ ①, $\dfrac{A(A\overset{\triangle}{D}E)}{A(D\overset{\triangle}{E}C)} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ ② ve

$A(D\overset{\triangle}{E}B) = A(D\overset{\triangle}{E}C)$ ③ dir.

①, ② ve ③ den $\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ bulunur.

Ayrıca, orantı özelikleri kullanılarak,

$\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \dfrac{|AD|}{|AD|+|DB|} = \dfrac{|AE|}{|AE|+|EC|}$

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|AE|}{|AC|}$ elde edilir.

TEOREM 4.4

Bir üçgenin iki kenarı üzerinde orantılı parçalar ayıran bir doğru üçüncü kenara paraleldir.

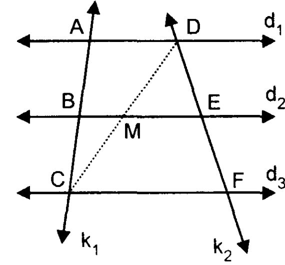
Teorem 4.3 ten yararlanarak Olmayana Ergi Yöntemi ile siz ispatlayınız.

TEOREM 4.5 (I. Thales Teoremi)

En az üç paralel doğrunun, iki kesen üzerinde ayırdığı doğru parçalarının uzunlukları orantılıdır.

İSPAT :

$d_1 // d_2 // d_3$ olsun. d_1, d_2, d_3 paralelleri k_1 kesenini A, B, C ve k_2 kesenini D, E, F noktalarında kessin.



$\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|DE|}{|EF|}$ olduğunu göstereceğiz.

[DC] yi çizelim ve $[DC] \cap d_2 = \{M\}$ diyelim.

Temel Orantı Teoremi'ne göre

$\dfrac{|DM|}{|MC|} = \dfrac{|AB|}{|BC|}$ ① ve $\dfrac{|DM|}{|MC|} = \dfrac{|DE|}{|EF|}$ ② dir.

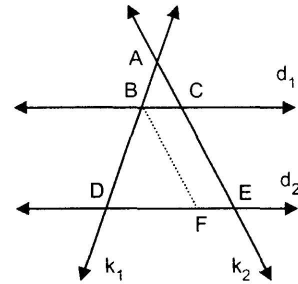
① ve ② den $\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|DE|}{|EF|}$ bulunur.

TEOREM 4.6 (II. Thales Teoremi)

Kesişen iki doğru, paralel iki doğru ile kesildiğinde oluşan üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları orantılıdır.

İSPAT :

$d_1 // d_2$ olsun. k_1, k_2 kesenleri birbirini, şekilde görülen bir A noktasında, d_1 ve d_2 paralellerini de B, C, D, E noktalarında kessin.



$\dfrac{|AB|}{|AD|} = \dfrac{|BC|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|AE|}$ olduğunu göstereceğiz.

BF // k_2 çizersek, $|BC| = |FE|$ ① ve Temel Orantı Teoremi gereğince $\dfrac{|AB|}{|AD|} = \dfrac{|FE|}{|DE|}$ ② olur.

① ve ② den $\dfrac{|AB|}{|AD|} = \dfrac{|BC|}{|DE|}$ ③ bulunur.

Yine Temel Orantı Teoremi'ne göre

$\frac{|AB|}{|AD|}=\frac{|AC|}{|AE|}$ ④ olduğunu biliyoruz.

③ ve ④ den

$\frac{|AB|}{|AD|}=\frac{|BC|}{|DE|}=\frac{|AC|}{|AE|}$ elde edilir.

k_1 ve k_2 kesenlerinin birbirini, paralellerin arasındaki bir A noktasında kestiği durumu ele alalım :

d_1 doğrusunun A noktasına göre simetriği d_3 olsun.

$|AC|=|AC'|$,

$|AB|=|AB'|$,

$|BC|=|B'C'|$ ve

önceki ispatımızın gereği

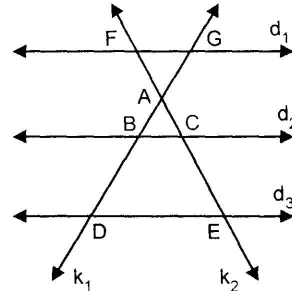
$\frac{|AC'|}{|AD|}=\frac{|C'B'|}{|DE|}=\frac{|AB'|}{|AE|}$ olur.

$|AC'|$, $|C'B'|$ ve $|AB'|$ yerlerine eşitleri koyulursa

$\frac{|AC|}{|AD|}=\frac{|BC|}{|DE|}=\frac{|AB|}{|AE|}$ elde edilir.

ÖRNEK 4.2

Şekilde $d_1 // d_2 // d_3$ paralelleri k_1 ve k_2 kesenleri ile, belirtilen noktalarda kesilmiştir.



Buna göre, I. ve II. Thales Teoremleri gereğince yazabileceğiniz orantıları yazınız.

ÇÖZÜM :

I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AB|}{|BD|}=\frac{|AC|}{|CE|}$, $\frac{|AB|}{|AG|}=\frac{|AC|}{|AF|}$, $\frac{|AD|}{|BG|}=\frac{|AE|}{|CF|}$,

$\frac{|AB|}{|DG|}=\frac{|AC|}{|EF|}$, $\frac{|AG|}{|BD|}=\frac{|AF|}{|CE|}$, $\frac{|BG|}{|BD|}=\frac{|CF|}{|CE|}$...

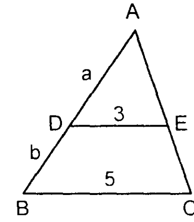
gibi orantılar; II. Thales Teoremi'ne göre de

$\frac{|AB|}{|AG|}=\frac{|BC|}{|FG|}=\frac{|AC|}{|AF|}$, $\frac{|AB|}{|AD|}=\frac{|BC|}{|DE|}=\frac{|AC|}{|AE|}$,

$\frac{|AD|}{|AG|}=\frac{|DE|}{|FG|}=\frac{|AE|}{|AF|}$ orantıları yazılabilir.

ÖRNEK 4.3

ABC üçgeninde DE // BC dir. Şekildeki verilere göre $\frac{a}{b}$ oranı nedir?



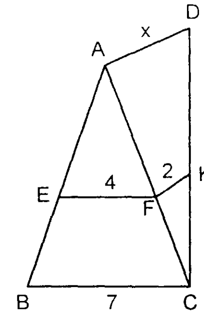
ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AD|}{|AB|}=\frac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \frac{a}{a+b}=\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{3}{2}$ olur.

ÖRNEK 4.4

Şekilde EF // BC ve FK // AD dir. Şekildeki verilere göre $|AD|=x$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AF|}{|AC|}=\frac{|EF|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|AF|}{|AC|}=\frac{4}{7}$ dir.

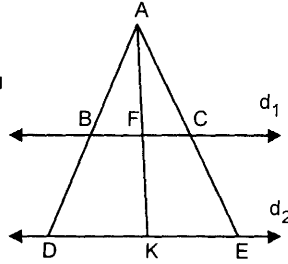
$|AF|=4a$ dersek $|AC|=7a$ ve $|FC|=3a$ olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|CF|}{|CA|}=\frac{|FK|}{|AD|} \Rightarrow =\frac{3a}{7a}=\frac{2}{x}$

$\Rightarrow x=\frac{14}{3}$ birim bulunur.

ÖRNEK 4.5



Şekilde $d_1 // d_2$ ve $[DB$, $[KF$, $[EC$ ışınları A da kesişmektedir.

Buna göre,

a) $\frac{|AF|}{|AK|} = \frac{|BC|}{|DE|}$

b) $\frac{|BF|}{|DK|} = \frac{|FC|}{|KE|}$

olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

a) I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AF|}{|AK|} = \frac{|AB|}{|AD|}$ ① ve

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|BC|}{|DE|}$ ② dir.

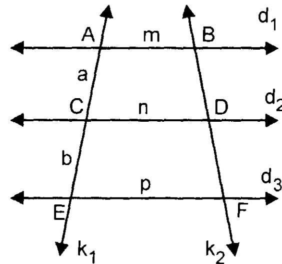
① ve ② den $\frac{|AF|}{|AK|} = \frac{|BC|}{|DE|}$ elde edilir.

b) II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AF|}{|AK|} = \frac{|BF|}{|DK|}$ ① ve $\frac{|AF|}{|AK|} = \frac{|FC|}{|KE|}$ ② dir.

① ve ② den $\frac{|BF|}{|DK|} = \frac{|FC|}{|KE|}$ bulunur.

ÖRNEK 4.6



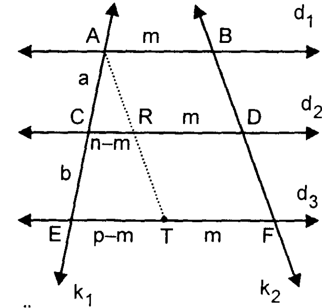
$d_1 // d_2 // d_3$ paralelleri, k_1 ve k_2 kesenleri ile şekilde belirtilen noktalarda kesilmiştir.

$|AB| = m$, $|CD| = n$,

$|EF| = p$, $|AC| = a$ ve $|CE| = b$ ise

$\frac{a}{b} = \frac{n-m}{p-n}$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM



AT // k_2 çizelim.

$AT \cap d_2 = \{R\}$ olsun.

$|CR| = n - m$ ve

$|ET| = p - m$

olacağından

II. Thales Teoremi'ne göre

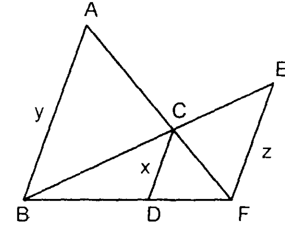
$\frac{|AC|}{|AE|} = \frac{|CR|}{|ET|} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{n-m}{p-m}$ olur.

Orantının özeliklerini kullanarak

$\frac{a}{a+b} = \frac{n-m}{p-m} \Rightarrow \frac{a}{a+b-a} = \frac{n-m}{p-m-(n-m)}$

$\frac{a}{b} = \frac{n-m}{p-n}$ elde edilir.

ÖRNEK 4.7



Şekilde AB // CD // EF dir.

$|AB| = y$, $|CD| = x$ ve

$|EF| = z$ ise

x, y, z arasındaki bağıntıyı bulunuz.

ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi gereğince

$\frac{|BD|}{|BF|} = \frac{x}{z}$ ① ve $\frac{|FD|}{|FB|} = \frac{x}{y}$ ② dir.

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$\frac{|BD|}{|BF|} + \frac{|FD|}{|FB|} = \frac{x}{z} + \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{|BF|}{|BF|} = \frac{x}{z} + \frac{x}{y}$

$\Rightarrow 1 = \frac{x}{z} + \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ elde edilir.

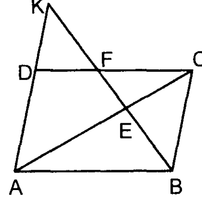
UYARI : Bu tür genel problemlerin formülleştirilmiş sonuçlarını, oturup da ezberlemeye kalkışmayınız. Böyle yaptığınız takdirde, hem altından kalkamayacağınız sayıda formülle karşılaşırsınız hem de yargılama yeteneğinizi köreltirsiniz. Burada sizin için önemli olan, problemin çözüm yönteminin öğrenilmesidir.

ÖRNEK 4.8

ABCD paralelkenardır.
Şekle göre

$|BE|^2 = |EF| \cdot |EK|$

olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :

I. Thales Teoremi gereğince

$\frac{|EC|}{|EA|} = \frac{|EF|}{|EB|}$ ① ve $\frac{|EC|}{|EA|} = \frac{|EB|}{|EK|}$ ② dir.

① ve ② den $\frac{|EF|}{|EB|} = \frac{|EB|}{|EK|}$

$\Rightarrow |EB|^2 = |EF| \cdot |EK|$ bulunur.

UYARI : Paralel doğruların söz konusu olduğu uzunluk problemlerinde, önce Thales Teoremleri akla gelmelidir. Paralelliğin söz konusu olmadığı bazı problemlerde de, uygun paraleller çizilerek yine Thales Teoremleri'ni uygulamak mümkündür. Örnek 4.9 da bu durumu ayrıntılı biçimde inceleyeceğiz.

ÖRNEK 4.9

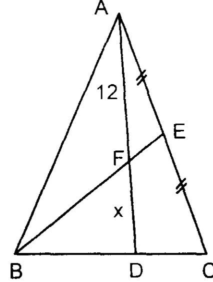
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BD| = 2 \cdot |DC|$, $|AE| = |EC|$ ve

$[AD] \cap [BE] = \{F\}$ dir.

$|AF| = 12$ cm ise

$|DF| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

D ve E gibi, üzerinde bulunduğu doğru parçasını hangi oranda böldüğü belli olan noktalardan, uygun doğrulara paraleller çizerek problemi çeşitli yollardan çözelim.

I. YOL :

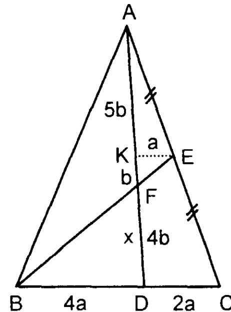
EK // BC çizelim.

II. Thales teoremine göre

$\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|KE|}{|DC|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|KE|}{|DC|}$ dir.

$|KE| = a$ dersek $|DC| = 2a$

$|BD| = 4a$ olur.



Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|KE|}{|BD|} = \frac{|KF|}{|FD|} \Rightarrow \frac{a}{4a} = \frac{|KF|}{|FD|}$ dir.

$|KF| = b$ dersek $|FD| = 4b$ olur.

I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AK|}{|KD|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \frac{|AK|}{|KD|} = 1$ dir.

$|AK| = |KD| = 5b$ olur.

$|AF| = 6b = 12 \Rightarrow b = 2$ cm ve

$|FD| = x = 4b \Rightarrow x = 8$ cm bulunur.

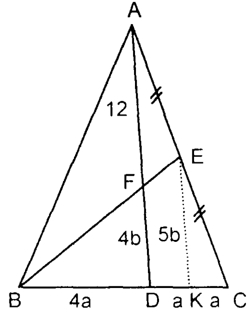
II. YOL : EK // AD çizelim

$|AE| = |EC|$ olduğundan

$|DK| = |KC|$ dir.

$|DK| = |KC| = a$ dersek

$|BD| = 4a$ olur.



II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|BD|}{|BK|} = \frac{|FD|}{|EK|} \Rightarrow \frac{4a}{5a} = \frac{|FD|}{|EK|}$ dır.

$|FD| = 4b$ dersek $|EK| = 5b$ olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|CK|}{|CD|} = \frac{|EK|}{|AD|} \Rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{5b}{|AD|}$

$\Rightarrow |AD| = 10b \Rightarrow |AF| = 6b = 12$ cm

$\Rightarrow b = 2$ cm ve $x = 8$ cm bulunur.

III. YOL : İlk iki paraleli çok da ölçüp biçmeden, neredeyse çalakalem çizdik. Şimdi, çizeceğimiz paraleli daha bilinçli arayalım :

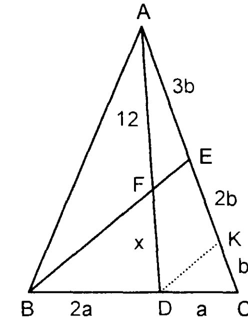
$|AF|$ verilmiş,

$|FD|$ istenmektedir.

O halde, öyle bir paralel olsun ki

$\frac{|AF|}{|FD|}$ oranını

yazmamıza imkan versin.



D noktasından, $[BE]$ ye ya da $[AC]$ ye çizilecek paraleller aranan niteliktedir.

DK // BE çizelim.

I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|CK|}{|KE|}=\frac{|CD|}{|DB|}\Rightarrow\frac{|CK|}{|KE|}=\frac{a}{2a} \text{ dır.}$$

$|CK|=b$ dersek $|KE|=2b$ ve $|AE|=3b$ olur.

Yine I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AF|}{|FD|}=\frac{|AE|}{|EK|}\Rightarrow\frac{12}{x}=\frac{3b}{2b}$$

$\Rightarrow x=8$ cm bulunur.

IV. YOL :

DK // CA çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DK|}{|CE|}=\frac{|BD|}{|BC|}$$

$$\Rightarrow\frac{|DK|}{|CE|}=\frac{2a}{3a} \text{ dır.}$$

$|DK|=2b$ dersek

$|CE|=3b$ ve $|AE|=3b$ olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|FD|}{|FA|}=\frac{|DK|}{|AE|}\Rightarrow\frac{x}{12}=\frac{2b}{3b}$$

$\Rightarrow x=8$ cm bulunur.

ÖRNEK 4.10

Şekilde,

$\hat{C}$ açısının kenarları, E de kesişen iki kesenle, A ve B ile D ve F noktalarında kesilmiştir.

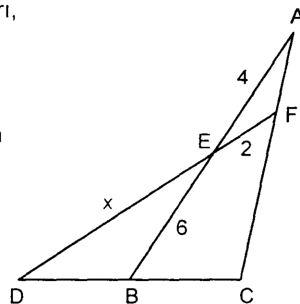
$|AE|=4$ cm,

$|EB|=6$ cm,

$|EF|=2$ cm ve

$|BD|=|BC|$ ise

$|DE|=x$ kaç cm dir?

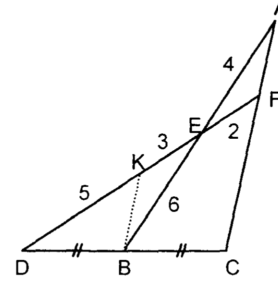


ÇÖZÜM :

BK // AC çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|EF|}{|EK|}=\frac{|AE|}{|BE|}$$



$$\Rightarrow\frac{2}{|EK|}=\frac{4}{6}\Rightarrow|EK|=3 \text{ cm olur.}$$

I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DK|}{|KF|}=\frac{|DB|}{|BC|}\Rightarrow\frac{|DK|}{5}=1\Rightarrow|DK|=5 \text{ olup}$$

$|DE|=8$ cm bulunur.

4.3 MENELAUS VE CEVA TEOREMLERİ

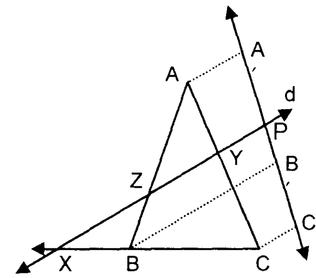
TEOREM 4.7 (Menelaus Teoremi)

Bir d doğrusu, bir ABC üçgeninin a, b ve c kenarlarından ikisini ve diğerinin uzantısını sırasıyla X, Y ve Z noktalarında kesiyorsa

$$\frac{|XB|}{|XC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}=1 \text{ olur.}$$

İSPAT :

d doğrusu [CB yi X, [AC] ve [AB] yi Y ve Z noktalarında kessin. d doğrusunu P de kesen herhangi bir k doğrusu alıp üçgenin köşelerinden d ye AA′, BB′ ve CC′ paralellerini çizelim.



I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|XB|}{|XC|}=\frac{|PB'|}{|PC'|}$ ①, $\frac{|YC|}{|YA|}=\frac{|PC'|}{|PA'|}$ ② ve

$\frac{|ZA|}{|ZB|}=\frac{|PA'|}{|PB'|}$ ③ olur.

①, ② ve ③ taraf tarafa çarpılırsa,

$$\frac{|XB|}{|XC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}=\frac{|PB'|}{|PC'|}\cdot\frac{|PC'|}{|PA'|}\cdot\frac{|PA'|}{|PB'|}$$

$\Rightarrow \frac{|XB|}{|XC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}=1$ elde edilir.

ÖRNEK 4.11

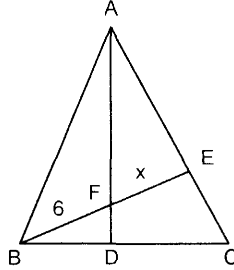
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BC|=3|BD|$ ve

$|AC|=3|EC|$ dir.

$|BF|=6$ cm ise

$|FE|=x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|BD|=a$ ve $|EC|=b$ dersek $|BC|=3a$ ve $|AC|=3b$ olur.

$\overset{\triangle}{EBC}$ üçgenine, AD keseni için Menelaus Teoremi'ni uygulayalım.

$$\frac{|AE|}{|AC|}\cdot\frac{|DC|}{|DB|}\cdot\frac{|FB|}{|FE|}=1$$

$\Rightarrow \frac{2b}{3b}\cdot\frac{2a}{a}\cdot\frac{6}{x}=1 \Rightarrow x=8$ cm bulunur.

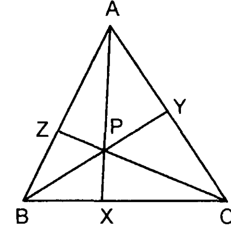
NOT : Problemi, bir de Thales Teoremi ile çözünüz.

TEOREM 4.8 [Ceva(Seva) Teoremi]

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin köşelerinden geçen ve üçgenin içinde bir P noktasında kesişen doğrular, üçgenin a, b ve c kenarlarını X, Y ve Z noktalarında kesiyorsa

$\frac{|XB|}{|XC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}=1$ olur.

İSPAT :



PA, PB ve PC doğruları üçgenin kenarlarını X, Y ve Z noktalarında kessin.

$\overset{\triangle}{ABX}$ üçgenine CZ keseni için ve $\overset{\triangle}{ACX}$ üçgenine BY keseni için Menelaus Teoremi'ni uygulayalım.

$\frac{|CX|}{|CB|}\cdot\frac{|ZB|}{|ZA|}\cdot\frac{|PA|}{|PX|}=1$ ① ve

$\frac{|BX|}{|BC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|PA|}{|PX|}=1$ ② olur.

② eşitliği ① ile bölünürse

$$\frac{|BX|}{|BC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|PA|}{|PX|}\cdot\frac{|CB|}{|CX|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}\cdot\frac{|PX|}{|PA|}=1$$

$\Rightarrow \frac{|BX|}{|CX|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}=1$

$\Rightarrow \frac{|XB|}{|XC|}\cdot\frac{|YC|}{|YA|}\cdot\frac{|ZA|}{|ZB|}=1$ elde edilir.

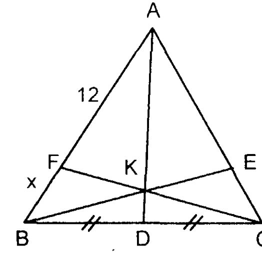
ÖRNEK 4.12

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde AD, BE ve CF kesenleri K da kesişmektedir.

$|BD|=|DC|$,

$|AE|=2\cdot|EC|$ ve

$|AF|=12$ cm ise $|BF|=x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|BD|=|DC|=a$ ve $|AE|=2|EC|=2b$ olsun.

Ceva Teoremi'ne göre

$$\frac{|DB|}{|DC|}\cdot\frac{|EC|}{|EA|}\cdot\frac{|FA|}{|FB|}=1$$

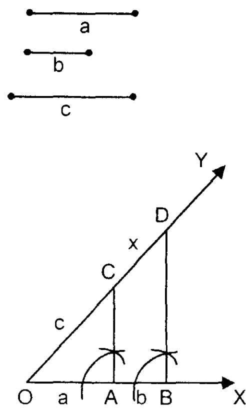
$\Rightarrow \frac{a}{a}\cdot\frac{b}{2b}\cdot\frac{12}{x}=1 \Rightarrow x=6$ cm. olur.

4.4 Thales Teoremlerinin Çizim Problemlerine Uygulanması

TEMEL ÇİZİM I. Verilen a, b, c uzunlukları arasında dördüncü orantılı olan uzunluğun çizimi :

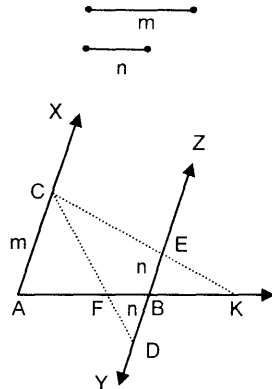
a, b ve c uzunlukları verilmişken, $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$ orantısına uyan x uzunluğunu bulacağız.

Herhangi bir $\widehat{XOY}$ açısının $[OX$ kenarı üzerinde $|OA|=a$ ve $|AB|=b$, $[OY$ kenarı üzerinde de $|OC|=c$ olacak biçimde A, B ve C noktaları alınıp BD // AC çizilirse, I. Thales Teoremi'ne göre $\frac{a}{b}=\frac{c}{|CD|}$ olacağından $|CD|=x$ olur.



TEMEL ÇİZİM II. Verilen bir [AB] doğru parçasını, bilinen bir $\frac{m}{n}$ oranında bölen noktaların bulunması :

A ve B noktalarından, birbirine paralel AX ve YZ doğrularını çizelim. $[AX$ üzerinde $|AC|=m$ ve YZ üzerinde, B nin iki tarafında $|BD|=|BE|=n$ olacak biçimde C, D ve E noktalarını alalım.



$[CD]\cap[AB]=\{F\}$ ve $[CE\cap[AB=\{K\}$ ise II. Thales Teoremi'ne göre

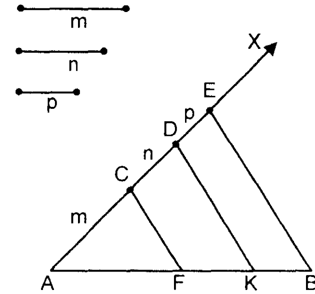
$\frac{|FA|}{|FB|}=\frac{|KA|}{|KB|}=\frac{m}{n}$ olur.

Burada F noktası [AB] doğru parçasını **içten**, K noktası ise **dıştan** $\frac{m}{n}$ oranında bölen noktalardır.

NOT : Bir P noktasının [AB] yi bölüş oranı $\frac{|PA|}{|PB|}$, [BA] yı bölüş oranı $\frac{|PB|}{|PA|}$ dır.

TEMEL ÇİZİM III. Verilen bir [AB] doğru parçasını, bilinen m, n, p uzunlukları ile orantılı parçalara ayıran noktaların bulunması :

$[AX$ ışınını çizerek bunun üzerinde $|AC|=m$, $|CD|=n$ ve $|DE|=p$ olacak biçimde C, D ve E noktalarını alalım.



BE ye C ve D noktalarından çizeceğimiz paraleller, [AB] yi F ve K noktalarında keserse, I. Thales Teoremi gereğince

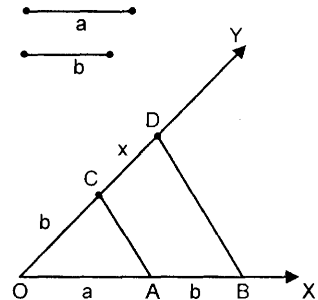
$\frac{|AF|}{m}=\frac{|FK|}{n}=\frac{|KB|}{p}$ olur.

ÖRNEK 4.13

a ve b uzunlukları verildiğine göre $a\cdot x=b^2$ denklemini sağlayan x uzunluğunu çiziniz.

ÇÖZÜM :

$a\cdot x=b^2$ denklemini $\frac{a}{b}=\frac{b}{x}$ biçiminde yazarsak x uzunluğunun a, b, b uzunlukları arasında dördüncü orantılı olduğunu görürüz. Bir XOY açısının $[OX$ kenarı üzerinde $|OA|=a$ ve $|AB|=b$,



[OY kenarı üzerinde de $|OC| = b$ olacak biçimde A, B, C noktaları alalım. B den AC ye çizilen paralelin [OY yi kestiği nokta D ise, I. Thales Teoremi gereğince $\frac{a}{b} = \frac{b}{|CD|}$ olup $x = |CD|$ çizilmiş olur.

ÖRNEK 4.14

$x - y$ farkı ve $\frac{x}{y}$ oranı bilindiğine göre, x ve y uzunluklarını çiziniz.

ÇÖZÜM :

$x - y = a$, $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$ ve

a, m, n uzunlukları şekildeki gibi verilmiş olsun.

$|AB| = a$ olacak biçimde alınacak [AB] doğru parçasını $\frac{m}{n}$ oranında dıştan bölen E noktası bulunursa, II. Thales Teoremi gereğince

$\frac{|EA|}{|EB|} = \frac{m}{n}$ ve $|EA| - |EB| = a$ olacağından $x = |EA|$ ve $y = |EB|$ çizilmiş olur.

[AB] yi $\frac{m}{n}$ oranında dıştan bölme, Temel Çizim II' deki gibi yapılır.

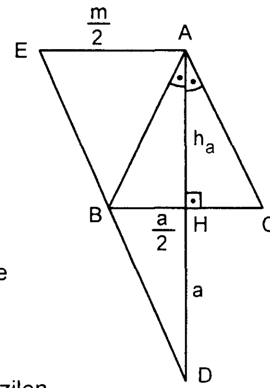
ÖRNEK 4.15

m bilinen bir uzunluk olmak üzere, $\overset{\triangle}{ABC}$ $(|AB| = |AC|)$ ikizkenar üçgeninde $a + h_a = m$ dir. $m(\hat{A})$ bilindiğine göre üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. İstenen ikizkenar üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ olsun.

[AH] yükseklik olmak üzere [AH üzerinde $|HD| = |BC|$ olacak biçimde bir D noktası alırsak,



$|AD| = |AH| + |BC| = m$ ve

$|HD| = 2|BH|$ olur.

A noktasından BC ye çizilen paralel ile [DB ışınının kesim noktasına E diyelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DH|}{|DA|} = \frac{|BH|}{|EA|} \Rightarrow \frac{a}{m} = \frac{\frac{a}{2}}{|EA|}$$

$$\Rightarrow |EA| = \frac{m}{2} \text{ bulunur.}$$

Buna göre, çizim şöyle yapılır: $\hat{A}$ açısı çizilir ve bunun açıortayı üzerinde $|AD| = m$ olacak biçimde D noktası alınır. A dan AD ye çizilen dikme üzerinde de $|AE| = \frac{m}{2}$ olacak biçimde bir E noktası alınarak [DE] çizilir. [DE] nin $\hat{A}$ açısının kenarını kestiği nokta üçgenin B köşesi, B nin AD ye göre simetriği de üçgenin C köşesi olur.

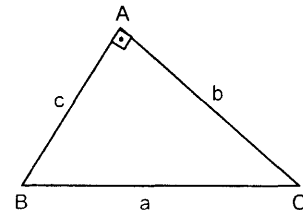
❑ PYTHAGORAS TEOREMİNİN İSPATI

Teorem 3.8 numarasıyla 3. bölümde verdiğimiz Pythagoras Teoremi'ni artık, alan kavramı yardımı ile ispatlayabilecek durumdayız.

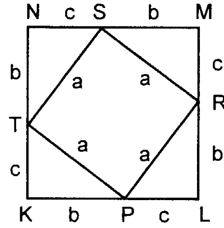
$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$m(\hat{A}) = 90°$ ise

$a^2 = b^2 + c^2$ olduğunu göstereceğiz.



Bir kenar uzunluğu $b+c$ olan KLMN karesinin içine, dik kenarları b ve c olan dik üçgenleri şekildeki gibi yerleştirelim.



Bu üçgenlerin eşliğinin yardımı ile PRST dörtgeninin, kenar uzunluğu a olan bir kare olacağını görünüz.

Aksiyom 4.3 gereğince,

$A(KLMN) = 4 \cdot A(\overset{\triangle}{KPT}) + A(PRST)$

$\Rightarrow (b+c)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot c + a^2$

$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 2bc + a^2$

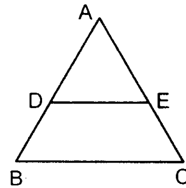
$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$ elde edilir.

4. BÖLÜMÜN ÖZETİ

DE // BC ise

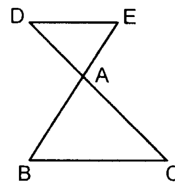
$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ ve

$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$ dir.



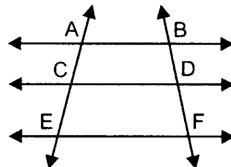
DE // BC ise

$\frac{|AB|}{|AE|} = \frac{|AC|}{|AD|} = \frac{|BC|}{|DE|}$ dir.



AB // CD // EF ise

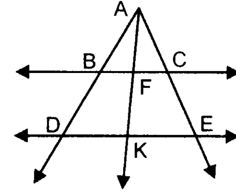
$\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BD|}{|DF|} = \frac{|CD|-|BC|}{|EF|-|CD|}$ dir.



BC // DE ise

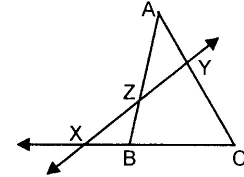
$\frac{|AF|}{|AK|} = \frac{|BC|}{|DE|}$ ve

$\frac{|BF|}{|DK|} = \frac{|FC|}{|KE|}$ dir.



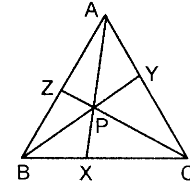
Menelaus Teoremi

$\frac{|XB|}{|XC|} \cdot \frac{|YC|}{|YA|} \cdot \frac{|ZA|}{|ZB|} = 1$



Ceva Teoremi

$\frac{|XB|}{|XC|} \cdot \frac{|YC|}{|YA|} \cdot \frac{|ZA|}{|ZB|} = 1$



4. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

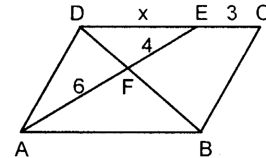
1. ABCD paralelkenarında

$|AF| = 6$ cm,

$|FE| = 4$ cm ve

$|EC| = 3$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|DE| = x$ ise $|AB| = x+3$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|DE|}{|AB|} = \frac{|FE|}{|AF|} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{4}{6} \Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

2. ABCD yamuğunda

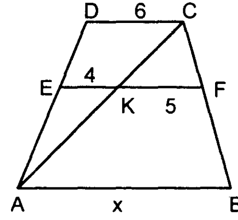
EF // AB // CD dir.

$|EK| = 4$ cm,

$|KF| = 5$ cm ve

$|DC| = 6$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AK|}{|AC|} = \frac{|EK|}{|DC|} \Rightarrow \frac{|AK|}{|AC|} = \frac{4}{6} \text{ dır.}$$

$|AK| = 2a$ dersek $|AC| = 3a$ ve $|KC| = a$ olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

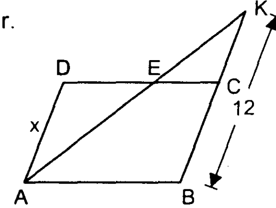
$$\frac{|CK|}{|CA|} = \frac{|KF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{a}{3a} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15 \text{ cm olur.}$$

3. ABCD paralelkenardır.

$|DE| = 3 \cdot |EC|$ ve

$|BK| = 12$ cm ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|AD| = x$ ise, II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AD|}{|CK|} = \frac{|DE|}{|EC|} \Rightarrow \frac{x}{|CK|} = \frac{3}{1} \Rightarrow |CK| = \frac{x}{3} \text{ olur.}$$

Diğer yandan $|BC| = |AD| = x$ tir.

$$|BC| + |CK| = 12 \Rightarrow x + \frac{x}{3} = 12$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ cm bulunur.}$$

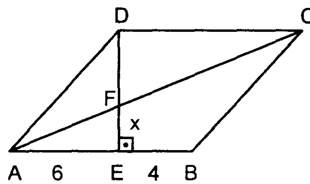
4. ABCD eşkenar dörtgeninde

DE ⊥ AB ve

AC ∩ DE = {F} dir.

$|AE| = 6$ cm ve

$|EB| = 4$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



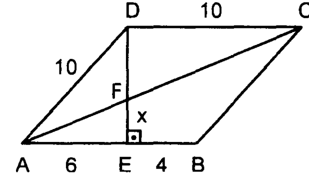
ÇÖZÜM :

Pythagoras Teoremi'ne göre

$$|DE|^2 = |AD|^2 - |AE|^2$$

$$\Rightarrow |DE|^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\Rightarrow |DE| = 8 \text{ cm dir.}$$



$|EF| = x$ ise $|DF| = 8 - x$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AE|}{|DC|} = \frac{|EF|}{|DF|} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{x}{8-x} \Rightarrow x = 3 \text{ cm bulunur.}$$

5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

MN // BC ve

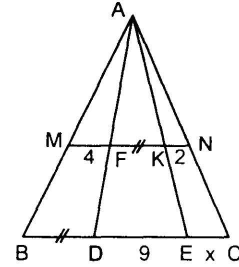
$|BD| = |FK|$ dır.

$|MF| = 4$ cm,

$|KN| = 2$ cm ve

$|DE| = 9$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|BD| = |FK| = a$ diyelim.

II. Thales Teoremi'ne göre,

$$\frac{|MF|}{|BD|} = \frac{|AF|}{|AD|} = \frac{|FK|}{|DE|} \Rightarrow \frac{4}{a} = \frac{a}{9} \Rightarrow a = 6 \text{ cm olur.}$$

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|FK|}{|DE|} = \frac{|AK|}{|AE|} = \frac{|KN|}{|EC|} \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 3 \text{ cm bulunur.}$$

6. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

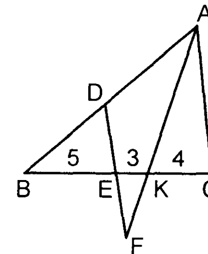
DF // AC dir.

$|BE| = 5$ cm,

$|EK| = 3$ cm ve

$|KC| = 4$ cm ise

$\frac{|DE|}{|EF|}$ oranı nedir?



ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|DE|}{|AC|} = \frac{|BE|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|DE|}{|AC|} = \frac{5}{12}$ ① ve

$\frac{|EF|}{|AC|} = \frac{|EK|}{|KC|} \Rightarrow \frac{|EF|}{|AC|} = \frac{3}{4}$ ② dir.

① ve ② taraf tarafa bölünürse

$\frac{|DE|}{|AC|} \cdot \frac{|AC|}{|EF|} = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{|DE|}{|EF|} = \frac{5}{9}$ bulunur.

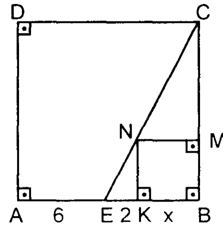
7. ABCD ve KBMN birer karedir.

$[CN \cap [AB] = \{E\}$

$|AE| = 6$ cm ve

$|EK| = 2$ cm ise

$|KB| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

KBMN karesinde $|BM| = |MN| = x$ ve

ABCD karesinde $|AB| = |BC|$

$\Rightarrow 6 + 2 + x = x + |MC| \Rightarrow |MC| = 8$ olacağından

II. Thales Teoremi'ne göre

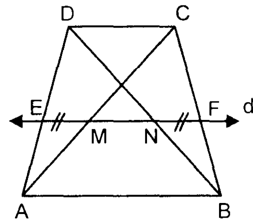
$\frac{|CM|}{|CB|} = \frac{|NM|}{|EB|} \Rightarrow \frac{8}{x+8} = \frac{x}{x+2}$

$\Rightarrow x^2 + 8x = 8x + 16 \Rightarrow x = \mathbf{4}$ cm bulunur

8. ABCD yamuğunda AB // CD // d dir. d doğrusu kenarları ve köşegenleri E, F, M, N noktalarında kestiğine göre

$|EM| = |NF|$

olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|EM|}{|DC|} = \frac{|AE|}{|AD|}$ ① ve $\frac{|NF|}{|DC|} = \frac{|BF|}{|BC|}$ ② dir.

I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AE|}{|AD|} = \frac{|BF|}{|BC|}$ olduğundan ① ve ② nin sol tarafları da eşit olur.

$\frac{|EM|}{|DC|} = \frac{|NF|}{|DC|} \Rightarrow |EM| = |NF|$ bulunur.

9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

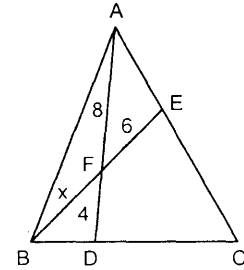
$|DC| = 3|BD|$ dir.

$|AF| = 8$ cm,

$|FD| = 4$ cm ve

$|FE| = 6$ cm ise

$|BF| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

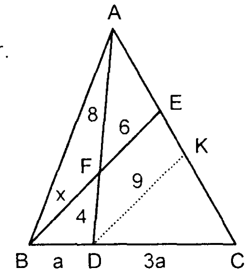
$|BD| = a$ dersek, $|DC| = 3a$ olur.

DK // BE çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AF|}{|AD|} = \frac{|FE|}{|DK|}$

$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{6}{|DK|} \Rightarrow |DK| = 9$ cm olur.



Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|CD|}{|CB|} = \frac{|DK|}{|BE|} \Rightarrow \frac{3a}{4a} = \frac{9}{x+6} \Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AD]$, $[BF]$ ve $[CE]$ K noktasında kesişmektedir.

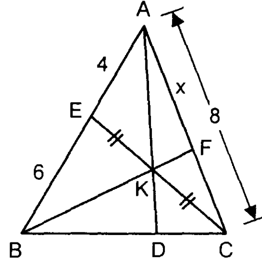
$|CK| = |KE|$,

$|BE| = 6$ cm,

$|EA| = 4$ cm ve

$|AC| = 8$ cm ise

$|AF| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

I. YOL : $\overset{\triangle}{AEC}$ üçgenine BF keseni için Menelaus Teoremi uygulanırsa,

$$\frac{|BE|}{|BA|} \cdot \frac{|FA|}{|FC|} \cdot \frac{|KC|}{|KE|} = 1 \Rightarrow \frac{6}{10} \cdot \frac{x}{8-x} \cdot \frac{1}{1} = 1$$

$\Rightarrow 6x = 80 - 10x \Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

II. YOL : K noktasından AB ye bir paralel çizerek Thales Teoremleri'ni uygulayabilirsiniz.

11. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AD] \cap [BE] = \{F\}$ ve FK // AC dir.

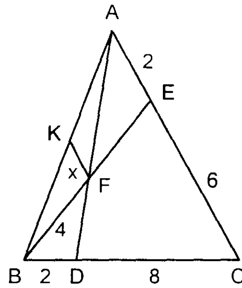
$|AE| = 2$ cm,

$|EC| = 6$ cm,

$|DC| = 8$ cm,

$|BD| = 2$ cm ve

$|BF| = 4$ cm ise $|FK| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|EF|$ yi bulmamız bizi sonuca götürecektir.

$\overset{\triangle}{EBC}$ üçgenine AD keseni için Menelaus Teoremi uygulanırsa

$$\frac{|AE|}{|AC|} \cdot \frac{|DC|}{|DB|} \cdot \frac{|FB|}{|FE|} = 1 \Rightarrow \frac{2}{8} \cdot \frac{8}{2} \cdot \frac{4}{|FE|} = 1$$

$\Rightarrow |FE| = 4$ cm olur.

II. Thales Teoremi'ne göre,

$$\frac{|FK|}{|AE|} = \frac{|BF|}{|BE|} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{4}{8} \quad \Rightarrow x = 1 \text{ cm bulunur.}$$

12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

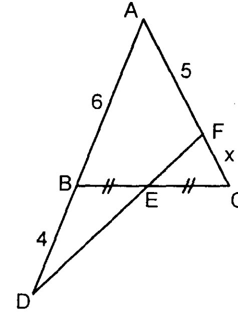
$|BE| = |EC|$ dir.

$|AB| = 6$ cm,

$|BD| = 4$ cm ve

$|AF| = 5$ cm ise

$|FC| = x$ kaç cm dir?



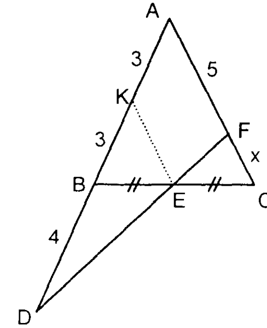
ÇÖZÜM :

I. YOL :

EK // AC çizersek,

$|BE| = |EC|$ olduğundan

$|BK| = |KA| = 3$ cm olur.



II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DK|}{|DA|} = \frac{|EK|}{|FA|} \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{|EK|}{5} \Rightarrow |EK| = \frac{7}{2} \text{ cm olur.}$$

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde,

$$|AC| = 2|EK| \Rightarrow x + 5 = 2 \cdot \frac{7}{2}$$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

II. YOL :

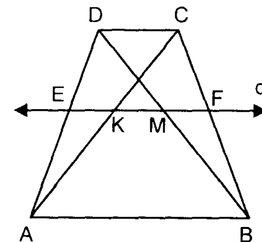
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenine DF keseni için Menelaus Teoremi uygulanırsa,

$$\frac{|DB|}{|DA|} \cdot \frac{|FA|}{|FC|} \cdot \frac{|EC|}{|EB|} = 1 \Rightarrow \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{x} \cdot \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

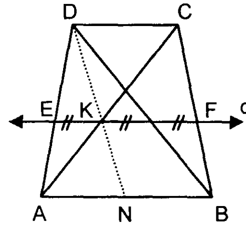
bulunur.

13. ABCD yamuğunda, tabanlara paralel olan d doğrusunu öyle çiziniz ki

$|EK| = |KM| = |MF|$ olsun.



ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım.

AB // CD // d ve

$|EK| = |KM| = |MF|$ olsun.

$[DK \cap [AB] = \{N\}$ dersek

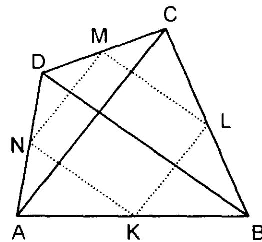
II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|EK|}{|AN|} = \frac{|DK|}{|DN|} = \frac{|KM|}{|NB|}$ ve buradan $|AN| = |NB|$ olur.

Öyleyse, N noktası $[AB]$ nin ortası olmak üzere, $[DN]$ nin $[AC]$ yi kestiği K noktasından $[AB]$ ye çizilecek paralel doğru, istenen d doğrusudur.

14. Verilen bir dörtgenin içine öyle bir eşkenar dörtgen çiziniz ki bu eşkenar dörtgenin kenarları, verilen dörtgenin köşegenlerine paralel olsun.

ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım.

KLMN eşkenar dörtgeninin kenarları, ABCD dörtgeninin köşegenlerine paralel olsun.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AN|}{|AD|} = \frac{|NK|}{|BD|}$ ① ve $\frac{|DN|}{|AD|} = \frac{|NM|}{|AC|}$ ② dir.

① ve ② taraf tarafa bölünürse

$\frac{|AN|}{|AD|} \cdot \frac{|AD|}{|DN|} = \frac{|NK|}{|BD|} \cdot \frac{|AC|}{|NM|}$ ve $|NK| = |NM|$ olduğundan

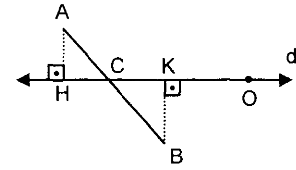
$\frac{|NA|}{|ND|} = \frac{|AC|}{|BD|}$ olur.

Buna göre, $|AC|$ ve $|BD|$ belli olduğundan, $[AD]$ yi $\frac{|AC|}{|BD|}$ oranında içten bölen N noktası bulunur, buradan köşegenlere paraleller çizilerek, KLMN eşkenar dörtgeni tamamlanır.

15. Değişmeyen A ve B noktaları ile bir O noktası veriliyor. O noktasından öyle bir doğru geçiriniz ki, A ve B nin bu doğruya uzaklıklarının oranı $\frac{m}{n}$ olsun.

ÇÖZÜM :

1°) A ve B noktaları doğrunun farklı taraflarında bulunmak üzere :



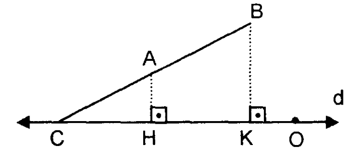
Problemi çözülmüş varsayalım.

A ve B noktalarının d ye uzaklıklarının $\frac{|AH|}{|BK|}$ oranı $\frac{m}{n}$ ye eşit olsun.

$[AB] \cap d = \{C\}$ ise II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{|AH|}{|BK|} = \frac{m}{n}$ olacağından istenen d doğrusu, $[AB]$ yi $\frac{m}{n}$ oranında içten bölen C noktası ile O dan geçen doğrudur.

2°). A ve B noktaları doğrunun aynı tarafında bulunmak üzere :



A ve B nin d ye uzaklıklarının oranı

$\frac{|AH|}{|BK|} = \frac{m}{n}$ olsun.

$[BA \cap d = \{C\}$ ise II. Thales Teoremi'ne göre

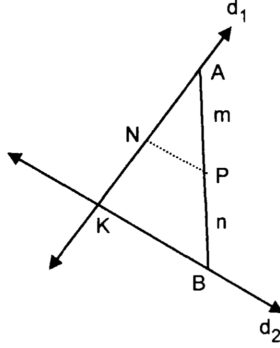
$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{|AH|}{|BH|} = \frac{m}{n}$ olacağından, istenen d doğrusu $[AB]$ yi $\frac{m}{n}$ oranında dıştan bölen C noktası ile O dan geçen doğrudur.

16. d_1 ve d_2 gibi kesişen iki doğru ile bunların üzerinde olmayan bir P noktası veriliyor. P den geçen ve d_1 ile d_2 yi A ile B noktalarında kesen öyle bir doğru çiziniz ki $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{m}{n}$ olsun.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.
d_1 ile d_2 doğruları K da kesişsin ve $P \in AB$ ise

$\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{m}{n}$ olsun.



PN // d_2 çizersek

I. Thales Teoremi'ne göre

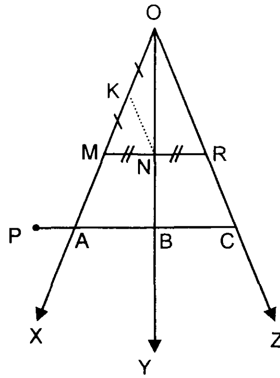
$\frac{|AK|}{|AN|} = \frac{m+n}{m}$ olur.

Buna göre, $[KN]$ yi $\frac{m+n}{m}$ oranında dıştan bölen nokta A ve istenen doğru da AP olur.

17. $[OX$, $[OY$ ve $[OZ$ ışınları ile bir P noktası veriliyor. P den geçen ve $[OX$, $[OY$, $[OZ$ ışınlarını A, B, C noktalarında kesen öyle bir doğru çiziniz ki, $|AB| = |BC|$ olsun.

ÇÖZÜM :

Önce $[OY$ üzerinde alacağımız bir N noktasından geçen ve $[OX$ ile $[OZ$ ışınlarını M ile N noktalarında, $|MN| = |NR|$ olacak biçimde kesen MR kesenini çizelim.



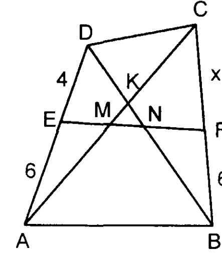
Bunu şöyle gerçekleştirebiliriz :

İstediğimiz MR kesenini çizilmiş varsayıp NK // $[OZ$ çizersek, $|MN| = |NR|$ olduğundan $|MK| = |KO|$ olur.

Öyleyse, $[OY$ üzerindeki herhangi bir N noktasından NK // $[OZ$ çizip $|OK| = |KM|$ olacak biçimde M noktasını bulabiliriz. $[MN \cap [OZ = \{R\}$ ise $|MN| = |NR|$ dir.

P noktasından MR ye çizilecek paralel, $[OX$, $[OY$ ve $[OZ$ ışınlarını, A, B ve C noktalarında keserse $|AB| = |BC|$ olacağı açıktır.

18. ABCD dörtgeninde M ve N, $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenlerinin orta noktalarıdır. MN doğrusu $[AD]$ ve $[BC]$ kenarlarını E ve F noktalarında kesmektedir.



$|AE| = 6$ cm, $|ED| = 4$ cm ve $|BF| = 6$ cm olduğuna göre $|CF| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$|MA| = |MC| = a$ ve $|NB| = |ND| = b$ diyelim. $\overset{\triangle}{AKD}$ üçgenine NE keseni ve $\overset{\triangle}{BKC}$ üçgenine MF keseni için Menelaus Teoremi'ni uygulayalım :

$$\frac{|NK|}{|ND|} \cdot \frac{|ED|}{|EA|} \cdot \frac{|MA|}{|MK|} = 1 \Rightarrow \frac{|NK|}{b} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{a}{|MK|} = 1, \text{ ①}$$

$$\frac{|MK|}{|MC|} \cdot \frac{|FC|}{|FB|} \cdot \frac{|NB|}{|NK|} = 1 \Rightarrow \frac{|MK|}{a} \cdot \frac{x}{6} \cdot \frac{b}{|NK|} = 1 \text{ ② olur.}$$

① ve ② taraf tarafa çarpılırsa

$$\frac{|NK|}{b} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{a}{|MK|} \cdot \frac{|MK|}{a} \cdot \frac{x}{6} \cdot \frac{b}{|NK|} = 1$$

$\Rightarrow \frac{4x}{36} = 1 \Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

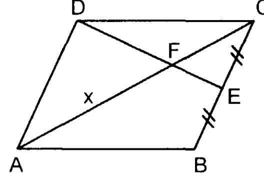
4. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. ABCD paralelkenarında

$|BE| = |EC|$ dir.

$|AC| = 12$ cm ise

$|AF| = x$ kaç cm dir?



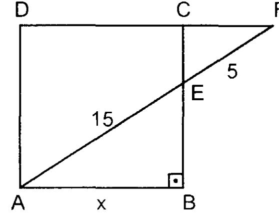
2. ABCD karedir.

$|AE| = 15$ cm ve

$|EF| = 5$ cm ise

$|AB| = x$

kaç cm dir?



3. Şekilde

AB // KM // EF // DC,

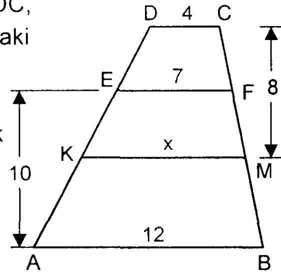
AB ile EF arasındaki uzaklık 10 cm ve KM ile DC arasındaki uzaklık 8 cm dir.

$|AB| = 12$ cm,

$|EF| = 7$ cm ve

$|DC| = 4$ cm ise

$|KM| = x$ kaç cm dir?



4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[AD]$ kenarortay

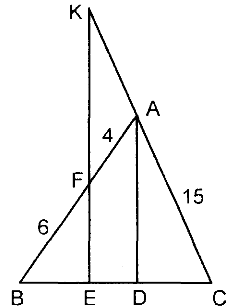
ve EK // AD dir.

$|AF| = 4$ cm,

$|BF| = 6$ cm ve

$|AC| = 15$ cm ise

$|AK| = x$ kaç cm dir?



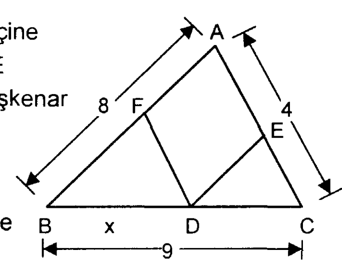
5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni içine çizilmiş AFDE dörtgeni bir eşkenar dörtgendir.

$|AB| = 8$ cm,

$|AC| = 4$ cm ve

$|BC| = 9$ cm

ise $|BD| = x$ kaç cm dir?



6. Şekilde

AD // BC ve

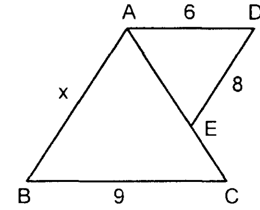
DE // AB dir.

$|AD| = 6$ cm,

$|DE| = 8$ cm ve

$|BC| = 9$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



7. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

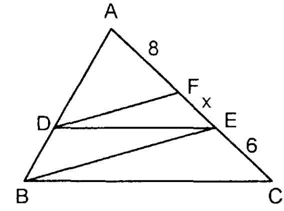
DE // BC ve

BE // DF dir.

$|AF| = 8$ cm ve

$|EC| = 6$ cm ise

$|FE| = x$ kaç cm dir?



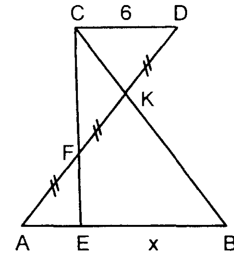
8. Şekilde

$|AF| = |FK| = |KD|$

ve AB // CD dir.

$|CD| = 6$ cm ise

$|EB| = x$ kaç cm dir?



9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

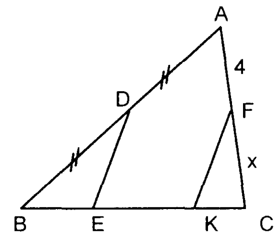
$|AD| = |BD|$ ve

DE // FK dır.

$$\frac{|BE|}{5} = \frac{|EK|}{7} = \frac{|KC|}{3}$$

ve $|AF| = 4$ cm ise

$|FC| = x$ kaç cm dir?



10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

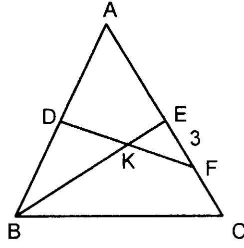
$|AD| = |DB|$,

$|AE| = |EC|$ ve

$|BK| = 3|KE|$ dir.

$|EF| = 3$ cm ise

$|AC|$ kaç cm olur?



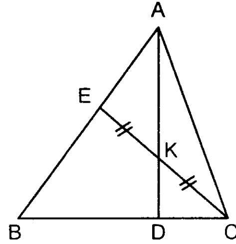
11. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[AD] \cap [CE] = \{K\}$

ve $|CK| = |KE|$ dir.

$\frac{|BE|}{|EA|} = \frac{3}{2}$ ise

$\frac{|BD|}{|DC|}$ oranı nedir?



12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

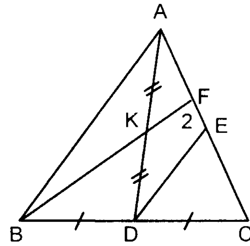
$[AD]$ kenarortay,

$|AK| = |KD|$ ve

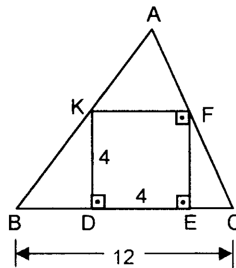
DE // AB dir.

$|EF| = 2$ cm ise

$|AC|$ kaç cm dir?



13. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin içine $[DE] \subset [BC]$ olacak biçimde DEFK karesi yerleştirilmiştir. $|BC| = 12$ cm ve karenin bir kenarı 4 cm olduğuna göre $|AB|$ uzunluğu en çok kaç cm olabilir?



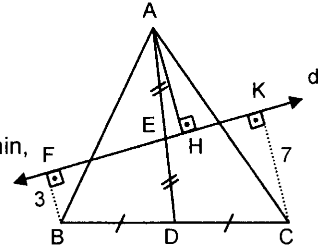
14. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BD| = |DC|$ ve

$|AE| = |ED|$ dir.

B ve C köşelerinin, E den geçen bir d doğrusuna uzaklıkları,

$|BF| = 3$ cm ve $|CK| = 7$ cm ise A köşesinin d ye uzaklığı, $|AH|$ kaç cm dir?



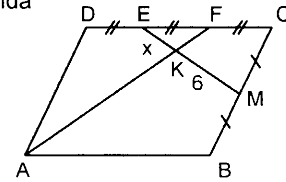
15. ABCD paralelkenarında

$|DE| = |EF| = |FC|$ ve

$|BM| = |MC|$ dir.

$|KM| = 6$ cm ise

$|EK| = x$ kaç cm dir?



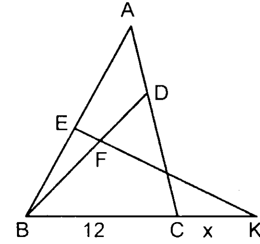
16. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AE| = |EB|$,

$\frac{|AD|}{|DC|} = \frac{1}{2}$,

$\frac{|DF|}{|BF|} = \frac{3}{5}$ ve

$|BC| = 12$ cm ise $|CK| = x$ kaç cm dir?



17. [OX ve [OY ışınları ile XOY açısının dış bölgesinde bir P noktası veriliyor. P den geçen, [OX ve [OY ışınlarını A ve B noktalarında kesen öyle bir doğru çiziniz ki, $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{m}{n}$ olsun.

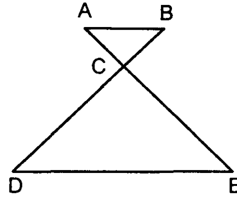
18. [OX, [OY ve [OZ ışınları ile bir P noktası veriliyor. P den geçen ve [OX, [OY, [OZ ışınlarını A, B, C noktalarında kesen öyle bir doğru çiziniz ki, $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{m}{n}$ olsun.

1. AB // DE

$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{2}{5}$ ve

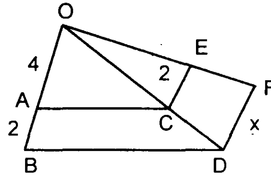
$|AE| = 42$ birim ise

$|AC|$ kaç birimdir?



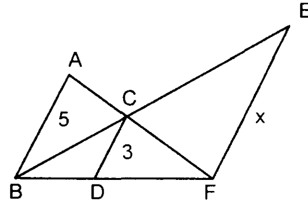
A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

2. Şekilde
AC // BD ve
CE // DF dir.
$|OA| = 4$ cm,
$|AB| = 2$ cm ve
$|CE| = 2$ cm ise $|DF| = x$ kaç cm dir?



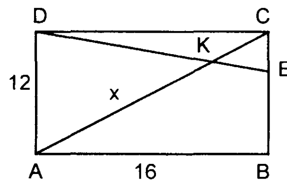
A) 3 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 6

3. AB // CD // EF,
$|AB| = 5$ cm ve
$|CD| = 3$ cm ise
$|EF| = x$ kaç cm
dir?



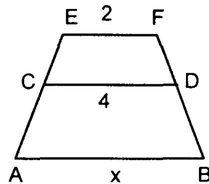
A) 5 B) 9 C) 10 D) 7,5 E) 12,5

4. ABCD dikdörtgeninde
$|AB| = 16$ cm,
$|AD| = 12$ cm ve
$2|CE| = |EB|$ ise
$|AK| = x$ kaç cm dir?



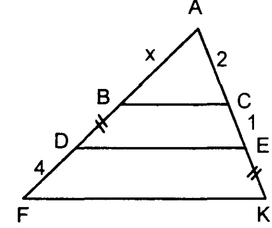
A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

5. AB // CD // EF,
$|EF| = 2$ cm,
$|CD| = 4$ cm ve
$\frac{|EC|}{|CA|} = \frac{2}{3}$ ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



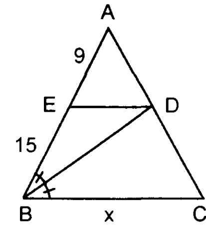
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. BC // DE // FK,
$|AC| = 2$ birim,
$|CE| = 1$ birim,
$|DF| = 4$ birim ve
$|BD| = |EK|$ ise
$|AB|$ kaç birimdir?



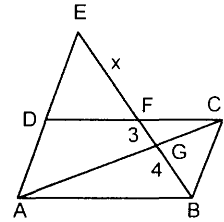
A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

7. Şekilde ED // BC dir.
$|BE| = 15$ cm,
$|AE| = 9$ cm ve
[BD] açıortay ise,
$|BC| = x$ kaç cm
dir?



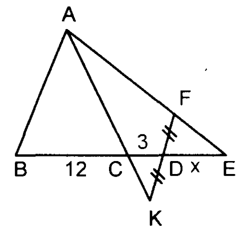
A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

8. ABCD paralelkenar
$|BG| = 4$ birim ve
$|GF| = 3$ birim ise
$|EF| = x$ kaç birimdir?



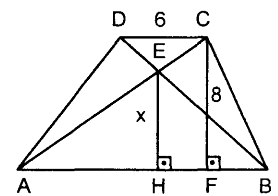
A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) $\frac{10}{3}$

9. Şekilde KF // AB dir.
$|DF| = |DK|$,
$|CD| = 3$ cm ve
$|BC| = 12$ cm ise
$|ED| = x$ kaç cm dir.



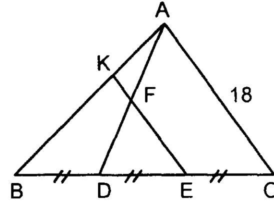
A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

10. ABCD yamuk,
EH ⊥ AB, CF ⊥ AB,
$|CD| = 6$ cm,
$|AB| = 10$ cm ve
$|CF| = 8$ cm ise
$|EH| = x$ kaç cm dir?



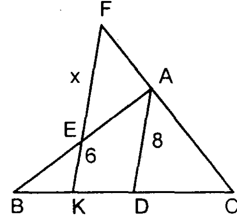
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. ABC üçgeninde
$|BD| = |DE| = |EC|$,
EK // CA ve
$|CA| = 18$ cm ise
$|FK|$ kaç cm dir?



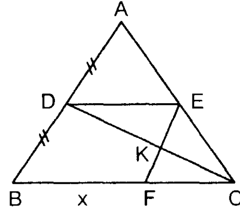
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. ABC üçgeninde
AD kenarortaydır.
KF // AD,
$|EK| = 6$ cm ve
$|AD| = 8$ cm ise
$|EF|$ kaç cm dir.



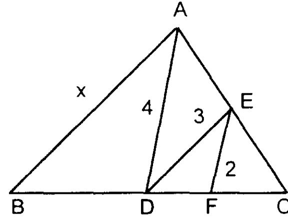
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $|AD| = |DB|$, DE // BC dir.
$\frac{|KF|}{|KE|} = \frac{2}{3}$ ve
$|BC| = 12$ cm ise
$|BF| = x$ kaç cm dir?



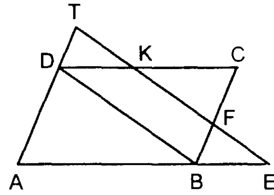
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

14. ABC üçgeninde
AB // DE,
AD // EF,
$|AD| = 4$ cm,
$|DE| = 3$ cm ve
$|EF| = 2$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



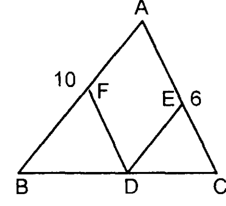
A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 9

15. ABCD paralelkenar,
BD // ET ve
$\frac{|KF|}{|FE|} = \frac{1}{2}$ ise
$\frac{|AB|}{|BE|}$ oranı kaçtır?



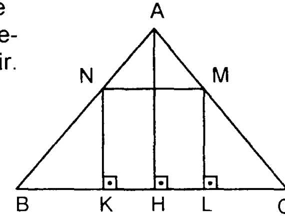
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

16. AFDE eşkenar dörtgen,
$|AC| = 6$ cm ve
$|AB| = 10$ cm ise
AFDE dörtgeninin
çevresi kaç cm dir?



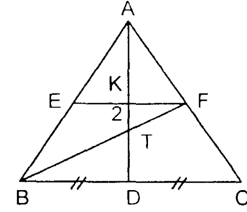
A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

17. ABC üçgeninin içine
KLMN karesi şekildeki gibi yerleştirilmiştir.
$|AH| = 12$ cm ve
$|BC| = 24$ cm ise
karenin bir kenarı
kaç cm dir?



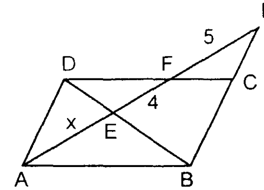
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

18. ABC üçgeninde
EF // BC,
$|AF| = 2 \cdot |FC|$,
$|BD| = |DC|$ ve
$|KT| = 2$ cm ise
$|AD|$ kaç cm dir?



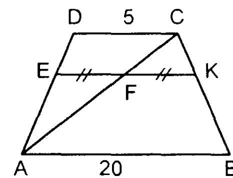
A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

19. ABCD paralelkenar,
$|FK| = 5$ cm ve
$|EF| = 4$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

20. ABCD yamuğunda
AB // EK // DC,
$|EF| = |FK|$,
$|AB| = 20$ cm ve
$|DC| = 5$ cm ise
$|EK|$ kaç cm dir?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12,5

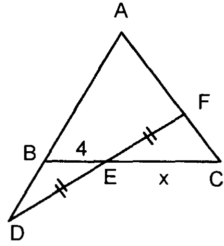
21. Şekilde

$|AF| = 2 \cdot |FC|$,

$|EF| = |ED|$ ve

$|BE| = 4$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

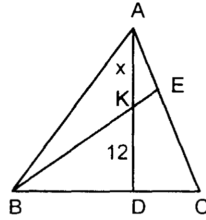
22. ABC üçgeninde

$|BD| = 2|DC|$,

$|AC| = 3|AE|$ ve

$|KD| = 12$ cm ise

$|AK| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

23. ABC üçgeninde

$|AE| = 1$ cm,

$|EC| = 3$ cm,

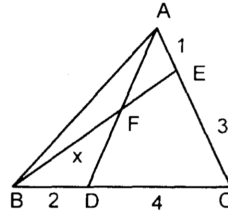
$|BD| = 2$ cm,

$|DC| = 4$ cm ve

$|BE| = 5$ cm

olduğuna göre

$|BF| = x$ kaç cm dir?



A) $\frac{5}{3}$ B) 2 C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

24. Şekilde AB // CD

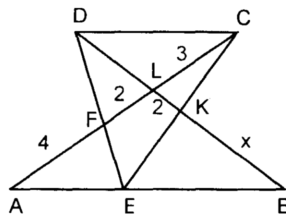
$|AF| = 4$ cm,

$|FL| = 2$ cm,

$|LC| = 3$ cm ve

$|LK| = 2$ cm ise

$|KB| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

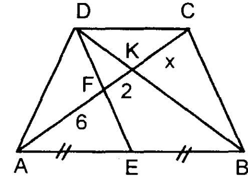
25. ABCD yamuğunda

$|AE| = |EB|$,

$|AF| = 6$ cm ve

$|FK| = 2$ cm ise

$|KC| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

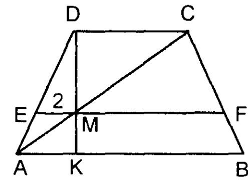
26. ABCD yamuğunda

AB // EF // DC,

$|AB| = 3 \cdot |AK|$ ve

$|EM| = 2$ cm ise

$|EF|$ kaç cm dir?



A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

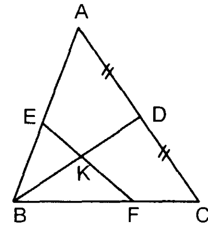
27. ABC üçgeninde

$|AD| = |DC|$,

$|BF| = 2 \cdot |FC|$ ve

$2 \cdot |EA| = 3 \cdot |BE|$ ise

$\frac{|EK|}{|KF|}$ oranı kaçtır?

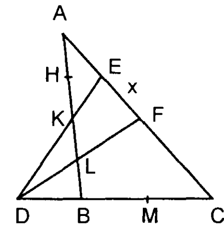


A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

28. Şekilde [AB] H, K ve L noktalarıyla 4 eşit parçaya, [DC] B ve M noktalarıyla 3 eşit parçaya bölünmüştür.

$|AC| = 24$ cm

olduğuna göre $|EF| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM ANAHTARI 8

Bir problemde paralel doğrular varsa ve uzunluk hesabı söz konusu ise aklınıza önce Thales teoremlerini getiriniz.

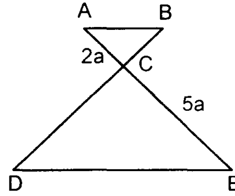
ÇÖZÜM ANAHTARI 9

Orantılı büyüklükleri aynı harflerle gösteriniz.

Harflendirme, ardarda gelecek görüşlerinizi kolaylaştıracaktır.

1. II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{2}{5}$ tir.



$|AC| = 2a$ dersek

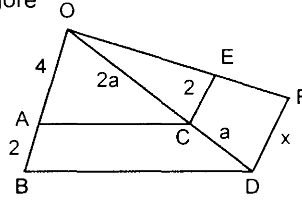
$|CE| = 5a$ olur.

$|AE| = 2a + 5a = 42$ birim

$\Rightarrow |AC| = 2a = 12$ birim bulunur.

2. I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|OC|}{|CD|} = \frac{|OA|}{|AB|} = \frac{4}{2}$ dir.



$|CD| = a$ dersek

$|OC| = 2a$ olur.

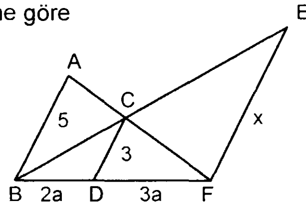
II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|CE|}{|DF|} = \frac{|OC|}{|OD|} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2a}{3a}$

$\Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

3. II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|FD|}{|FB|} = \frac{|CD|}{|AB|} = \frac{3}{5}$ tir.



$|FD| = 3a$ dersek

$|BD| = 2a$ olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|DC|}{|FE|} = \frac{|BD|}{|BF|} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{2a}{5a}$

$\Rightarrow x = 7{,}5$ cm bulunur.

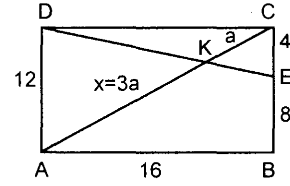
4. $|BE| = 2|EC|$ ve

$|BC| = 12$ cm olduğundan

$|CE| = 4$ cm olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AK|}{|KC|} = \frac{|AD|}{|CE|} = \frac{12}{4}$



olduğundan

$|KC| = a$ dersek

$|AK| = 3a$ olur.

ABC üçgeninde

$|AC|^2 = 16^2 + 12^2$

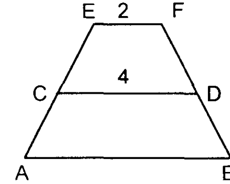
$\Rightarrow |AC| = 20$ cm

$\Rightarrow 4a = 20$ cm

$\Rightarrow x = 3a = 15$ cm bulunur.

5. **I.YOL :**

Ardışık paralellerin uzunluklarının farklarının oranı, paralellerin kesen üzerinde ayırdığı parçaların oranına eşittir.



$\frac{|CD| - |EF|}{|AB| - |CD|} = \frac{|CE|}{|CA|} \Rightarrow \frac{4-2}{x-4} = \frac{2}{3}$

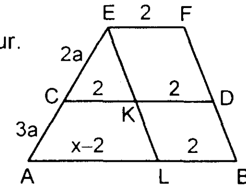
$\Rightarrow x = 7$ cm bulunur.

II. YOL :

EL // BF çizelim.

$|CK| = |KD| = |LB| = 2$ cm

ve $|AL| = (x-2)$ cm olur.



$\frac{|EC|}{|CA|} = \frac{2}{3}$ olduğundan

$|EC| = 2a$ dersek

$|CA| = 3a$ olur.

II.Thales Teoremi'ne göre

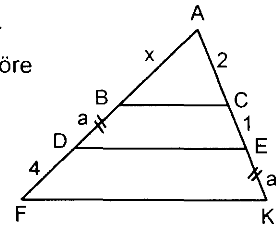
$\frac{|CK|}{|AL|} = \frac{|CE|}{|EA|} \Rightarrow \frac{2}{x-2} = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow x = 7$ cm bulunur.

6. $|BD| = |EK| = a$ diyelim.

I.Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|BD|}{|DF|} = \frac{|CE|}{|EK|}$



$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{1}{a}$

$\Rightarrow a = 2$ birim ve yine

I.Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AB|}{|BD|}=\frac{|AC|}{|CE|} \Rightarrow \frac{x}{2}=\frac{2}{1} \Rightarrow x=4$ birim bulunur.

7. İçters açılar olduğundan

$m(\widehat{EDB}) = m(\widehat{CBD})$ dir.

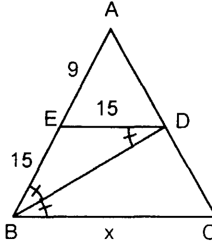
Buradan, $m(\widehat{EBD}) = m(\widehat{EDB})$

$\Rightarrow |DE| = |BE| = 15$ cm olur.

II.Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|ED|}{|BC|}=\frac{|AE|}{|AB|} \Rightarrow \frac{15}{x}=\frac{9}{24}$

$\Rightarrow x = 40$ cm bulunur.



8. II.Thales Teoremi'ne göre

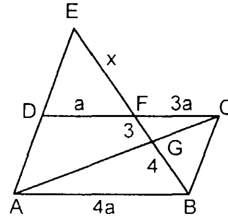
$\frac{|FG|}{|GB|}=\frac{|FC|}{|AB|}=\frac{3}{4}$

olduğundan

$|FC| = 3a$ dersek

$|AB| = 4a$ ve

$|DF| = a$ olur.



Yine II. Thales teoremine göre

$\frac{|EF|}{|EB|}=\frac{|DF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{x}{x+7}=\frac{a}{4a}$

$\Rightarrow x=\frac{7}{3}$ birim bulunur.

9. II. Thales Teoremi'ne göre

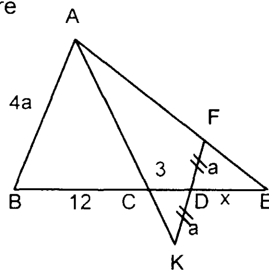
$\frac{|KD|}{|BA|}=\frac{|CD|}{|CB|}$

$\Rightarrow \frac{|KD|}{|BA|}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

olduğundan

$|KD| = a$ dersek

$|AB| = 4a$ ve $|DF| = a$ olur.



Yine II. Thales Teoremi'ne göre

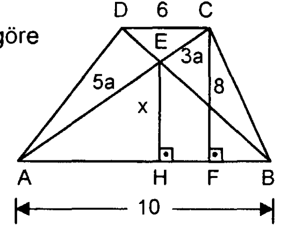
$\frac{|ED|}{|EB|}=\frac{|DF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{x}{x+15}=\frac{a}{4a}$

$\Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

10. II.Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|CE|}{|EA|}=\frac{|DC|}{|AB|}$

$\Rightarrow \frac{|CE|}{|EA|}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ tir.



$|CE| = 3a$ dersek $|AE| = 5a$ olur.

Yine II. Thales Teoremi gereğince

$\frac{|EH|}{|CF|}=\frac{|AE|}{|AC|} \Rightarrow \frac{x}{8}=\frac{5a}{8a}$

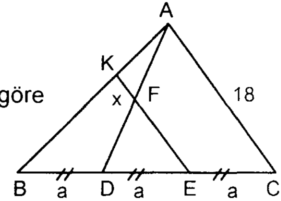
$\Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

11. $|BD| = |DE| = |EC| = a$

olsun.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|EF|}{|AC|}=\frac{|DE|}{|DC|}$



$\Rightarrow \frac{|EF|}{18}=\frac{a}{2a} \Rightarrow |EF| = 9$ cm ve

yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|EK|}{|CA|}=\frac{|BE|}{|BC|} \Rightarrow \frac{9+x}{18}=\frac{2}{3}$

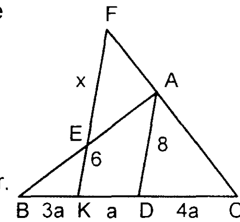
$\Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

12. II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|BK|}{|BD|}=\frac{|EK|}{|AD|}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ olur.

$|BK| = 3a$ dersek

$|KD| = a$ ve $|DC| = 4a$ olur.



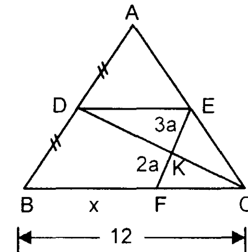
Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AD|}{|FK|}=\frac{|CD|}{|CK|} \Rightarrow \frac{8}{x+6}=\frac{4a}{5a}$

$\Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

13. Thales Teoremleri'nin sonucu olarak, bir üçgende iki kenarın orta noktalarını birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paralel ve yarısına eşittir.

Buna göre



$|DE| = \frac{|BC|}{2}=\frac{12}{2}=6$ cm olur.

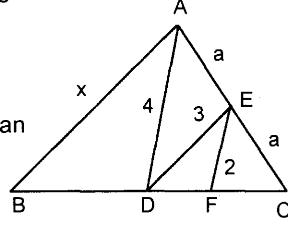
II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|DE|}{|FC|}=\frac{|KE|}{|KF|} \Rightarrow \frac{6}{|FC|}=\frac{3}{2}$

$\Rightarrow |FC| = 4$ cm,

buradan da $x = 12-4 = 8$ cm bulunur.

14. II. Thales Teoremi'ne göre



$\frac{|EF|}{|AD|}=\frac{|CE|}{|CA|}$ ve

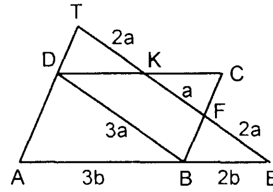
$\frac{|CE|}{|CA|}=\frac{|DE|}{|BA|}$ olduğundan

$\frac{|EF|}{|AD|}=\frac{|DE|}{|BA|}$

$\Rightarrow \frac{2}{4}=\frac{3}{x}$

$\Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

15. $\frac{|KF|}{|FE|}=\frac{1}{2}$ olduğundan



$|KF| = a$ dersek

$|FE| = 2a$ olur.

BEKD ve BFTD birer paralelkenar olduğundan

$|BD| = |KE| = 3a$, $|TF| = |BD| = 3a$ ve

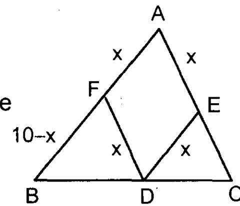
$|TE| = 5a$ bulunur.

II. Thales Teoremi gereğince

$\frac{|AB|}{|AE|}=\frac{|DB|}{|TE|}$

$\Rightarrow \frac{|AB|}{|AE|}=\frac{3a}{5a} \Rightarrow \frac{|AB|}{|BE|}=\frac{3}{2}$ olur.

16. $|AF| = |FD| = x$ olsun.



$|BF| = 10 - x$ olur.

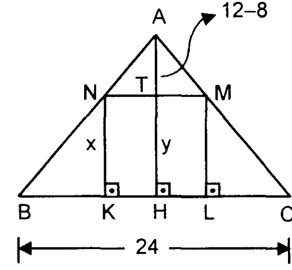
II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|DF|}{|AC|}=\frac{|BF|}{|BA|}$

$\Rightarrow \frac{x}{6}=\frac{10-x}{10} \Rightarrow x=\frac{15}{4}$ cm ve

AFDE dörtgeninin çevresi $4x = 15$ cm olur.

17. Karenin bir kenar uzunluğu x olsun.



$|TH| = x$, $|AT| = 12 - x$ olur.

Thales Teoremlerine göre

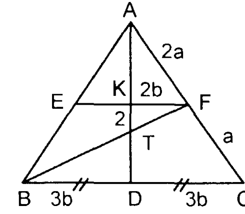
$\frac{|AT|}{|AH|}=\frac{|AN|}{|AB|}$ ve $\frac{|AN|}{|AB|}=\frac{|NM|}{|BC|}$

olduğundan $\frac{|AT|}{|AH|}=\frac{|NM|}{|BC|}$

$\Rightarrow \frac{12-x}{12}=\frac{x}{24}$

$\Rightarrow x = 8$ cm bulunur.

18. II. Thales Teoremi'ne göre



$\frac{|KF|}{|DC|}=\frac{|AF|}{|AC|}$

$\Rightarrow \frac{|KF|}{|DC|}=\frac{2}{3}$ olur.

$|KF| = 2b$ dersek

$|DC| = |DB| = 3b$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|KT|}{|TD|}=\frac{|KF|}{|DB|} \Rightarrow \frac{2}{|TD|}=\frac{2b}{3b}$

$\Rightarrow |TD| = 3$ cm olur.

I. Thales Teoremi'ne göre

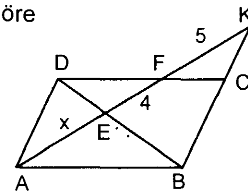
$\frac{|AK|}{|KD|}=\frac{|AF|}{|FC|} \Rightarrow \frac{|AK|}{5}=\frac{2a}{a}$

$\Rightarrow |AK| = 10$ cm

Buradan da $|AD| = 15$ cm bulunur.

Problem karışık gibi gözükmesine rağmen, "çözüm anahtarı 9" da önerildiği gibi, elde edilen her yeni bağıntının sonuçları harflendirme ile şekle yansıtılırsa, kolayca çözülür.

19. I. Thales Teoremi'ne göre



$\frac{|DE|}{|EB|}=\frac{|EF|}{|EA|}$ ve

$\frac{|DE|}{|EB|}=\frac{|EA|}{|EK|}$

olduğundan $\dfrac{|EF|}{|EA|}=\dfrac{|EA|}{|EK|}$

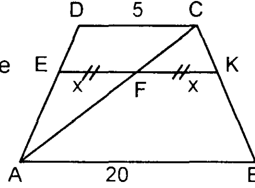
$\Rightarrow \dfrac{4}{x}=\dfrac{x}{9}$

$\Rightarrow x=6$ cm bulunur.

20. **I. YOL :**

$|EF|=|FK|=x$ diyelim.

II. Thales Teoremi'ne göre



$\dfrac{|AF|}{|AC|}=\dfrac{|EF|}{|DC|}=\dfrac{x}{5}$ ①

ve $\dfrac{|CF|}{|AC|}=\dfrac{|FK|}{|AB|}=\dfrac{x}{20}$ ②

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$$\frac{|AF|}{|AC|}+\frac{|CF|}{|AC|}=\frac{x}{5}+\frac{x}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{|AF|+|CF|}{|AC|}=\frac{x}{5}+\frac{x}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{|AC|}{AC}=\frac{x}{5}+\frac{x}{20}$$

$$\Rightarrow 1=\frac{x}{5}+\frac{x}{20}$$

$$\Rightarrow x=4 \text{ cm},$$

$|EF|=2x \quad \Rightarrow \quad |EF|=8$ cm bulunur.

NOT: Bu çözüm yöntemini tanımak, öğrenci için mutlaka yararlıdır. Yalnız, bu çözümün önceden görülmesi zor olabilir. Şimdi, bağıntıları şekil üzerine harflerle yansıtmanın, çözümü nasıl kolaylaştıracağını görelim.

II. YOL :

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AF|}{|AC|}=\dfrac{|EF|}{|CD|}$

$\Rightarrow \dfrac{|AF|}{|AC|}=\dfrac{x}{5}$ tir.

$|AF|=x\cdot k$ dersek $|AC|=5k$ ve

$|CF|=(5-x)k$ olur.

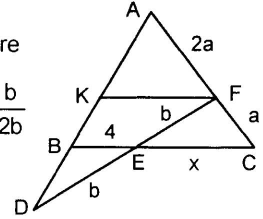
Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|CF|}{|CA|}=\dfrac{|FK|}{|AB|} \Rightarrow \dfrac{(5-x)\cdot k}{5\cdot k}=\dfrac{x}{20} \Rightarrow x=4,$

$|EF|=2x \Rightarrow |EF|=8$ cm bulunur.

21. FK // BC çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre



$\dfrac{|BE|}{|KF|}=\dfrac{|DE|}{|DF|} \Rightarrow \dfrac{4}{|KF|}=\dfrac{b}{2b}$

$\Rightarrow |KF|=8$ cm olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|KF|}{|BC|}=\dfrac{|AF|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{8}{x+4}=\dfrac{2a}{3a} \Rightarrow x=8$ cm

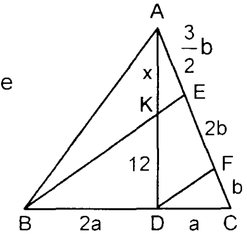
bulunur.

F noktasından AD ye, ya da E noktasından AD veya AC ye bir paralel çizilerek de, Thales Teoremleri uygulanabilirdi. Bu seçenekleri de siz deneyiniz.

22. **I. YOL :**

DF // BE çizelim.

I. Thales Teoremi'ne göre



$\dfrac{|CD|}{|DB|}=\dfrac{|CF|}{|FE|}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{|CF|}{|FE|}$ olur.

$|CF|=b$ dersek $|FE|=2b$ ve $|AE|=\dfrac{3}{2}b$ olur.

Yine I. Thales Teoremi'ne göre

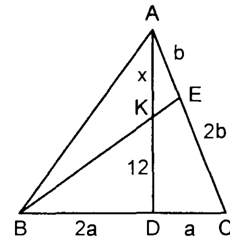
$\dfrac{|AK|}{|KD|}=\dfrac{|AE|}{|EF|} \Rightarrow \dfrac{x}{12}=\dfrac{\frac{3}{2}b}{2b}$

$\Rightarrow x=9$ cm bulunur.

D den AC ye, ya da E den BC veya AD ye bir paralel çizerek, siz de deneyiniz.

II. YOL :

ADC üçgeninde, [BE] kesenine göre Menelaus Teoremi'ni uygulayalım :



$\dfrac{|BD|}{|BC|}\cdot\dfrac{|EC|}{|EA|}\cdot\dfrac{|KA|}{|KD|}=1$

$\Rightarrow \dfrac{2a}{3a}\cdot\dfrac{2b}{b}\cdot\dfrac{x}{12}=1$

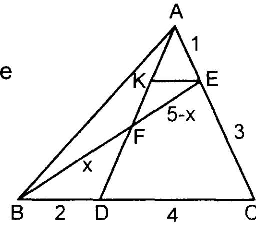
$\Rightarrow x=9$ cm bulunur.

NOT: Bu çözüm yolu çok kısa olmasına rağmen, bir problemde Menelaus Teoremi'ni uygulamak çoğu zaman zor olabilir. Bu yöntemi de öğrenmenin yanında, daha geniş uygulama alanı olduğu için, paralel çizme tekniğini geliştirmeniz yararlı olur.

23. I. YOL :

EK // BC çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre



$$\frac{|KE|}{|DC|}=\frac{|AE|}{|AC|}$$

$$\Rightarrow \frac{|KE|}{4}=\frac{1}{4}$$

$\Rightarrow |KE| = 1$ cm olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|FE|}{|FB|}=\frac{|KE|}{|BD|} \Rightarrow \frac{5-x}{x}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{10}{3} \text{ cm bulunur.}$$

E den AD ye, ya da D den AC veya BE ye bir paralel çizerek, siz de deneyiniz.

II. YOL :

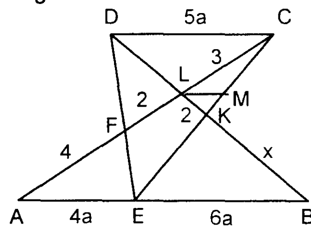
EBC üçgeninde, [AD] kesenine göre Menelaus Teoremi'ni uygulayalım :

$$\frac{|AE|}{|AC|}\cdot\frac{|DC|}{|DB|}\cdot\frac{|FB|}{|FE|}=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{x}{5-x}=1$$

$\Rightarrow x=\frac{10}{3}$ cm bulunur.

24. II. Thales Teoremi'ne göre



$$\frac{|DC|}{|AE|}=\frac{|FC|}{|FA|}$$

$$\Rightarrow \frac{|DC|}{|AE|}=\frac{5}{4} \text{ ve}$$

$$\frac{|DC|}{|AB|}=\frac{|LC|}{|LA|}$$

$$\Rightarrow \frac{|DC|}{|AB|}=\frac{3}{6} \text{ olur.}$$

$|DC| = 5a$ dersek, $|AE| = 4a$,

$|AB| = 10a$ ve $|EB| = 6a$ olur.

LM // AB çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|LM|}{|AE|}=\frac{|LC|}{|CA|} \Rightarrow \frac{|LM|}{4a}=\frac{3}{9}$$

$\Rightarrow |LM|=\frac{4a}{3}$ olur.

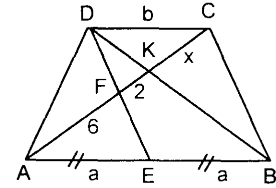
Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|LK|}{|KB|}=\frac{|LM|}{|EB|} \Rightarrow \frac{2}{x}=\frac{\frac{4a}{3}}{6a}$$

$\Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

25. $|AE| = |EB| = a$ ve

$|DC| = b$ diyelim.



II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DC|}{|AE|}=\frac{|FC|}{|FA|} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{x+2}{6} \quad ①$$

$$\text{ve } \frac{|DC|}{|AB|}=\frac{|KC|}{|KA|} \Rightarrow \frac{b}{2a}=\frac{x}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{x}{4} \quad ② \text{ olup}$$

① ve ② den

$$\frac{x+2}{6}=\frac{x}{4} \Rightarrow x = 4 \text{ cm bulunur.}$$

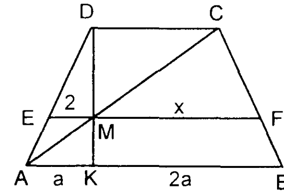
26. $|AB| = 3|AK|$

olduğundan

$|AK| = a$ dersek

$|KB| = 2a$ olur.

$|MF| = x$ olsun.



II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DM|}{|DK|}=\frac{|EM|}{|AK|} \Rightarrow \frac{|DM|}{|DK|}=\frac{2}{a}, \quad ①$$

$$\frac{|CM|}{|CA|}=\frac{|MF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|CM|}{|CA|}=\frac{x}{3a} \quad ②$$

ve I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DM|}{|DK|}=\frac{|CM|}{|CA|} \text{ dır. } ③$$

①, ② ve ③ ten

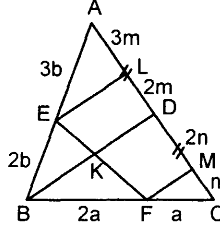
$$\frac{x}{3a}=\frac{2}{a} \Rightarrow x = 6 \text{ cm olur.}$$

$|EF| = 2 + x \Rightarrow |EF| = 8$ cm bulunur.

27. $|BF| = 2a$, $|FC| = a$,

$|BE| = 2b$ ve $|AE| = 3b$

diyerek, verilen bilgileri şekil üzerine aktaralım. EL // BD // FM çizelim.



I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|AL|}{|LD|} \Rightarrow \frac{3b}{2b} = \frac{|AL|}{|LD|} \text{ olur.}$$

$|AL| = 3\text{ m}$ ve $|LD| = 2\text{ m}$ olsun.

Yine I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|CF|}{|FB|} = \frac{|CM|}{|MD|} \Rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{|CM|}{|MD|} \text{ olur.}$$

$|CM| = n$ ve $|MD| = 2n$ olsun.

I. Thales Teoremi'ni bir kez daha uygularsak

$$\frac{|EK|}{|KF|} = \frac{2m}{2n} \text{ olur.}$$

Diğer taraftan $|AD| = |DC|$ olduğundan

$$5m = 3n \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{3}{5} \text{ ve } \frac{|EK|}{|KF|} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

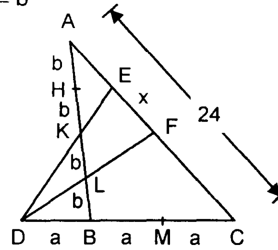
28. I. YOL :

$|DB| = |BM| = |MC| = a$ ve

$|AH| = |HK| = |KL| = |LB| = b$

olsun.

ABC üçgeninde DF kesenine göre Menelaus Teoremi'ni uygulayalım.



$$\frac{|DB|}{|DC|} \cdot \frac{|FC|}{|FA|} \cdot \frac{|LA|}{|LB|} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3a} \cdot \frac{|FC|}{24 - |FC|} \cdot \frac{3b}{b} = 1$$

$$\Rightarrow |FC| = 24 - |FC| \Rightarrow |FC| = 12 \text{ cm olur.}$$

Yine ABC üçgeninde DE kesenine göre Menelaus Teoremi'ni uygularsak

$$\frac{|DB|}{|DC|} \cdot \frac{|EC|}{|EA|} \cdot \frac{|KA|}{|KB|} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3a} \cdot \frac{|EC|}{24 - |EC|} \cdot \frac{2b}{2b} = 1$$

$$\Rightarrow |EC| = 72 - 3|EC|$$

$$\Rightarrow |EC| = 18 \text{ cm olur.}$$

Buradan $|EF| = 18 - 12 = 6\text{ cm}$ bulunur.

II. YOL :

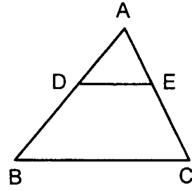
Problemi, Thales Teoremlerini kullanarak siz çözünüz.

1. Şekilde DE // BC dir.

$\frac{|AD|}{|DB|}=\frac{3}{4}$ ve

$|DE|+|BC|=20$ birim

olduğuna göre $|DE|$ kaç birimdir?



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

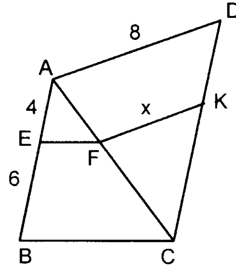
2. Şekilde EF // BC ve FK // AD dir.

$|AE|=4$ cm,

$|EB|=6$ cm ve

$|AD|=8$ cm ise

$|FK|=x$ kaç cm dir?



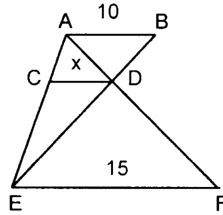
A) 1,2 B) 2,2 C) 2,4 D) 4,2 E) 4,8

3. AB // CD // EF,

$|AB|=10$ cm ve

$|EF|=15$ cm ise

$|CD|=x$ kaç cm dir?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

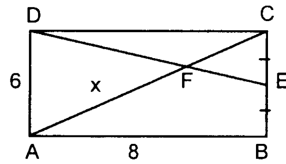
4. ABCD dikdörtgen,

$|EC|=|EB|$,

$|AD|=6$ cm ve

$|AB|=8$ cm ise

$|AF|=x$ kaç cm dir?



A) $\frac{20}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 9 D) 8 E) 7

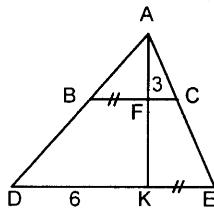
5. BC // DE,

$|BF|=|KE|$,

$|FC|=3$ birim ve

$|DK|=6$ birim ise

$|KE|$ kaç birimdir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

6. AB // CD // EF // GH,

$|AC|=|CE|=|EG|$,

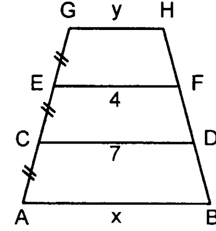
$|EF|=4$ cm,

$|CD|=7$ cm,

$|AB|=x$ ve

$|GH|=y$ cm ise

$x+y$ kaç cm dir?

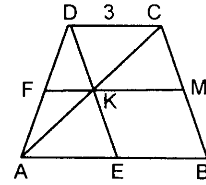


A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

7. ABCD yamuğunda DE // BC, AB // FM // DC,

$|DC|=3$ cm ve

$|FM|=5$ cm olduğuna göre $|AB|$ kaç cm dir?



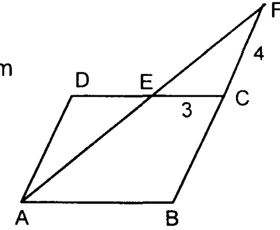
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

8. ABCD paralelkenar,

$\frac{|EF|}{|EA|}=\frac{1}{2}$, $|FC|=4$ cm

ve $|EC|=3$ cm ise

$|FB|+|DE|$ toplamı kaç cm dir?



A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

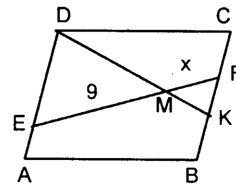
9. ABCD paralelkenarında

$|DE|=3\cdot|EA|$,

$|BK|=|KF|=|FC|$ ve

$|EM|=9$ cm ise

$|MF|=x$ kaç cm dir?



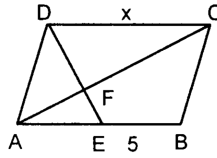
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. ABCD paralelkenar,

$3 \cdot |AF| = 2 \cdot |FC|$ ve

$|EB| = 5$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



A) 9 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15

11. ABC üçgeninde
DE // BC ve
FK // AB dir.

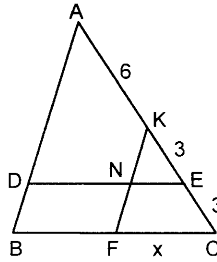
$|AK| = 6$ cm,

$|KE| = |EC| = 3$ cm

ve $|DE| = 6$ cm

olduğuna göre

$|FC| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

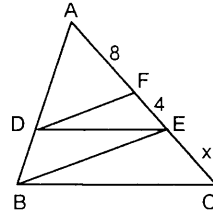
12. BC // DE, BE // DF,

$|AF| = 8$ cm ve

$|FE| = 4$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm

dir?



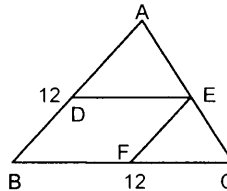
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

13. $|AB| = |BC| = 12$ cm

ise BFED paralel-

kenarının çevresi

kaç cm dir?



A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 30

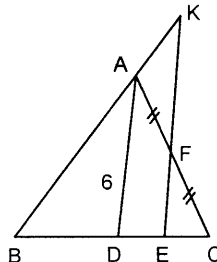
14. ABC üçgeninde
AD kenarortay,

$|AF| = |FC|$ ve

AD // EK dir.

$|AD| = 6$ cm ise

$|EK|$ kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

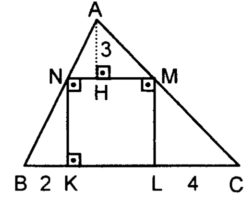
15. KLMN karesinin
köşeleri ABC üç-
geni üzerindedir.
AH ⊥ NM,

$|BK| = 2$ cm,

$|AH| = 3$ cm ve

$|LC| = 4$ cm oldu-

ğuna göre, karenin bir kenarı kaç cm dir?



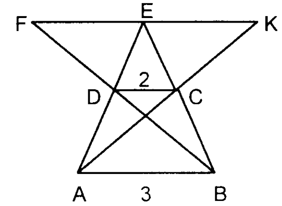
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

16. AB // DC // FK,
[AE] ∩ [BF] = {D}
ve [AK] ∩ [BE] = {C}
dir.

$|AB| = 3$ cm ve

$|DC| = 2$ cm ise

$|FK|$ kaç cm dir?



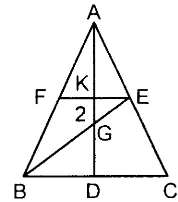
A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

17. AD ve BE kenarortay,

FE // BC ve

$|KG| = 2$ cm ise

$|AD|$ kaç cm dir?



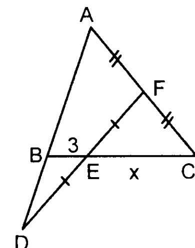
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

18. Şekilde

$|AF| = |FC|$, $|EF| = |ED|$

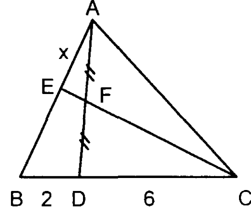
ve $|BE| = 3$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



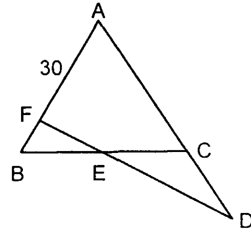
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

19. $|AF| = |FD|$,
$|AB| = 14$ cm,
$|BD| = 2$ cm ve
$|DC| = 6$ cm ise
$|AE|$ kaç cm dir?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

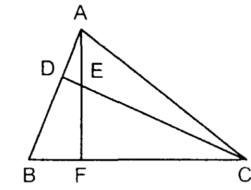
20. Şekilde
☑ $|AC| = 4 \cdot |CD|$,
$|EC| = 2 \cdot |EB|$,
$|AF| = 30$ cm ise
$|BF|$ kaç cm dir?



A) 8 B) 7 C) 6 D) 4 E) 3

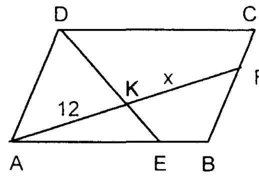
21. Şekilde
$\frac{|BF|}{|BC|} = \frac{1}{3}$, $\frac{|AE|}{|EF|} = \frac{1}{3}$

ise $\frac{|AD|}{|DB|}$ oranı kaçtır?



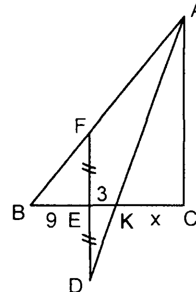
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{2}{11}$ E) $\frac{4}{121}$

22. ABCD paralelkenar,
☑ $|AE| = 3 \cdot |EB|$,
$|BF| = 2 \cdot |CF|$ ve
$|AK| = 12$ cm ise
$|KF| = x$ kaç cm dir?



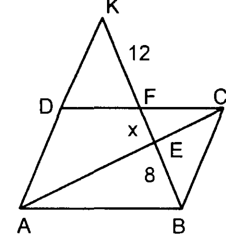
A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

23. ABC üçgeninde
DF // AC,
$|DE| = |EF|$,
$|BE| = 9$ cm ve
$|EK| = 3$ cm ise
$|KC| = x$ kaç cm dir?



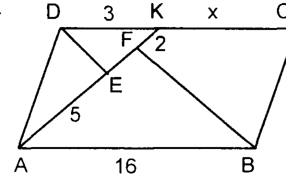
A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

24. ABCD paralelkenar,
☑ $|BE| = 8$ birim ve
$|FK| = 12$ birim ise
$|EF| = x$ kaç birimdir?



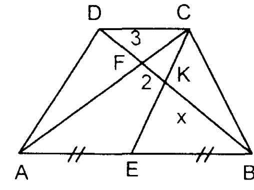
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

25. ABCD paralelkenarında DE // BF,
☑ $|AB| = 16$ cm,
$|AE| = 5$ cm,
$|EF| = 3$ cm ve
$|FK| = 2$ cm ise $|KC| = x$ kaç cm dir?



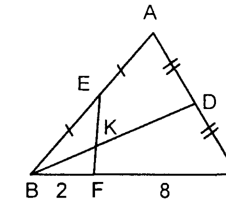
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

26. Şekilde AB // CD,
☑ $|AE| = |EB|$,
$|DF| = 3$ cm ve
$|FK| = 2$ cm ise
$|KB| = x$ kaç cm dir?



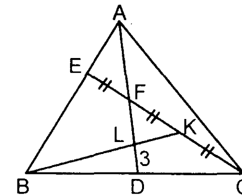
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

27. ABC üçgeninde D ve
☑ E, üzerinde bulundukdukları kenarların orta noktalarıdır.
$|BF| = 2$ cm ve
$|FC| = 8$ cm olduğuna
göre $\frac{|BK|}{|KD|}$ oranı kaçtır?



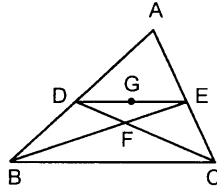
A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{8}$

28. ABC üçgeninde
☑ $|BE| = 2 \cdot |AE|$,
$|EF| = |FK| = |KC|$ ve
$|LD| = 3$ birim olduğuna göre $|AD|$ kaç birimdir?



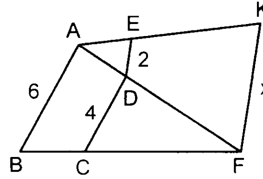
A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

1. ABC üçgeninde G ağırlık merkezi, DE // CB ve $|DC| = 15$ ise $|DF|$ kaçtır?



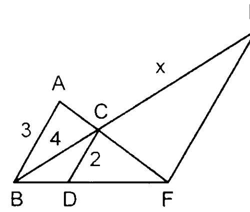
A) 12 B) 10 C) 9 D) 6 E) 5

2. AB // CD ve DE // FK dir. $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 4$ cm ve $|DE| = 2$ cm ise $|FK| = x$ kaç cm dir?



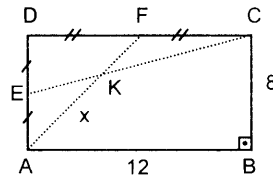
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3. AB // CD // EF, $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm ve $|CD| = 2$ cm ise $|CE| = x$ kaç cm dir?



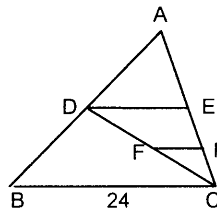
A) 10 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

4. ABCD dikdörtgen, $|DE| = |AE|$, $|DF| = |FC|$, $|AB| = 12$ cm ve $|BC| = 8$ cm ise $|AK| = x$ kaç cm dir?



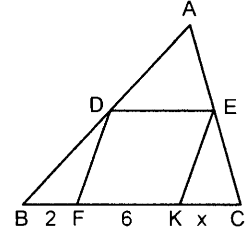
A) $\frac{21}{4}$ B) $\frac{20}{3}$ C) $\frac{15}{2}$ D) 7 E) 6

5. Şekilde DE // FK // BC dir. $\frac{|AE|}{3} = \frac{|EK|}{2} = |KC|$ $|BC| = 24$ cm ise $|FK|$ kaç cm dir?



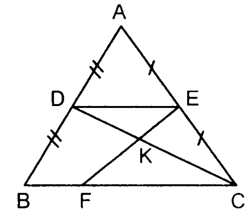
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

6. ABC üçgeninde $|AD| = |DB|$, $|AE| = |EC|$ ve DF // EK dır. $|BF| = 2$ cm ve $|FK| = 6$ cm ise $|KC| = x$ kaç cm dir?



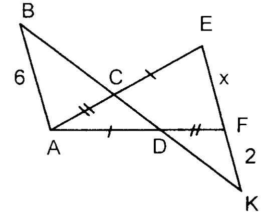
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

7. ABC üçgeninde $|AD| = |DB|$, $|AE| = |EC|$ ve $\frac{|BF|}{|CF|} = \frac{1}{2}$ ise $\frac{|EK|}{|KF|}$ oranı nedir?



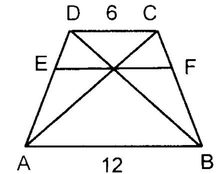
A) 3/4 B) 2/3 C) 1/2 D) 2/5 E) 4/9

8. AB // EK, $|AC| = |DF|$, $|AD| = |CE|$, $|AB| = 6$ cm ve $|FK| = 2$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



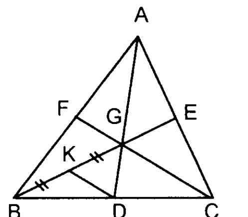
A) 10 B) 12 C) 13 D) 16 E) 18

9. AB // EF // DC, $|AB| = 12$ cm ve $|CD| = 6$ cm ise $|EF|$ kaç cm dir?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. ABC üçgeninde G, kenarortayların kesim noktasıdır. $|BK| = |KG|$, $|DK| = 6$ cm ise $|CF|$ kaç cm dir?



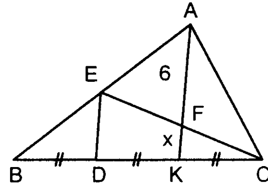
A) 12 B) 18 C) 9 D) 15 E) 24

11. $|BD| = |DK| = |KC|$,

DE // AK dir.

$|AF| = 6$ birim ise

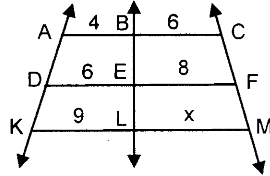
$|FK|$ kaç birimdir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. AC // DF // KM dir. Doğru parçalarının uzunlukları üzerine yazılmıştır.

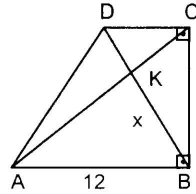
$|LM|$ kaç birimdir?



A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

13. Şekilde ABCD dik yamuk, ABD eşkenar üçgen ve $|AB| = 12$ birim

ise $|KB| = x$ kaç birimdir?



A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) $6\sqrt{3}$ E) 9

14. ABC üçgen, KLMN dikdörtgen,

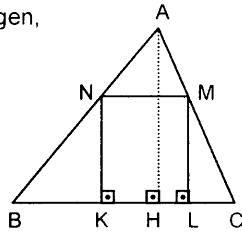
$|KL| = 8$ birim,

$|ML| = 12$ birim ve

$|BC| = 2x$ ise

$|AH|$ yüksekliğinin

x cinsinden değeri nedir?



A) $\frac{6x}{x-8}$ B) $\frac{12x}{x-8}$ D) $\frac{4x}{x-8}$

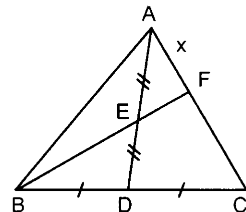
D) $\frac{4x}{x-4}$ E) $\frac{12x}{x-4}$

15. ABC üçgeninde [AD] kenarortay,

$|AE| = |ED|$ ve

$|AC| = 12$ cm ise

$|AF| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) $\frac{12}{5}$ C) 3 D) 4 E) 6

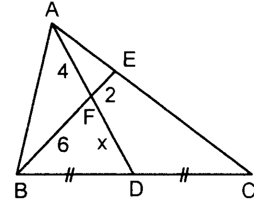
16. ABC üçgeninde [AD] kenarortay,

$|BF| = 6$ cm,

$|FE| = 2$ cm ve

$|AF| = 4$ cm ise

$|DF| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

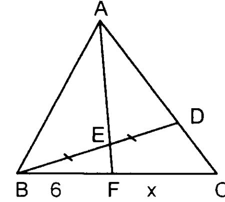
17. ABC üçgeninde

$|AD| = 2|DC|$,

$|BE| = |ED|$ ve

$|BF| = 6$ cm ise

$|FC| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

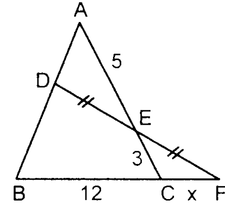
18. $|DE| = |EF|$,

$|AE| = 5$ cm,

$|EC| = 3$ cm ve

$|BC| = 12$ cm ise

$|CF| = x$ kaç cm dir?



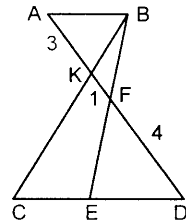
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

19. Şekilde AB // CD dir.

☑ $|AK| = 3$ birim,

$|KF| = 1$ birim ve

$|DF| = 4$ birim olduğuna göre $\frac{|CE|}{|DE|}$ oranı kaçtır?



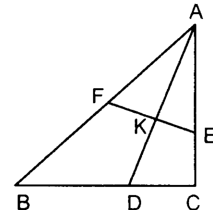
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

20. ABC üçgeninde

☑ $|AF| = |BF|$,

$\frac{|BD|}{|DC|} = 2$ ve $\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{5}{2}$

ise $\frac{|AK|}{|KD|}$ oranı kaçtır?



A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

5. Bölüm

ÜÇGENDE KESİŞEN DOĞRULAR

"**Üçgende kesişen doğrular**" ifadesi genellikle, üçgenin **açıortayları, kenarortayları, yükseklikleri** ve **kenarorta dikmeleri** için kullanılır. Üçgenin bu özel doğruları ile ilgili temel bilgileri 2. bölümde vermiştik. Bu bölümde de daha önce verdiğimiz bilgilere, bir üçgende bir açıortayın karşı kenarda ayırdığı parçaların oranı ile ilgili **Açıortay Teoremleri** ile üçgende kesişen doğruların uzunluğunu bulmamızı kolaylaştıracak olan **Stewart Teoremi**'ni ekleyeceğiz.

5.1 AÇIORTAY TEOREMLERİ

TEOREM 5.1 (İç Açıortay Teoremi)

Bir üçgende bir iç açıortay karşı kenarı, diğer iki kenarın uzunlukları oranında içten böler.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[AD]$ açıortay ise

$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|}$$

olduğunu göstereceğiz.

B noktasından AC ye çizilen paralel doğru $[AD$ yi E noktasında kessin.

II. Thales Teoremi'ne göre $\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BE|}{|CA|}$ ① yazılabilir.

Diğer taraftan, içters açılar olduklarından

$\widehat{BEA} \cong \widehat{EAC}$ ② ve $[AD]$ açıortay olduğundan

$\widehat{BAE} \cong \widehat{EAC}$ ③ dır. ② ve ③ ten

$\widehat{BEA} \cong \widehat{BAE} \Rightarrow |BE| = |BA|$ bulunur.

① de $|BE|$ nin yerine, eşiti olan $|BA|$ koyulursa,

$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|}$$ elde edilir.

TEOREM 5.2 (Dış Açıortay Teoremi)

Bir üçgende bir dış açıortay karşı kenarı, diğer iki kenarın uzunlukları oranında dıştan böler.

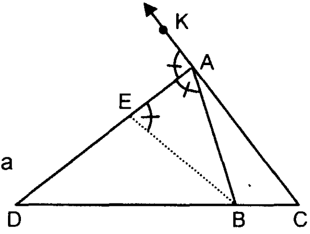
İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

A köşesindeki

dış açıortay $[CB$ yi

D noktasında kesiyorsa



$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|}$$

olduğunu göstereceğiz.

B noktasından AC ye çizilen paralel doğru $[AD]$ yi E noktasında kessin.

II. Thales Teoremi'ne göre $\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BE|}{|CA|}$ ① olur.

Diğer taraftan, içters açılar olduklarından

$\widehat{BEA} \cong \widehat{EAK}$ ② ve $[AD]$ açıortay olduğundan

$\widehat{BAE} \cong \widehat{EAK}$ ③ dır.

② ve ③ ten $\widehat{BEA} \cong \widehat{BAE} \Rightarrow |BE| = |BA|$ bulunur.

① de $|BE|$ nin yerine, eşiti olan $|BA|$ koyulursa

$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|}$$ elde edilir.

ÖRNEK 5.1

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

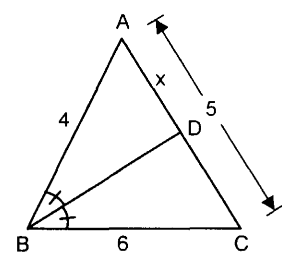
$[BD]$ açıortaydır.

$|AB| = 4$ cm,

$|AC| = 5$ cm ve

$|BC| = 6$ cm ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

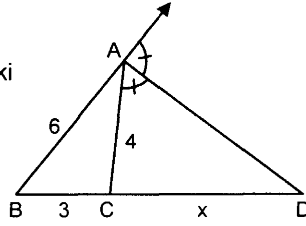
İç Açıortay Teoremi gereğince

$$\frac{|DA|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|BC|} \Rightarrow \frac{x}{5-x} = \frac{4}{6}$$

$\Rightarrow 6x = 20 - 4x \Rightarrow x = 2$ cm olur.

ÖRNEK 5.2

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AD]$, A köşesindeki dış açıortaydır. $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 4$ cm ve $|BC| = 3$ cm ise $|CD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

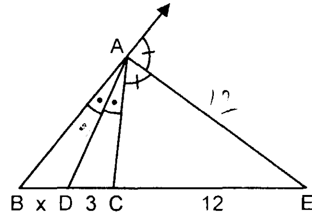
Dıç Açıortay Teoremi gereğince

$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|} \Rightarrow \frac{x+3}{x} = \frac{6}{4}$$

$\Rightarrow 4x + 12 = 6x \Rightarrow x = 6$ cm olur.

ÖRNEK 5.3

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AD]$ iç ve $[AE]$ dış açıortaydır. $|DC| = 3$ cm ve $|CE| = 12$ cm ise $|BD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|DB|}{|DC|} \Rightarrow \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{x}{3} \quad ① \text{ ve}$$

Dış Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|EB|}{|EC|} \Rightarrow \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{x+15}{12} \quad ② \text{ dir.}$$

① ve ② den

$$\frac{x}{3} = \frac{x+15}{12} \Rightarrow 12x = 3x + 45$$

$\Rightarrow 9x = 45 \Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

5.2 ÜÇGENDE KESİŞEN DOĞRULARIN UZUNLUKLARI

TEOREM 5.3 (Stewart Teoremi)

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

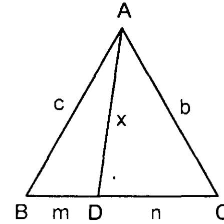
$|AB| = c$, $|AC| = b$,

$D \in [BC]$,

$|BD| = m$, $|DC| = n$

ve $|AD| = x$ olmak üzere

$$x^2 = \frac{b^2m + c^2n}{m+n} - m \cdot n \text{ dir.}$$



İSPAT :

$AH \perp BC$ çizerek

$|AH| = h$ ve

$|DH| = k$ diyelim.

$\overset{\triangle}{ADH}$, $\overset{\triangle}{ABH}$ ve $\overset{\triangle}{ACH}$ dik üçgenlerinde Pythagoras Teoremine göre sırasıyla,

$x^2 = h^2 + k^2$, ①

$h^2 = c^2 - (m+k)^2$ ② ve

$h^2 = b^2 - (n-k)^2$ ③ bağıntıları yazılabilir.

Bu üç bilinmeyenli denklem sisteminde k, h ve x bilinmeyenlerini hesaplayacağız.

② ve ③ ün sağ tarafları eşitlenerek

$$c^2 - (m+k)^2 = b^2 - (n-k)^2$$

$$\Rightarrow c^2 - m^2 - 2mk - k^2 = b^2 - n^2 + 2nk - k^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{c^2 - b^2}{2(m+n)} - \frac{m-n}{2} \text{ bulunur.}$$

Bulunan k değeri ② de yerine koyularak

$$h^2 = c^2 - \left[m + \frac{c^2 - b^2}{2(m+n)} - \frac{m-n}{2}\right]^2$$

$$\Rightarrow h^2 = c^2 - \left[\frac{c^2 - b^2}{2(m+n)} + \frac{m+n}{2}\right]^2 \text{ ve}$$

h^2 ile k^2 değerleri ① de yerlerine koyularak,

$x^2 = h^2 + k^2$

$$\Rightarrow x^2 = c^2 - \left[\frac{c^2-b^2}{2(m+n)} + \frac{m+n}{2}\right]^2 + \left[\frac{c^2-b^2}{2(m+n)} - \frac{m-n}{2}\right]^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{b^2m + c^2n}{m+n} - m \cdot n \text{ elde edilir.}$$

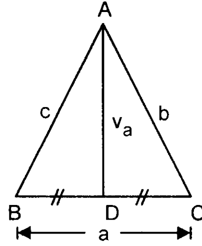
SONUÇLAR :

1. Kenarortayın uzunluğunun bulunması:

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$$v_a{}^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \text{ dür.}$$

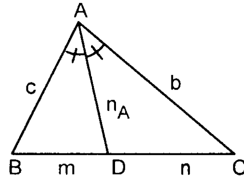
Bu önerme "**Kenarortay Teoremi**" diye bilinir.



2. İç açıortayın uzunluğunun bulunması :

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

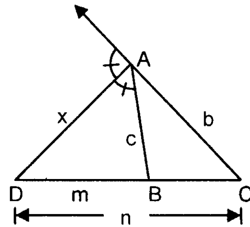
$n_A{}^2 = b \cdot c - m \cdot n$ dir.



3. Dış açıortayın uzunluğunun bulunması :

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, $[AD]$ A köşesindeki dış açıortay ise

$|AD|^2 = m \cdot n - b \cdot c$ dir.



4. Yüksekliğin uzunluğunun bulunması :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AH]$ yükseklik, $|AH| = h_a$ ve

$a + b + c = 2u$ ise

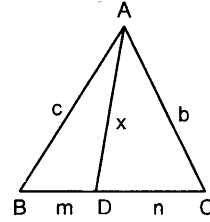
$$h_a = \frac{2}{a}\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)} \text{ dir.}$$

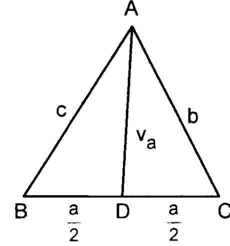
İSPAT :

1. $[AD]$ kenarortay ise

$$x^2 = \frac{b^2m + c^2n}{m+n} - m \cdot n$$

ifadesindeki m, n ve x değerleri $m = n = \frac{a}{2}$ ve $x = v_a$ olarak alınmalıdır.





Bu değerler yerlerine koyulursa,

$$v_a{}^2 = \frac{b^2 \cdot \frac{a}{2} + c^2 \cdot \frac{a}{2}}{\frac{a}{2} + \frac{a}{2}} - \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow v_a{}^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \quad \text{elde edilir.}$$

Aynı yöntemle

$$v_b{}^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \text{ ve}$$

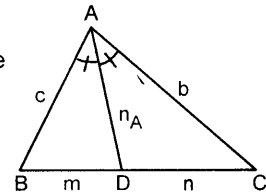
$$v_c{}^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4} \text{ bulunur.}$$

2. $[AD]$ açıortay ise

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{m}{n} = \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow n = \frac{m \cdot b}{c} \text{ olur.}$$



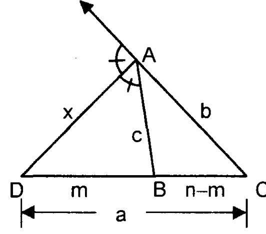
Bu değer, $x^2 = \frac{b^2m + c^2n}{m+n} - m \cdot n$

İfadesinin kesir kısmında yerine koyulursa

$$n_A{}^2 = \frac{b^2m + c^2 \cdot \frac{mb}{c}}{m + \frac{mb}{c}} - m \cdot n$$

$$\Rightarrow n_A{}^2 = b \cdot c - m \cdot n \text{ bulunur.}$$

3. [AD] dış açıortay ise Dış Açıortay Teoremi'ne göre $\frac{m}{n}=\frac{c}{b}$



$\Rightarrow n=\frac{m\cdot b}{c}$ olur.

$\overset{\triangle}{ADC}$ üçgenine Stewart Teoremi'ni uygulayarak, n yerine $\frac{m\cdot b}{c}$ değerini koyalım :

$$c^2=\frac{b^2m+x^2(n-m)}{m+n-m}-m(n-m)$$

$$\Rightarrow c^2=\frac{b^2m+x^2\left(\frac{mb}{c}-m\right)}{\frac{mb}{c}}-m\left(\frac{mb}{c}-m\right)$$

$$\Rightarrow c^2=\frac{b^2c+x^2(b-c)}{b}-m^2\frac{(b-c)}{c}$$

$$\Rightarrow bc^3=b^2c^2+x^2c(b-c)-m^2b(b-c)$$

$$\Rightarrow bc^2(c-b)=x^2c(b-c)-m^2b(b-c)$$

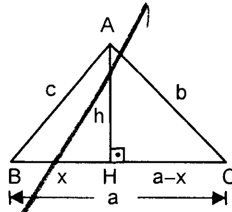
$$\Rightarrow -bc^2=x^2c-m^2b \Rightarrow x^2=\frac{m^2b}{c}-bc \text{ olur.}$$

$\frac{b}{c}=\frac{n}{m}$ olduğu hatırlanırsa

$$\Rightarrow x^2=m^2\cdot\frac{n}{m}-bc$$

$$\Rightarrow x^2=m\cdot n-bc \text{ elde edilir.}$$

4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde [AH] yükseklik, $|AH|=h$ ve $|BH|=x$ olsun. $|HC|=a-x$ olur.



$\overset{\triangle}{ABH}$ ve $\overset{\triangle}{ACH}$ dik üçgenlerinde

$h^2=c^2-x^2$ ① ve

$h^2=b^2-(a-x)^2$ ② yazılabilir.

① ve ② nin sağ tarafları eşitlenerek,

$$c^2-x^2=b^2-(a-x)^2$$

$$\Rightarrow c^2-x^2=b^2-a^2+2ax-x^2$$

$$\Rightarrow x=\frac{a^2+c^2-b^2}{2a} \text{ bulunur.}$$

Bu x değeri ① de yerine koyularak,

$$h^2=c^2-x^2$$

$$\Rightarrow h^2=c^2-\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)^2$$

$$\Rightarrow h^2=\left(c-\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)\left(c+\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)$$

$$\Rightarrow h^2=\frac{2ac-a^2-c^2+b^2}{2a}\cdot\frac{2ac+a^2+c^2-b^2}{2a}$$

$$\Rightarrow h^2=\frac{b^2-(a-c)^2}{2a}\cdot\frac{(a+c)^2-b^2}{2a}$$

$$\Rightarrow h^2=\frac{(b+c-a)(a+b-c)(a+b+c)(a-b+c)}{4a^2}$$

bulunur.

$a+b+c=2u$ olduğu hatırlanırsa,

$$h^2=\frac{(2u-2a)(2u-2c)\cdot 2u(2u-2b)}{4a^2}$$

$$\Rightarrow h_a=\frac{2}{a}\cdot\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)} \text{ elde edilir.}$$

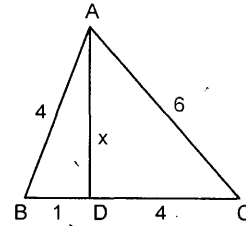
Aynı yöntemle,

$$h_b=\frac{2}{b}\cdot\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)} \text{ ve}$$

$$h_c=\frac{2}{c}\cdot\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 5.4

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, şekildeki verilere göre $|AD|=x$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM :

Stewart Teoremi'ne göre

$$x^2=\frac{4^2\cdot4+6^2\cdot1}{1+4}-1\cdot4$$

$$\Rightarrow x^2=16\Rightarrow x=4 \text{ birim bulunur.}$$

ÖRNEK 5.5

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

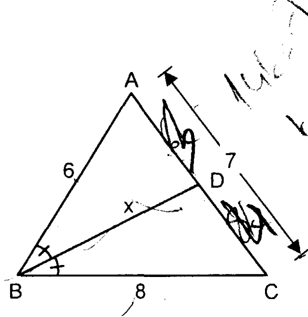
$[BD]$ açıortaydır.

$|AB| = 6$ cm,

$|AC| = 7$ cm ve

$|BC| = 8$ cm ise

$|BD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DA|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|DA|}{|DC|} = \frac{6}{8} \text{ dir.}$$

$|DA| = 3a$ dersek $|DC| = 4a$ ve $|AC| = 7a$ olur.

$7a = 7 \Rightarrow a = 1$ olup $|DA| = 3$ cm ve $|DC| = 4$ cm bulunur.

Açıortay uzunluğu formülüyle

$$|BD|^2 = |BA| \cdot |BC| - |DA| \cdot |DC|$$

$\Rightarrow x^2 = 6 \cdot 8 - 3 \cdot 4 \Rightarrow x = 6$ cm. elde edilir.

ÖRNEK 5.6

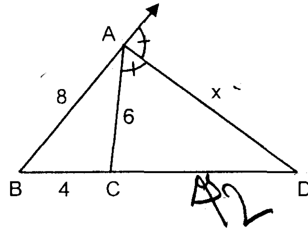
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[AD]$ dış açıortaydır.

$|AB| = 6$ cm,

$|AC| = 8$ cm ve

$|BC| = 4$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|DC| = y$ diyelim.

Dış Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{|CA|}{|BA|} \Rightarrow \frac{y}{y+4} = \frac{6}{8} \Rightarrow y = 12 \text{ cm olur.}$$

Açıortay uzunluğu formülüyle

$$|AD|^2 = |DB| \cdot |DC| - |BA| \cdot |CA|$$

$\Rightarrow x^2 = 16 \cdot 12 - 6 \cdot 8$

$\Rightarrow x = 12$ cm elde edilir.

ÖRNEK 5.7

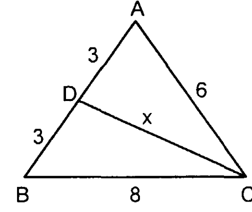
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[CD]$ kenarortaydır.

$|BC| = 8$ cm ve

$|AB| = |AC| = 6$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Kenarortay Teoremi'ne göre

$$|CD|^2 = \frac{|AC|^2 + |BC|^2}{2} - \frac{|AB|^2}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{6^2 + 8^2}{2} - \frac{6^2}{4} \Rightarrow x = \sqrt{41} \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK 5.8

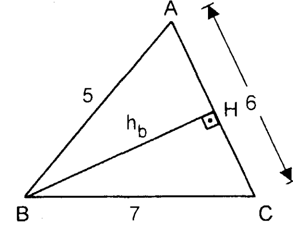
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[BH]$ yüksekliktir.

$|AB| = 5$ cm,

$|AC| = 6$ cm ve

$|BC| = 7$ cm ise h_b kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

I. YOL :

$|AH| = x$ dersek $|HC| = 6 - x$ olur.

$\overset{\triangle}{BHA}$ ve $\overset{\triangle}{BHC}$ dik üçgenlerinde

Pythagoras Teoremi'ne göre

$h_b^2 = 5^2 - x^2$ ① ve

$h_b^2 = 7^2 - (6-x)^2$ ② yazılıp

① ve ② nin sağ tarafları eşitlenirse

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \Rightarrow x = 1$ cm olur.

$h_b^2 = 5^2 - 1^2 \Rightarrow h_b = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

II. YOL :

$$h_b = \frac{2}{b}\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$$

formülünü hatırlayınız.

$2u = a+b+c \Rightarrow 2u = 7+6+5 \Rightarrow u = 9$ cm dir.

Verilenler, formülde yerlerine koyulursa,

$$h_b = \frac{2}{6} \cdot \sqrt{9(9-7)(9-6)(9-5)}$$

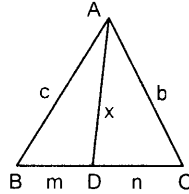
$$\Rightarrow h_b = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Rightarrow h_b = 2\sqrt{6} \text{ cm bulunur.}$$

NOT : Daha önce, problem sonuçlarını formülleştirip ezberlemenize karşı çıkmıştık. Burada ise problemleri, gördüğünüz gibi formüllerle çözdük. Davranışımızın sözümüzle çeliştiğini düşünmeyiniz. Tabii ki matematikçinin birinin, öylesine ortaya attığı bir problemin sonucunu ezberlemeyeceksiniz, ama üçgenin özel doğrularının uzunlukları gibi, sık sık karşınıza çıkacak formülleri hatırınızda tutmanız yararınıza olacaktır.

5. BÖLÜMÜN ÖZETİ

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

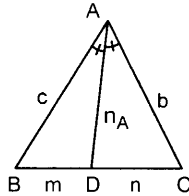
$$x^2 = \frac{b^2 \cdot m + c^2 \cdot n}{m+n} - m \cdot n \text{ dir.}$$



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
[AD] iç açıortay ise

$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|} \text{ ve}$$

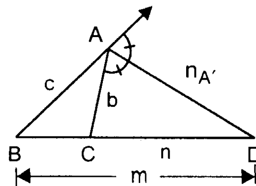
$n_A^2 = b \cdot c - m \cdot n$ dir.



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
[AD] dış açıortay ise

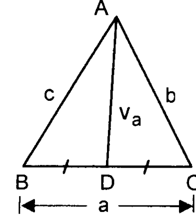
$$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|} \text{ ve}$$

$n_{A'}^2 = m \cdot n - b \cdot c$ dir.



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

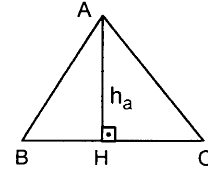
$$v_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \text{ tür.}$$



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$a+b+c = 2u$ olmak üzere

$$h_a = \frac{2}{a} \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$$

dir.



5. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

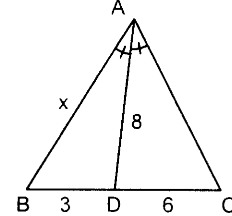
[AD] açıortaydır.

$|AD| = 8$ cm,

$|BD| = 3$ cm ve

$|DC| = 6$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|BA|}{|CA|} = \frac{|DB|}{|DC|} \Rightarrow \frac{|BA|}{|CA|} = \frac{3}{6} \text{ dır.}$$

$|BA| = x$ ise $|CA| = 2x$ olur.

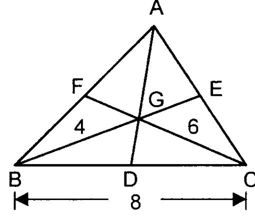
Açıortay uzunluğu formülü ile

$$|AD|^2 = |AB| \cdot |AC| - |DB| \cdot |DC|$$

$$\Rightarrow 8^2 = x \cdot 2x - 3 \cdot 6 \Rightarrow x = \sqrt{41} \text{ cm bulunur.}$$

2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a = 8$ cm, $V_b = 6$ cm ve $V_c = 9$ cm ise V_a kaç cm dir?

ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BE| = 6$ cm,

$|CF| = 9$ cm ve

$|BC| = 8$ cm verilmiştir.

$|BG| = \frac{2}{3}|BE| \Rightarrow |BG| = 4$ cm ve

$|CG| = \frac{2}{3}|CF| \Rightarrow |CG| = 6$ cm olur.

$\overset{\triangle}{GBC}$ üçgeninde, Kenarortay Teoremi'ne göre

$$|GD|^2 = \frac{|BG|^2 + |CG|^2}{2} - \frac{|BC|^2}{4}$$

$\Rightarrow |GD|^2 = \frac{4^2 + 6^2}{2} - \frac{8^2}{4} \Rightarrow |GD| = \sqrt{10}$ cm ve buradan

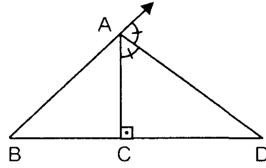
$|AD| = 3\sqrt{10}$ cm bulunur.

3. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

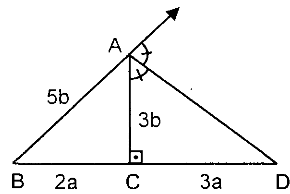
$[AD]$ dış açıortaydır.

$\frac{|BC|}{|BD|} = \frac{2}{5}$ ise

$\frac{|AB|}{|BC|}$ oranı nedir?



ÇÖZÜM :



$\frac{|BC|}{|BD|} = \frac{2}{5}$ ise

$|BC| = 2a$ dersek

$|BD| = 5a$ ve

$|CD| = 3a$ olur.

Dış Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{|CA|}{|BA|} \Rightarrow \frac{3a}{5a} = \frac{|CA|}{|BA|}$ olup

$|CA| = 3b$ dersek $|BA| = 5b$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 \Rightarrow (5b)^2 = (3b)^2 + (2a)^2$

$\Rightarrow 16b^2 = 4a^2 \Rightarrow a = 2b$ bulunur.

Buna göre, $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{5b}{2a} \Rightarrow \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{5b}{4b}$

$\Rightarrow \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{5}{4}$ elde edilir.

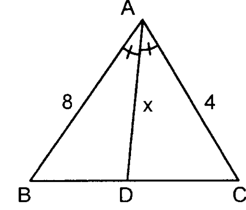
4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[AD]$ açıortaydır.

$|AB| = 8$ birim ve

$|AC| = 4$ birim ise

$|AD| = x$ in en büyük tamsayı değeri nedir?



ÇÖZÜM :

Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|} \Rightarrow \frac{|DB|}{|DC|} = \frac{8}{4}$ tür.

$|DC| = a$ dersek $|DB| = 2a$ olur.

Açıortay uzunluğu formülü ile

$|AD|^2 = |AB| \cdot |AC| - |DB| \cdot |DC|$

$\Rightarrow x^2 = 8 \cdot 4 - 2a \cdot a \Rightarrow x^2 = 32 - 2a^2$ ① bulunur.

Diğer taraftan

$|BC| > |AB| - |AC| \Rightarrow 3a > 8 - 4 \Rightarrow a > \frac{4}{3}$ olmalıdır.

① eşitliğinde $a = \frac{4}{3}$ koyulursa sağ taraf büyür.

$x^2 = 32 - 2a^2 \Rightarrow x^2 < 32 - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$

$x^2 < \frac{256}{9} \Rightarrow x < \frac{16}{3}$ elde edilir.

Buna göre $|AB|$ nin en büyük tamsayı değeri 5 tir.

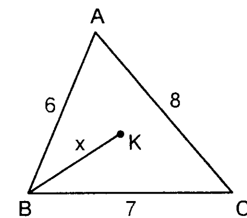
5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

K noktası, üçgenin açıortaylarının kesim noktasıdır.

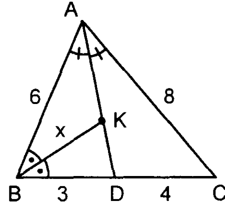
$|AB| = 6$ cm,

$|AC| = 8$ cm ve

$|BC| = 7$ cm ise $|BK| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :



[AD] açıortayı çizilirse,

Açıortay Teoremi'ne göre

$|BD| = 3$ cm ve

$|DC| = 4$ cm olur.

Açıortay uzunluğu formülü ile

$|AD|^2 = 6 \cdot 8 - 3 \cdot 4 \Rightarrow |AD| = 6$ cm bulunur.

$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeninde Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|KA|}{|KD|} = \frac{6}{3}$ ve $|KA| + |KD| = 6$ cm olduğundan

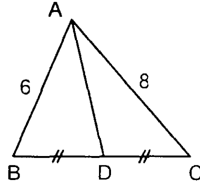
$|KA| = 4$ cm, $|KD| = 2$ cm olur.

Açıortay uzunluğu formülü ile

$|BK|^2 = |BA| \cdot |BD| - |KA| \cdot |KD|$

$\Rightarrow x^2 = 6 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \Rightarrow x = \sqrt{10}$ cm bulunur.

6. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde



[AD] kenarortaydır.

$|AD| < \frac{|BC|}{4}$ ise

$|BC|$ nin alabileceği

en küçük tamsayı değeri nedir?

ÇÖZÜM :

$|AD| = x$ ve $|BC| = a$ diyelim.

Kenarortay Teoremi'ne göre

$x^2 = \frac{6^2 + 8^2}{2} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow x^2 + \frac{a^2}{4} = 50$ olur.

$x < \frac{a}{4}$ olduğundan, eşitlikte x yerine $\frac{a}{4}$ koyarsak

eşitliğin sol tarafı büyür.

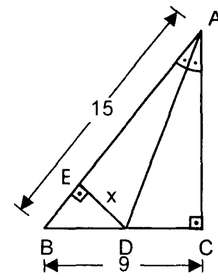
Buna göre,

$x^2 + \frac{a^2}{4} = 50 \Rightarrow \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \frac{a^2}{4} > 50$

$\Rightarrow \frac{5a^2}{16} > 50 \Rightarrow a > \sqrt{160}$ bulunur.

Öyleyse, $|BC|$ nin alabileceği en küçük tamsayı değeri 13 tür.

7. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde



[AD] açıortay ve

DE ⊥ AB dir.

$|AB| = 15$ cm ve

$|BC| = 9$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AC|^2 = |AB|^2 - |BC|^2 \Rightarrow |AC|^2 = 15^2 - 9^2$

$\Rightarrow |AC| = 12$ cm dir. [AD] açıortay olduğundan

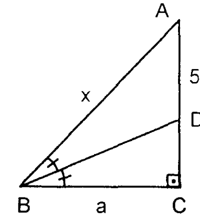
$|DE| = |DC| = x$ ve $|BD| = 9 - x$ olur.

Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|CA|} \Rightarrow \frac{9-x}{x} = \frac{15}{12}$

$\Rightarrow 15x = 108 - 12x \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde



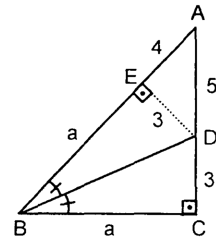
[BD] açıortaydır.

$|AB| - |BC| = 4$ cm ve

$|AD| = 5$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :



$|BC| = a$ dersek

$|BA| = a + 4$ olur.

DE ⊥ BA çizersek

$|BC| = |BE| = a$,

$|EA| = 4$,

$|DE| = |DC| = 3$ olur. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 \Rightarrow (a+4)^2 = 8^2 + a^2$

$\Rightarrow a = 6$ ve $|AB| = 10$ cm bulunur.

9. $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

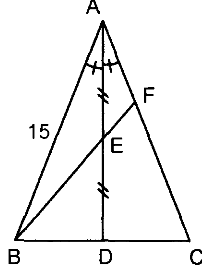
$[AD]$ açıortay ve

$|AE| = |ED|$ dir.

$|AB| = |AC| = 15$ cm ve

$|BF| = 12$ cm ise

$|AD|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde $[AD]$ açıortayı, aynı zamanda kenarortaydır.

$\overset{\triangle}{ADC}$ üçgeninde BF kesenine göre Menelaus Teoremi'ni uygularsak

$$\frac{|BD|}{|BC|}\cdot\frac{|FC|}{|FA|}\cdot\frac{|EA|}{|ED|} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{|FC|}{|FA|}\cdot\frac{1}{1} = 1$$

$\Rightarrow |FC| = 2|FA|$ elde edilir.

$|AC| = 15$ cm olduğundan $|FA| = 5$ cm olur.

$\overset{\triangle}{ABF}$ üçgeninde Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|EB|}{|EF|} = \frac{|BA|}{|FA|} \Rightarrow \frac{|EB|}{|EF|} = \frac{15}{5} \text{ tir.}$$

$|BF| = 12$ cm olduğundan $|EF| = 3$ cm ve $|BE| = 9$ cm olur.

$\overset{\triangle}{ABF}$ üçgeninde açıortay uzunluğu formülüyle

$|AE|^2 = |AB|\cdot|AF| - |BE|\cdot|EF|$

$\Rightarrow |AE|^2 = 15\cdot 5 - 9\cdot 3 \Rightarrow |AE| = 4\sqrt{3}$ cm ve buradan

$|AD| = 8\sqrt{3}$ cm bulunur.

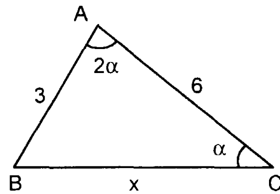
10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{A}) = 2m(\hat{C})$ dır.

$|AB| = 3$ cm ve

$|AC| = 6$ cm ise

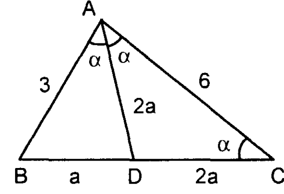
$|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$[AD]$ açıortayını çizersek, Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{3}{6}$ ve



$m(\widehat{DAC}) = m(\hat{C}) = \alpha$ olacağından

$|AD| = |DC|$ bulunur.

$|DB| = a$ dersek $|DA| = |DC| = 2a$ olur.

Açıortay uzunluğu formülü ile

$|AD|^2 = |AB|\cdot|AC| - |DB|\cdot|DC| \Rightarrow (2a)^2 = 3\cdot 6 - a\cdot 2a$

$\Rightarrow 4a^2 = 18 - 2a^2 \Rightarrow a = \sqrt{3}$ cm elde edilir.

Buna göre,

$|BC| = 3a \Rightarrow |BC| = 3\sqrt{3}$ cm dir.

11. Bir üçgende iki kenarortay birbirine dik ise, üçüncü kenarortayın uzunluğunu ilk ikisinin uzunluğu cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM :

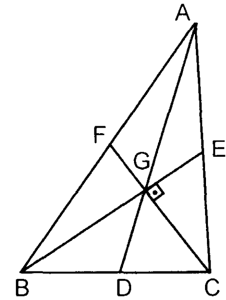
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$[AD]$, $[BE]$, $[CF]$ kenarortaylar ve

$BE \perp CF$ olsun.

$\overset{\triangle}{GBC}$ dik üçgeninde

$|GB|^2 + |GC|^2 = |BC|^2$ ① dir.



$|GB| = \frac{2}{3}V_b$, $|GC| = \frac{2}{3}V_c$, $|GD| = \frac{1}{3}V_a$,

$|BC| = 2|GD| \Rightarrow |BC| = \frac{2}{3}V_a$ değerleri

① de yerlerine koyulursa

$$\left(\frac{2}{3}V_b\right)^2 + \left(\frac{2}{3}V_c\right)^2 = \left(\frac{2}{3}V_a\right)^2$$

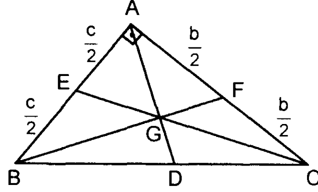
$\Rightarrow V_a^2 = V_b^2 + V_c^2$ elde edilir.

12. $m(\hat{A}) = 90°$ olan bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$v_b^2 + v_c^2 = 5v_a^2$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $[AD]$, $[BF]$, $[CE]$ kenarortaylar olsun.



$\overset{\triangle}{ABF}$ dik üçgeninde

$|BF|^2 = |AF|^2 + |AB|^2 \Rightarrow v_b^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2$, ①

$\overset{\triangle}{AEC}$ dik üçgeninde

$|CE|^2 = |AC|^2 + |AE|^2 \Rightarrow v_c^2 = b^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$ ② dir.

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$v_b^2 + v_c^2 = \frac{5}{4}(b^2 + c^2)$ ③ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $b^2 + c^2 = a^2$ ve

$v_a = \frac{a}{2}$ olduğundan

$b^2 + c^2 = 4v_a^2$ bulunur.

Bu değer ③ de yerine koyulursa

$v_b^2 + v_c^2 = \frac{5}{4} \cdot 4v_a^2 \Rightarrow v_b^2 + v_c^2 = 5v_a^2$ elde edilir.

13. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AD açıortay,

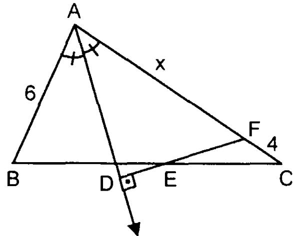
E, $[BC]$ nin orta noktası ve

$DF \perp AD$ dir.

$|AB| = 6$ cm ve

$|FC| = 4$ cm ise

$|AF| = x$ kaç cm dir?

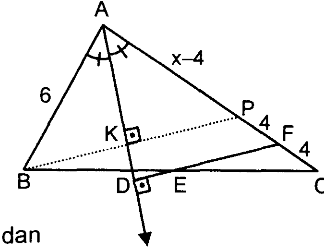


ÇÖZÜM :

BP // DF çizelim.

$[BP] \cap [AD = \{K\}$ olsun.

$\overset{\triangle}{PBC}$ üçgeninde



$|BE| = |EC|$ olduğundan

$|PF| = |FC| = 4$ ve buradan

$|AP| = x - 4$ olur.

$BP \perp AD$ olacağından $\overset{\triangle}{ABP}$ üçgeninde $[AK]$ hem açıortay hem de yükseklik durumundadır. O halde, $\overset{\triangle}{ABP}$ üçgeni ikizkenardır.

Buna göre,

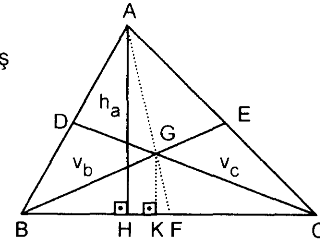
$|AB| = |AP| \Rightarrow 6 = x - 4 \Rightarrow x = 10$ cm bulunur.

14. h_a, v_b, v_c elemanları ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.

İstenen üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ olsun.



Üçgenin $[AF]$ kenarortayı ile $GK \perp BC$ yi çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

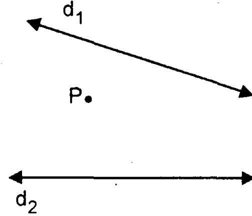
$\frac{|FG|}{|FA|} = \frac{|GK|}{|AH|} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{|GK|}{h_a}$

$\Rightarrow |GK| = \frac{1}{3}h_a$ olur.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

$|BG| = \frac{2}{3}v_b$ belli olduğundan $\overset{\triangle}{GBK}$ dik üçgeni K.K.A temel çizimine göre çizilir. G merkezli $\frac{2}{3}v_c$ yarıçaplı çember yayının $[BK$ ışınını kestiği nokta üçgenin C köşesi olur. $[BC]$ nin F orta noktası bulunup $[FG$ üzerinde $|FA| = 3|FG|$ olacak biçimde üçgenin A köşesi elde edilir.

15. Şekildeki d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktasını bulmadan, P den ve d_1 ile d_2 nin kesim noktasından geçen doğruyu çiziniz.



ÇÖZÜM :

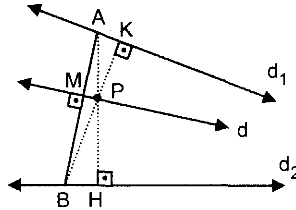
Bir üçgende, yüksekliklerin bir noktada kesiştiğini hatırlayınız.

$PK \perp d_1$ ve

$PH \perp d_2$ çizelim.

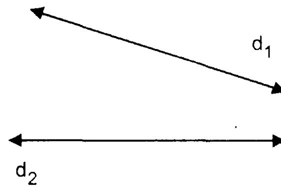
$[KP \cap d_2 = \{B\}$ ve

$[HP \cap d_1 = \{A\}$ olsun.



P den geçen ve AB ye dik olan d doğrusu istenen doğrudur.

16. Şekildeki d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktasını bulmadan, bu iki doğrunun arasındaki açının açıortayını çiziniz.

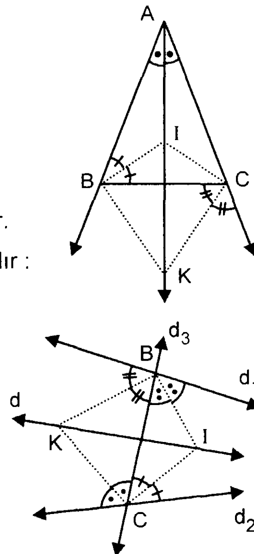


ÇÖZÜM :

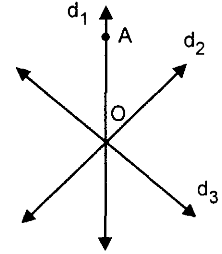
Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde B ve C köşelerindeki iç açıortaylar ve dış açıortaylar, $\hat{A}$ açısının açıortayı üzerinde kesişirler.

Buna göre çizim şöyle yapılır : d_1 ile d_2 doğrularını sırasıyla B ile C noktalarında kesen bir d_3 doğrusu çizilir.

B ve C deki açıların açıortaylarının kesiştiği I ve K noktalarından geçen d doğrusu, d_1 ile d_2 arasındaki açının açıortayı olur.



17. Şekilde O noktasında kesişen d_1 , d_2 , d_3 doğruları ve d_1 üzerinde bir A noktası verilmiştir. Bir köşesi A olan ve kenarortayları d_1, d_2, d_3 doğruları üzerinde bulunan üçgeni çiziniz.

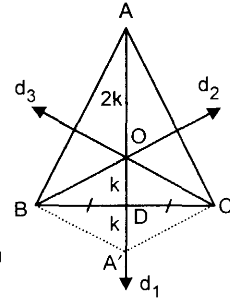


ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.

Aranan üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ ve A dan geçen kenarortayı $[AD]$ olsun.

O noktası üçgenin ağırlık merkezi olacağından $|AO| = 2|OD|$ dir.

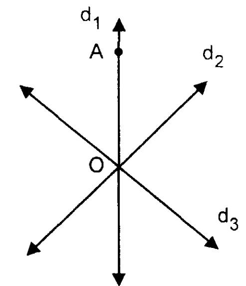


$[AD$ üzerinde $|OD| = |DA'|$ olacak biçimde bir A′ noktası alınırsa A′COB dörtgeni bir paralelkenar olur.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

$[AO$ üzerinde $|AO| = |OA'|$ olacak biçimde bir A′ noktası alınır. A′ noktasından d_3 ve d_2 ye çizilen paralellerin d_2 ve d_3 ü kestiği noktalar, üçgenin B ve C köşeleri olur.

18. Şekilde O noktasında kesişen d_1, d_2, d_3 doğruları ve d_1 üzerinde bir A noktası verilmiştir. Bir köşesi A olan ve açıortayları d_1, d_2, d_3 doğruları üzerinde bulunan üçgeni çiziniz.



ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.

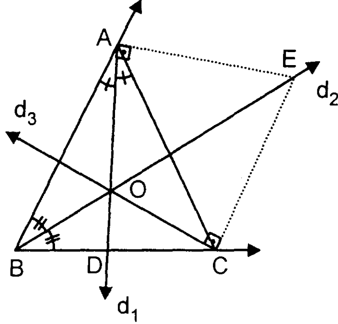
Aranan üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$, A dan geçen içaçıortay $[AD]$ ve dışaçıortay $[AE$ olsun. $AD \perp AE$ dir.

E noktası aynı zamanda C deki dış açıortayın da geçtiği nokta olacağından, $EC \perp d_3$ olur.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

A dan d_1 e çizilen dikme, d_2 yi E de keser. E den d_3 e çizilen dikmenin ayağı, üçgenin C köşesi olur.

$\widehat{OCA} \cong \widehat{OCD}$ olacak şekilde alınacak [CD ışınının d_2 yi kestiği nokta üçgenin B köşesi olur.



5. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

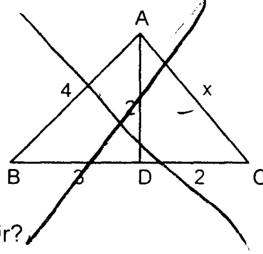
1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 4$ cm,

$|BD| = 3$ cm ve

$|AD| = |DC| = 2$ cm

ise $|AC| = x$ kaç cm dir?



2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

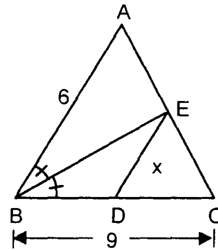
[BE] açıortay ve

DE // AB dir.

$|AB| = 6$ cm ve

$|BC| = 9$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



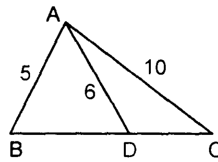
3. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BC| = 3|BD|$ dir.

$|AB| = 5$ cm,

$|AD| = 6$ cm ve

$|AC| = 10$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?

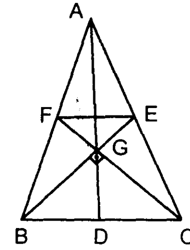


4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

G ağırlık merkezidir.

BE ⊥ FC ise

$\dfrac{|AD|}{|EF|}$ oranı nedir?



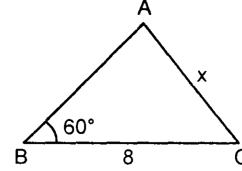
5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 60°$ ve

$|BC| = 8$ birimdir.

$|AC| = x$ in

alabileceği en küçük tamsayı değeri nedir?



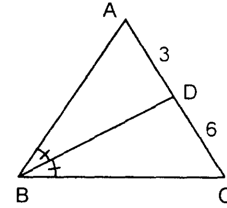
6. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[BD] açıortaydır.

$|AD| = 3$ birim ve

$|DC| = 6$ birim ise

$|BC|$ nin en küçük tamsayı değeri nedir?



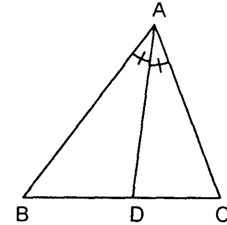
7. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AD] açıortaydır.

$|BD| = 2|DC|$ ise

$\dfrac{|AB|}{|BD|}$ oranı hangi

sınırlar arasında değişebilir?



8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin kenarortaylarının uzunlukları $V_a = 12$ br, $V_b = 9$ br ve $V_c = 6$ br dir. Buna göre a kenarının uzunluğu kaç birimdir?

9. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

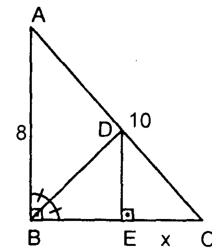
[BD] açıortay ve

DE ⊥ BC dir.

$|AB| = 8$ cm ve

$|AC| = 10$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

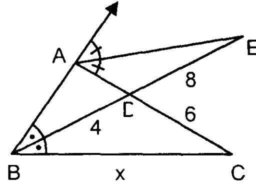
[AE dış ve [BE iç açıortaydır.

$|BD| = 4$ cm,

$|DE| = 8$ cm ve

$|DC| = 6$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



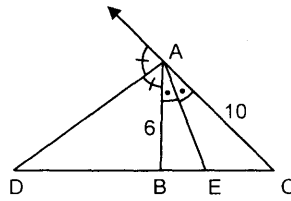
11. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AE] iç ve [AD] dış açıortaydır.

$|AB| = 6$ birim ve

$|AC| = 10$ birim ise

$\frac{|DB|}{|BE|}$ oranı nedir?



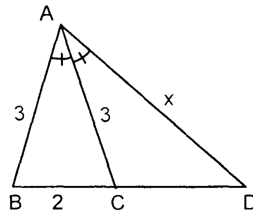
12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AC] açıortaydır.

$|AB| = |AC| = 3$ cm

ve $|BC| = 2$ cm ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?



13. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

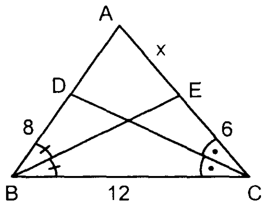
[BE] ve [CD] açıortaylardır.

$|BD| = 8$ cm,

$|BC| = 12$ cm ve

$|EC| = 6$ cm ise

$|AE| = x$ kaç cm dir?



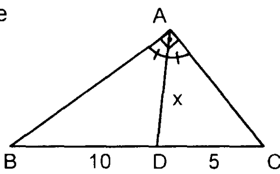
14. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

[AD] açıortaydır.

$|BD| = 10$ cm ve

$|DC| = 5$ cm ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?



15. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

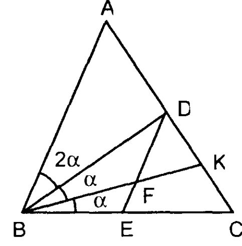
$\widehat{ABC}$ açısının açıortayı [BD], $\widehat{DBC}$ açısının açıortayı [BK] dır.

DE // AB ve

$\frac{|AB|}{4} = \frac{|BD|}{3} = \frac{|BC|}{6}$

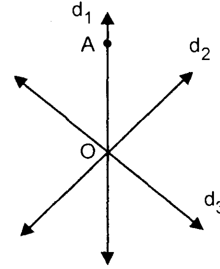
olduğuna göre

$\frac{|DF|}{|FE|}$ oranı nedir?

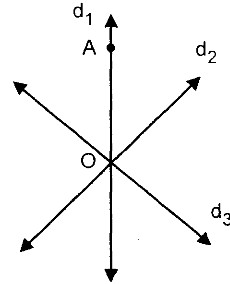


16. a, v_a, v_b elemanları ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

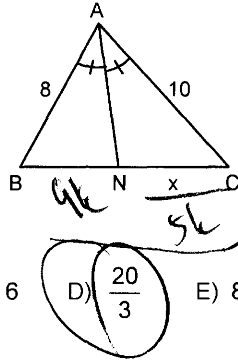
17. Şekilde O noktasında kesişen d_1, d_2, d_3 doğruları ve d_1 üzerinde bir A noktası verilmiştir. Bir köşesi A olan ve yükseklikleri d_1, d_2, d_3 doğruları üzerinde bulunan üçgeni çiziniz.



18. Şekilde O noktasında kesişen d_1, d_2, d_3 doğruları ve d_1 üzerinde bir A noktası verilmiştir. Bir köşesi A olan, bir iç açıortayı d_1 üzerinde ve iki dış açıortayı d_2 ile d_3 üzerinde bulunan üçgeni çiziniz.

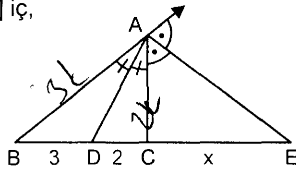


1. ABC üçgeninde [AN] açıortaydır.
$|AB| = 8$ cm,
$|AC| = 10$ cm ve
$|BC| = 12$ cm ise
$|NC| = x$ kaç cm dir?



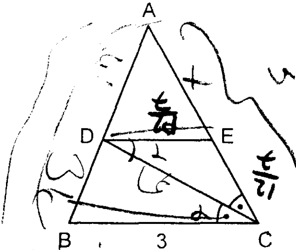
A) 5 B) $\frac{16}{3}$ C) 6 D) $\frac{20}{3}$ E) 8

2. ABC üçgeninde [AD] iç, [AE] dış açıortaydır.
$|BD| = 3$ cm ve
$|DC| = 2$ cm ise
$|CE| = x$ kaç cm dir?



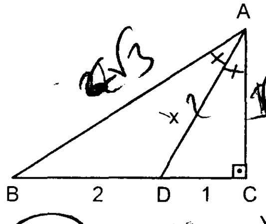
A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

3. ABC üçgeninde [CD] açıortaydır.
DE // BC,
$|AC| = 4$ cm ve
$|BC| = 3$ cm ise
$|AE|$ kaç cm dir?



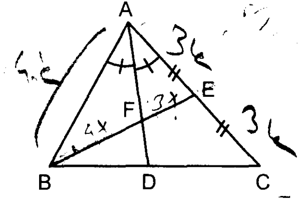
A) 1 B) $\frac{10}{7}$ C) $\frac{12}{7}$ D) 2 E) $\frac{16}{7}$

4. ABC dik üçgeninde [AD] açıortaydır.
$|BD| = 2$ cm ve
$|DC| = 1$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



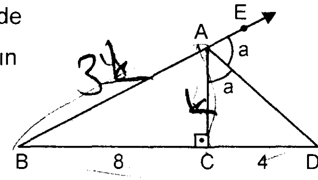
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) 3

5. ABC üçgeninde [BE] kenarortay, [AD] açıortaydır.
$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{3}{2}$ ise $\frac{|BE|}{|FE|}$ oranı kaçtır?



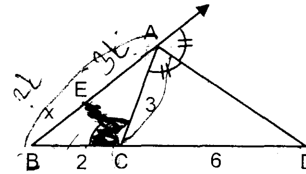
A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

6. ABC dik üçgeninde [AD], CAE açısının açıortayıdır.
$|BC| = 8$ cm ve
$|CD| = 4$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



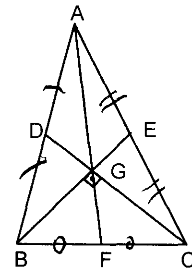
A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

7. ABC üçgeninde [AD] ve [CE] açıortaydır.
$|BC| = 2$ cm,
$|AC| = 3$ cm ve
$|CD| = 6$ cm ise
$|BE| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) 1,2 C) 1,4 D) 1,6 E) 1,8

8. D, E, F orta noktalar,
BE ⊥ CD,
$|CD| = 3$ cm ve
$|AC| = 4\sqrt{2}$ cm ise
$|AF|$ kaç cm dir?



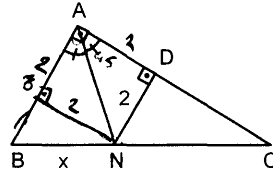
A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $3\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{6}$

9. ABC dik üçgeninde [AN], BAC dik açısının açıortayıdır.

$|ND| = 2$ cm ve

$|AB| = 3$ cm ise

$|BN| = x$ kaç cm dir?



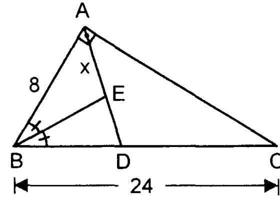
A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{13}$

10. ABC dik üçgeninde [AD] kenarortay ve [BE açıortaydır.

$|AB| = 8$ cm ve

$|BC| = 24$ cm ise

$|AE| = x$ kaç cm dir?



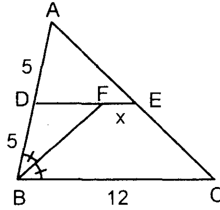
A) 3,6 B) 4,8 C) 5,2 D) 6 E) 6,4

11. ABC üçgeninde [BF] B açısının açıortayıdır. DE // BC,

$|AD| = |DB| = 5$ cm ve

$|BC| = 12$ cm ise

$|FE| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

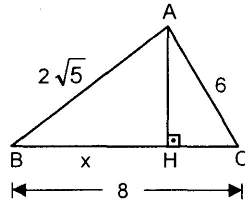
12. ABC üçgeninde AH yüksekliktir.

$|AB| = 2\sqrt{5}$ cm,

$|AC| = 6$ cm ve

$|BC| = 8$ cm ise

$|BH|$ kaç cm dir?



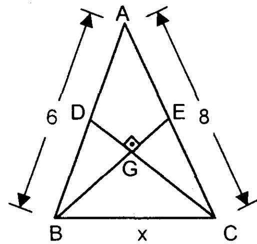
A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $\sqrt{5}$ E) 2

13. G, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. BE ⊥ CD,

$|AB| = 6$ cm ve

$|AC| = 8$ cm ise

$|BC|$ kaç cm dir?

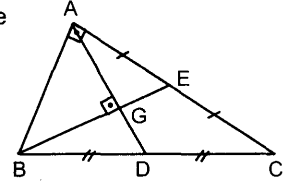


A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{5}$

14. ABC dik üçgeninde G kenarortayların kesim noktasıdır. BE ⊥ AD ve

$|BE| = 6$ cm ise

$|AD|$ kaç cm dir?



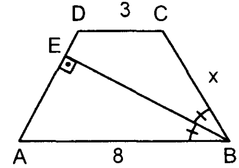
A) $3\sqrt{2}$ B) 5 C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

15. ABCD yamuğunda [BE] açıortay olup BE ⊥ AD dir.

$|AB| = 8$ cm ve

$|CD| = 3$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6

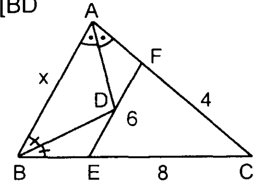
16. ABC üçgeninde [AD ile [BD açıortay ve EF // AB dir.

$|FC| = 4$ cm,

$|EF| = 6$ cm ve

$|EC| = 8$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

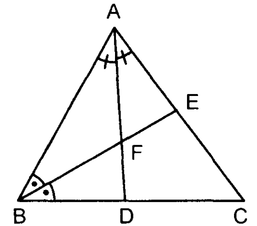
17. ABC üçgeninde [AD] ve [BE] açıortaydır.

$|BC| = a$ birim,

$|AC| = b$ birim ve

$|AB| = c$ birim ise

$\frac{|AF|}{|AD|}$ oranı nedir?



A) $\frac{a}{b+c}$ B) $\frac{b}{a+c}$ C) $\frac{a+b}{a+b+c}$

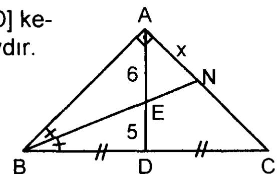
D) $\frac{a+c}{a+b+c}$ E) $\frac{b+c}{a+b+c}$

18. ABC dik üçgeninde [AD] kenarortay, [BN] açıortaydır.

$|AE| = 6$ cm ve

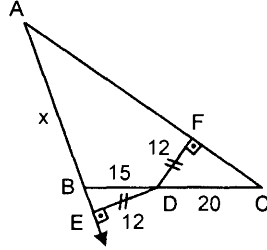
$|DE| = 5$ cm ise

$|AN| = x$ kaç cm dir?



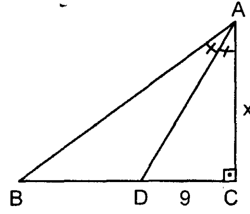
A) 6 B) 6,4 C) 6,6 D) 6,8 E) 7,2

19. ABC üçgeninde
DE ⊥ AB ve
DF ⊥ AC dir.
$|DE| = |DF| = 12$ cm,
$|BD| = 15$ cm ve
$|DC| = 20$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



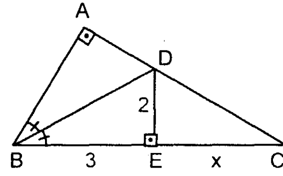
A) 30 B) 36 C) 45 D) 60 E) 75

20. ABC dik üçgeninde
[AD] açıortaydır.
$|AB| - |AC| = 12$ cm ve
$|DC| = 9$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



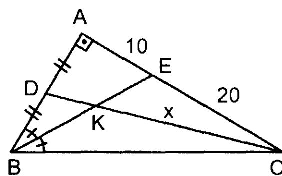
A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

21. ABC dik üçgeninde
[BD] açıortaydır.
DE ⊥ BC,
$|BE| = 3$ cm ve
$|DE| = 2$ cm ise
$|EC| = x$ kaç cm dir?



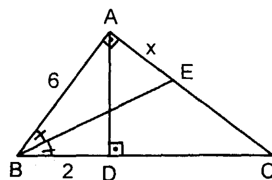
A) 3,2 B) 3,6 C) 4,2 D) 4,8 E) 5,4

22. ABC dik üçgeninde
[CD] kenarortay,
[BE] açıortaydır.
$|AE| = 10$ cm ve
$|EC| = 20$ cm ise
$|KC| = x$ kaç cm dir?



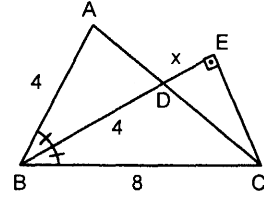
A) $2\sqrt{30}$ B) $2\sqrt{39}$ C) $4\sqrt{30}$
D) $4\sqrt{33}$ E) $4\sqrt{39}$

23. ABC dik üçgeninde
[BE] açıortay,
[AD] yüksekliktir.
$|AB| = 6$ cm ve
$|BD| = 2$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



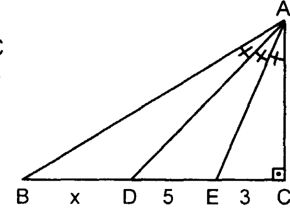
A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

24. ABC üçgeninde
[BD] açıortay ve
CE ⊥ BE dir.
$|AB| = |BD| = 4$ cm
ve $|BC| = 8$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



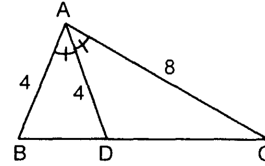
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

25. ABC dik üçgeninde
[AD] ve [AE], BAC
açısını 3 eşit parça-
ya bölmektedir.
$|DE| = 5$ cm ve
$|EC| = 3$ cm ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



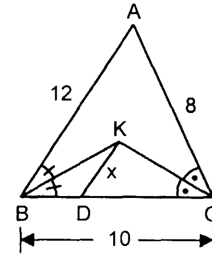
A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

26. ABC üçgeninde
[AD] açıortaydır.
$|AB| = |AD| = 4$ cm
ve $|AC| = 8$ cm ise
$|BC|$ kaç cm dir?



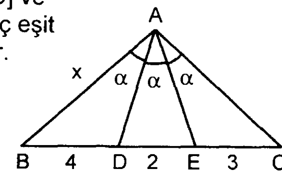
A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{6}$ D) 10 E) $6\sqrt{3}$

27. ABC üçgeninde [BK
ve [CK açıortaydır.
KD // AB,
$|AB| = 12$ cm,
$|AC| = 8$ cm ve
$|BC| = 10$ cm ise
$|KD| = x$ kaç cm dir?



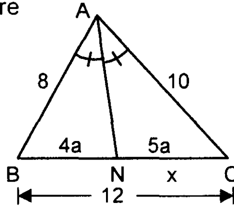
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

28. ABC üçgeninde [AD] ve
[AE], BAC açısını üç eşit
parçaya bölmektedir.
$|BD| = 4$ cm,
$|DE| = 2$ cm ve
$|EC| = 3$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



A) $2\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{2}$ C) 6 D) $2\sqrt{10}$ E) $3\sqrt{5}$

1. İç Açıortay Teoremi'ne göre



$\dfrac{|NB|}{|NC|} = \dfrac{|BA|}{|CA|} \Rightarrow$

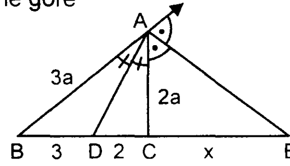
$\dfrac{|NB|}{|NC|} = \dfrac{8}{10}$ dur.

$|NB| = 4a$ dersek $|NC| = 5a$ olur.

$|BC| = 9a = 12 \Rightarrow a = \dfrac{4}{3}$ ve

$x = 5a \Rightarrow x = \dfrac{20}{3}$ bulunur.

2. İç Açıortay Teoremi'ne göre



$\dfrac{|BA|}{|CA|} = \dfrac{|DB|}{|DC|}$

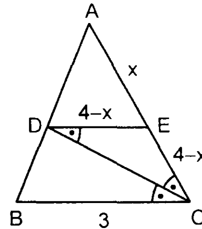
$\Rightarrow \dfrac{|BA|}{|CA|} = \dfrac{3}{2}$

Dış Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|EC|}{|EB|} = \dfrac{|CA|}{|CB|} \Rightarrow \dfrac{x}{x+5} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow x = 10$ cm bulunur.

3. İçters açılar olduğundan $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{BCD})$ dir. Buradan,



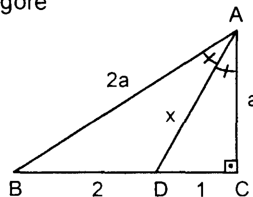
$|DE| = |EC| = 4 - x$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{x}{4} = \dfrac{4-x}{3}$

$\Rightarrow x = \dfrac{16}{7}$ cm bulunur.

4. İç Açıortay Teoremi'ne göre



$\dfrac{|DB|}{|DC|} = \dfrac{|BA|}{|CA|}$

$\Rightarrow \dfrac{2}{1} = \dfrac{|BA|}{|CA|}$ dır.

$|CA| = a$ dersek $|BA| = 2a$ olur.

ABC dik üçgenine Pythagoras (Pisagor) Teoremi'ni uygularsak,

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

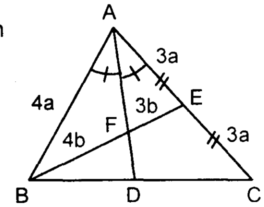
$\Rightarrow 4a^2 = a^2 + 9 \Rightarrow a = \sqrt{3}$ ve

ADC dik üçgeninde

$|AD|^2 = |AC|^2 + |DC|^2$

$\Rightarrow x^2 = 3 + 1 \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

5. $\dfrac{|AC|}{|AB|} = \dfrac{3}{2}$ olduğundan



$|AC| = 6a$ dersek

$|AB| = 4a$ ve

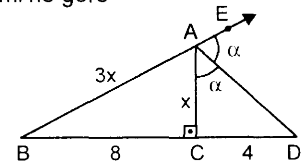
$|AE| = |EC| = 3a$ olur.

ABE üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|FB|}{|FE|} = \dfrac{|AB|}{|AE|} \Rightarrow \dfrac{|FB|}{|FE|} = \dfrac{4a}{3a}$

$\Rightarrow \dfrac{|BE|}{|FE|} = \dfrac{7}{3}$ bulunur.

6. Dış Açıortay Teoremi'ne göre



$\dfrac{|DC|}{|DB|} = \dfrac{|CA|}{|BA|}$

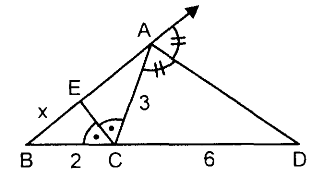
$\Rightarrow \dfrac{4}{12} = \dfrac{|CA|}{|BA|}$ dır.

$|CA| = x$ ise $|BA| = 3x$ olur.

ABC dik üçgenine Pythagoras Teoremi'ni uygularsak,

$(3x)^2 = x^2 + 64 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.

7. ABC üçgeninde Dış Açıortay Teoremi'ne göre



$\dfrac{|DC|}{|DB|} = \dfrac{|CA|}{|BA|}$

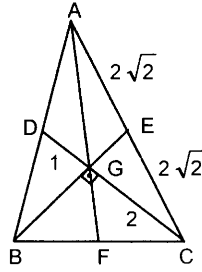
$\Rightarrow \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{|AB|} \Rightarrow |AB| = 4$ cm olur.

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|EB|}{|EA|} = \dfrac{|BC|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{x}{4-x} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow x = 1{,}6$ cm bulunur.

8. G noktası kenarortayların kesim noktası ve $|CD| = 3$ cm olduğundan $|DG| = 1$ cm ve $|CG| = 2$ cm; E noktası [AC] nin ortası olduğundan $|AE| = |EC| = 2\sqrt{2}$ cm olur.



GEC dik üçgeninde

$|GE|^2 = |EC|^2 - |GC|^2$ (Pythagoras Teo.)

$\Rightarrow \quad |GE|^2 = (2\sqrt{2})^2 - 2^2 \quad \Rightarrow \quad |GE| = 2$ cm ve

buradan $|BG| = 4$ cm bulunur.

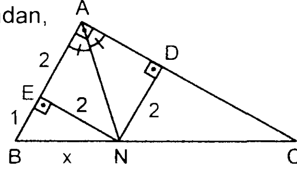
GBC dik üçgeninde $|BC|^2 = |BG|^2 + |GC|^2$

$\Rightarrow \quad |BC|^2 = 4^2 + 2^2 \quad \Rightarrow \quad |BC| = 2\sqrt{5}$ cm olur.

GBC dik üçgeninde [GF] kenarortayı hipotenüsün yarısı kadar olacağından

$|GF| = \sqrt{5}$ cm $\quad \Rightarrow \quad |AF| = 3\sqrt{5}$ cm bulunur.

9. NE ⊥ AB çizelim.
[AN] açıortay olduğundan, $|ND| = |NE| = 2$ cm ve AEND karesinde, $|AE| = 2$ cm olur.



$|AB| = 3$ cm olduğundan, $|BE| = 3 - 2 = 1$ cm ve

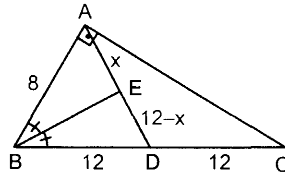
EBN dik üçgeninde, $|BN|^2 = |BE|^2 + |EN|^2$

$\Rightarrow \quad x^2 = 1^2 + 2^2 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{5}$ cm bulunur.

10. ABC dik üçgeninde

$|AD| = \dfrac{1}{2}|BC|$

$\Rightarrow |AD| = 12$ cm dir.

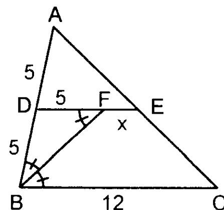


İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AE|}{|ED|} = \dfrac{|AB|}{|BD|} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{x}{12 - x} = \dfrac{8}{12}$

$\Rightarrow \quad x = 4{,}8$ cm bulunur.

11. İç ters açılar olduğundan
$\widehat{DFB} \cong \widehat{FBC}$ ve
[BF] açıortay olduğundan
$\widehat{DBF} \cong \widehat{FBC}$ ve bunlardan



$\widehat{DBF} \cong \widehat{DFB} \quad \Rightarrow \quad |BD| = |DF| = 5$ cm olur.

Diğer taraftan

$|DE| = \dfrac{|BC|}{2} \quad \Rightarrow \quad |DE| = 6$ cm dir.

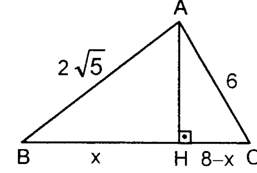
$|FE| = 6 - 5 = 1$ cm bulunur.

12. ABH dik üçgeninde

$|AH|^2 = (2\sqrt{5})^2 - x^2$ ①

AHC dik üçgeninde

$|AH|^2 = 6^2 - (8 - x)^2$ ②



① ve ② den

$20 - x^2 = 36 - 64 + 16x - x^2$

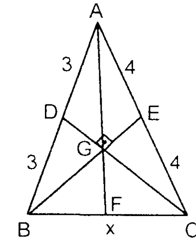
$\Rightarrow \quad x = 3$ cm bulunur.

13. **I. YOL :**

[AF] kenarortayını çizelim.
GBC dik üçgeninde

$|GF| = \dfrac{x}{2}$ ve buradan

$|AF| = \dfrac{3x}{2}$ olur.



Kenarortay Teoremi'ne göre

$|AF|^2 = \dfrac{|AB|^2 + |AC|^2}{2} - \dfrac{|BC|^2}{4}$

$\Rightarrow \quad \left(\dfrac{3x}{2}\right)^2 = \dfrac{6^2 + 8^2}{2} - \dfrac{x^2}{4}$

$\Rightarrow \quad x = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

II. YOL :

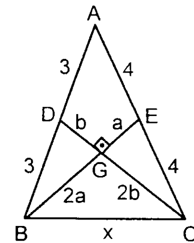
G, kenarortayların kesim noktası olduğundan

$|GE| = a$ dersek

$|GB| = 2a$ ve

$|GD| = b$ dersek

$|GC| = 2b$ olur.



GBD ve GCE dik üçgenlerine Pythagoras Teoremi'ni uygularsak,

$4a^2 + b^2 = 9$ ① ve

$a^2 + 4b^2 = 16$ ② olur.

① ve ② den a ve b ayrı ayrı bulunabilir.

Yalnız, GBC dik üçgeninde

$$x^2 = 4a^2 + 4b^2 = 4(a^2 + b^2)$$

olduğu dikkate alınırsa, bize $a^2 + b^2$ toplamını bulmak yeter.

① ve ② taraf tarafa toplanırsa,

$$5a^2 + 5b^2 = 25$$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 5$ olur.

$x^2 = 4 \cdot 5 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$ bulunur.

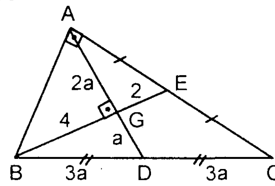
14. G noktası kenarortayların kesim noktası olduğundan

$|GE| = 2$ cm ve

$|BG| = 4$ cm dir.

$|GD| = a$ dersek

$|GA| = 2a$ ve



ABC dik üçgeninde

$|AD| = |BD| = |DC|$ olduğundan

$|BD| = 3a$ olur.

GBD dik üçgeninde

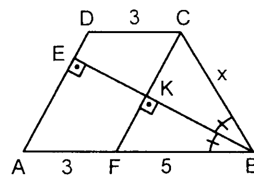
$$(3a)^2 = a^2 + 4^2$$

$\Rightarrow a = \sqrt{2}$ cm $\Rightarrow |AD| = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

15. CF // AD çizelim.

CF ⊥ BE, $|AF| = 3$ cm

ve $|FB| = 5$ cm olur.



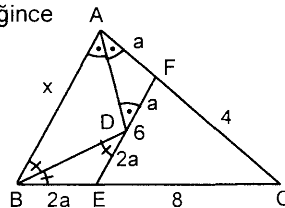
CFB üçgeninde [BK] hem açıortay hem de yükseklik olduğundan üçgen ikizkenar üçgendir.

$|BC| = |BF| = 5$ cm $\Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

16. I. Thales Teoremi gereğince

$$\frac{|CF|}{|FA|} = \frac{|CE|}{|BE|}$$

$\Rightarrow \dfrac{4}{|FA|} = \dfrac{8}{|BE|}$ dir.



$|FA| = a$ dersek $|BE| = 2a$ olur.

İçters açıların eşliğinden

$\widehat{FAD} \cong \widehat{FDA} \Rightarrow |AF| = |FD| = a,$

$\widehat{EBD} \cong \widehat{EDB} \Rightarrow |BE| = |ED| = 2a$

ve buradan, $|FE| = 3a = 6$

$\Rightarrow a = 2$ cm olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|CF|}{|CA|} = \dfrac{|FE|}{|AB|} \Rightarrow \dfrac{4}{6} = \dfrac{6}{x}$

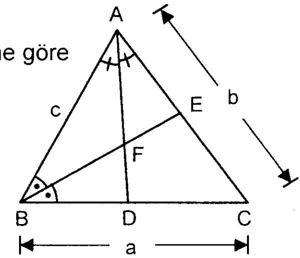
$\Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

17. ABC üçgeninde

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|DB|}{|DC|} = \dfrac{c}{b}$ ve

orantı özeliğinden



$\dfrac{|DB|}{|DB| + |DC|} = \dfrac{c}{c+b} \Rightarrow \dfrac{|DB|}{a} = \dfrac{c}{c+b}$

$\Rightarrow |DB| = \dfrac{ac}{c+b}$ olur.

ABD üçgeninde İç Açıortay Teoremi gereğince

$\dfrac{|AF|}{|FD|} = \dfrac{|AB|}{|BD|} \Rightarrow \dfrac{|AF|}{|AF| + |FD|} = \dfrac{|AB|}{|AB| + |BD|}$

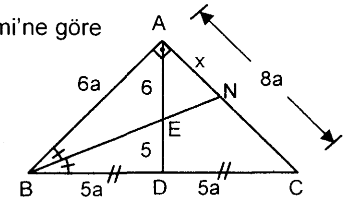
$\Rightarrow \dfrac{|AF|}{|AD|} = \dfrac{c}{c + \dfrac{ac}{b+c}} \Rightarrow \dfrac{|AF|}{|AD|} = \dfrac{b+c}{a+b+c}$ bulunur.

18. ABD üçgeninde

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|FA|}{|FD|} = \dfrac{|AB|}{|BD|}$

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|BD|} = \dfrac{6}{5}$ tir.



$|AB| = 6a$ dersek $|BD| = 5a$

ve $|BC| = 10a$ olur.

ABC dik üçgeninde

$|AC|^2 = |BC|^2 - |AB|^2$

$\Rightarrow |AC|^2 = (10a)^2 - (6a)^2$

$\Rightarrow |AC| = 8a$ bulunur.

ABC üçgeninde İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|NA|}{|NC|}=\frac{|BA|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|NA|}{|NA|+|NC|}=\frac{|BA|}{|BA|+|BC|}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8a}=\frac{6a}{16a} \Rightarrow x=3a \text{ olur.}$$

Diğer taraftan ABC dik üçgeninde

$$|AD|=\frac{1}{2}|BC| \Rightarrow 11=\frac{1}{2}|BC| \Rightarrow |BC|=22$$

$10a=22$ cm $\Rightarrow$ $a=2{,}2$ cm ve

$|AN|=x=3a=6{,}6$ cm bulunur.

19. BED ve FDC dik üçgenlerinde Pythagoras Teoremi gereğince

$$|BE|^2=15^2-12^2$$

$\Rightarrow$ $|BE|=9$ cm ve

$$|FC|^2=20^2-12^2 \Rightarrow |FC|=16 \text{ cm olur.}$$

$|DE|=|DF|$ olduğundan [AD] açıortay,

$\overset{\triangle}{ADE} \cong \overset{\triangle}{ADF} \Rightarrow |AE|=|AF|$ ve

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DB|}{|DC|}=\frac{|BA|}{|CA|} \Rightarrow \frac{15}{20}=\frac{|BA|}{|CA|} \text{ dır.}$$

$|BA|=3a$ dersek $|CA|=4a$ olur.

$|AE|=|AF| \Rightarrow 3a+9=4a-16 \Rightarrow a=25$

$|AB|=x=3a=75$ cm bulunur.

20. $|AB|-|AC|=12$ cm

olduğundan $|AC|=x$ dersek

$|AB|=x+12$ olur.

$DE \perp AB$ çizelim.

$|DC|=|DE|=9$ cm,

$|AE|=|AC|=x$ ve $|BE|=12$ cm olur.

BED dik üçgeninde

$$|BD|^2=12^2+9^2 \Rightarrow |BD|=15 \text{ cm bulunur.}$$

ABC üçgeninde İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DB|}{|DC|}=\frac{|BA|}{|CA|}$$

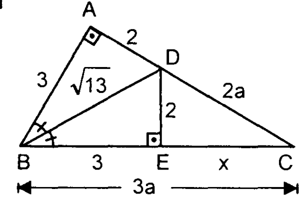
$$\Rightarrow \frac{15}{9}=\frac{x+12}{x} \Rightarrow x=18 \text{ cm bulunur.}$$

21. [BD] açıortay ve ABD ve EBD üçgenleri dik olduğundan

$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{EBD}$ dir.

Buradan $|AD|=2$ cm,

$|AB|=3$ cm ve



ABD dik üçgeninde

$$|BD|^2=3^2+2^2 \Rightarrow |BD|=\sqrt{13} \text{ cm bulunur.}$$

ABC üçgeninde İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DA|}{|DC|}=\frac{|AB|}{|BC|} \Rightarrow \frac{2}{|DC|}=\frac{3}{|BC|} \text{ dir.}$$

$|DC|=2a$ dersek $|BC|=3a$ olur.

Diğer taraftan [BD] açıortayının uzunluğunu veren formülden $|BD|^2=|AB|\cdot|BC|-|DA|\cdot|DC|$

$$\Rightarrow (\sqrt{13})^2=3\cdot 3a-2\cdot 2a$$

$$\Rightarrow a=\frac{13}{5} \Rightarrow 3a=\frac{39}{5}$$

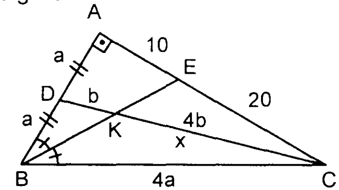
$$\Rightarrow |EC|=3a-3=\frac{39}{5}-3=\frac{24}{5}$$

$$\Rightarrow |EC|=4{,}8 \text{ cm bulunur.}$$

22. ABC üçgeninde İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|EA|}{|EC|}=\frac{|AB|}{|BC|}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{20}=\frac{|AB|}{|BC|} \text{ dir.}$$



$|AB|=2a$ dersek

$|AD|=|DB|=a$ ve $|BC|=4a$ olur.

ABC dik üçgeninde

$$|BC|^2=|AB|^2+|AC|^2$$

$$\Rightarrow (4a)^2=(2a)^2+(30)^2 \Rightarrow a=5\sqrt{3} \text{ cm ve}$$

ADC dik üçgeninde

$$|DC|^2=|AD|^2+|AC|^2$$

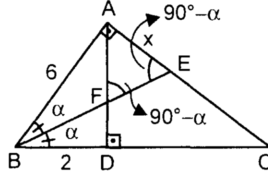
$$\Rightarrow |DC|^2=(5\sqrt{3})^2+(30)^2 \Rightarrow |DC|=5\sqrt{39} \text{ cm olur.}$$

DBC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$$\frac{|KD|}{|KC|}=\frac{|DB|}{|CB|} \Rightarrow \frac{|KD|}{|KC|}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow |KC|=\frac{4}{5}|DC| \Rightarrow |KC|=4\sqrt{39} \text{ cm bulunur.}$$

23. **I. YOL :**



ABD dik üçgeninde

$|AD|^2 = |AB|^2 - |BD|^2$

$\Rightarrow |AD|^2 = 36 - 4$

$\Rightarrow |AD| = 4\sqrt{2}$ cm ve

İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|FA|}{|FD|} = \frac{|AB|}{|BD|} \Rightarrow \frac{|FA|}{|FD|} = \frac{6}{2} = 3$ olduğundan

$|FD| = \sqrt{2}$ cm ve $|AF| = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

Diğer taraftan

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{FBD}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{BFD}) = 90° - \alpha \Rightarrow m(\widehat{AFE}) = 90° - \alpha$

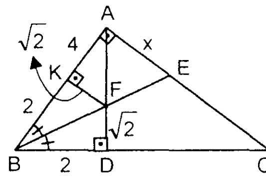
ve ABE dik üçgeninde $m(\widehat{AEB}) = 90° - \alpha$ olur.

$m(\widehat{AFE}) = m(\widehat{AEF}) \Rightarrow |AE| = |AF|$ olacağından

$|AE| = x = 3\sqrt{2}$ bulunur.

II. YOL :

$|DF| = \sqrt{2}$ cm I. çözümdeki gibi bulunur.



FK ⊥ AB çizelim.

$|FD| = |FK| = \sqrt{2}$ cm ve

$|BD| = |BK| = 2$ cm olur.

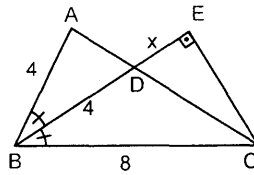
$\left.\begin{array}{l} FK \perp AB \\ AE \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow FK \parallel AE$ dir.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|KF|}{|AE|} = \frac{|BK|}{|BA|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{2}{6}$

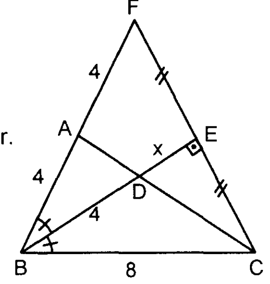
$\Rightarrow x = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

24. Bir problemi değişik yollardan çözmek, değişik problemler çözmekle eşdeğerlidir. Öğrenme aşamasındaki öğrenci için "sonuç"tan daha çok, "o sonuca nasıl ulaşıldığı" önemlidir.



Sonuca ulaşma yollarını ne kadar çoğaltırsanız, değişik problemleri çözme yeteneğinizi o kadar geliştirirsiniz. Şimdi bu yaklaşımla, bu problemi çeşitli yollardan çözeceğiz.

I. YOL :



[CE ∩ [BA = {F} olsun.

FBC üçgeninde, [BE] hem açıortay hem yükseklik olduğundan, üçgen ikizkenar üçgendir.

$|BF| = |BC| = 8$ cm,

$|AF| = 4$ cm ve

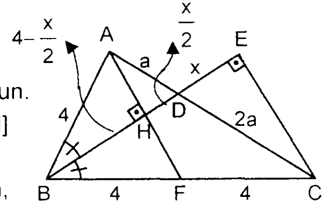
$|CE| = |EF|$ olur.

D noktası, FBC üçgeninin kenarortaylarının kesim noktası olduğundan,

$|DE| = \frac{4}{2} = 2$ cm bulunur.

NOT : Dikkat edilirse, $|AB|$ uzunluğu $|BC|$ uzunluğunun yarısı kadar olmasaydı, bu özel çözüm yolunu kullanamayacaktık.

II. YOL :



AH ⊥ BE çizelim.

[AH ∩ [BC] = {F} olsun.

ABF üçgeninde, [BH] hem yükseklik hem açıortay olduğundan, üçgen ikizkenardır.

Buradan,

$|AB| = |BF| = |FC| = 4$ cm bulunur.

ABC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|DA|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|DA|}{|DC|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ olur.

$\left.\begin{array}{l} AH \perp BE \\ CE \perp BE \end{array}\right\} \Rightarrow AH \parallel CE$ dir.

I. Thales Teoremi'ne göre,

$\frac{|HD|}{|DE|} = \frac{|DA|}{|DC|} \Rightarrow \frac{|HD|}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow |HD| = \frac{x}{2}$

Buradan da $|BH| = 4 - \frac{x}{2}$ olur.

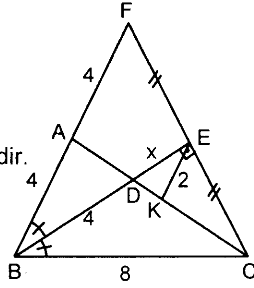
Yine I. Thales Teoremi'ne göre,

$\frac{|BH|}{|HE|} = \frac{|BF|}{|FC|} \Rightarrow \frac{4 - \frac{x}{2}}{\frac{x}{2} + x} = \frac{4}{4}$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

III. YOL :

$[BA \cap [CE = \{F\}$ olsun. FBC üçgeninde, [DE] hem açıortay hem yükseklik olduğundan, üçgen ikizkenar üçgendir.



$|BF| = |FC| = 8$ cm,

$|AF| = 4$ cm ve

$|CE| = |EF|$ olur.

EK // BF çizelim.

$|EK| = \frac{1}{2}|AF| \Rightarrow |EK| = 2$ cm dir.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|EK|}{|AB|} = \frac{|ED|}{|DB|} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{x}{4}$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

NOT : I. çözümde görüldüğü gibi, FBC üçgeninde D noktası kenarortayların kesim noktası olduğundan, x = 2 cm olduğu hemen söylenebilirdi. Biz bunu görmezden gelerek, D noktasının kenarortayların kesim noktası olmaması durumunda, çözümün nasıl yapılacağını göstermek istedik.

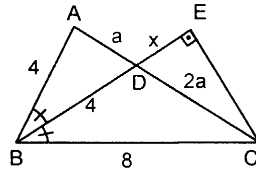
IV. YOL :

ABC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|DA|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|DA|}{|DC|} = \frac{4}{8}$ dir.

$|DA| = a$ dersek

$|DC| = 2a$ olur.



Açıortay uzunluğunu veren formülden,

$|BD|^2 = |AB| \cdot |BC| - |AD| \cdot |DC|$

$\Rightarrow 16 = 4 \cdot 8 - a \cdot 2a \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow |DC| = 4\sqrt{2}$ bulunur.

BEC ve DEC dik üçgenlerinde,

$|CE|^2 = 8^2 - (4+x)^2$ ve ①

$|CE|^2 = (4\sqrt{2})^2 - x^2$ dir. ②

① ve ② den $8^2 - (4+x)^2 = (4\sqrt{2})^2 - x^2$

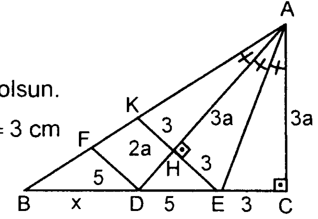
$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

25. I. YOL :

$EK \perp AD$ ve DF // EK çizelim.

$[EK] \cap [AD] = \{H\}$ olsun.

$|EC| = |EH| = |HK| = 3$ cm olur.



İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|ED|}{|EC|} = \frac{|DA|}{|CA|} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{|DA|}{|CA|}$ dır.

$|CA| = 3a$ dersek $|DA| = 5a$, $|AH| = 3a$ ve $|HD| = 2a$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre,

$\frac{|AH|}{|AD|} = \frac{|KH|}{|FD|} \Rightarrow \frac{3a}{5a} = \frac{3}{|FD|}$

$\Rightarrow |FD| = 5$ cm ve

$\frac{|BD|}{|BE|} = \frac{|DF|}{|EK|} \Rightarrow \frac{x}{x+5} = \frac{5}{6}$

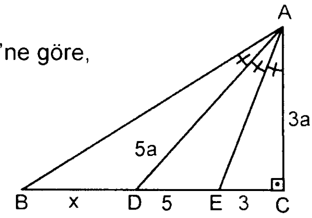
$\Rightarrow x = 25$ cm bulunur.

II. YOL :

İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|ED|}{|EC|} = \frac{|DA|}{|CA|}$

$\Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{|DA|}{|CA|}$ dır.



$|DA| = 5a$ dersek, $|CA| = 3a$ olur.

ACD dik üçgeninde,

$|AD|^2 = |AC|^2 + |DC|^2 \Rightarrow 25a^2 = 9a^2 + 64$

$\Rightarrow a = 2$ cm,

$|AD| = 10$ cm, $|AC| = 6$ cm bulunur.

AEC dik üçgeninde,

$|AE|^2 = |EC|^2 + |AC|^2 \Rightarrow |AE|^2 = 9 + 36$

$\Rightarrow |AE| = 3\sqrt{5}$ cm olur.

ABE üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|DB|}{|DE|} = \frac{|BA|}{|EA|} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{|BA|}{3\sqrt{5}} \Rightarrow |BA| = \frac{3x}{\sqrt{5}}$ olur.

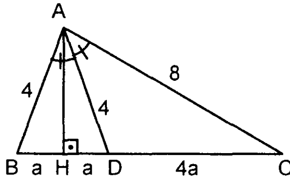
Açıortay uzunluğunu veren formülden,

$|AD|^2 = |AB| \cdot |AE| - |BD| \cdot |DE|$

$\Rightarrow 10^2 = \frac{3x}{\sqrt{5}} \cdot 3\sqrt{5} - x \cdot 5 \Rightarrow x = 25$ cm bulunur.

26. **I. YOL :**

İkizkenar üçgenin yüksekliğini çizmek, çoğu zaman çözümü kolaylaştırır.



AH ⊥ BD çizelim.

$|BH| = |HD| = a$ olsun.

ABC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|DB|}{|DC|} = \dfrac{|BA|}{|CA|} \Rightarrow \dfrac{2a}{|DC|} = \dfrac{4}{8} \Rightarrow |DC| = 4a$ olur.

AHD ve AHC dik üçgenlerinde,

$|AH|^2 = 4^2 - a^2$ ve ①

$|AH|^2 = 8^2 - (5a)^2$ dir. ②

① ve ② den

$4^2 - a^2 = 8^2 - (5a)^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$ cm

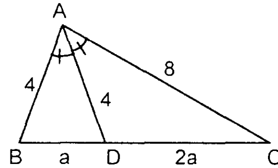
$|BC| = 6a \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{2}$ cm bulunur.

II. YOL :

İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|DB|}{|DC|} = \dfrac{|BA|}{|CA|}$

$\Rightarrow \dfrac{|DB|}{|DC|} = \dfrac{4}{8}$ dir.



$|DB| = a$ dersek, $|DC| = 2a$ olur.

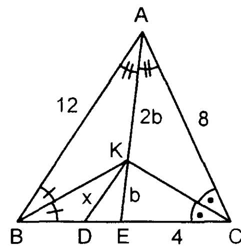
Açıortay uzunluğu formülünden,

$|AD|^2 = |AB| \cdot |AC| - |BD| \cdot |DC|$

$\Rightarrow 4^2 = 4 \cdot 8 - a \cdot 2a \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$ cm olur.

$|BC| = 3a \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{2}$ cm bulunur.

27. [AE] açıortayı K noktasından geçer. ABC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne Göre,



$\dfrac{|EB|}{|EC|} = \dfrac{|BA|}{|CA|}$

$\Rightarrow \dfrac{|EB|}{|EC|} = \dfrac{12}{8}$ dir.

$|EB| = 3a$ dersek $|EC| = 2a$ olur.

$|BC| = 5a = 10$ cm $\Rightarrow a = 2$ cm ve

$|EC| = 4$ cm bulunur.

AEC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|KA|}{|KE|} = \dfrac{|AC|}{|EC|} \Rightarrow \dfrac{|KA|}{|KE|} = \dfrac{8}{4}$ dir.

$|KE| = b$ dersek, $|KA| = 2b$ olur.

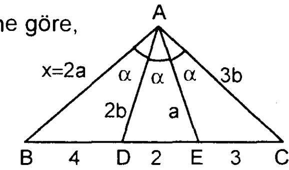
KD // AB olduğundan, II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|KD|}{|AB|} = \dfrac{|EK|}{|EA|} \Rightarrow \dfrac{x}{12} = \dfrac{b}{3b}$

$\Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

28. ABE üçgeninde,

İç Açıortay Teoremi'ne göre,



$\dfrac{|DB|}{|DE|} = \dfrac{|BA|}{|EA|}$

$\Rightarrow \dfrac{4}{2} = \dfrac{|BA|}{|EA|}$ dır.

$|EA| = a$ dersek $|BA| = 2a$ olur.

ADC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|ED|}{|EC|} = \dfrac{|DA|}{|CA|} \Rightarrow \dfrac{2}{3} = \dfrac{|DA|}{|CA|}$ dır.

$|DA| = 2b$ dersek $|CA| = 3b$ olur.

Açıortay uzunluğu formüllerini yazalım.

$\left.\begin{aligned} |AD|^2 &= |AB| \cdot |AE| - |BD| \cdot |DE| \\ |AE|^2 &= |AD| \cdot |AC| - |DE| \cdot |EC| \end{aligned}\right\} \Rightarrow$

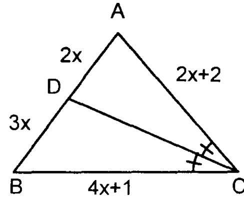
$\left.\begin{aligned} 4b^2 &= 2a \cdot a - 4 \cdot 2 \\ a^2 &= 2b \cdot 3b - 2 \cdot 3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$

$\left.\begin{aligned} 2b^2 &= a^2 - 4 \\ a^2 &= 6b^2 - 6 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a^2 = 3(a^2 - 4) - 6$

$\Rightarrow a = 3$ cm olur.

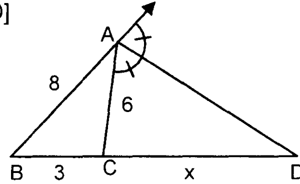
$|AB| = 2a \Rightarrow |AB| = 6$ cm bulunur.

1. ABC üçgeninde [CD] açıortay ise, şekilde verilenlere göre $|AC|$ kaç birimdir?



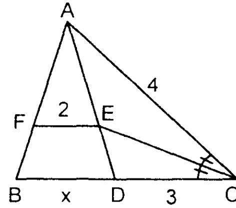
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. ABC üçgeninde [AD] dış açıortaydır.
$|AB| = 8$ cm,
$|AC| = 6$ cm ve
$|BC| = 3$ cm ise
$|CD| = x$ kaç cm dir?



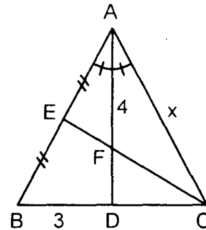
A) 9 B) 11 C) 12 D) 14 E) 15

3. ABC üçgeninde [CE] açıortaydır. EF // BC,
$|AC| = 4$ cm,
$|CD| = 3$ cm ve
$|EF| = 2$ cm ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



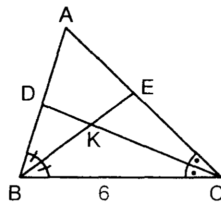
A) 3 B) 3,2 C) 3,5 D) 3,6 E) 4

4. ABC üçgeninde [AD] açıortay, [CE] kenarortaydır.
$|AB| = |AC|$,
$|AF| = 4$ birim ve
$|BD| = 3$ birim ise
$|AC| = x$ kaç birimdir?



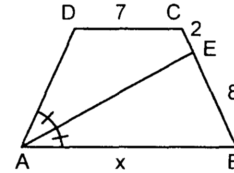
A) $3\sqrt{5}$ B) 7 C) $3\sqrt{6}$ D) 8 E) $6\sqrt{2}$

5. ABC üçgeninde [BE] ve [CD] açıortaydır.
$|AB| = 4$ cm, $|AC| = 5$ cm ve $|BC| = 6$ cm ise $\frac{|BK|}{|KE|}$ oranı nedir?



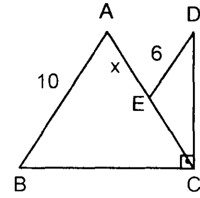
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

6. ☑ ABCD ikizkenar yamuğunda [AE] açıortaydır.
$|BE| = 8$ cm,
$|EC| = 2$ cm ve
$|DC| = 7$ cm olduğuna göre $|AB| = x$ kaç cm dir?



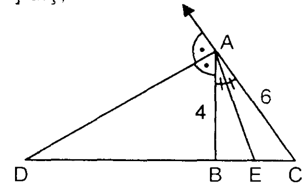
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

7. $|AB| = |AC| = 10$ cm,
BC ⊥ CD, DE // AB ve
$|DE| = 6$ cm olduğuna göre $|AE| = x$ kaç cm dir?



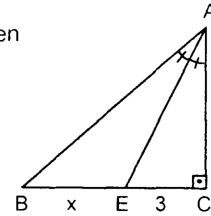
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

8. ABC üçgeninde [AD] dış, [AE] iç açıortaydır.
$|AB| = 4$ cm,
$|AC| = 6$ cm ve
$|BC| = 5$ cm ise
$|DE|$ kaç cm dir?



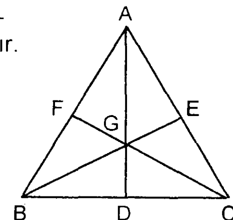
A) 8 B) 9 C) 19 D) 12 E) 15

9. ABC ikizkenar dik üçgen ve [AE] açıortaydır.
$|EC| = 3$ cm ise
$|BE| = x$ kaç cm dir:



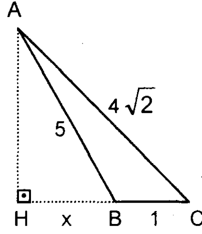
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6

10. ABC üçgeninde G kenarortayların kesim noktasıdır.
$|AD| = 9$ cm,
$|BE| = 12$ cm ve
$|CF| = 6$ cm ise
$|AC|$ kaç cm dir?



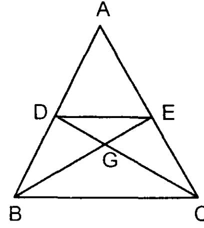
A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{15}$

11. ABC üçgeninde [AH] yüksekliktir.
$|AB| = 5$ cm,
$|BC| = 1$ cm ve
$|AC| = 4\sqrt{2}$ cm ise
$|BH| = x$ kaç cm dir?



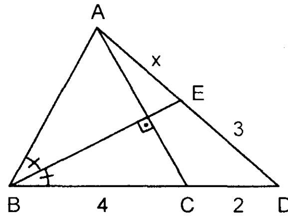
A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) 4

12. ABC üçgeninde G kenarortayların kesim noktasıdır.
$|BC| = 12$ cm ve
$|AB| = 16$ cm ise
$|BG|$ nin en büyük tamsayı değeri kaç cm dir?



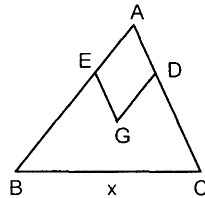
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

13. ABD üçgeninde [BE] açıortay, $AC \perp BE$,
$|BC| = 4$ cm,
$|CD| = 2$ cm ve
$|ED| = 3$ cm ise
$|AE|$ kaç cm dir?



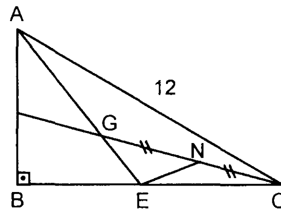
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

14. ABC üçgeninde G kenarortayların kesim noktasıdır. ABC üçgeninin çevresi 36 birim ve GDAE paralelkenarının çevresi 20 birim olduğuna göre $|BC| = x$ kaç birimdir?



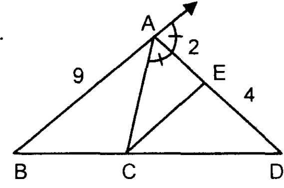
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

15. ABC üçgeninde G ağırlık merkezi ve N [GC] nin orta noktasıdır.
$|AC| = 12$ cm ise
$|NE|$ kaç cm dir?



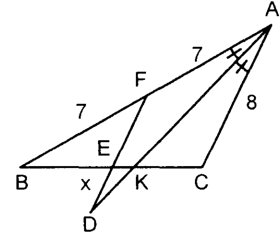
A) 1,8 B) 2 C) 2,4 D) 3 E) $2\sqrt{3}$

16. ABC üçgeninde [AD] dış açıortaydır. CE // AB,
$|AE| = 2$ cm,
$|ED| = 4$ cm ve
$|AB| = 9$ cm ise
ACE üçgeninin çevresi kaç cm dir?



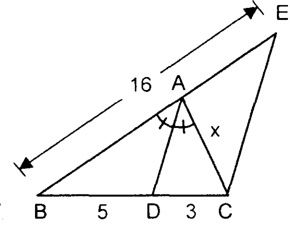
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

17. ABC üçgeninde [AD] açıortaydır.
$|AF| = |FB| = 7$ cm,
FD // AC ve
$|AC| = 8$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



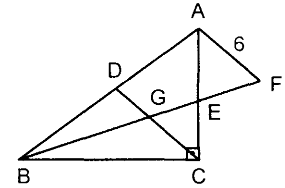
A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

18. ABC üçgeninde [AD] açıortay, CE // AD,
$|BE| = 16$ cm,
$|BD| = 5$ cm ve
$|DC| = 3$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



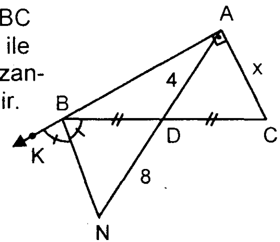
A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) 6

19. ABC dik üçgeninde G kenarortayların kesim noktasıdır. AF // CD ve
$|AF| = 6$ cm ise
$|AB|$ kaç cm dir?



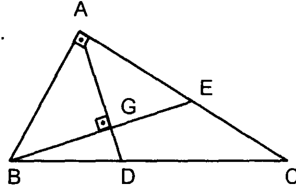
A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

20. ABC dik üçgeninde KBC dış açısının açıortayı ile [AD] kenarortayının uzantısı N de kesişmektedir.
$|ND| = 8$ cm ve
$|DA| = 4$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



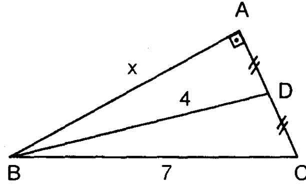
A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) 6 D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{7}$

21. ABC dik üçgeninde
G ağırlık merkezidir.
BE ⊥ AD ve
$|GD| = 2$ cm ise
$|AB|$ kaç cm dir?



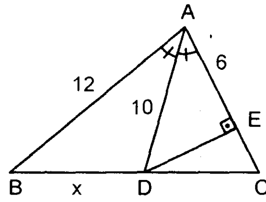
A) $4\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

22. ABC dik üçgeninde
$|AD| = |DC|$,
$|BD| = 4$ cm ve
$|BC| = 7$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



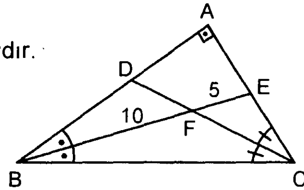
A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 3

23. ABC üçgeninde
[AD] açıortaydır.
DE ⊥ AC,
$|AB| = 12$ cm,
$|AD| = 10$ cm ve
$|AE| = 6$ cm ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



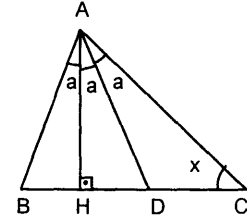
A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) 10

24. ABC dik üçgeninde
☑ [BE] ve [CD] açıortaydır.
$|BF| = 10$ cm ve
$|FE| = 5$ cm ise
$|AB|$ kaç cm dir?



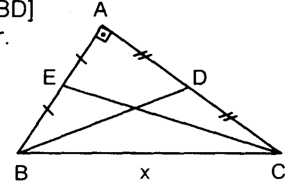
A) $4\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{10}$ C) $5\sqrt{6}$
D) $4\sqrt{10}$ E) $6\sqrt{5}$

25. ABC üçgeninde
[AH] yüksekliği ile
[AD] kenarortayı
BAC açısını üç eşit
parçaya bölmektedir.
Buna göre $m(\widehat{C}) = x$
kaç derecedir?



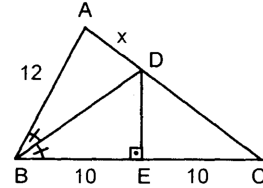
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 60

26. ABC dik üçgeninde [BD]
ve [CE] kenarortaydır.
$|BD| = 6$ cm ve
$|CE| = 8$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



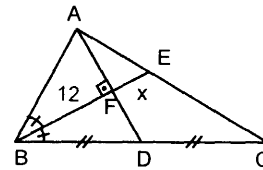
A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{5}$

27. ABC üçgeninde
☑ [BD] açıortaydır.
DE ⊥ BC,
$|BE| = |EC| = 10$ cm
ve $|AB| = 12$ cm
ise $|AD| = x$ kaç
cm dir?



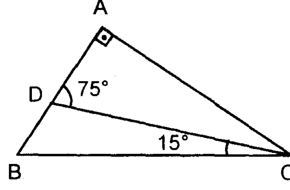
A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{6}$ C) $4\sqrt{6}$ D) $5\sqrt{6}$ E) $6\sqrt{6}$

28. ABC üçgeninde
☑ [BE] açıortay ve
[AD] kenarortaydır.
BE ⊥ AD ve
$|BF| = 12$ cm ise
$|FE| = x$ kaç cm dir?



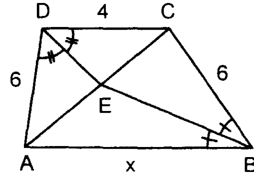
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

1. ABC dik üçgeninde $m(\widehat{ADC}) = 75°$ ve $m(\widehat{DCB}) = 15°$ ise $\frac{|DB|}{|DA|}$ oranı nedir?



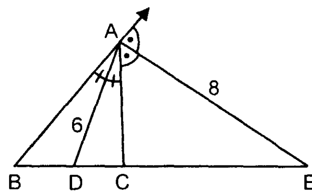
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}+1$ C) $\sqrt{3}+2$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{3}$

2. ABCD dörtgeninde B ve D açılarının açıortayları [AC] köşegeni üzerinde kesişmektedir. $|AD| = 6$ cm, $|DC| = 4$ cm ve $|BC| = 6$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



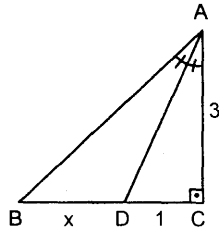
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

3. ABC üçgeninde [AD] iç, [AE] dış açıortaydır. $|AD| = 6$ cm, $|AE| = 8$ cm ve $|DE|$ kaç cm dir?



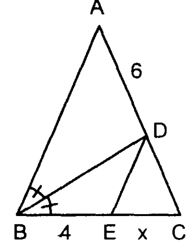
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

4. ABC dik üçgeninde [AD] açıortaydır. $|AC| = 3$ cm ve $|DC| = 1$ cm ise $|BD| = x$ kaç cm dir?



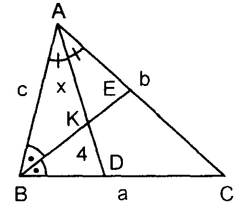
A) 1 B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

5. ABC ikizkenar üçgeninde [BD] açıortaydır. AB // DE, $|AB| = |AC|$, $|AD| = 6$ cm ve $|BE| = 4$ cm ise $|EC|$ kaç cm dir?



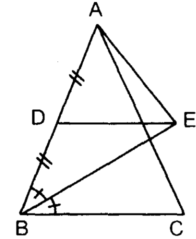
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

6. ABC üçgeninde [AD] ile [BE] açıortay ve kenarların uzunlukları a, b, c birimdir. $a : b : c = 4 : 3 : 2$ ve $|KD| = 4$ cm ise $|AK|$ kaç cm dir?



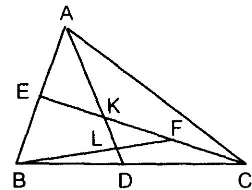
A) 4 B) 5 C) 3 D) 6 E) 8

7. ABC üçgeninde [BE açıortaydır. $|AD| = |BD|$ ve DE // BC ise $m(\widehat{BEA})$ kaç derecedir?



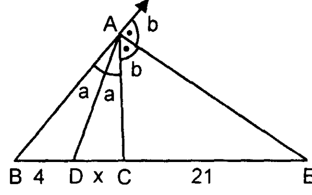
A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

8. ABC üçgeninde $|AE| = |EB|$, $|EK| = |KF| = |FC|$ ve $|LD| = 2$ birim olduğuna göre $|AD|$ kaç birimdir?



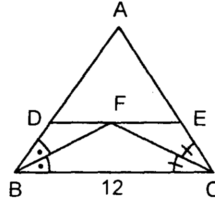
A) 8 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

9. ABC üçgeninde [AD] iç ve [AE] dış açıortaydır.
$|BD| = 4$ cm ve
$|CE| = 21$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



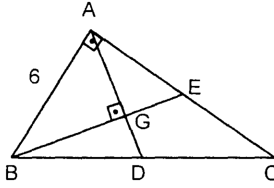
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

10. ABC üçgeninde [BF ve [CF açıortaydır.
DE // BC ve
$|BC| = 12$ birim olduğuna göre, ADE üçgeninin çevresi, tamsayı olarak en az kaç birim olabilir?



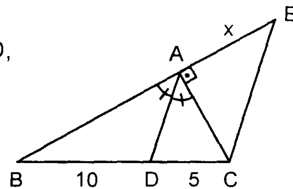
A) 12 B) 13 C) 14 D) 24 E) 25

11. ABC dik üçgeninde [AD] ve [BE] kenarortayları birbirine diktir.
$|AB| = 6$ cm olduğuna göre $|AC|$ kaç cm dir?



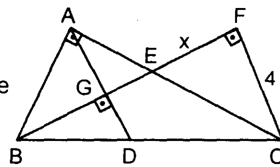
A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) 9

12. ABC dik üçgeninde [AD] açıortay, CE // AD,
$|BD| = 10$ cm ve
$|DC| = 5$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



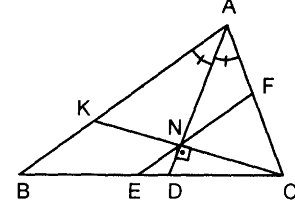
A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{10}$

13. ABC dik üçgeninde
☑ G kenarortayların kesim noktasıdır.
AD ⊥ BF , CF ⊥ BF ve
$|CF| = 4$ cm ise
$|EF| = x$ kaç cm dir?



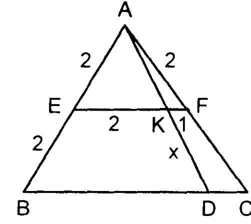
A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

14. ABC üçgeninde
☑ [AD] açıortay,
CK ⊥ AD, EF // AB
ve $5|AB| = 7|AC|$,
ise $|BC|$, $|ED|$ nin kaç katıdır?



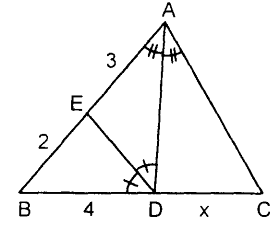
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

15. ABC üçgeninde
EF // BC,
$|KF| = 1$ cm,
$|AE| = |BE| = 2$ cm ve
$|EK| = |AF| = 2$ cm ise
$|KD| = x$ kaç cm dir?



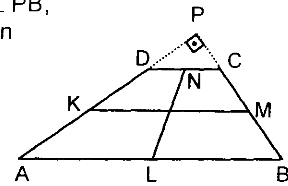
A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\frac{11}{4}$

16. ABC üçgeninde
☑ [AD] ve [DE] açıortaydır.
$|AE| = 3$ cm,
$|BE| = 2$ cm ve
$|BD| = 4$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



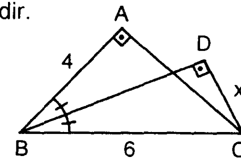
A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

17. ABCD yamuk, PA ⊥ PB,
☑ K, L, M, N kenarların orta noktaları,
$|NL| = 4$ cm ve
$|KM| = 6$ cm ise
$|AB|$ kaç cm dir?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

18. ABC dik üçgeninde B
☑ açısının açıortayı [BD] dir.
CD ⊥ BD,
$|AB| = 4$ cm ve
$|BC| = 6$ cm ise
$|CD| = x$ kaç cm dir?



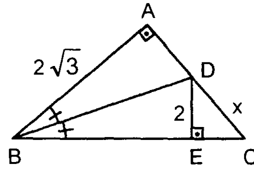
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

19. ☑ ABC dik üçgeninde [BD] açıortaydır. DE ⊥ BC,

$|AB| = 2\sqrt{3}$ cm ve

$|DE| = 2$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

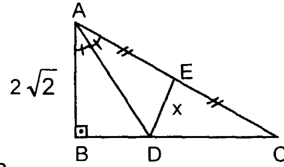
20. ☑ ABC dik üçgeninde [AD] açıortaydır.

$|AE| = |EC|$,

$|AB| = 2\sqrt{2}$ cm ve

$|BC| = 8$ cm olduğuna

göre $|DE| = x$ kaç cm dir?

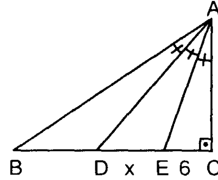


A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

21. ABC dik üçgeninde [AD] ve [AE] BAC açısını 3 eşit parçaya bölmektedir.

$|EC| = 6$ birim ise

$|DE| = x$ değeri en çok hangi tamsayıya eşit olabilir?



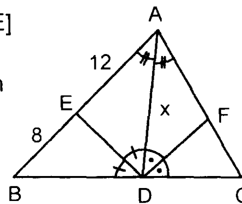
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

22. ABC üçgeninde [AD], [DE] ve [DF] açıortaydır.

$|AE| = 12$ cm, $|BE| = 8$ cm

ve $|AF| = 2|FC|$ ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?



A) 12 B) 13 C) 15 D 16 E) 18

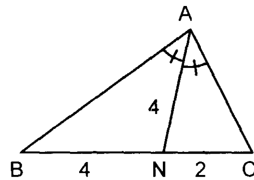
23. ABC üçgeninde [AN] açıortaydır.

$|AN| = 4$ cm,

$|BN| = 4$ cm ve

$|NC| = 2$ cm ise

$|BC|$ kenarına ait kenarortayın uzunluğu kaç cm dir?



A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{21}$ C) $2\sqrt{6}$ D) 5 E) $3\sqrt{3}$

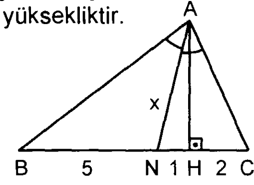
24. ABC üçgeninde [AN], BAC açısının açıortayı ve [AH] yüksekliktir.

$|BN| = 5$ cm,

$|NH| = 1$ cm ve

$|HC| = 2$ cm ise

$|AN| = x$ kaç cm dir?



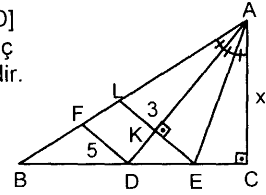
A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{15}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

25. ☑ ABC dik üçgeninde [AD] ve [AE], BAC açısını üç eşit parçaya bölmektedir. EL ⊥ AD, DF // EL,

$|DF| = 5$ cm ve

$|KL| = 3$ cm ise

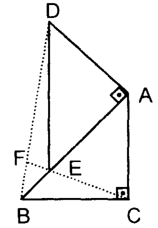
$|AC| = x$ kaç cm dir?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

26. ☑ ABC ve ADE birbirine eş birer ikizkenar dik üçgendir. [CE] nin uzantısı [BD] yi F de kesmektedir.

$\frac{|DF|}{|BF|}$ oranı nedir?



A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} + 2$
D) $2\sqrt{2} - 1$ E) $2\sqrt{2} + 1$

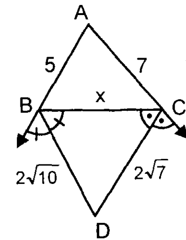
27. ☑ ABC üçgeninde [BD] ve [CD] dış açıortaydır.

$|AB| = 5$ cm, $|AC| = 7$ cm,

$|BD| = 2\sqrt{10}$ cm ve

$|CD| = 2\sqrt{7}$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



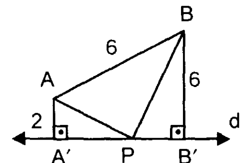
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

28. ☑ A ve B noktalarının d doğrusundan uzaklıkları $|AA'| = 2$ birim ve

$|BB'| = 6$ birimdir.

$|AB| = 6$ birim ve P∈d ise

$|PA|^2 + |PB|^2$ toplamının en küçük değeri nedir?



A) 36 B) 40 C) 48 D) 50 E) 61

6. Bölüm

BENZERLİK VE DİK ÜÇGENDE BAĞINTILAR

6.1 BENZERLİK KAVRAMI

Bir fotoğraf ile onun büyütülmüşü birbirinin **benzeri**dir.

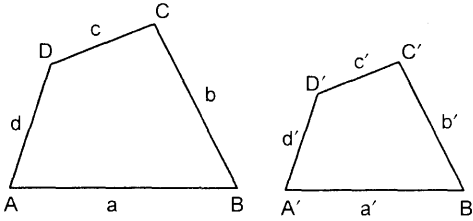
Bunun gibi, herhangi iki doğru parçasının, iki karenin, iki çemberin, iki kürenin... **benzer** olduklarını sezginizle söyleyebilirsiniz.

Demek ki, "bir şeklin benzeri" denildiğinde akla o şeklin belli bir oranda büyütülmüşü ya da küçültülmüşü gelmektedir.

TANIM 6.1

İki çokgenin köşeleri arasında yapılan birebir eşlemede, karşılıklı açılar eş ve karşılıklı kenarların uzunlukları orantılı ise bu eşlemeye **benzerlik;** bu iki çokgene de **benzer çokgenler** denir.

Örneğin, şekildeki dörtgenlerde



$\hat{A} \cong \hat{A}'$, $\hat{B} \cong \hat{B}'$, $\hat{C} \cong \hat{C}'$, $\hat{D} \cong \hat{D}'$ ve

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'}$ ise ABCD $\leftrightarrow$ A′B′C′D′ eşlemesi bir benzerliktir. Bu benzerlik ABCD ~ A′B′C′D′ biçiminde gösterilir.

Benzer şekillerde karşılıklı kenarların uzunluklarının oranına **benzerlik oranı** denir.

Eş şekiller de benzerdir ve benzerlik oranı 1 dir.

ÖRNEK 6.1

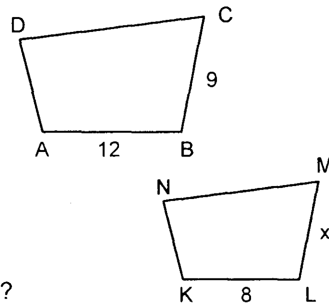
ABCD ~ KLMN,

$|AB| = 12$ birim,

$|BC| = 9$ birim ve

$|KL| = 8$ birim ise

$|LM| = x$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM :

Benzerlik tanımına göre,

$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} \Rightarrow \frac{12}{8} = \frac{9}{x}$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ birim olur.}$$

NOT : Çokgenlerin benzerliğinin tanımı şöyle de yapılabilirdi.

"İki çokgenin köşeleri arasında yapılan bire bir eşlemede, karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılı ise bu çokgenler benzerdir."

Örneğin, ABCD $\leftrightarrow$ A′B′C′D′ eşlemesinde

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} = \frac{|AD|}{|A'D'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|BD|}{|B'D'|} = \frac{|CD|}{|C'D'|} \text{ ise}$$

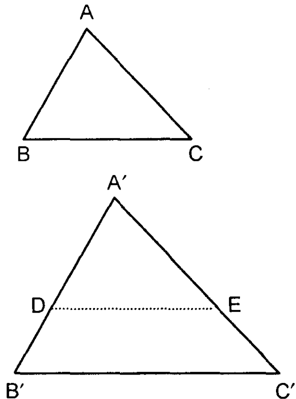
ABCD ~ A′B′C′D′ dür. Bu orantının, karşılıklı açıların eş olmasını da gerektireceği ispatlanabilir.

6.2 ÜÇGENLERİN BENZERLİĞİ

TEOREM 6.1 (K.A.K. Benzerlik Teoremi)

İki üçgen arasındaki eşlemede, karşılıklı ikişer kenarın uzunlukları orantılı ve bu kenarlar arasındaki açılar eş ise, bu eşleme bir benzerliktir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ üçgenlerinde

$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|}$ ve

$\hat{A} \cong \hat{A}'$ verilmiş olsun.

$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|}$,

$\hat{B} \cong \hat{B}'$ ve $\hat{C} \cong \hat{C}'$

olduğunu göstereceğiz.

[A′B′ üzerinde $|A'D| = |AB|$ ve [A′C′ üzerinde $|A'E| = |AC|$ olacak biçimde D ve E noktaları alırsak K.A.K Eşlik Aksiyomuna göre $\overset{\triangle}{A'DE} \cong \overset{\triangle}{ABC}$ olur.

Bu eşlik $\hat{B} \cong \widehat{A'DE}$, $\hat{C} \cong \widehat{A'ED}$ ve $[BC] \cong [DE]$ eşliklerini gerektirir.

Verilen orantıda $|AB|$ ve $|AC|$ yerine eşitleri konursa

$\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|} \Rightarrow \dfrac{|A'D|}{|A'B'|} = \dfrac{|A'E|}{|A'C'|}$ orantısı elde edilir.

Bu orantı, Temel Orantı Teoremi'ne göre DE // B'C' olmasını gerektirir.

Buradan $\widehat{A'DE} \cong \hat{B}$, $\widehat{A'ED} \cong \hat{C}$ ve

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|A'D|}{|A'B'|} = \dfrac{|A'E|}{|A'C'|} = \dfrac{|DE|}{|B'C'|}$ bulunur.

$|A'D|$, $|A'E|$, $|DE|$ yerine yeniden eşitleri koyulursa

$\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|} = \dfrac{|BC|}{|B'C'|}$ elde edilir.

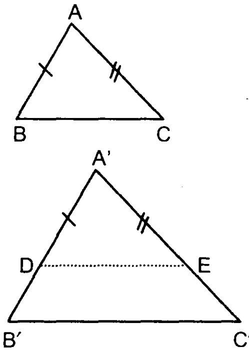
Ayrıca, $\hat{B} \cong \widehat{A'DE}$ ve $\widehat{A'DE} \cong \hat{B'}$ olduğundan $\hat{B} \cong \hat{B'}$ ve $\hat{C} \cong \widehat{A'ED}$ ve $\widehat{A'ED} \cong \hat{C'}$ olduğundan $\hat{C} \cong \hat{C'}$ olur.

Öyleyse, $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dir.

TEOREM 6.2 (A.A.A. Benzerlik Teoremi)

İki üçgen arasındaki eşlemede karşılıklı açılar eş ise bu eşleme bir benzerliktir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ üçgenlerinde

$\hat{A} \cong \hat{A'}$, $\hat{B} \cong \hat{B'}$ ve

$\hat{C} \cong \hat{C'}$ verilmiş olsun.

$\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|} = \dfrac{|BC|}{|B'C'|}$

olduğunu göstereceğiz.

$[A'B'$ üzerinde $|A'D| = |AB|$ ve $[A'C'$ üzerinde $|A'E| = |AC|$ olacak biçimde D ve E alırsak K.A.K Eşlik Aksiyomu'na göre $\overset{\triangle}{A'DE} \cong \overset{\triangle}{ABC}$ olur. Bu eşlik $\hat{B} \cong \widehat{A'DE}$, $\hat{C} \cong \widehat{A'ED}$ ve $[BC] \cong [DE]$ eşliklerini gerektirir.

$\hat{B} \cong \hat{B'}$ ve $\hat{B} \cong \widehat{A'DE}$ ise $\hat{B'} \cong \widehat{A'DE}$ olacağından DE // B'C' olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

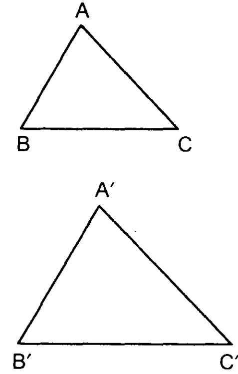
$\dfrac{|A'D|}{|A'B'|} = \dfrac{|A'E|}{|A'C'|} = \dfrac{|DE|}{|B'C'|}$ olup $|A'D|$, $|A'E|$, $|DE|$ yerine eşitleri koyulursa

$\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|} = \dfrac{|BC|}{|B'C'|}$ elde edilir.

Öyleyse, $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dir.

TEOREM 6.3 (K.K.K. Benzerlik Teoremi)

İki üçgen arasındaki eşlemede karşılıklı kenarlar orantılı ise bu eşleme bir benzerliktir.



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ üçgenlerinde

$\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|} = \dfrac{|BC|}{|B'C'|}$

verilmiş ise

$\hat{A} \cong \hat{A'}$, $\hat{B} \cong \hat{B'}$ ve

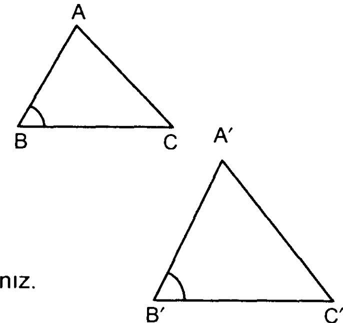
$\hat{C} \cong \hat{C'}$ olduğu

gösterilecektir.

İlk iki teoremin ispatlarına benzer şekilde, ispatı siz yapınız.

TEOREM 6.4

İki üçgen arasındaki eşlemede, karşılıklı ikişer kenar orantılı ve bunlardan büyükleri karşısındaki açılar eş ise bu eşleme bir benzerliktir.



Şekilde, $|AB| < |AC|$,

$\dfrac{|AB|}{|A'B'|} = \dfrac{|AC|}{|A'C'|}$ ve

$\hat{B} \cong \hat{B'}$ ise

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dür.

Teoremi siz ispatlayınız.

SONUÇ : İki dik üçgenin birer dik kenarları ile hipotenüsleri orantılı ise bu dik üçgenler benzerdir.

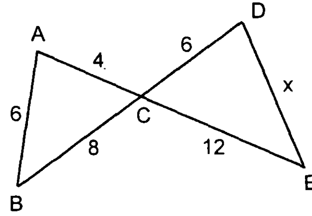
TEOREM 6.5

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ ve $\overset{\triangle}{DEF} \sim \overset{\triangle}{KLM}$ ise $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{KLM}$ dir.

Benzerliğin tanımını kullanarak siz ispatlayınız.

ÖRNEK 6.2

Şekildeki verilere göre $|DE| = x$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde, ters açılar olduklarından, $\widehat{ACB} \cong \widehat{DCE}$ dir.

Üçgenlerin C köşesine ait kısa kenarları $|AC| = 4$ birim, $|CD| = 6$ birim ve uzun kenarları $|BC| = 8$ birim, $|CE| = 12$ birimdir.

$\frac{|AC|}{|CD|} = \frac{4}{6}$ ve $\frac{|BC|}{|CE|} = \frac{8}{12}$ olup

$\frac{|AC|}{|CD|} = \frac{|BC|}{|CE|}$ olduğundan

$\overset{\triangle}{ACB} \sim \overset{\triangle}{DCE}$ (K.A.K.) bulunur.

Öyleyse,

$\frac{|AC|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|DE|} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 9$ cm dir.

ÖRNEK 6.3

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

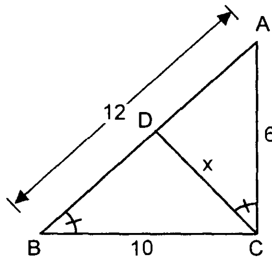
$|AB| = 12$ cm,

$|BC| = 10$ cm,

$|AC| = 6$ cm ve

$\hat{B} \cong \widehat{ACD}$ ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

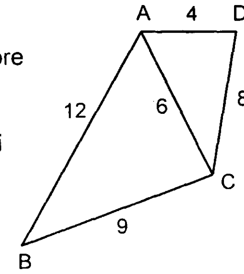
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ACD}$ (A.A.A.) dır.

Buna göre,

$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BC|}{|CD|} \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

ÖRNEK 6.4

Şekildeki verilere göre $\overset{\triangle}{ABC}$ ile $\overset{\triangle}{ACD}$ üçgenleri arasındaki hangi eşlemeler benzerliktir?



ÇÖZÜM :

Üçgenlerin kenar ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım :

$\overset{\triangle}{ABC} \rightarrow$ 6 9 12

$\overset{\triangle}{ACD} \rightarrow$ 4 6 8

$\frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8}$ olduğundan üçgenler benzerdir.

Benzer üçgenlerde orantılı kenarların karşısındaki açılar eş olacağından

$\hat{B} \cong \widehat{ACD}$, $\widehat{BAC} \cong \hat{D}$, $\widehat{BCA} \cong \widehat{CAD}$ dır.

Buna göre, $\overset{\triangle}{BAC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{CDA}$ eşlemesi bir benzerlik olup $\overset{\triangle}{BAC} \sim \overset{\triangle}{CDA}$ dır.

Karşılıklı açıların eş kaldığı

$\overset{\triangle}{ABC} \leftrightarrow \overset{\triangle}{DCA}$, $\overset{\triangle}{ACB} \leftrightarrow \overset{\triangle}{DAC}$, $\overset{\triangle}{BCA} \leftrightarrow \overset{\triangle}{CAD}$, $\overset{\triangle}{CAB} \leftrightarrow \overset{\triangle}{ADC}$ ve $\overset{\triangle}{CBA} \leftrightarrow \overset{\triangle}{ACD}$

eşlemeleri de birer benzerliktir.

ÖRNEK 6.5

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ ve benzerlik oranı $\frac{3}{4}$; $\overset{\triangle}{EFD} \sim \overset{\triangle}{KLM}$ ve benzerlik oranı $\frac{2}{5}$ tir. $\overset{\triangle}{ABC}$ ile $\overset{\triangle}{KLM}$ üçgenleri arasında bir benzerlik eşlemesi yazınız ve benzerlik oranını bulunuz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{EFD} \sim \overset{\triangle}{KLM} \Rightarrow \overset{\triangle}{DEF} \sim \overset{\triangle}{MKL}$ dir.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ ve $\overset{\triangle}{DEF} \sim \overset{\triangle}{MKL}$ olduğundan

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{MKL}$ olur.

$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{3}{4}$ ① ve $\frac{|DE|}{|MK|} = \frac{2}{5}$ ② olduğundan

① ve ② taraf tarafa çarpılırsa

$\frac{|AB|}{|DE|} \cdot \frac{|DE|}{|MK|} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{|AB|}{|MK|} = \frac{3}{10}$ bulunur.

TEOREM 6.6

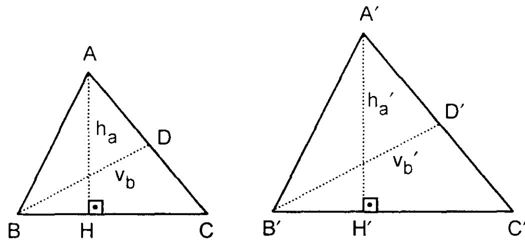
Benzer iki üçgende,

a) karşılıklı kenarortayların uzunluklarının oranı,

b) karşılıklı açıortayların uzunluklarının oranı,

c) karşılıklı yüksekliklerin uzunluklarının oranı

benzerlik oranına eşittir.



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ ve $\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = k$ ise

$\frac{h_a}{h_{a'}} = \frac{h_b}{h_{b'}} = \frac{h_c}{h_{c'}} = \frac{n_A}{n_{A'}} = \frac{n_B}{n_{B'}} = \frac{n_C}{n_{C'}} = \frac{V_a}{V_{a'}} = \frac{V_b}{V_{b'}} = \frac{V_c}{V_{c'}} = k$

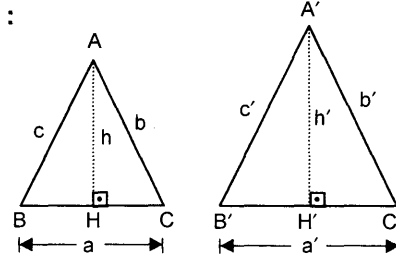
olur.

Bu teoremi, Teorem 6.1, Teorem 6.2 ve Teorem 6.3'ü kullanarak siz ispatlayabilirsiniz.

TEOREM 6.7

Benzer üçgenlerin alanlarının oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ ve $\frac{|BC|}{|B'C'|} = k$ olsun.

$[AH]$ ve $[A'H']$ yükseklikler olmak üzere,

$|AH| = h$, $|A'H'| = h'$, $|BC| = a$ ve $|B'C'| = a'$ dersek

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot h}{2}$ ①, $A(\overset{\triangle}{A'B'C'}) = \frac{a' \cdot h'}{2}$ ② ve

$\frac{a}{a'} = \frac{h}{h'} = k$ ③ olur.

① ile ② taraf tarafa bölünürse,

$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = \frac{\frac{a \cdot h}{2}}{\frac{a' \cdot h'}{2}} \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = \frac{a}{a'} \cdot \frac{h}{h'}$

$\Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = k^2$ elde edilir.

ÖRNEK 6.6

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

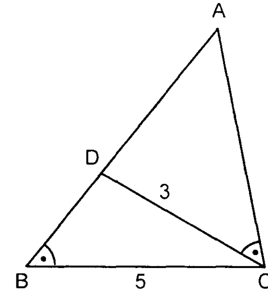
$\hat{B} \cong \widehat{ACD}$,

$|BC| = 5$ cm ve

$|CD| = 3$ cm dir.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 100$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{ACD})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ACD}$ (A.A.A.) olduğunu görünüz.

Benzerlik oranı, $k = \frac{|BC|}{|CD|} \Rightarrow k = \frac{5}{3}$ olup

$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{ACD})} = k^2 \Rightarrow \frac{100}{A(\overset{\triangle}{ACD})} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ACD}) = 36$ cm^2 bulunur.

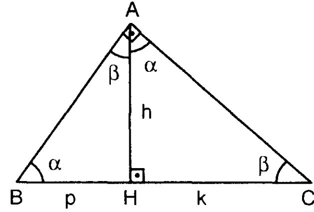
6.3 DİK ÜÇGENDE BAĞINTILAR

TEOREM 6.8 (Euclid'in Yükseklik Teoremi)

Dik açı köşesi A olan bir $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde hipotenüse ait yüksekliğin ayağı H ise,

$|HA|^2 = |HB| \cdot |HC|$ dir.

İSPAT :



Kenarları dik açılar olduklarından $\widehat{ABH} \cong \widehat{CAH}$ olur.

Öyleyse,

$\overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{CAH}$ (A.A.A.) dır.

Buna göre,

$\frac{|HA|}{|HC|} = \frac{|HB|}{|HA|} \Rightarrow |HA|^2 = |HB| \cdot |HC|$ elde edilir.

Genellikle, $|HA| = h$, $|HB| = p$ ve $|HC| = k$ ile gösterilip teorem $h^2 = p \cdot k$ biçiminde ifade edilir.

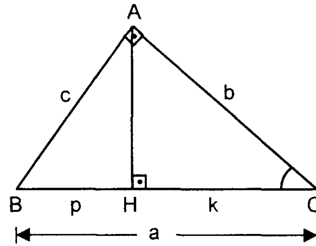
TEOREM 6.9 (Euclid'in Dikkenar Teoremi)

Dik açı köşesi A olan bir $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde hipotenüse ait yüksekliğin ayağı H ise,

a) $|BA|^2 = |BH| \cdot |BC|$ ve

b) $|CA|^2 = |CH| \cdot |CB|$ dir.

İSPAT :



a) $\overset{\triangle}{ABH}$ ve $\overset{\triangle}{CBA}$ dik üçgenlerinde $\hat{B}$ açısı ortak olduğundan $\overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{CBA}$ dir.

Buna göre,

$\frac{|BA|}{|BC|} = \frac{|BH|}{|BA|} \Rightarrow |BA|^2 = |BH| \cdot |BC|$ elde edilir.

$|BA| = c$, $|BH| = p$ ve $|BC| = a$ ile gösterilirse $c^2 = p \cdot a$ olur.

b) Aynı şekilde,

$\overset{\triangle}{ACH} \sim \overset{\triangle}{BCA}$ (A.A.A) benzerliğinden

$|CA|^2 = |CH| \cdot |CB|$ ya da $b^2 = k \cdot a$ elde edilir.

SONUÇ :

Pythagoras Teoremi'ni, Euclid'in Dikkenar Teoremi'nin sonucu olarak verebiliriz.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$b^2 = k \cdot a$ ① ve

$c^2 = p \cdot a$ ② dir.

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

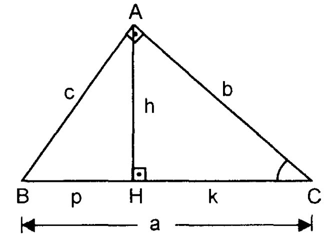
$b^2 + c^2 = k \cdot a + p \cdot a \Rightarrow b^2 + c^2 = a(k + p)$

$\Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$ elde edilir.

TEOREM 6.10

Bir dik üçgende hipotenüsün uzunluğu ile hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun çarpımı, dik kenarların uzunluklarının çarpımına eşittir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $[BC]$ hipotenüs ve $[AH]$ yükseklik ise $|BC| \cdot |AH| = |AB| \cdot |AC|$ olduğunu göstereceğiz.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{HBA}$ (A.A.A.) benzerliğinden

$\frac{|BC|}{|BA|} = \frac{|AC|}{|HA|} \Rightarrow |BC| \cdot |AH| = |AB| \cdot |AC|$

ya da $a \cdot h = b \cdot c$ elde edilir.

NOT : $A(\overset{\triangle}{ABC})$, iki değişik biçimde yazılarak da,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} b \cdot c$

$\Rightarrow a \cdot h = b \cdot c$ elde edilirdi.

TEOREM 6.11

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde dik kenarların uzunlukları b ve c, hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğu h ise

$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ dir.

İSPAT :

$$\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{b^2+c^2}{b^2c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{a^2}{b^2c^2} \quad ①$$

olur.

$b.c = a\cdot h \Rightarrow b^2\cdot c^2 = a^2\cdot h^2$ ②

olduğunu biliyoruz.

① ve ② den

$$\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{a^2}{a^2\cdot h^2}\Rightarrow \frac{1}{h^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$$ elde edilir.

ÖRNEK 6.7

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

AB ⊥ AC ve

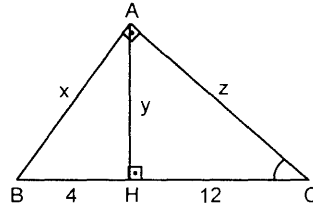
AH ⊥ BC dir.

$|BH| = 4$ cm ve

$|HC| = 12$ cm ise

$|AB| = x$, $|AH| = y$ ve

$|AC| = z$ uzunluklarını bulunuz.



ÇÖZÜM :

Euclid'in Dikkenar Teoremi'ne göre

$|AB|^2 = |BH|\cdot|BC| \Rightarrow x^2 = 4\cdot 16 \Rightarrow x = 8$ cm,

$|AC|^2 = |CH|\cdot|CB| \Rightarrow z^2 = 12\cdot 16 \Rightarrow z = 8\sqrt{3}$ cm

ve Euclid'in Yükseklik Teoremi'ne göre

$|AH|^2 = |BH|\cdot|HC| \Rightarrow y^2 = 4\cdot 12 \Rightarrow y = 4\sqrt{3}$ cm

elde edilir.

ÖRNEK 6.8

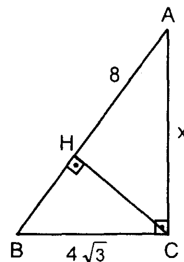
$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

AC ⊥ BC ve CH ⊥ AB dir.

$|BC| = 4\sqrt{3}$ cm ve

$|AH| = 8$ cm ise

$|AC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Önce $|BH| = y$ değerini bulalım.

Dikkenar Teoremi'ne göre

$|BC|^2 = |BH|\cdot|BA| \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = y(y+8)$

$\Rightarrow y^2+8y-48=0 \Rightarrow y = 4$ cm olur.

Yine Dikkenar Teoremi'ne göre

$|AC|^2 = |AH|\cdot|AB| \Rightarrow x^2 = 8\cdot 12$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{6}$ cm bulunur.

ÖRNEK 6.9

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

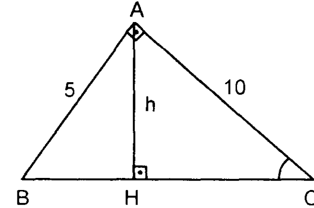
AB ⊥ AC ve

AH ⊥ BC dir.

$|AB| = 5$ cm ve

$|AC| = 10$ cm ise

$|AH| = h$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|BC|^2 = 5^2+10^2 \Rightarrow |BC| = 5\sqrt{5}$ cm. ve

$|AH|\cdot|AC| = |AB|\cdot|AC| \Rightarrow h\cdot 5\sqrt{5} = 5\cdot 10$

$\Rightarrow h = 2\sqrt{5}$ cm dir.

❑ ÇEMBERLERİN VE ÜÇ BOYUTLU ŞEKİLLERİN BENZERLİĞİ

Bütün geometrik şekiller için geçerli olan bir benzerlik tanımı için **dönüşüm**, **öteleme**, **homoteti**, **dönme**... gibi, geometrinin bir başka dalının konusu olan kavramlara gerek vardır. Bununla birlikte biz, çokgenler için verdiğimiz benzerlik tanımını diğer iki ya da üç boyutlu şekillere de uygulayarak, "**köşeleri arasında yapılan bir eşlemede, karşılıklı doğru parçaları orantılı olan iki geometrik şekil benzerdir.**" diyeceğiz. Böyle iki şekilde karşılıklı açılar da eş olur. Çemberleri de sınırsız sayıda kenarı bulunan bir düzgün çokgen kabul ederek bu zorlama tanımın içine koyacağız. "Bunları da o başka geometride öğrenseydik, neden acele ettik?" denilebilir. Ama, benzerlikten konuşulurken, iki çemberin, iki kürenin,

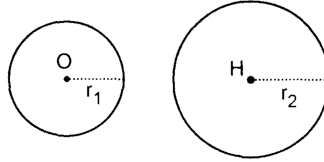
iki kübün... benzerliğinden söz edilmemesi zihninizde bir boşluk bırakacaktı. Ayrıca, benzerlik kavramının problem çözümlerine getirdiği kolaylığı çemberlere ve üç boyutlu şekillere de taşımak istedik. Yukarıda sözü geçen kavramlara (dönüşüm, öteleme, homoteti, dönme...) girmemek için bu kısımla ilgili teoremleri ispatsız vereceğiz.

NOT: Üç boyutlu şekillerle ilgili bilginiz yeterli değil ise, bu kısmı Uzay Geometri ve Katı Cisimler konusunu öğrendikten sonra yeniden gözden geçiriniz.

TEOREM 6.12

Herhangi iki çember benzerdir.

O merkezli ve r_1 yarıçaplı çember ile H merkezli ve r_2 yarıçaplı çemberin benzerlik oranı $\frac{r_1}{r_2}$ dir.



TEOREM 6.13

Herhangi iki küre benzerdir.

Kürelerin benzerlik oranı da yarıçaplarının uzunluklarının oranına eşittir.

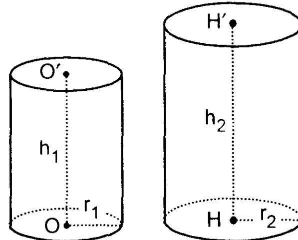
TEOREM 6.14

Yükseklikleri ile yarıçapları orantılı olan iki dik silindir benzerdir.

Şekildeki dik silindirlerin yarıçapları r_1 ve r_2, yükseklikleri h_1 ve h_2 olmak üzere

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{r_1}{r_2} = k$ ise

silindirler benzerdir ve k benzerlik oranıdır.



NOT : Teorem 6.14, eksenleri taban düzlemi ile eşit açılar yapan eğik silindirler için de geçerlidir.

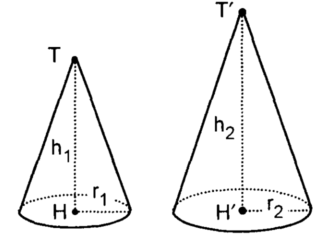
TEOREM 6.15

Yükseklikleri ile tabanlarının yarıçapları orantılı olan dik koniler benzerdir.

Şekildeki dik konilerin yükseklikleri h_1 ve h_2, tabanlarının yarıçapları r_1 ve r_2 olmak üzere

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{r_1}{r_2} = k$ ise

koniler benzerdir ve k benzerlik oranıdır.



NOT : Teorem 6.15, eksenleri taban düzlemi ile eşit açılar yapan eğik koniler için de geçerlidir.

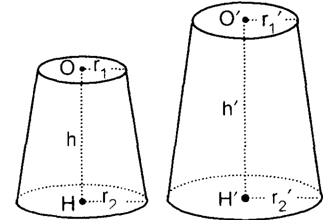
TEOREM 6.16

Yükseklikleri ile alt ve üst tabanlarının yarıçapları orantılı olan kesik dik koniler benzerdir.

Şekilde:

$\frac{h}{h'} = \frac{r_1}{r_1'} = \frac{r_2}{r_2'}$ ise

kesik koniler benzerdir.

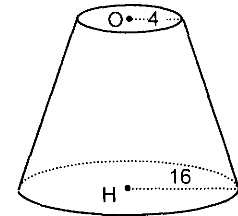


TEOREM 6.17

Benzer şekillerin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir.

ÖRNEK 6.10

Şekildeki kesik koninin taban yarıçapları 4 cm ve 8 cm, yanal alanı 180 cm^2 dir.
Kesik koni, tabanlara paralel bir düzlemle benzer iki parçaya bölünse, parçalardan küçüğünün yanal alanı kaç cm^2 olur?



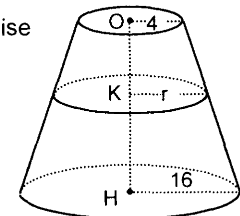
ÇÖZÜM :

Şekildeki kesik koniler benzer ise

$\frac{4}{r} = \frac{r}{16} \Rightarrow r = 8$ cm

olup benzerlik oranı

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ dir.



Kesik konilerin yanal alanlarının oranı $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ olup küçüğünün alanına S dersek büyüğününki 4S olur.

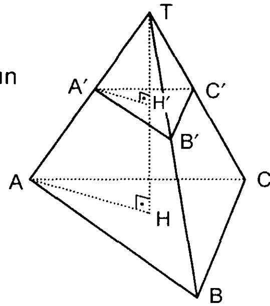
$S + 4S = 180\text{ cm}^2 \Rightarrow S = 36\text{ cm}^2$ bulunur.

TEOREM 6.18

Bir piramit, tabanına paralel bir düzlemle kesilirse, elde edilen küçük piramit öncekinin benzeridir.

(A′B′C′) // (ABC) ise
(T, A′B′C′) ~ (T, ABC) dir.
Karşılıklı iki doğru parçasının uzunluklarının oranı benzerlik oranıdır.
Örneğin,
[TH] ve [TH′] piramitlerin yükseklikleri olmak üzere

$k = \frac{[TH']}{[TH]}$ tır.

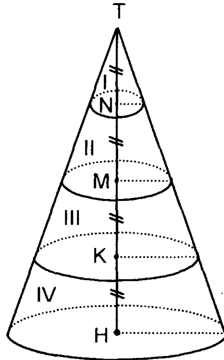


TEOREM 6.19

Benzer şekillerin hacimlerinin oranı benzerlik oranının kübüne eşittir.

ÖRNEK 6.11

Şekildeki koni, tabana paralel düzlemlerle, yükseklikleri eşit 4 parçaya bölünmüştür.
Oluşan parçalardan, tepeden itibaren ikincisi ile üçüncüsünün hacimlerinin oranı nedir?



ÇÖZÜM :

Yüksekliği $[TN]$ olan koni ile yüksekliği $[TM]$ olan koni benzerdir. Bunların benzerlik oranı,

$k = \frac{|TN|}{|TM|} = \frac{1}{2}$ olup

hacimlerinin oranı, $k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ dir.

I numaralı parçanın hacmine V dersek II numaralı parçanın hacmi 7V olur. Yüksekliği $[TN]$ olan koni ile yüksekliği $[TK]$ olan koni benzerdir.

Bunların benzerlik oranı,

$k_1 = \frac{|TN|}{|TK|} = \frac{1}{3}$ olup

hacimlerinin oranı, $k_1^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ dir.

Buna göre III numaralı parçanın hacmi 19V olur.
Öyleyse, II ve III numaralı parçaların hacimlerinin oranı $\frac{7}{19}$ dur.

ÖRNEK 6.12

64 tane eş metal küre eritilerek bir tek küre yapılsa büyük kürenin yarıçapı, bir küçük kürenin yarıçapının kaç katı olur?

ÇÖZÜM :

Büyük kürenin hacmi V ve yarıçapı R, küçük kürelerin hacimleri v ve yarıçapları r olsun.
Yarıçapların oranı benzerlik oranına, hacimlerin oranı benzerlik oranının kübüne eşittir.
Buna göre,

$k^3 = \frac{V}{v} \Rightarrow k^3 = 64 \Rightarrow k = 4$

ve $\frac{R}{r} = 4 \Rightarrow R = 4r$ olur.

❑ TRİGONOMETRİ BİLGİSİ

Geometri problemlerinin çözümünde trigonometrik bağıntılardan yararlanmak bazen çözümü çok kolaylaştırır.

Burada, bir dik üçgende sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant gibi temel trigonometrik oranların tanımlarını ve bunların arasındaki temel bağıntıları bildiğinizi düşünerek, Sinüs ve Kosinüs Teoremleri'ni vereceğiz.

Buradaki işimizin "Trigonometri" olmadığını biliyoruz; ama konumuzla yakından ilgili birkaç teoremi vermenin de yararlı olacağını düşünüyoruz. İleride gerektikçe, konularımıza trigonometrik bilgileri eklemeye devam edeceğiz.

SİNÜS TEOREMİ

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, kenar uzunlukları a, b, c iç açıların ölçüleri A, B, C ve çevrel çemberin yarıçapı R olmak üzere,

$\dfrac{a}{SinA} = \dfrac{b}{SinB} = \dfrac{c}{SinC} = 2R$ dir.

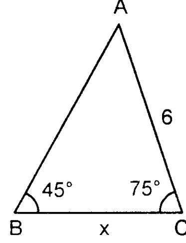
ÖRNEK 6.13

Şekildeki $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 45°$, $m(\hat{C}) = 75°$ ve

$|AC| = 6$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{A}) = 60°$ olduğunu görünüz.

Sinüs Teoremi'ne göre

$$\frac{x}{Sin60°} = \frac{6}{Sin45°} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot Sin60°}{Sin45°}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow x = 3\sqrt{6} \text{ cm bulunur.}$$

KOSİNÜS TEOREMİ

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, kenar uzunlukları a, b, c ve iç açıların ölçüleri A, B, C olmak üzere,

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot CosA$ dır.

NOT : Bu teoremleri daha rahat kullanmanızı sağlamak için, 90° den büyük açılar için de trigonometrik oranların tanımlandığını ve

$Sin(180° - \alpha) = Sin\alpha$, $Cos(180° - \alpha) = Cos\alpha$

$Sin(180° - \alpha) = Sin\alpha$, $Tan(180° - \alpha) = -Tan\alpha$

olduğunu hatırlatalım.

Örneğin;

$Sin120° = Sin60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$Cos135° = -Cos45° = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

$Tan150° = -Tan30° = \dfrac{-\sqrt{3}}{3}$ tür.

ÖRNEK 6.14

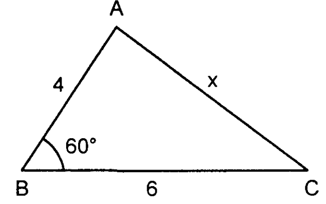
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 4$ cm,

$|BC| = 6$ cm ve

$m(\hat{B}) = 60°$ ise

$|AC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Kosinüs Teoremi'ne göre

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB| \cdot |BC| \cdot Cos60°$$

$$\Rightarrow x^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{7} \text{ cm bulunur.}$$

NOT : A köşesinden [BC] ye bir dikme çizerek, problemi bir de Kosinüs Teoremi'ni kullanmadan çözünüz.

ÖRNEK 6.15

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

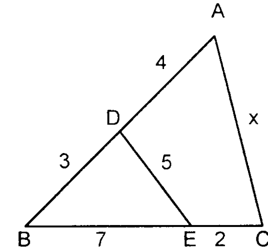
$|BE| = 7$ cm,

$|EC| = 2$ cm,

$|BD| = 3$ cm,

$|DA| = 4$ cm ve

$|DE| = 5$ cm ise $|AC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DBE}$ üçgenlerinin B köşesine ait kısa kenarların uzunluklarının oranı $\dfrac{|BD|}{|BA|} = \dfrac{3}{7}$;

uzun kenarların uzunluklarının oranı $\dfrac{|BE|}{|BC|} = \dfrac{7}{9}$ dur.

$\dfrac{3}{7} \neq \dfrac{7}{9}$ olduğundan üçgenler benzer değildir.

Böyle, K.A.K. benzerliğini umar da bunu bulamazsanız, Kosinüs Teoremi'ni düşününüz.

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DBE}$ üçgenlerine $\hat{B}$ açısına göre, Kosinüs Teoremi'ni uygulayalım.

$$\left.\begin{array}{l}|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB|\cdot|BC|\cdot \text{CosB} \\ |DE|^2 = |BD|^2 + |BE|^2 - 2\cdot|BD|\cdot|BE|\cdot \text{CosB}\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}x^2 = 7^2 + 9^2 - 2\cdot 7\cdot 9\cdot \text{CosB} \\ 5^2 = 3^2 + 7^2 - 2\cdot 3\cdot 7\cdot \text{CosB}\end{array}\right\}$$

Alttaki denklemden

$\text{CosB} = \frac{33}{42}$ bulunup üstteki denklemde yerine koyulursa $x^2 = 31 \Rightarrow x = \sqrt{31}$ cm bulunur.

ÖRNEK 6.16

Şekilde

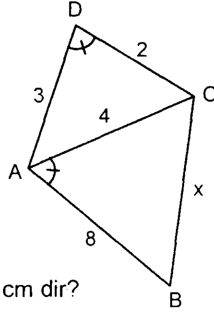
$\widehat{BAC} \cong \widehat{ADC}$ dir.

$|AB| = 8$ cm,

$|AC| = 4$ cm,

$|AD| = 3$ cm ve

$|DC| = 2$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADC}) = \alpha$ diyerek $\overset{\triangle}{BAC}$ ve $\overset{\triangle}{ADC}$ üçgenlerine Kosinüs Teoremi'ni uygulayalım :

$x^2 = 8^2 + 4^2 - 2\cdot 8\cdot 4\cdot \text{Cos}\alpha$ ① ve

$4^2 = 3^2 + 2^2 - 2\cdot 3\cdot 2\cdot \text{Cos}\alpha$ ② olur.

② den $\text{Cos}\alpha = \frac{-1}{4}$ bulunup ① de yerine koyulursa,

$x^2 = 96 \Rightarrow x = 4\sqrt{6}$ cm bulunur.

ÖRNEK 6.17

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

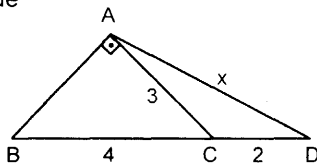
$m(\hat{A}) = 90°$ dir.

$D \in [BC$,

$|BC| = 4$ cm,

$|AC| = 3$ cm ve

$|CD| = 2$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$m(\widehat{BCA}) = \alpha$ dersek $m(\widehat{ACD}) = 180° - \alpha$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $\text{Cos}\alpha = \frac{3}{4}$ olduğundan

$\text{Cos}(180° - \alpha) = \frac{-3}{4}$ tür.

$\overset{\triangle}{ACD}$ üçgenine Kosinüs Teoremi'ni uygularsak

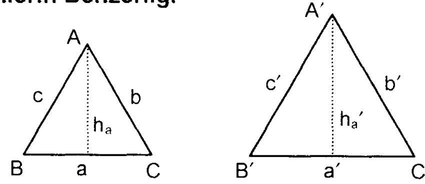
$x^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot \text{Cos}(180° - \alpha)$

$\Rightarrow x^2 = 4 + 9 - 12\cdot\frac{-3}{4}$

$\Rightarrow x = \sqrt{22}$ cm bulunur.

6. BÖLÜMÜN ÖZETİ

Üçgenlerin Benzerliği



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ üçgenlerinde:

I. $\hat{A} \cong \hat{A}'$, $\hat{B} \cong \hat{B}'$ ve $\hat{C} \cong \hat{C}'$ ise
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dir. (A.A.A)

II. $\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|}$ ve $\hat{B} \cong \hat{B}'$ ise
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dir. (K.A.K)

III. $\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|}$ ise
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dir. (K.K.K)

IV. $|BC| > |AB|$, $\hat{A} \cong \hat{A}'$ ve $\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|}$ ise
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ dir. (K.K.A)

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ ve

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$ ise

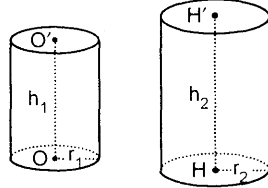
$$\frac{h_a}{h_{a'}} = \frac{h_b}{h_{b'}} = \frac{h_c}{h_{c'}} = \frac{n_A}{n_{A'}} = \frac{n_B}{n_{B'}} = \frac{n_C}{n_{C'}} = \frac{V_a}{V_{a'}} = \frac{V_b}{V_{b'}} = \frac{V_c}{V_{c'}} = k$$

olur.

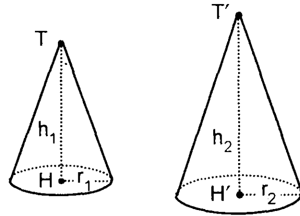
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ ve

$\frac{|AB|}{|A'B'|} = k$ ise $\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = k^2$ dir.

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{r_1}{r_2}$ ise dik silindirler benzerdir.



$\frac{h_1}{h_2} = \frac{r_1}{r_2}$ ise dik koniler benzerdir.

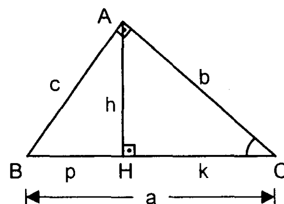


$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde
AH ⊥ BC ise

I. $a^2 = b^2 + c^2$

II. $h^2 = p \cdot k$

III. $b^2 = k \cdot a$



IV. $c^2 = p \cdot a$

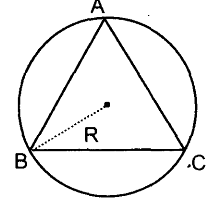
V. $a \cdot h = b \cdot c$

VI. $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ dir.

Sinüs Teoremi

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, çevrel çemberin yarıçapı R ise,

$\frac{a}{\text{SinA}} = \frac{b}{\text{SinB}} = \frac{c}{\text{SinC}} = 2R$ dir.



Kosinüs Teoremi

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde,

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \text{CosA}$ dır.

6. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ dir. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin kenarlarının uzunlukları $a = 8$ cm, $b = 4$ cm, $c = 6$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninin çevresi 24 cm olduğuna göre $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninin kenarlarının uzunlukları nedir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresi,

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 8 + 4 + 6 \Rightarrow Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 18$ cm olup

üçgenlerin benzerlik oranı

$k = \frac{Ç(\overset{\triangle}{ABC})}{Ç(\overset{\triangle}{DEF})} = \frac{18}{24} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$ tür.

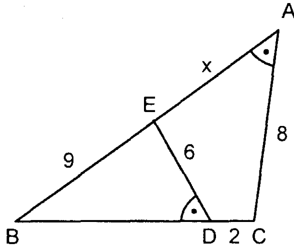
Buna göre,

$$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|AC|}{|DF|}=\frac{|BC|}{|EF|}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{|DE|}=\frac{4}{|DF|}=\frac{8}{|EF|}=\frac{2}{3} \text{ olup}$$

$|DE| = 9$ cm, $|DF| = 6$ cm, $|EF| = 12$ cm bulunur.

2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde



$\hat{A} \cong \widehat{BDE}$ dır.

$|AC| = 8$ cm,

$|BE| = 9$ cm,

$|DE| = 6$ cm ve

$|DC| = 2$ cm ise $|AE| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

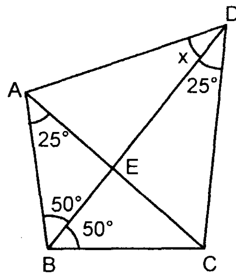
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DBE}$ (A.A.A.) dır.

Buna göre,

$$\frac{|AB|}{|DB|}=\frac{|BC|}{|BE|}=\frac{|AC|}{|DE|}\Rightarrow \frac{x+9}{|DB|}=\frac{|DB|+2}{9}=\frac{8}{6}$$

olup $|DB| = 10$ cm ve $x=\frac{13}{3}$ cm bulunur.

3. ABCD dörtgeninde köşegenler E noktasında kesişmektedir.



$m(\widehat{BAC})=m(\widehat{BDC})=25°$

ve $m(\widehat{ABD})=m(\widehat{CBD})=50°$

ise $m(\widehat{ADB}) = x$

kaç derecedir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{EAB} \sim \overset{\triangle}{EDC}$ (A.A.A.) olduğundan

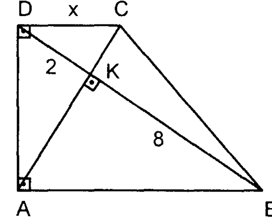
$$\frac{|EA|}{|ED|}=\frac{|EB|}{|EC|}\Rightarrow \frac{|EA|}{|EB|}=\frac{|ED|}{|EC|} \text{ olur.}$$

Bu eşitlik, $\widehat{BEC} \cong \widehat{AED}$ eşliği ile birlikte $\overset{\triangle}{AED} \sim \overset{\triangle}{BEC}$ (K.A.K.) benzerliğini gerektirir.

Buna göre,

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{BCE}) = 55°$ olur.

4. ABCD dik yamuğunda



$[AC]\perp[BD]$ dir.

$|BK| = 8$ cm ve

$|DK| = 2$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABD}$ dik üçgeninde,

$|AK|^2 = |KB|\cdot|KD| \Rightarrow |AK|^2 = 8\cdot 2 \Rightarrow |AK| = 4$ cm,

$\overset{\triangle}{DAC}$ dik üçgeninde,

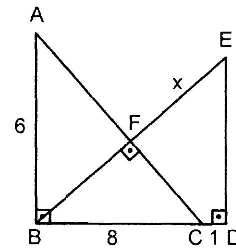
$|DK|^2 = |KA|\cdot|KC| \Rightarrow 2^2 = 4\cdot|KC| \Rightarrow |KC| = 1$ cm

ve $\overset{\triangle}{KCD}$ dik üçgeninde,

$|DC|^2 = |KC|^2 + |KD|^2 \Rightarrow x^2 = 1^2 + 2^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{5}$ cm bulunur.

5. Şekilde



$AB \perp BC$,

$BD \perp DE$ ve

$AC \perp BE$ dir.

$|AB| = 6$ cm,

$|BC| = 8$ cm ve

$|CD| = 1$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\hat{A} \cong \widehat{DBE}$ ($\widehat{ACB}$ nin tümleyenleri) olup

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{BDE}$ (A.A.A) dir. Buna göre,

$$\frac{|AB|}{|BD|}=\frac{|BC|}{|DE|}\Rightarrow \frac{6}{9}=\frac{8}{|DE|}\Rightarrow |DE| = 12 \text{ cm olur.}$$

$\overset{\triangle}{BDE}$ dik üçgeninde,

$|BE|^2 = 9^2 + 12^2 \Rightarrow |BE| = 15$ cm ve

$\overset{\triangle}{BFC} \sim \overset{\triangle}{BDE}$ (A.A.A.) olduğundan

$\dfrac{|BF|}{|BD|} = \dfrac{|BC|}{|BE|} \Rightarrow \dfrac{15-x}{9} = \dfrac{8}{15} \Rightarrow x = \dfrac{51}{5}$ cm bulunur.

6. Şekilde

$AC \perp BD$

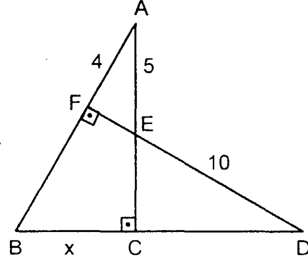
$DF \perp AB$ ve

$[AC] \cap [DF] = \{E\}$ dir.

$|AF| = 4$ cm,

$|AE| = 5$ cm ve

$|DE| = 10$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



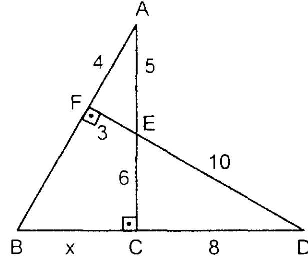
ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{AFE} \sim \overset{\triangle}{DCE}$ (A.A.A)

$\Rightarrow \dfrac{|AF|}{|DC|} = \dfrac{|AE|}{|DE|}$

$\Rightarrow \dfrac{4}{|DC|} = \dfrac{5}{10}$

$\Rightarrow |DC| = 8$ cm dir.



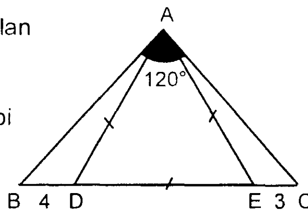
$\overset{\triangle}{AFE}$ dik üçgeninde $|FE|^2 = 5^2 - 4^2 \Rightarrow |FE| = 3$ cm ve

$\overset{\triangle}{DCE}$ dik üçgeninde $|CE|^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow |CE| = 6$ cm olur.

$\overset{\triangle}{AFE} \sim \overset{\triangle}{ACB}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AF|}{|AC|} = \dfrac{|FE|}{|CB|} \Rightarrow \dfrac{4}{11} = \dfrac{3}{|BC|} \Rightarrow |BC| = \dfrac{33}{4}$ cm bulunur.

7. $\widehat{BAC}$ açısı 120° olan ABC üçgeninin içine, şekilde görüldüğü gibi ADE eşkenar üçgeni oturtulmuştur.



$|BD| = 4$ cm ve $|EC| = 3$ cm ise eşkenar üçgenin bir kenarı kaç cm olur?

ÇÖZÜM :

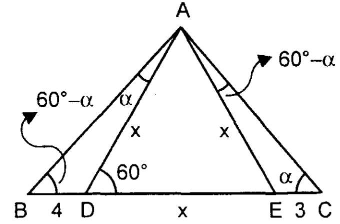
$|AD| = |AE| = x$ olsun.

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$ dersek,

$m(\hat{B}) = 60° - \alpha$,

$m(\widehat{CAE}) = 60° - \alpha$ ve

$m(\hat{C}) = \alpha$ olur.



Buna göre, $\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{CAE}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|CE|} = \dfrac{|BD|}{|AE|} \Rightarrow \dfrac{x}{3} = \dfrac{4}{x}$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

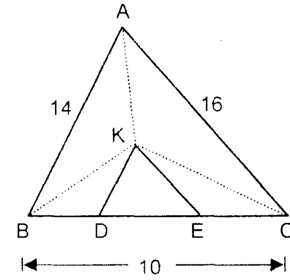
K, iç açıortayların kesim noktası,

KD // AB ve

KE // AC dir.

$|AB| = 14$ cm,

$|AC| = 16$ cm ve



$|BC| = 10$ cm olduğuna göre, $\overset{\triangle}{KDE}$ üçgeninin kenarlarının uzunluklarını bulunuz.

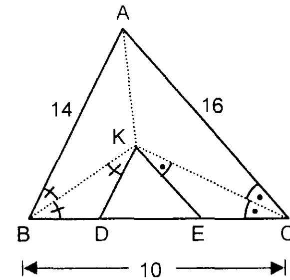
ÇÖZÜM :

Şekilde,

$|KD| = |BD|$

$|KE| = |EC|$

olduğunu görünüz.



Öyleyse

$\overset{\triangle}{KDE}$ üçgeninin çevresi,

$Ç(\overset{\triangle}{KDE}) = |BC| = 10$ cm dir.

$\overset{\triangle}{KDE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ (A.A.A.) olup benzerlik oranı,

$k = \dfrac{Ç(\overset{\triangle}{KDE})}{Ç(\overset{\triangle}{ABC})} = \dfrac{10}{14+16+10} = \dfrac{1}{4}$ olur.

Buna göre

$\frac{|KD|}{|AB|} = \frac{|KE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{|KD|}{14} = \frac{|KE|}{16} = \frac{|DE|}{10} = \frac{1}{4}$ ve buradan,

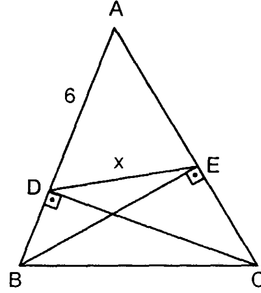
$|KD| = \frac{7}{2}$ cm, $|KE| = 4$ cm, $|DE| = \frac{5}{2}$ cm bulunur.

9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde [BE] ile [CD] yüksekliktir.

$\frac{|AB|}{3} = \frac{|AC|}{4} = \frac{|BC|}{6}$

ve $|AD| = 6$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|AB| = 3k$ dersek $|AC| = 4k$ ve $|BC| = 6k$ olur.

$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{ACD}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AE|}{|AD|}$ olduğundan $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{AED}$ (K.A.K.) dır.

Buna göre,

$\frac{|AC|}{|AD|} = \frac{|BC|}{|ED|} \Rightarrow \frac{4k}{6} = \frac{6k}{x} \Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

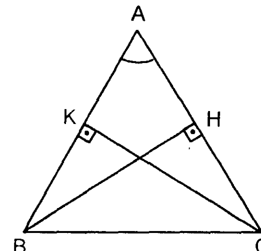
10. Birer açıları eşit ve bu açının kenarlarına inen yükseklikleri orantılı olan iki üçgenin benzer olduklarını gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde $\hat{A} \equiv \hat{D}$ ve [BH], [CK], [EM], [FN] yükseklikler olmak üzere

$\frac{|BH|}{|EM|} = \frac{|CK|}{|FN|}$

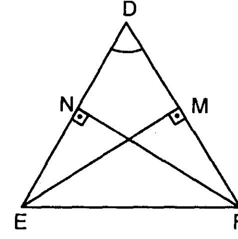
verilmiş olsun.



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ olduğunu göstereceğiz.

$\overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{DEM}$ (A.A.A.) olduğundan

$\frac{|BH|}{|EM|} = \frac{|AB|}{|DE|}$ ① ve



$\overset{\triangle}{AKC} \sim \overset{\triangle}{DNF}$ olduğundan $\frac{|CK|}{|FN|} = \frac{|AC|}{|DF|}$ ② dir.

① ve ② den $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|}$ olur.

Üçgenlerin, eşit açılarına ait kenarları orantılı olduğundan, $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ (K.A.K) benzerliği bulunur.

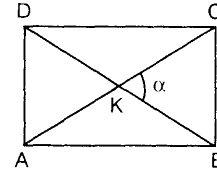
11. Köşegenlerinin açıları eşit olan iki dikdörtgenin benzer olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

ABCD ve A'B'C'D' dikdörtgenlerinde

$\widehat{BKC} \equiv \widehat{B'K'C'}$ ise

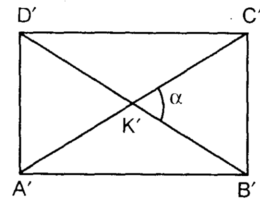
ABCD ~ A'B'C'D' olduğunu göstereceğiz.



Benzerlik tanımına göre,

$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|}$ olduğunu

göstermek dikdörtgenlerin benzerliği için yeterlidir.



$\overset{\triangle}{KBC} \sim \overset{\triangle}{K'B'C'}$ (A.A.A.) benzerliği

$\widehat{KCB} \equiv \widehat{K'C'B'}$ eşliğini gerektirir.

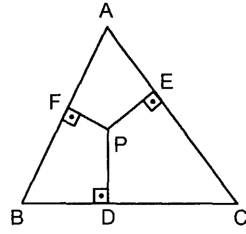
Birer dar açıları eş olan dik üçgenler benzer olacağından $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'}$ (A.A.A.) ve buradan,

$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|}$ elde edilir.

Öyleyse, ABCD ~ A'B'C'D' dür.

12. (Carnot Teoremi)

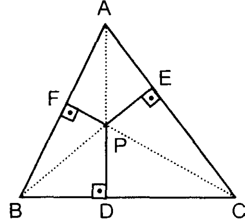
Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin içinde alınan bir P noktasından kenarlara [PD], [PE] ve [PF] dikmeleri çiziliyor.



$|AF|^2+|BD|^2+|CE|^2=|BF|^2+|DC|^2+|AE|^2$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

[PA], [PB] ve [PC] yi hipotenüs kabul eden dik üçgenlerde Pythagoras Teoremi gereğince



$|AF|^2+|PF|^2=|AE|^2+|PE|^2=|PA|^2$, ①

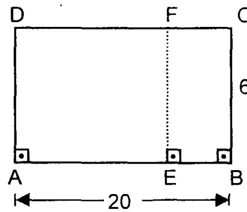
$|BD|^2+|PD|^2=|BF|^2+|PF|^2=|PB|^2$, ②

$|CE|^2+|PE|^2=|DC|^2+|PD|^2=|PC|^2$ ③

yazılarak ①, ② ve ③ taraf tarafa toplanırsa

$|AF|^2+|BD|^2+|CE|^2=|AE|^2+|BF|^2+|CD|^2$ elde edilir.

13. ABCD dikdörtgeninde $|AB|=20$ cm ve $|BC|=6$ cm dir. [EF] doğru parçası dikdörtgeni, birbirine eş olmayan benzer iki dikdörtgene ayırmaktadır. Buna göre bu dikdörtgenlerden küçüğünün alanı kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :

Benzerlik tanımına göre, dikdörtgenlerin benzer olması için, eş olmayan kenarlarının uzunlukları orantılı olmalıdır.

$|EB|=x$ dersek, $|AE|=20-x$ olur.

AEFD ve EBCF dikdörtgenlerinin karşılıklı kenarları [EF] ile [BC] olamaz. Öyle olsaydı, $|EF|=|BC|$ olduğundan, dikdörtgenler eş olurdu. Halbuki dikdörtgenlerinin eş olmaması istenmektedir. O halde, [BC] ile [AE] ve [EB] ile [EF] karşılıklı kenarlar olmalıdır.

Buna göre,

$$\frac{|BC|}{|AE|}=\frac{|EB|}{|EF|}\Rightarrow\frac{6}{20-x}=\frac{x}{6}$$

$$\Rightarrow x^2-20x+36=0\Rightarrow x_1=2 \text{ ve } x_2=18 \text{ olur.}$$

Benzer dikdörtgenlerin boyutları (2 cm – 6 cm) ve (6cm – 18 cm) olduğundan, küçüğünün alanı,

2 cm x 6 cm = 12 cm² dir.

14. Karşılıklı açıları eşit ve karşılıklı tabanlarının uzunlukları orantılı olan iki yamuğun benzer olduğunu gösteriniz.

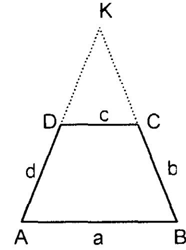
ÇÖZÜM :

ABCD ve A′B′C′D′ yamuklarında

$\hat{A}\cong\hat{A}'$, $\hat{B}\cong\hat{B}'$

ve $\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$

verilmiş olsun.

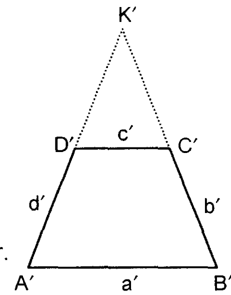


$[AD\cap[BC=\{K\}$ ve

$[A'D'\cap[B'C'=\{K'\}$ ise

$\overset{\triangle}{KAB}\sim\overset{\triangle}{K'A'B'}$ (A.A.A.) ve

$\overset{\triangle}{KDC}\sim\overset{\triangle}{K'D'C'}$ (A.A.A.) olur.



Buna göre,

$$\frac{|KA|}{|K'A'|}=\frac{|KB|}{|K'B'|}=\frac{|AB|}{|A'B'|}\Rightarrow\frac{|KA|}{|K'A'|}=\frac{|KB|}{|K'B'|}=\frac{a}{a'}$$

$$\frac{|KD|}{|K'D'|}=\frac{|KC|}{|K'C'|}=\frac{|DC|}{|D'C'|}\Rightarrow\frac{|KD|}{|K'D'|}=\frac{|KC|}{|K'C'|}=\frac{c}{c'} \text{ ve}$$

$\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$ olduğundan

$\frac{|KA|}{|K'A'|}=\frac{|KD|}{|K'D'|}=\frac{|KB|}{|K'B'|}=\frac{|KC|}{|K'C'|}=\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$ ve orantı özeliklerinden

$$\frac{|KA|-|KD|}{|K'B'|-|K'D'|}=\frac{|KB|-|KC|}{|K'B'|-|K'C'|}=\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$$

$\Rightarrow \frac{d}{d'}=\frac{b}{b'}=\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$ bulunur ki bu da

ABCD ~ A'B'C'D' olduğunu gösterir.

15. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $m(\hat{B})=2m(\hat{C})$ ise

$b^2=c(a+c)$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$m(\hat{B})=2m(\hat{C})=2\alpha$ olsun.

[BD] açıortayı çizilirse, $|BD|=|DC|$ ve $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ADB}$ (A.A.A.) olacağını görünüz.

Buna göre,

$\frac{|AB|}{|AD|}=\frac{|BC|}{|DB|}=\frac{|AC|}{|AB|}\Rightarrow \frac{c}{|AD|}=\frac{a}{|DB|}=\frac{b}{c}$ ve

$|DB|$ yerine $|DC|$ yazılıp orantı özelikleri kullanılarak

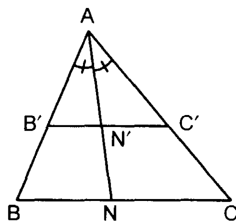
$\frac{c}{|AD|}=\frac{a}{|DC|}=\frac{b}{c}\Rightarrow \frac{c+a}{|AD|+|DC|}=\frac{b}{c}$

$\Rightarrow \frac{c+a}{b}=\frac{b}{c}\Rightarrow b^2=c(a+c)$ bulunur.

16. n_A, $m(\hat{B})$ ve $m(\hat{C})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

$\hat{B}'\equiv\hat{B}$ ve $\hat{C}'\equiv\hat{C}$ olacak biçimde çizilecek herhangi bir $\overset{\triangle}{AB'C'}$ üçgeni, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin benzeri olacaktır.



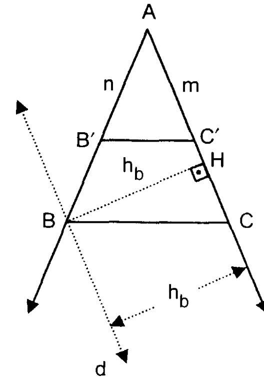
Buna göre, $\overset{\triangle}{AB'C'}$ üçgeninin [AN'] açıortayı çizilerek, [AN' üzerinde $|AN|=n_A$ olacak biçimde N noktası işaretlenir ve bu noktadan B'C' ye bir paralel çizilirse bu paralelin [AB' ve [AC' ışınlarını kestiği noktalar istenen üçgenin B ve C köşeleri olur.

17. h_b, $m(\hat{A})$ ölçüleri ve $\frac{b}{c}$ oranı belli olan $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

$\frac{b}{c}=\frac{m}{n}$ olsun.

$\hat{A}$ açısının kenarları üzerinde $|AC'|=m$ ve $|AB'|=n$ olacak biçimde çizilecek $\overset{\triangle}{AB'C'}$ üçgeni $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin benzeri olur.



Buna göre, $\overset{\triangle}{AB'C'}$ üçgeni K.A.K temel çizimi ile çizilir.

AC' ye h_b uzaklığından çizilen d paralelinin [AB' yü kestiği nokta istenen üçgenin B köşesi, B den B'C' ye çizilen paralelin [AC' yü kestiği nokta da C köşesidir.

18. h_a, h_b, h_c elemanları ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$A(\overset{\triangle}{ABC})=\frac{1}{2}a\cdot h_a=\frac{1}{2}b\cdot h_b=\frac{1}{2}c\cdot h_c$

olduğunu hatırlayınız.

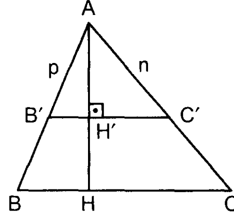
Buna göre, $\frac{a}{\frac{1}{h_a}}=\frac{b}{\frac{1}{h_b}}=\frac{c}{\frac{1}{h_c}}$ olup

$\frac{1}{h_a} = m$, $\frac{1}{h_b} = n$, $\frac{1}{h_c} = n$ dersek $\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$ olur.

Öyleyse, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ile kenar uzunlukları m, n, p olan $\overset{\triangle}{AB'C'}$ üçgeni benzerdir.

O halde, çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{AB'C'}$ üçgeni K.K.K. temel çizimine göre çizilir. Üçgenin [AH' yüksekliği üzerinde $|AH| = h_a$

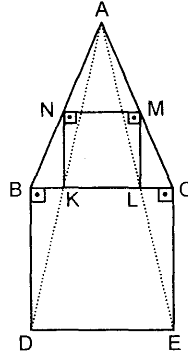


olacak biçimde alınan H noktasından B'C' ye çizilen paralelin [AB' ve [AC' ışınlarını kestiği noktalar, istenen üçgenin B ve C köşeleri olur.

19. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin içine, bir kenarı BC üzerinde ve diğer iki köşesi [AB] ve [AC] üzerinde bulunan bir kare çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin içine, istenen koşullara göre çizilmiş kare KLMN olsun.



B ve C noktalarından BC ye çizilen dikmeler [AK ve [AL ışınlarını D ve E noktalarında kessin.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AN|}{|AB|} = \frac{|NM|}{|BC|}, \quad \frac{|AN|}{|AB|} = \frac{|NK|}{|BD|}, \quad \frac{|AM|}{|AC|} = \frac{|ML|}{|CE|} = \frac{|AN|}{|AB|} \text{ dir.}$$

$|NM| = |NK| = |ML|$ olduğundan

$|BC| = |BD| = |CE|$ olur ki bu da BDEC nin bir kare olduğunu gösterir.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

Bir kenarı [BC] olan BDEC karesi çizilir. [AD] ve [AE] nin [BC] yi kestiği noktalar istenen karenin K ve L köşeleri olur. K ve L den BC ye çizilen dikmelerin [AB] ve [AC] yi kestiği noktalar da N ve M köşeleridir.

NOT : $\frac{|AB|}{|AN|} = k$ dersek $|AB| = k \cdot |AN|$ olur. Bu durumda, B noktasına N'nin A merkezine göre **homotetiği** (merkezil benzeri) denir.

Aynı şekilde $|AD| = k \cdot |AK|$, $|AE| = k \cdot |AL|$ ve $|AC| = k \cdot |AM|$ olduğundan D, E, C noktaları da K, L, M noktalarının A merkezine göre homotetiğidir. Homotetik noktaların birleşimi homotetik şekilleri oluşturur. Buna göre, DECB karesi KLMN karesinin A merkezine göre homotetiği (merkezil benzeri)dir.

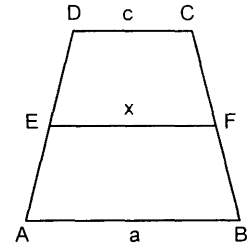
20. Verilen bir ABCD yamuğunu, tabanlara paralel bir doğru ile benzer iki yamuğa ayırınız.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.

ABFE ~ EFCD olsun.

Benzer yamuklarda, tabanlar orantılı olacağından

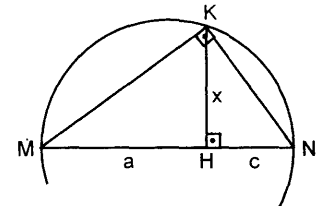


$\frac{c}{x} = \frac{x}{a} \Rightarrow x^2 = a \cdot c$ olur.

Buna göre problem, a ile c arasında orta orantılı olan x uzunluğunu bulmaya ve bu uzunluktaki doğru parçasını AB ye paralel olacak biçimde [AD] ve [BC] arasına yerleştirmeye dönüşür.

Bir dik üçgende çevrel çemberin merkezinin, hipotenüsün ortası olacağı düşünülürse, Euclid'in Yükseklik Teoremi'nin yardımı ile x uzunluğunu bulabiliriz :

Buna göre, $|MN| = a + c$ çaplı çember çizilir. [MN] üzerinde $|MH| = a$ koşuluna



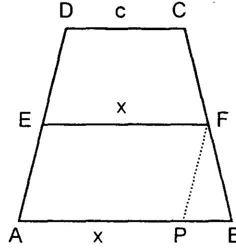
uyan H noktasından MN ye çıkılan dikmenin çemberi kestiği nokta K ise $|KH| = x$ olur.

ABCD yamuğuna dönelim:

[AB] üzerinde

|AP| = x olacak

biçimde alınan P noktasından AD ye PF paraleli, F'den de AB ye [EF] paraleli



çizilerek ABCD yamuğu, benzer iki yamuğa bölünmüş olur.

6. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde |AB| = 10 cm, |BC| = 12 cm, |AC| = 16 cm ve bir $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgeninde |DE| = 9,6 cm, |EF| = 6 cm, |DF| = 7,2 cm dir. Buna göre $\overset{\triangle}{ABC}$ ile $\overset{\triangle}{DEF}$ arasındaki hangi eşleme benzerliktir?

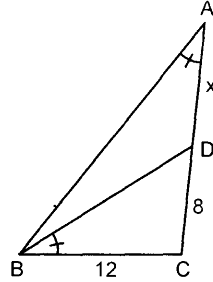
2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$\hat{A} \cong \widehat{CBD}$ dir.

|BC| = 12 cm ve

|CD| = 8 cm ise

|AD| = x kaç cm dir?



3. ABCD dörtgeninde

[BD] köşegen ve

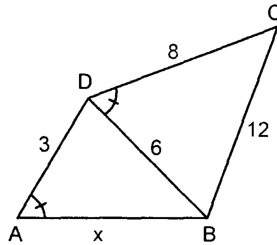
$\hat{A} \cong \widehat{BDC}$ dır.

|AD| = 3 cm,

|BD| = 6 cm,

|BC| = 12 cm ve

|CD| = 8 cm ise |AB| = x kaç cm dir?



4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

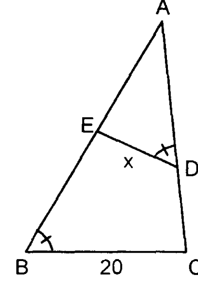
$\hat{B} \cong \widehat{ADE}$ dır.

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = 16\ cm^2$,

$A(BCDE) = 64\ cm^2$

ve |BC| = 20 cm ise

|DE| = x kaç cm dir?



5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

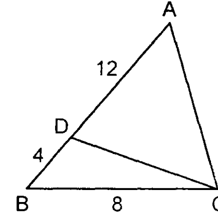
|AD| = 12 cm,

|DB| = 4 cm,

|BC| = 8 cm ve

|AC| + |CD| = 21 cm

olduğuna göre |AC| kaç cm dir?



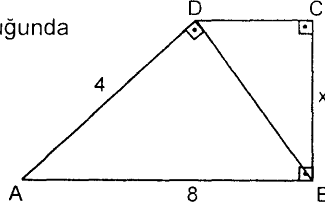
6. ABCD dik yamuğunda

AD ⊥ BD dir.

|AB| = 8 cm ve

|AD| = 4 cm ise

|BC| = x kaç cm dir?



7. İki küreden büyüğünün alanı küçüğünün alanının 8 katıdır. Buna göre büyük kürenin hacmi küçük kürenin hacminin kaç katıdır ?

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AD], [BE] ve

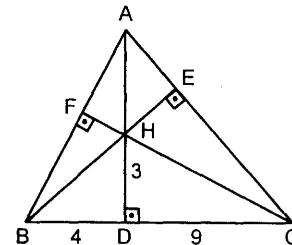
[CF] yüksekliktir.

|HD| = 3 cm,

|BD| = 4 cm

ve |CD| = 9 cm ise

|AC| kaç cm dir?



9. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

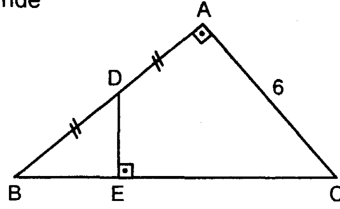
$|AD| = |DB|$ ve

$DE \perp BC$ dir.

$|AC| = 6$ cm ise

$|CE|^2 - |BE|^2$

değeri kaçtır?



10. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$[AH]$, hipotenüse

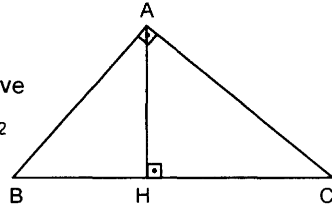
ait yüksekliktir.

$A(\overset{\triangle}{ABH}) = 4$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{AHC}) = 16$ cm^2

İse $|BC|$

kaç cm dir?



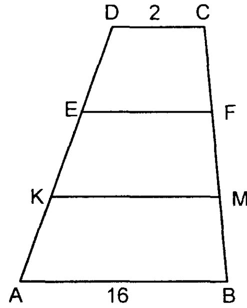
11. ABCD yamuğunda

$|AB| = 16$ cm ve

$|DC| = 2$ cm dir.

ABCD yamuğu, tabanlara paralel olan KM ve EF doğruları ile benzer üç yamuğa bölünse

$|EF| + |KM|$ toplamı kaç cm olur?



12. $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde $\hat{A} \cong \hat{D}$ ve

$m(\hat{C}) + m(\hat{E}) = 180°$ ise $\dfrac{|AB|}{|DF|} = \dfrac{|BC|}{|EF|}$ olduğunu

gösteriniz.

13. Köşegenlerinin açıları eşit ve köşegen uzunlukları orantılı olan iki paralelkenarın benzer olduğunu gösteriniz.

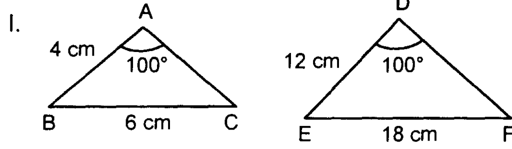
14. h_a, $m(\hat{B})$ ve $m(\hat{C})$ ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

15. V_b, $m(\hat{A})$ ölçüleri ve $\dfrac{b}{c}$ oranı bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

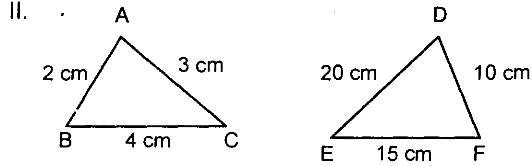
16. a ve $m(\hat{C})$ ölçüleri ile $\dfrac{b}{h_a}$ oranı belli olan $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

1. Aşağıda verilen üçgen çiftlerinden hangileri kesinlikle benzerdir?

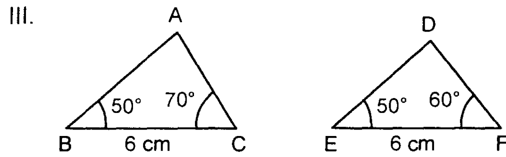
I.



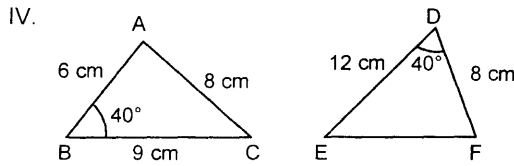
II.



III.

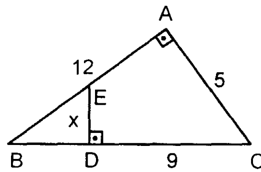


IV.



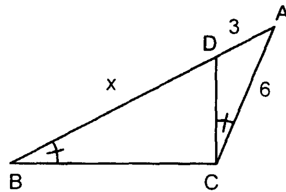
A) II, IV B) II, III C) I, II, IV
D) II, III, IV E) I, II, III, IV

2. ABC dik üçgeninde
DE ⊥ BC,
$|AB| = 12$ cm,
$|AC| = 5$ cm ve
$|DC| = 9$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



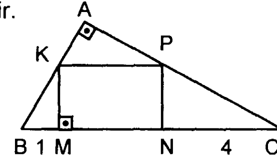
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

3. ABC üçgeninde
$m(\hat{B}) = m(\widehat{DCA})$ dır.
$|AD| = 3$ cm ve
$|AC| = 6$ cm ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



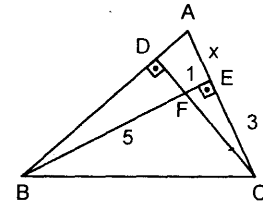
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

4. ABC dik üçgen ve MNPK dikdörtgendir.
$|BM| = 1$ cm ve
$|NC| = 4$ cm ise
$|KM|$ kaç cm dir?



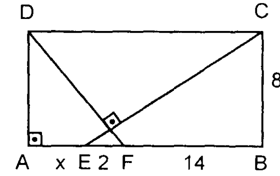
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) 4

5. ABC üçgeninde [BE] ve [CD] yüksekliktir.
$|BF| = 5$ cm,
$|FE| = 1$ cm ve
$|CE| = 3$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



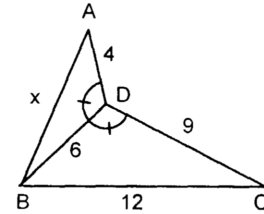
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. ABCD dikdörtgeninde
EC ⊥ DF,
$|EF| = 2$ cm,
$|FB| = 14$ cm ve
$|BC| = 8$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



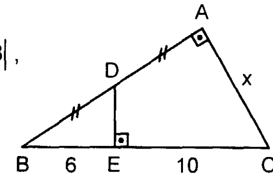
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{BDC})$
$|AD| = 4$ cm,
$|BD| = 6$ cm,
$|CD| = 9$ cm ve
$|BC| = 12$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



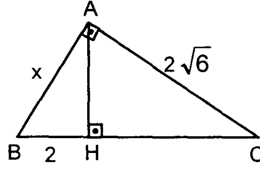
A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

8. ABC dik üçgeninde
DE ⊥ BC, $|AD| = |DB|$,
$|BE| = 6$ cm ve
$|EC| = 10$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



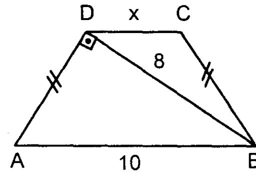
A) 8 B) $8\sqrt{2}$ C) 10 D) $8\sqrt{3}$ E) 12

9. ABC dik üçgeninde
$AH \perp BC$,
$|AC| = 2\sqrt{6}$ cm ve
$|BH| = 2$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



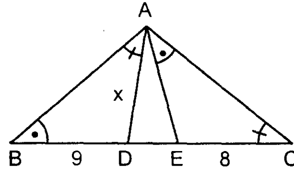
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

10. ABCD ikizkenar yamuk,
$AD \perp BD$,
$|DB| = 8$ cm ve
$|AB| = 10$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



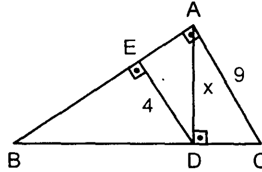
A) 2,8 B) 3 C) 3,2 D) 3,6 E) 4

11. ABC üçgeninde
$\widehat{ABC} \cong \widehat{EAC}$ ve
$\widehat{BAD} \cong \widehat{BCA}$ dır.
$|BD| = 9$ cm ve
$|EC| = 8$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



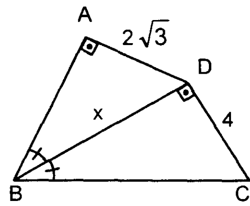
A) 6 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{6}$ E) $6\sqrt{3}$

12. ABC dik üçgeninde
$AD \perp BC$, $DE \perp AB$,
$|AC| = 9$ cm ve
$|DE| = 4$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



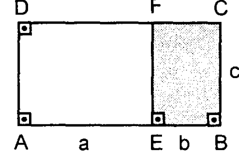
A) 5 B) 6 C) 6,4 D) 7,2 E) 8

13. Şekilde [BD], CBA açısının açıortayıdır.
$DA \perp BA$, $DC \perp BD$,
$|AD| = 2\sqrt{3}$ cm ve
$|CD| = 4$ cm ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



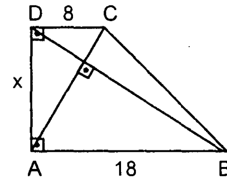
A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 6

14. Şekildeki taralı dikdörtgen ABCD dikdörtgeninin benzeridir.
$|AE| = a$ birim,
$|EB| = b$ birim,
$|BC| = c$ birim ve $\frac{a}{c} = \frac{3}{2}$ ise $\frac{c}{b}$ oranı kaçtır?



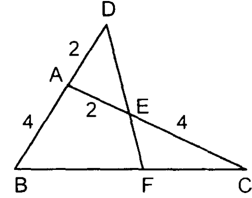
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

15. ABCD dik yamuğunda
$AC \perp BD$ dir.
$|AB| = 18$ cm ve
$|DC| = 8$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



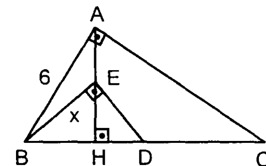
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

16. DEF keseni ABC üçgeninin kenar doğrularını D, E ve F noktalarında kesiyor.
$|AD| = |AE| = 2$ cm ve
$|AB| = |EC| = 4$ cm ise
$\frac{|DE|}{|EF|}$ oranı kaçtır?



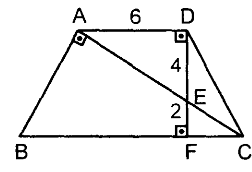
A) 1 B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{4}{3}$

17. ABC dik üçgeninde
[AH] yüksekliktir.
$|BD| = |DC|$,
$BE \perp ED$ ve
$|AB| = 6$ cm ise
$|BE| = x$ kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

18. Şekilde ABCD yamuk ve ABC dik üçgendir.
$DF \perp BC$,
$|AD| = 6$ cm,
$|DE| = 4$ cm ve
$|EF| = 2$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?



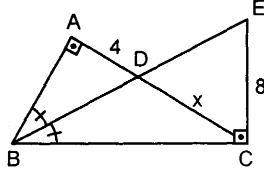
A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 20

19. ABC dik üçgeninde [BD] açıortay olup EC ⊥ BC dir.

$|AD| = 4$ cm ve

$|CE| = 8$ cm ise

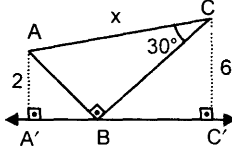
$|CD| = x$ kaç cm dir?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

20. ABC dik üçgeninin, B dik açı köşesinden geçen bir doğruya, A ve C köşelerinden indirilen dikmelerin ayakları A′ ve C′ dür.

$|AA'| = 2$ cm, $|CC'| = 6$ cm



ve $m(\widehat{ACB}) = 30°$ ise $|AC| = x$ kaç cm dir?

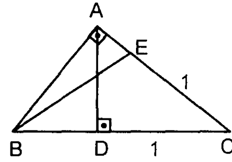
A) 8 B) $4\sqrt{3}$ C) 10 D) $6\sqrt{3}$ E) 12

21. ABC dik üçgeninde

AD ⊥ BC ve

$|BE| = |EC| = |DC| = 1$ cm

ise $|AC|$ uzunluğu kaç cm dir?



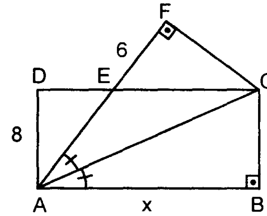
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt[3]{2}$ D) $\sqrt[3]{3}$ E) $\sqrt[4]{3}$

22. ABCD dikdörtgeninin [AC] köşegeni BAF açısının açıortayıdır.

$|AD| = 8$ cm ve

$|EF| = 6$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

23. ABC ikizkenar üçgeninde

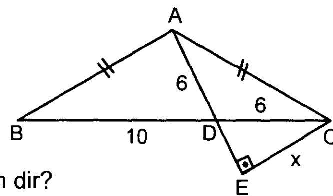
$|AB| = |AC|$ ve

AE ⊥ EC dir.

$|AD| = |DC| = 6$ cm

ve $|BD| = 10$ cm

ise $|CE| = x$ kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

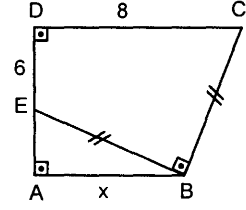
24. ABCD dik yamuğunda EB ⊥ BC,

$|BE| = |BC|$,

$|DE| = 6$ cm ve

$|DC| = 8$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



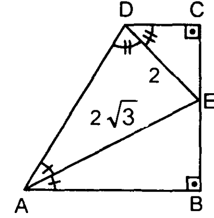
A) 5 B) 6 C) $4\sqrt{2}$ D) 7 E) $5\sqrt{2}$

25. ABCD dik yamuğunda [AE] ve [DE] açıortaydır.

$|AE| = 2\sqrt{3}$ cm ve

$|DE| = 2$ cm ise

$|BC|$ kaç cm dir?



A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

26. ABC üçgeninde

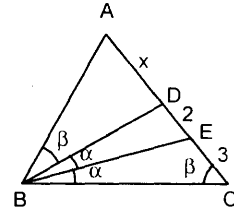
$\widehat{DBE} \cong \widehat{EBC}$,

$\widehat{ABD} \cong \widehat{BCA}$,

$|DE| = 2$ cm ve

$|EC| = 3$ cm ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?

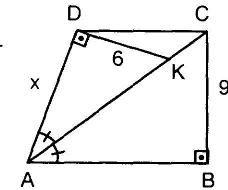


A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

27. ABCD dik yamuğunda A açısının açıortayı C köşesinden geçmektedir.

DK ⊥ AD, $|DK| = 6$ cm ve

$|BC| = 9$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



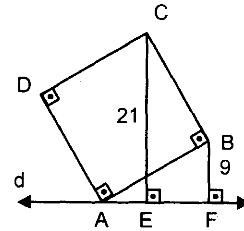
A) $6\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

28. ABCD karesinde A köşesinden geçen D doğrusuna [CE] ve [BF] dikmeleri çizilmiştir.

$|CE| = 21$ cm ve

$|BF| = 9$ cm ise

karenin bir kenarı kaç cm dir?



A) 12 B) 13 C) 15 D) 16 E) 18

1. I. İki üçgenin karşılıklı ikişer kenarı orantılı ve bu kenarlardan büyükleri karşısındaki açılar eşit ise üçgenler benzerdir.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ (K.K.A.)

II. $\frac{|AB|}{|DF|} = \frac{|AC|}{|EF|} = \frac{|BC|}{|DE|}$ olduğundan

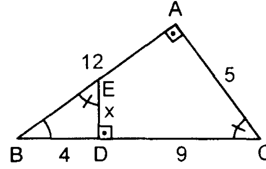
$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{FDE}$ (K.K.K.)

III. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{FED}$ (A.A.A.)

IV. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{FDE}$ (K.A.K.)

Yukarıdaki eşlemelerin dördü de benzerliktir.

2. ABC dik üçgeninde



$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$

$\Rightarrow |BC|^2 = 12^2 + 5^2$

$\Rightarrow |BC| = 13$ cm dir.

$|BD| = 13 - 9 \Rightarrow |BD| = 4$ cm olur.

ABC ve DBE dik üçgenlerinin B köşelerindeki dar açıları ortak olduğundan üçgenler benzerdir.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DBE}$ (A.A.A.)

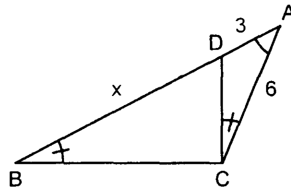
$\Rightarrow \frac{|AC|}{|DE|} = \frac{|AB|}{|DB|} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{12}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{3}$ cm bulunur.

NOT : Benzerlik orantısını yazarken, sadece gerekli oranları yazınız. Örneğin, burada $\frac{|BC|}{|BE|}$ oranını yazmak gereksizdi.

3. A köşesindeki açıları ortak ve birer açıları eş olduğundan

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ACD}$ (A.A.A.)



$\Rightarrow \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|AD|} \Rightarrow \frac{x+3}{6} = \frac{6}{3}$

$\Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

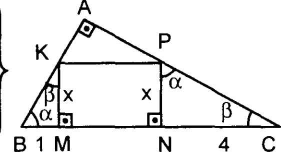
ÇÖZÜM ANAHTARI 10

Benzer üçgenleri ararken, verilen ve istenen uzunlukları kenar kabul eden üçgenleri dikkate alınız.

4. $m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 90°$

$m(\hat{B}) + m(\widehat{BKM}) = 90°$

$m(\hat{C}) + m(\widehat{NPC}) = 90°$



$\Rightarrow m(\hat{C}) = m(\widehat{BKM})$

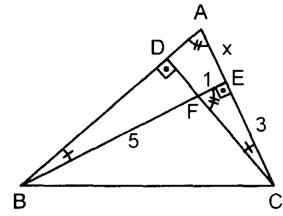
ve $m(\hat{B}) = m(\widehat{NPC})$ olur.

Öyleyse, $\overset{\triangle}{BKM} \sim \overset{\triangle}{PCN}$ (A.A.A.) dir. Buradan,

$\frac{|KM|}{|CN|} = \frac{|BM|}{|PN|} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

NOT : Sonraki problemlerde, eşit açıları yalnız şekil üzerinde göstereceğiz. Buradaki gibi ispat yapmayacağız.

5. Şekil incelenirse, çok sayıda benzer üçgen çiftlerinin bulunduğu görülür. Verilen ve istenen uzunluklar dikkate alındığında ABE ve CEF üçgenlerinin benzerliğinin işimize yarayacağı anlaşılır. Aynı biçimde işaretlenmiş açıların eşliğini görünüz.



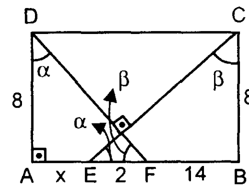
$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{FCE}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{|AE|}{|FE|} = \frac{|BE|}{|CE|} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{6}{3}$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

6. $\overset{\triangle}{DAF} \sim \overset{\triangle}{EBC}$ (A.A.A.)

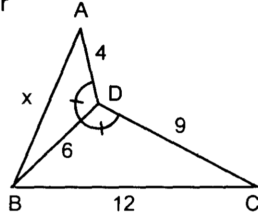
$\Rightarrow \frac{|DA|}{|EB|} = \frac{|AF|}{|BC|}$



$\Rightarrow \frac{8}{16} = \frac{x+2}{8}$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

7. **UYARI :** İki üçgende birer açı eşit ise ve bu açılara bitişik kenarlar verilmiş ise (K.A.K.) Benzerlik Aksiyomu'nu hatırlayınız. Üçgenlerin, eşit açılara bitişik kenarlarından küçüklerinin uzunlukları oranı, büyüklerinin uzunlukları oranına eşitse üçgenler benzerdir.



$\overset{\triangle}{ABD}$ nin küçük kenarı 4, büyük kenarı 6

$\overset{\triangle}{BDC}$ nin küçük kenarı 6, büyük kenarı 9

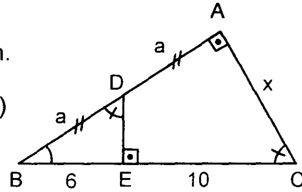
ve $\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$ olduğundan $\overset{\triangle}{DAB} \sim \overset{\triangle}{DBC}$ dir.

$\Rightarrow \frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{x}{12} \Rightarrow x=8$ cm bulunur.

8. **I. YOL :**

$|BD|=|DA|=a$ olsun.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{EBD}$ (A.A.A.)



$\Rightarrow \frac{|AB|}{|EB|}=\frac{|BC|}{|BD|}$

$\Rightarrow \frac{2a}{6}=\frac{16}{a}$

$\Rightarrow a=4\sqrt{3} \Rightarrow |AB|=8\sqrt{3}$ olur.

ABC dik üçgeninde

$|AC|^2=16^2-(8\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |AC|=8$ cm bulunur.

II. YOL :

AH ⊥ BC çizelim.

I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|BD|}{|DA|}=\frac{|BE|}{|EH|} \Rightarrow \frac{a}{a}=\frac{6}{|EH|}$

$\Rightarrow |EH|=6$ cm ve

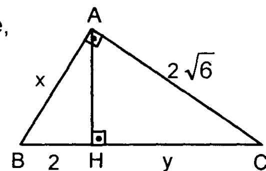
$|HC|=4$ cm olur.

Euclid Teoremi'ne göre

$|AC|^2=|HC|\cdot|CB| \Rightarrow x^2=4\cdot16$

$\Rightarrow x=8$ cm bulunur.

9. **UYARI :** Dik üçgende, bir de yükseklik çizilmişse, öncelikle Euclid Teoremlerini düşününüz.



$|HC|=y$ diyelim.

$|AC|^2=|HC|\cdot|CB|$

$\Rightarrow (2\sqrt{6})^2=y\cdot(y+2) \Rightarrow y^2+2y-24=0$

$\Rightarrow y=4$ cm olur.

$|AB|^2=|BH|\cdot|BC| \Rightarrow x^2=2\cdot6$

$\Rightarrow x=2\sqrt{3}$ cm bulunur.

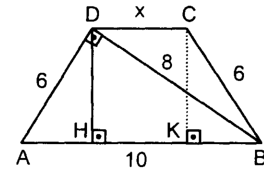
10. ABD dik üçgeninde

$|AD|^2=10^2-8^2$

$|AD|=6$ cm olur.

DH ⊥ AB ve

CK ⊥ AB çizelim.



Euclid Teoremi gereğince,

$|AD|^2=|AH|\cdot|AB| \Rightarrow 6^2=|AH|\cdot10$

$\Rightarrow |AH|=3{,}6$ cm. olur.

İkizkenar yamukta $|AH|=|KB|=3{,}6$ cm dir.

Öyleyse, $|DC|=10-(3{,}6+3{,}6)$

$\Rightarrow |DC|=2{,}8$ cm bulunur.

ÇÖZÜM ANAHTARI 11

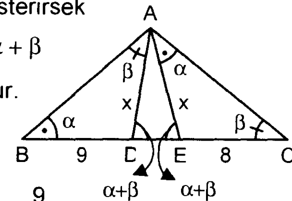
İkizkenar üçgende ve her çeşit yamukta, yükseklikleri çizmek çözümü kolaylaştırır.

11. Eşit açıları α ve β gösterirsek

$m(\widehat{ADE})=m(\widehat{AED})=\alpha+\beta$

ve $|AD|=|AE|=x$ olur.

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{CAE}$ (A.A.A.)



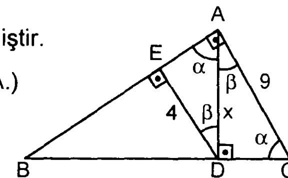
$\Rightarrow \frac{|AD|}{|CE|}=\frac{|BD|}{|AE|} \Rightarrow \frac{x}{8}=\frac{9}{x}$

$\Rightarrow x=6\sqrt{2}$ cm bulunur.

12. **I. YOL :**

Şekilde eşit açılar α ve β ile gösterilmiştir.

$\overset{\triangle}{AED} \sim \overset{\triangle}{CDA}$ (A.A.A.)



$\Rightarrow \frac{|AD|}{|CA|}=\frac{|ED|}{|DA|}$

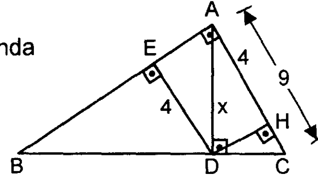
$\Rightarrow \frac{x}{9}=\frac{4}{x}$

$\Rightarrow x=6$ cm bulunur.

II. YOL :

AEDC dik yamuğunda $DH \perp AC$ çizelim.

$|AH| = 4$ cm olur.



ADC dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre,

$|AD|^2 = |AH| \cdot |AC| \Rightarrow x^2 = 4 \cdot 9$

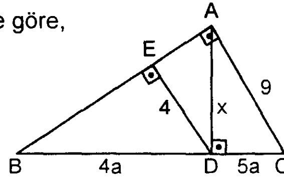
$\Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

III. YOL :

II. Thales Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|BD|}{|BC|} = \dfrac{|DE|}{|CA|}$

$\Rightarrow \dfrac{|BD|}{|BC|} = \dfrac{4}{9}$ dur.



$|BD| = 4a$ dersek, $|DC| = 5a$ olur.

Euclid Teoremlerine göre,

$|AD|^2 = |BD| \cdot |BC| \Rightarrow x^2 = 4a \cdot 5a$ ①

$|AC|^2 = |DC| \cdot |BC| \Rightarrow 9^2 = 5a \cdot 9a$ ②

① ve ② taraf tarafa bölünürse,

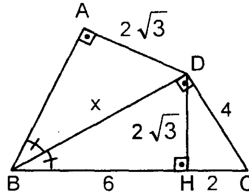
$\dfrac{x^2}{9^2} = \dfrac{4a \cdot 5a}{5a \cdot 9a} \Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

13. **I. YOL :**

$DH \perp BC$ çizelim.

[BD] açıortay olduğundan,

$|DH| = |DA| = 2\sqrt{3}$ cm olur.



DHC dik üçgeninde Pythagoras Teoremi'ne göre,

$|HC|^2 = 4^2 - (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow |HC| = 2$ cm olur.

Euclid Teoremlerine göre,

$|DH|^2 = |BH| \cdot |HC|$

$\Rightarrow (2\sqrt{3})^2 = |BH| \cdot 2 \Rightarrow |BH| = 6$ cm ve

$|BD|^2 = |BH| \cdot |BC| \Rightarrow x^2 = 6 \cdot 8$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

veya tek formül kullanılarak

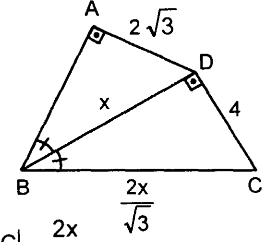
$\dfrac{1}{|DH|^2} = \dfrac{1}{|BD|^2} + \dfrac{1}{|DC|^2} \Rightarrow \dfrac{1}{(2\sqrt{3})^2} = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{4^2}$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{3}$ cm bulunabilirdi.

II. YOL :

$\overset{\Delta}{ABD} \sim \overset{\Delta}{DBC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|DC|} = \dfrac{|BD|}{|BC|}$



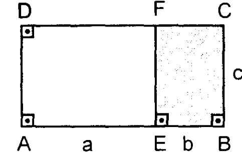
$\Rightarrow \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{x}{|BC|} \Rightarrow |BC| = \dfrac{2x}{\sqrt{3}}$

DBC dik üçgeninde

$|BC|^2 = |BD|^2 + |DC|^2 \Rightarrow \left(\dfrac{2x}{\sqrt{3}}\right)^2 = x^2 + 4^2$

$\dfrac{4x^2}{3} = x^2 + 16 \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

14. [BC], dikdörtgenlerden birinin kısa kenarı ise diğerinin uzun kenarı olmalıdır. İkisinin de kısa kenarı [BC] olsaydı, dikdörtgenlerin eş olması gerekirdi.



Öyleyse

ABCD ~ BCFE dir. Bu benzerlik gereği,

$\dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|BC|}{|CF|} \Rightarrow \dfrac{a+b}{c} = \dfrac{c}{b}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} = \dfrac{c}{b}$ olur.

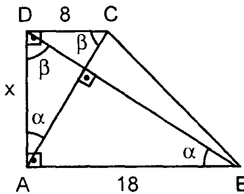
$\dfrac{a}{c} = \dfrac{3}{2}$ idi. $\dfrac{c}{b} = x$ diyelim. Buna göre,

$\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{x} = x \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow \dfrac{c}{b} = 2$ bulunur.

15. **I. YOL :**

Verilen ve istenen uzunluklar dikkate alındığında, ACD ve ABD üçgenlerinin benzerliğinin bizi çözüme götüreceğini görebiliriz. Eşit açıları, şekildeki gibi harflendirerek belirtelim.

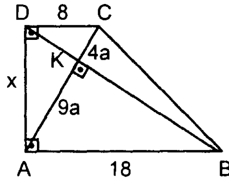


$\overset{\Delta}{ACD} \sim \overset{\Delta}{BDA}$ (A.A.A.) $\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|BA|} = \dfrac{|CD|}{|DA|} \Rightarrow \dfrac{x}{18} = \dfrac{8}{x}$

$\Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

II. YOL :

II. Thales Teoremi'ne göre



$\frac{|KC|}{|KA|} = \frac{|DC|}{|AB|}$

$\Rightarrow \frac{|KC|}{|KA|} = \frac{8}{18}$ dir.

$|KC| = 4a$ dersek $|KA| = 9a$ olur.

DAC dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre,

$|DA|^2 = |AK| \cdot |AC| \Rightarrow x^2 = 9a \cdot 13a$ ①

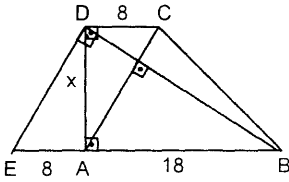
$|DC|^2 = |KC| \cdot |CA| \Rightarrow 8^2 = 4a \cdot 13a$ ② dır.

① ve ② taraf tarafa bölünürse

$\frac{x^2}{8^2} = \frac{9a \cdot 13a}{4a \cdot 13a} \Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

III. YOL :

D noktasından [AC] ye çizilen paralel, [BA ışınını E de kessin. DEB dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre,

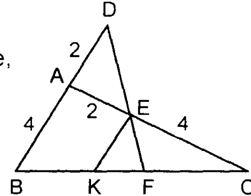


$|DA|^2 = |EA| \cdot |AB| \Rightarrow x^2 = 8 \cdot 18$

$\Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

16. EK // BD çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre,



$\frac{|EK|}{|AB|} = \frac{|CE|}{|CA|}$

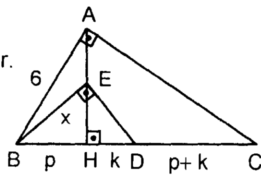
$\Rightarrow \frac{|EK|}{4} = \frac{4}{6} \Rightarrow |EK| = \frac{8}{3}$ ve

$\frac{|EK|}{|BD|} = \frac{|FE|}{|FD|} \Rightarrow \frac{\frac{8}{3}}{6} = \frac{|FE|}{|FD|}$

$\Rightarrow \frac{|FE|}{|FD|} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{|DE|}{|EF|} = \frac{5}{4}$ bulunur.

17. $|BH| = p$ ve $|HD| = k$ dersek, $|DC| = p + k$ olur.

ABC ve EBD dik üçgenlerinde Euclid Teoremi'ne göre,



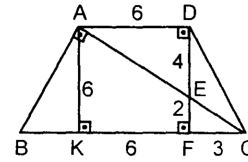
$|AB|^2 = |BH| \cdot |BC| \Rightarrow 6^2 = p(2p + 2k)$, ①

$|BE|^2 = |BH| \cdot |BD| \Rightarrow x^2 = p \cdot (p + k)$, ② dır.

① ve ② taraf tarafa bölünürse,

$\frac{6^2}{x^2} = \frac{p \cdot 2 \cdot (p+k)}{p(p+k)} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

18. II. Thales Teoremi'ne göre,



$\frac{|FC|}{|AD|} = \frac{|FE|}{|ED|}$

$\Rightarrow \frac{|FC|}{6} = \frac{2}{4}$

$\Rightarrow |FC| = 3$ cm dir.

$AK \perp BC$ çizersek $|KF| = 6$ cm olur.

ABC dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre,

$|AK|^2 = |BK| \cdot |KC| \Rightarrow 6^2 = |BK| \cdot 9$

$\Rightarrow |BK| = 4$ cm $\Rightarrow |BC| = 13$ cm bulunur.

19. I. YOL :

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC}) = \alpha$ dersek

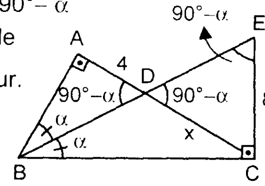
$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{EDC}) = 90° - \alpha$ ve BEC dik üçgeninde

$m(\widehat{BEC}) = 90° - \alpha$ olur.

$m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{DEC})$

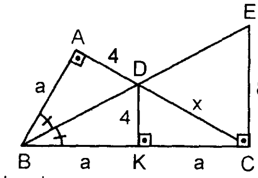
$\Rightarrow |DC| = |CE|$

$\Rightarrow x = 8$ cm bulunur.



II. YOL :

DK ⊥ BC çizelim. [BD] açıortay olduğundan



$\overset{\triangle}{BAD} \cong \overset{\triangle}{BKD} \Rightarrow |DK| = |AD| = 4$ cm olur.

$|AB| = |BK| = a$ olsun.

II. Thales Teoremine göre,

$\frac{|DK|}{|CE|} = \frac{|BK|}{|BC|} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{a}{|BC|}$

$\Rightarrow |BC| = 2a \Rightarrow |KC| = a$ olur.

$\overset{\triangle}{CKD} \sim \overset{\triangle}{CAB} \Rightarrow \frac{|KD|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|CB|}$

$\Rightarrow \frac{4}{a} = \frac{x}{2a} \Rightarrow x = 8$ cm bulunur.

20. ABC dik üçgeninde

$m(\widehat{ACB}) = 30°$ olduğundan

$|AC| = x$ dersek,

$|AB| = \frac{x}{2}$ ve

$|BC| = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ olur.

Eşit açılar şekilde α ve β ile gösterilmiştir.

$\overset{\triangle}{AA'B} \sim \overset{\triangle}{BC'C}$ (A.A.A.) $\Rightarrow \frac{|AA'|}{|BC'|} = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B|}{|CC'|}$

$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x\sqrt{3}}{2}} = \frac{|A'B|}{6} \Rightarrow |A'B| = 2\sqrt{3} \text{ cm olur.}$$

AA'B dik üçgeninde

$$|AB|^2 = |AA'|^2 + |A'B|^2 \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$\frac{x^2}{4} = 16 \Rightarrow x = 8 \text{ cm bulunur.}$$

21. $|AC| = x$ dersek

ABE dik üçgeninde

$|AB|^2 = |BE|^2 - |AE|^2$

$\Rightarrow |AB|^2 = 1 - (x-1)^2$

$\Rightarrow |AB| = \sqrt{2x - x^2}$ olur.

Euclid Teoremi'ne göre,

$|AC|^2 = |DC| \cdot |BC| \Rightarrow x^2 = |BC|$

$\Rightarrow |BD| = x^2 - 1$ ve

$|AB|^2 = |BD| \cdot |BC|$

$\Rightarrow \left(\sqrt{2x - x^2}\right)^2 = (x^2 - 1) \cdot x^2$

$\Rightarrow 2x - x^2 = x^4 - x^2$

$\Rightarrow 2 = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{2}$ cm bulunur.

22. [AC] açıortay,

$CF \perp AF$ ve

$CB \perp AB$ olduğundan

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{AFC} \Rightarrow$

$|FC| = |BC| = 8$ cm dir.

FEC dik üçgeninde,

$|EC|^2 = |EF|^2 + |FC|^2 \Rightarrow |EC|^2 = 6^2 + 8^2$

$|EC| = 10$ cm dir.

$\widehat{EAC} \cong \widehat{ECA}$ olduğundan $|AE| = |EC| = 10$ cm ve

ADE dik üçgeninde

$|DE|^2 = |AE|^2 - |AD|^2 \Rightarrow |DE| = 10^2 - 8^2$

$\Rightarrow |DE| = 6$ cm olur.

$|AB| = |DE| + |EC|$

$\Rightarrow |AB| = 16$ cm bulunur.

23. ABC ikizkenar üçgeninin [AH] yüksekliğini çizersek,

$|BH| = |HC| = \frac{10+6}{2} = 8$ cm

ve buradan $|HD| = 2$ cm olur.

Hipotenüsleri ve birer dar açıları eşit olduğundan

$\overset{\triangle}{AHD} \cong \overset{\triangle}{CED} \Rightarrow |HD| = |DE| = 2$ cm dir.

DEC dik üçgeninde

$|CE|^2 = |DC|^2 - |DE|^2 \Rightarrow x^2 = 6^2 - 2^2$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

24. $BF \perp DC$ çizersek

$|DF| = x$ ve $|FC| = 8 - x$ olur.

$m(\widehat{ABE}) + m(\widehat{EBF}) = m(\widehat{EBF}) + m(\widehat{FBC}) = 90°$

olduğundan

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{FBC})$;

$|BE| = |BC|$ verildiğinden

$\overset{\triangle}{ABE} \cong \overset{\triangle}{FBC}$ olur.

Öyleyse

$|AE| = |FC| = 8 - x$ ve

$|AB| = |BF|$ dir.

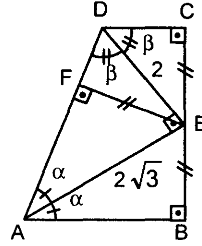
$|BF| = |AD| = |AE| + |ED| \Rightarrow |BF| = 14 - x$ ve

$|AB| = x$ olup

$|AB| = |BF| \Rightarrow x = 14 - x$

$\Rightarrow x = 7$ cm bulunur.

25. [AE] ve [DE] açıortay olduğundan,



$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{DAE}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{CDE}) = \beta$

diyebiliriz.

AB // DC olduğundan,

$2\alpha + 2\beta = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 90°$

$\Rightarrow AE \perp DE$ dir.

ADE dik üçgeninde,

$$\frac{1}{|EF|^2} = \frac{1}{|DE|^2} + \frac{1}{|AE|^2} \Rightarrow \frac{1}{|EF|^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

$\Rightarrow |EF| = \sqrt{3}$ cm olur.

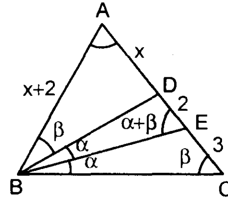
[AE] ve [DE] açıortay olduğundan,

$|EF| = |EC| = \sqrt{3}$ cm ve

$|EF| = |BE| = \sqrt{3}$ cm olup

$|BC| = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

26. EBC üçgeninde dış açı olduğundan



$m(\widehat{AEB}) = \alpha + \beta$ olur.

$m(\widehat{ABE}) = \alpha + \beta$

verildiğine göre

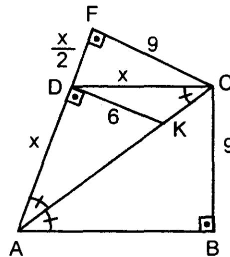
$|AB| = |AE| = x + 2$ dir.

Birer açıları ortak ve birer açıları eşit olduğundan

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{ACB}$ (A.A.A.) $\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|AC|} = \dfrac{|AD|}{|AB|}$

$\Rightarrow \dfrac{x+2}{x+5} = \dfrac{x}{x+2} \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

27. $\widehat{DAC} \cong \widehat{DCA}$



$\Rightarrow |AD| = |DC| = x$ tir.

$CF \perp AF$ çizelim.

[AC] açıortay olduğundan

$|CF| = |BC| = 9$ cm olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AD|}{|AF|} = \frac{|DE|}{|FC|} \Rightarrow \frac{x}{|AF|} = \frac{6}{9} \Rightarrow |AF| = \frac{3x}{2}$$

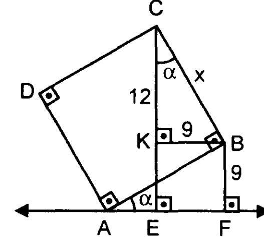
$\Rightarrow |DF| = \dfrac{x}{2}$ ve

FDC dik üçgeninde Pythagoras Teoremi'ne göre

$$|DC|^2 = |FD|^2 + |FC|^2 \Rightarrow x^2 = \frac{x^2}{4} + 81$$

$\Rightarrow x = 6\sqrt{3}$ cm bulunur.

28. $BK \perp CE$ çizelim.



Kenarları ikişer ikişer dik açılar olduğundan

$\widehat{FAB} \cong \widehat{BCE}$ dir.

$[AB] \cong [BC]$

verildiğinden

$\overset{\triangle}{AFB} \cong \overset{\triangle}{CKB} \Rightarrow |KB| = |FB|$

$\Rightarrow |KB| = 9$ cm olur.

Diğer taraftan

$|KE| = |BF| = 9$ cm,

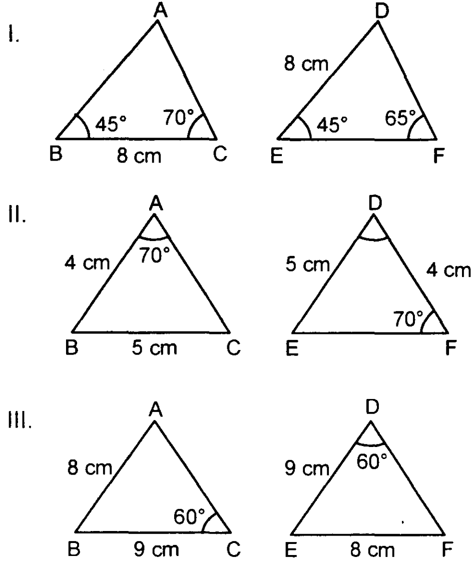
$|CK| = |CE| - |KE| = 21 - 9 = 12$ cm dir.

CKB dik üçgeninde

$$|BC|^2 = |CK|^2 + |BK|^2 \Rightarrow x^2 = 12^2 + 9^2$$

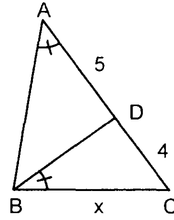
$\Rightarrow x = 15$ cm bulunur.

1. Aşağıdaki üçgen çiftlerinden hangileri kesinlikle eştir?



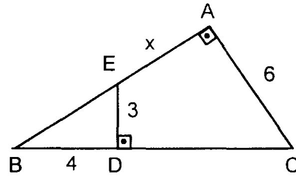
A) Yalnız II B) I, II C) I, III
D) II, III E) I, II, III

2. ABC üçgeninde
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{DBC})$ dir.
$|AD| = 5$ cm ve
$|DC| = 4$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



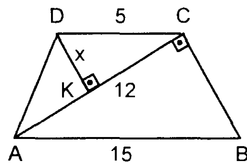
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

3. ABC dik üçgeninde
DE ⊥ BC,
$|BD| = 4$ cm,
$|DE| = 3$ cm ve
$|AC| = 6$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



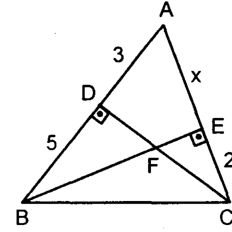
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. ABCD yamuğunda
AC ⊥ BC, DK ⊥ AC,
$|DC| = 5$ cm,
$|AC| = 12$ cm ve
$|AB| = 15$ cm ise
$|DK| = x$ kaç cm dir?



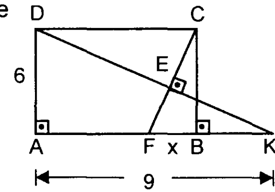
A) 2 B) 3 C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

5. ABC üçgeninde [CD] ve [BE] yüksekliktir.
$|AD| = 3$ cm,
$|DB| = 5$ cm ve
$|CE| = 2$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



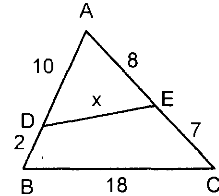
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. ABCD dikdörtgeninde
KD ⊥ CF,
$|AD| = 6$ cm ve
$|AK| = 9$ cm ise
$|FB| = x$ kaç cm dir?



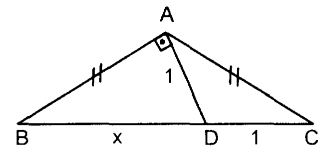
A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) $3\sqrt{3}$

7. ABC üçgeninde
$|AB| = 12$ cm,
$|AC| = 15$ cm,
$|BC| = 18$ cm
$|AD| = 10$ cm ve
$|AE| = 8$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

8. ABC ikizkenar üçgeninde
$|AB| = |AC|$,
AD ⊥ AB ve
$|AD| = |DC| = 1$ cm
ise $|BD| = x$ kaç cm dir?



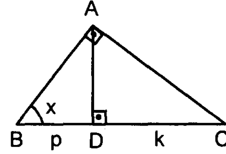
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) 3

9. ABC dik üçgeninde

$|AD| \perp |BC|$ ve

$k = 3p$ ise

$m(\hat{B}) = x$ kaç derecedir?



A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 80

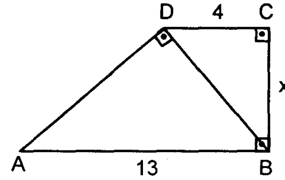
10. ABCD dik yamuk,

$AD \perp BD$,

$|DC| = 4$ cm ve

$|AB| = 13$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

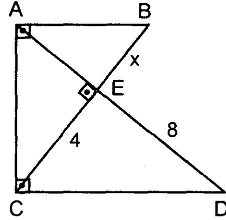
11. $AB \perp AC$, $CD \perp AC$,

$AD \perp BC$,

$|CE| = 4$ cm,

ve $|DE| = 8$ cm ise

$|BE| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 3

12. ABC dik üçgeninde

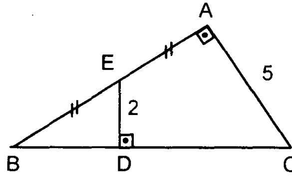
$|BE| = |EA|$,

$ED \perp BC$,

$|ED| = 2$ cm ve

$|AC| = 5$ cm ise

$|BC|$ kaç cm dir?



A) 8 B) $\frac{25}{3}$ C) 9 D) $\frac{28}{3}$ E) 10

13. ABC dik üçgeninde

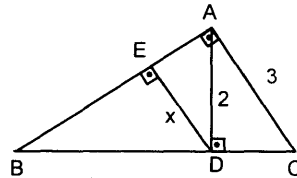
$AD \perp BC$ ve

$DE \perp AB$ dir.

$|AD| = 2$ cm ve

$|AC| = 3$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

14. ABC dik üçgeninde

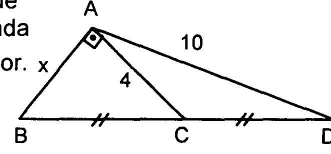
[BC] nin uzantısında

$|BC| = |CD|$ alınıyor.

$|AC| = 4$ cm ve

$|AD| = 10$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) 6 D) $2\sqrt{13}$ E) 8

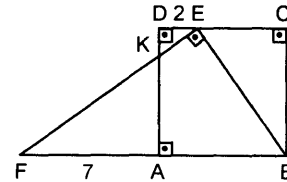
15. ABCD kare ve

☑ EFB dik üçgendir.

$|DE| = 2$ cm ve

$|FA| = 7$ cm ise

karenin bir kenarı kaç cm olabilir?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

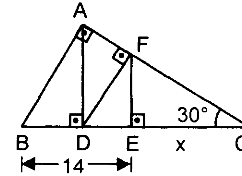
16. ABC dik üçgeninde

☑ $AD \perp BC$, $DF \perp AC$,

$EF \perp BC$, $m(\hat{C}) = 30°$

ve $|BE| = 14$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

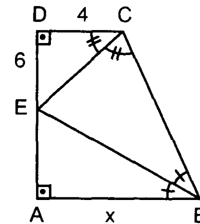
17. ABCD dik yamuğunda

☑ [BE] ve [CE] açıortaydır.

$|DC| = 4$ cm ve

$|DE| = 6$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



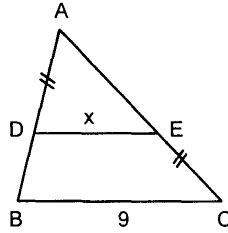
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

18. İki küpten büyüğünün alanı küçüğünün alanının 6 katıdır.

Büyük kübün hacmi 36 cm^3 ise küçüğünün hacmi kaç cm^3 tür?

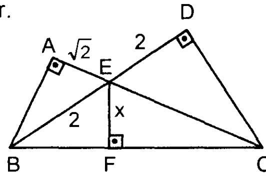
A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) 6

19. ABC üçgeninin kenarlarının uzunlukları, $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 9$ cm ve $|AC| = 12$ cm dir. $|AD| = |EC|$ ve $DE \parallel BC$ olduğuna göre $|DE| = x$ kaç cm dir?



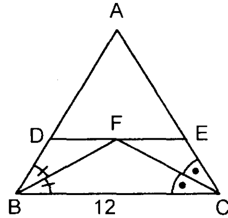
A) 3 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) 6

20. ABC ve DBC dik üçgendir. $EF \perp BC$, $|BE| = |ED| = 2$ cm ve $|AE| = \sqrt{2}$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



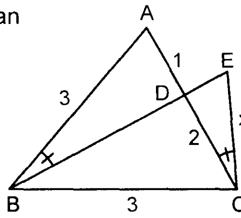
A) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

21. ABC üçgeninde [BF] ile [CF] açıortay ve $DE \parallel BC$ dir. $|BC| = 12$ cm ve BCED yamuğunun çevresi 28 cm olduğuna göre ADE üçgeninin çevresi kaç cm dir?



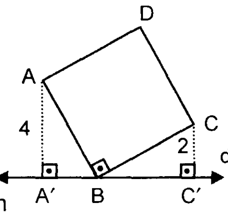
A) 15 B) 16 C) 18 D) 24 E) 27

22. ☑ ABC, bir kenarı 3 cm olan bir eşkenar üçgendir. $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{ACE})$, $|AD| = 1$ cm ve $|CD| = 2$ cm ise $|CE| = x$ kaç cm dir?



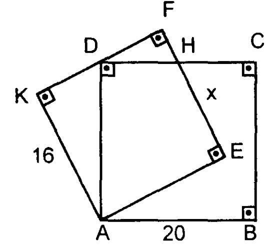
A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ D) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ E) $\frac{9\sqrt{10}}{10}$

23. ABCD karesinin B köşesinden geçen d doğrusuna A ve C köşelerinden indirilen dikmelerin uzunlukları, $|AA'| = 4$ cm ve $|CC'| = 2$ cm dir. Karenin alanı kaç cm^2 dir?



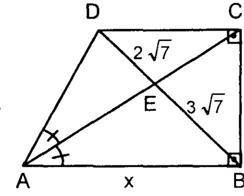
A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 28

24. Şekildeki ABCD ve AEFK dörtgenleri birer karedir. $|AB| = 20$ cm ve $|AK| = 16$ cm olduğuna göre $|HE| = x$ kaç cm dir?



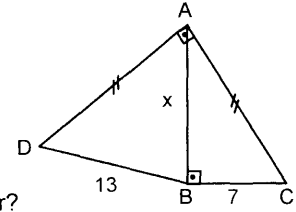
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

25. ☑ ABCD dik yamuğunda A açısının açıortayı C köşesinden geçmektedir. $|DE| = 2\sqrt{7}$ cm ve $|EB| = 3\sqrt{7}$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



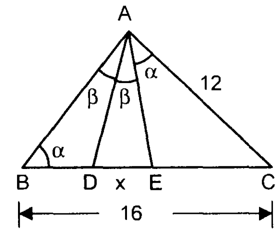
A) 9 B) 10 C) 11 D) 15 E) 18

26. ☑ ABC dik üçgendir. $AC \perp AD$, $|AC| = |AD|$, $|BC| = 7$ cm ve $|BD| = 13$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



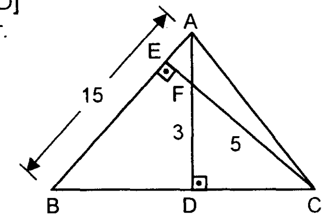
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

27. ☑ ABC üçgeninde, $\widehat{B} \cong \widehat{EAC}$, $\widehat{BAD} \cong \widehat{DAE}$, $|BC| = 16$ cm ve $|AC| = 12$ cm ise $|DE| = x$ kaç cm dir?



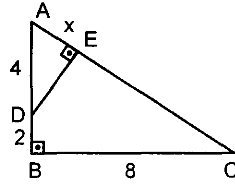
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

28. ☑ ABC üçgeninde [AD] ve [CE] yüksekliktir. $[AD] \cap [CE] = \{F\}$ $|FC| = 5$ cm, $|FD| = 3$ cm ve $|AB| = 15$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?



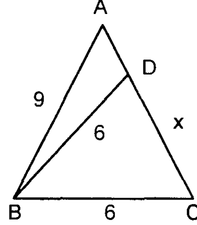
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

1. ABC dik üçgeninde
DE ⊥ AC dir.
|AD| = 4 cm, |DB| = 2 cm
ve |BC| = 8 cm ise
|AE| = x kaç cm dir?



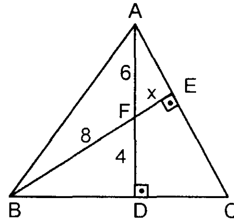
A) 2 B) 2,4 C) 3 D) 3,2 E) 3,6

2. ABC üçgeninde
|AB| = |AC| = 9 cm dir.
|BD| = |BC| = 6 cm ise
|DC| = x kaç cm dir?



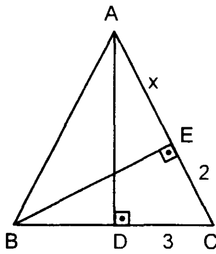
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. ABC üçgeninin yükseklikleri F de kesişiyor.
|DF| = 4 cm,
|AF| = 6 cm ve
|BF| = 8 cm ise
|EF| = x kaç cm dir?



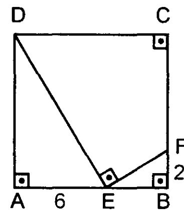
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

4. ABC üçgeninde
|AB| = |AC|,
AD ⊥ BC, BE ⊥ AC,
|DC| = 3 cm ve
|CE| = 2 cm ise
|AE| = x kaç cm dir?



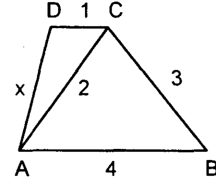
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. ABCD karedir.
DE ⊥ EF,
|AE| = 6 cm ve
|BF| = 2 cm ise
karenin bir kenarı kaç cm dir?



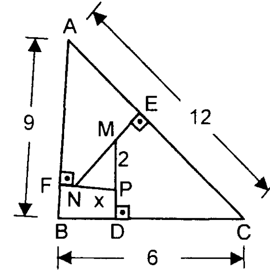
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

6. ABCD yamuğunda
|AB| = 4 cm,
|BC| = 3 cm,
|AC| = 2 cm ve
|DC| = 1 cm ise
|AD| = x kaç cm dir?



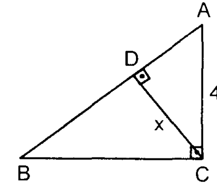
A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

7. ABC üçgeninde
MD ⊥ BC, NE ⊥ AC,
PF ⊥ AB dir.
|AB| = 9 cm,
|AC| = 12 cm,
|BC| = 6 cm ve
|MP| = 2 cm ise
|NP| = x kaç cm dir?



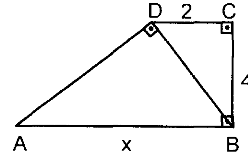
A) 1 B) 1,5 C) 2,5 D) 3 E) 4

8. ABC dik üçgeninde
$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{1}{3}$ ve
|AC| = 4 cm ise
|CD| = x kaç cm dir?



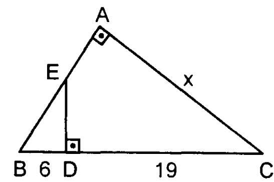
A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

9. ABCD dik yamuk,
AD ⊥ BD,
|DC| = 2 cm ve
|BC| = 4 cm ise
|AB| = x kaç cm dir?



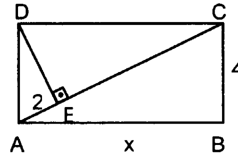
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

10. ABC dik üçgeninde
|AB| = 3|AE|,
DE ⊥ BC, |BD| = 6 cm
ve |DC| = 19 cm ise
|AC| = x kaç cm dir?



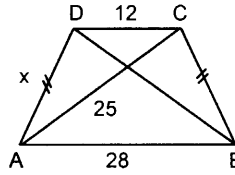
A) 25 B) 20 C) 18 D) 16 E) 15

11. ABCD dikdörtgen,
$DE \perp AC$, $|AE| = 2$ cm
ve $|BC| = 4$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



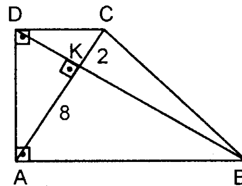
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

12. ABCD ikizkenar yamuk,
$|AC| = 25$ cm,
$|DC| = 12$ cm ve
$|AB| = 28$ cm ise
$|AD| = |BC| = x$ kaç cm dir?



A) 12 B) 14 C) 15 D) 17 E) 19

13. ABCD dik yamuk,
$AC \perp BD$,
$|AK| = 8$ cm ve
$|KC| = 2$ cm ise
$|BD|$ kaç cm dir?

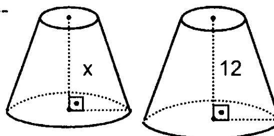


A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

14. Benzer iki dikdörtgenler prizmasından birinin ayrıt uzunlukları 4 cm, 6 cm ve 9 cm dir. Diğer prizmanın iki ayrıtının uzunluğu 12 cm ve 18 cm olduğuna göre üçüncü ayrıtının uzunluğunun alabileceği değerlerin toplamı kaç cm dir?

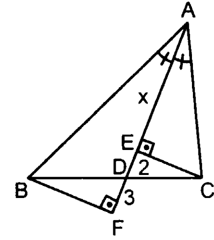
A) 24 B) 27 C) 30 D) 32 E) 35

15. Şekilde, benzer kesik konilerin yan alanlarının oranı $\frac{2}{3}$ tür. Buna göre büyüğünün yüksekliği 12 cm ise küçüğünün yüksekliği kaç cm dir?



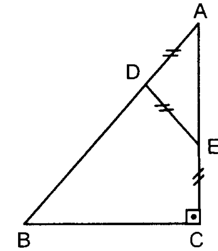
A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) 9 D) $4\sqrt{6}$ E) $6\sqrt{3}$

16. ABC üçgeninin A açısının [AD açıortayına B ve C den [BF] ve [CE] dikmeleri çiziliyor.
$|DE| = 2$ cm ve
$|DF| = 3$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



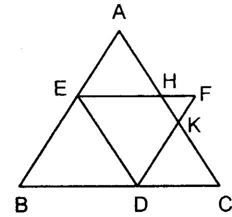
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

17. ABC ikizkenar dik üçgeninde
$|AD| = |DE| = |EC|$
olduğuna göre
$\frac{|BD|}{|DA|}$ oranı kaçtır?



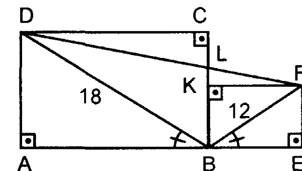
A) $2\sqrt{2}$ B) $1+\sqrt{2}$ C) $1+\sqrt{3}$
D) $2+\sqrt{2}$ E) $2+\sqrt{3}$

18. ABC üçgeninde
$|AB| = 4|AE|$ dir.
ED // AC, EF // BC
ve DF // AB ise
BED üçgeninin çevresi FHK üçgeninin çevresinin kaç katıdır?



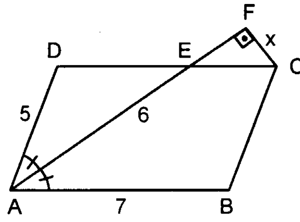
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

19. ABCD ve BEFK birer dikdörtgendir.
$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{EBF})$,
$|BD| = 18$ cm,
$|BF| = 12$ cm ve
$|DF| = 20$ cm ise
$|DL|$ kaç cm dir?



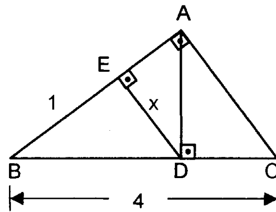
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

20. ABCD paralelkenar, [AE] açıortay, CF ⊥ AF dir.
$|AD| = 5$ cm,
$|AE| = 6$ cm,
$|AB| = 7$ cm ise
$|FC| = x$ kaç cm dir?



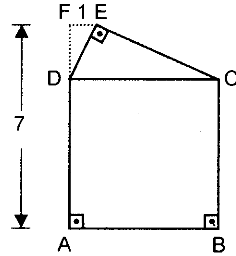
A) 1 B) 1,2 C) 1,6 D) 1,8 E) 2,4

21. ABC dik üçgeninde
☑ AD ⊥ BC, DE ⊥ AB,
$|BC| = 4$ cm ve
$|BE| = 1$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



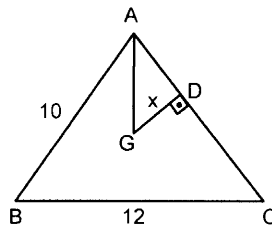
A) $\sqrt{2\sqrt{2}-1}$ B) $\sqrt{2\sqrt{3}-1}$ C) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}-1}$
D) $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{3}-1}$ D) $\sqrt{\sqrt[3]{4}-1}$

22. ABCD kare,
☑ DEC dik üçgendir.
EF ⊥ AF,
$|EF| = 1$ cm ve
$|AF| = 7$ cm ise
karenin bir kenarı kaç cm dir?



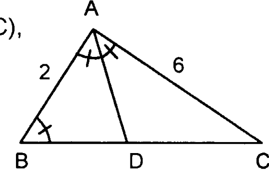
A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) 6

23. ABC ikizkenar üçgeninde G kenarortayların kesim noktasıdır.
$|AB| = |AC| = 10$ cm,
GD ⊥ AC ve
$|BC| = 12$ cm ise
$|GD| = x$ kaç cm dir?



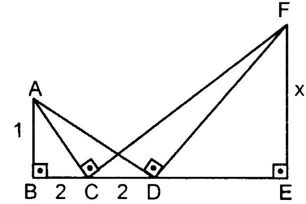
A) 3 B) 3,2 C) 3,6 D) 4 E) 4,8

24. ABC üçgeninde
$m(\hat{B}) = m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$,
$|AB| = 2$ cm ve
$|AC| = 6$ cm ise
$|BC|$ kaç cm dir?



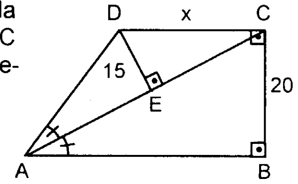
A) $2\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

25. Şekilde, AB ⊥ BE,
☑ AC ⊥ CF, AD ⊥ DF ve FE ⊥ BE dir.
$|AB| = 1$ cm ve
$|BC| = |CD| = 2$ cm
ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



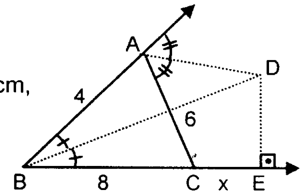
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

26. ABCD dik yamuğunda
☑ A açısının açıortayı C köşesinden geçmektedir. DE ⊥ AC,
$|DE| = 15$ cm ve
$|BC| = 20$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



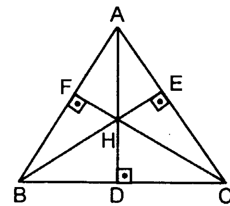
A) $4\sqrt{5}$ B) $5\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{5}$ D) $8\sqrt{5}$ E) $9\sqrt{5}$

27. ABC üçgeninde
☑ [AD dış açıortay,
[BD iç açıortaydır.
$|AB| = 4$ cm, $|AC| = 6$ cm,
$|BC| = 8$ cm ve
DE ⊥ BC ise
$|CE| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

28. [AD], [BE] ve [CF],
☑ ABC üçgeninin yükseklikleridir.
$\frac{|BF|}{5} = \frac{|FA|}{3} = \frac{|AE|}{4}$
olduğuna göre
$\frac{|BD|}{|DC|}$ oranı nedir?



A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{10}{3}$

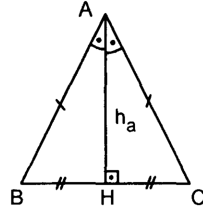
7. Bölüm

ÖZEL ÜÇGENLER

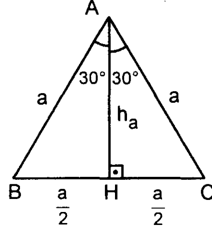
Buraya kadar **dik üçgen, ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen** gibi, ayırıcı özeliği bulunan üçgenlerin özeliklerini yeri geldikçe inceledik. Bu bölümde, daha önce aralıklarla verdiğimiz özelikleri bir araya toplayıp yenileri ile harmanlayarak problemlere uygulayacağız.

Önce, öğrendiklerimizi özetleyelim :

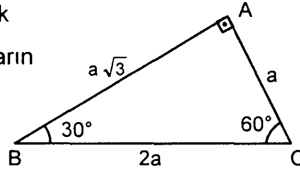
■ Bir ikizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.



■ Bir eşkenar üçgende herhangi bir yükseklik, aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.



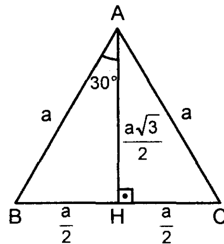
■ Bir dik üçgende 30° lik açının karşısındaki kenarın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.



NOT : $\overset{\Delta}{ABC}$ dik üçgeninde $m(\widehat{B}) = 30°$ ve $|BC| = 2a$ ise $|AC| = a$ ve Pythagoras Teoremi gereğince

$|AB|^2 = (2a)^2 - a^2 \Rightarrow |AB| = a \cdot \sqrt{3}$ olur.

Buna göre, bir kenarının uzunluğu a olan eşkenar üçgende yüksekliğin uzunluğu, $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ dir.



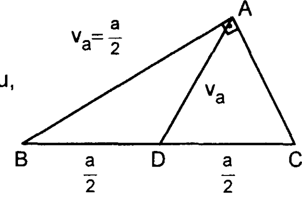
■ Bir ikizkenar üçgende

a) Eş kenarlara ait yükseklikler eştir.

b) Eş kenarlara ait kenarortaylar eştir.

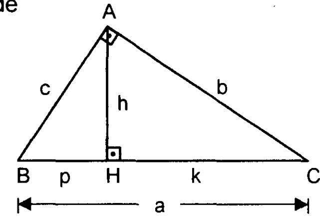
c) Eş açılara ait açıortaylar eştir.

■ Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.



NOT : Bu özeliğin sonucu olarak, bir dik üçgende hipotenüsün orta noktası, üçgenin çevrel çemberinin merkezidir.

■ $\overset{\Delta}{ABC}$ dik üçgeninde $AB \perp AC$, $[AH]$ yükseklik, $|AH| = h$, $|BH| = p$ ve $|HC| = k$ olmak üzere,



a) $a^2 = b^2 + c^2$ (Pythagoras Teoremi)

b) $b^2 = k \cdot a$ (Euclid'in Dik kenar Teoremi)

c) $c^2 = p \cdot a$ (Euclid'in Dik kenar Teoremi)

d) $h^2 = p \cdot k$ (Euclid'in Yükseklik Teoremi)

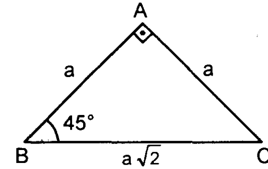
e) $a \cdot h = b \cdot c$

f) $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}$ dir.

NOT : Bir ikizkenar dik üçgende $|AB| = |AC| = a$ ise, Pythagoras Teoremi gereğince

$|BC|^2 = a^2 + a^2$

$\Rightarrow |BC| = a\sqrt{2}$ olur.



Şimdi, bu bilgilerimize yenilerini ekleyelim :

TEOREM 7.1

Bir ikizkenar üçgende, taban üzerinde alınan bir noktadan eşit kenarlara indirilen dikmelerin uzunluklarının toplamı, eşit kenarlardan birine ait yüksekliğin uzunluğuna eşittir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde,

$|AB| = |AC|$,

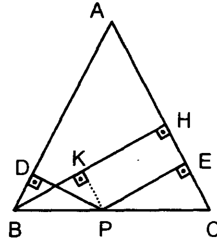
$P \in [BC]$,

$PD \perp AB$, $PE \perp AC$

ve $BH \perp AC$ ise

$|PD| + |PE| = |BH|$

olduğunu göstereceğiz.



$PK \perp BH$ çizelim.

$|AB| = |AC| \Rightarrow \hat{B} \cong \hat{C}$ ①,

$PK \,//\, AC \Rightarrow \widehat{BPK} \cong \hat{C}$ ②,

① ve ②, $\hat{B} \cong \widehat{BPK}$ eşliğini gerektirir.

Ayrıca, $[BP] \cong [BP]$ olduğundan

$\overset{\triangle}{DBP} \cong \overset{\triangle}{KPB}$ (A.K.A) bulunur.

Buna göre $|PD| = |BK|$ ③ dır.

PEHK dikdörtgeninde de

$|PE| = |KH|$ ④ olduğundan

③ ve ④ taraf tarafa toplanırsa

$|PD| + |PE| = |BK| + |KH|$

$\Rightarrow |PD| + |PE| = |BH|$ elde edilir.

SONUÇLAR :

1. $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC|$ ve

P noktası $[BC]$ nin

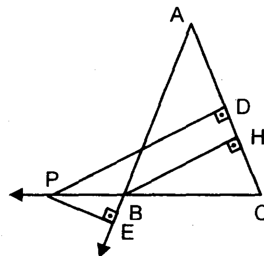
uzantısı üzerinde

bir nokta olmak üzere,

$PE \perp AB$, $PD \perp AC$

ve $BH \perp AC$ ise

$|PD| - |PE| = |BH|$ tır.



2. P noktası, $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar

üçgeninin iç bölgesinde

bir nokta ve h,

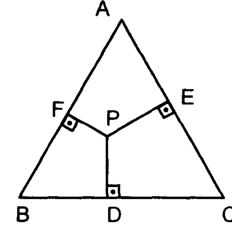
yüksekliğin uzunluğu

olmak üzere,

$PD \perp BC$, $PE \perp AC$ ve

$PF \perp AB$ ise

$|PD| + |PE| + |PF| = h$ tır.



3. P noktası, $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar

üçgeninin dış bölgesinde

bir nokta ve h,

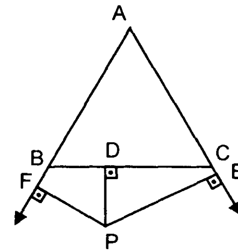
yüksekliğin uzunluğu

olmak üzere,

$PD \perp BC$, $PE \perp AC$

ve $PF \perp AB$ ise

$|PE| + |PF| - |PD| = h$ tır.



İSPAT :

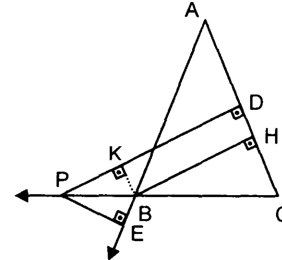
1. $BK \perp PD$ çizelim.

$\overset{\triangle}{PBE} \cong \overset{\triangle}{PBK}$ (A.K.A.)

olduğunu görünüz.

Buna göre,

$|PE| = |PK|$ ① dır.



BHDK dikdörtgeninde de

$|BH| = |KD|$ ② olup

$|PK|$ ile $|KD|$ nin ① ve ② deki eşitleri

$|PD| - |PK| = |KD|$ eşitliğinde yerlerine koyulursa

$|PD| - |PE| = |BH|$ elde edilir.

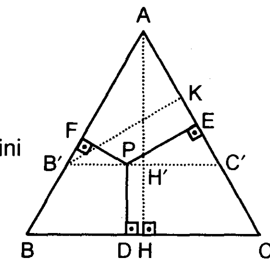
2. P noktasından

BC ye $[B'C']$ paralelini,

B'den AC ye $[B'K]$ dikmesini

ve $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin

$[AH]$ yüksekliğini çizelim.



$[AH] \cap [B'C'] = \{H'\}$ olsun.

$\overset{\triangle}{AB'C'}$ eşkenar üçgeninde, $|PE| + |PF| = |B'K|$ ve

$|B'K| = |AH'|$ olduğundan

$|PE| + |PF| = |AH'|$ ① olur.

PDHH′ dikdörtgeninde $|PD| = |H'H|$ ② olup

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

$|PD| + |PE| + |PF| = |AH'| + |H'H| = |AH|$

$\Rightarrow |PD| + |PE| + |PF| = h$ elde edilir.

3. P den BC ye $[B'C']$ paralelini ve $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin $[AH]$ yüksekliğini çizelim.

$[AH \cap [B'C'] = \{H'\}$ olsun.

$\overset{\triangle}{AB'C'}$ eşkenar üçgeninde

$|PE| + |PF| = |AH'|$ ① dür.

PH′HD dikdörtgeninde $|PD| = |H'H|$ ② olup

① ve ② taraf tarafa çıkarılırsa

$|PE| + |PF| - |PD| = |AH'| - |H'H| = |AH|$

$\Rightarrow |PE| + |PF| - |PD| = h$ elde edilir.

ÖRNEK 7.1

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$P \in [BC]$,

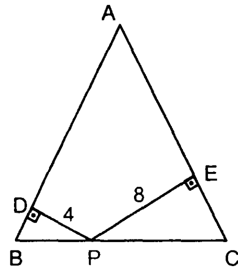
$PD \perp AB$ ve

$PE \perp AC$ dir.

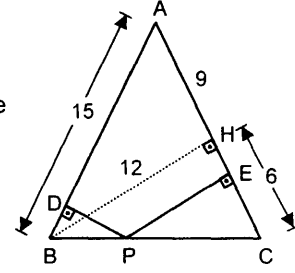
$|AB| = |AC| = 15$ cm,

$|PD| = 4$ cm ve

$|PE| = 8$ cm ise $|BC|$ kaç cm olur?



ÇÖZÜM :



$BH \perp AC$ çizelim.

Teorem 7.1 gereğince

$|BH| = |PD| + |PE|$

$\Rightarrow |BH| = 12$ cm dir.

$\overset{\triangle}{ABH}$ dik üçgeninde

$|AH|^2 = |AB|^2 - |BH|^2 \Rightarrow |AH|^2 = 15^2 - 12^2$

$\Rightarrow |AH| = 9$ cm ve buradan,

$|HC| = 15 - 9 \Rightarrow |HC| = 6$ cm bulunur.

$\overset{\triangle}{BHC}$ dik üçgeninde

$|BC|^2 = |BH|^2 + |HC|^2$

$\Rightarrow |BC|^2 = 12^2 + 6^2 \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{5}$ cm elde edilir.

ÖRNEK 7.2

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC|$,

$P \in [BC]$,

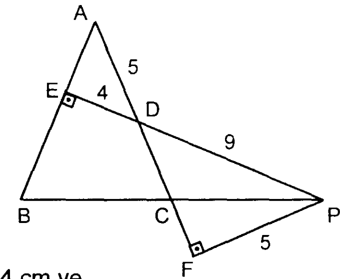
$PE \perp AB$ ve

$PF \perp AC$ dir.

$|PD| = 9$ cm,

$|AD| = 5$ cm, $|DE| = 4$ cm ve

$|PF| = 5$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

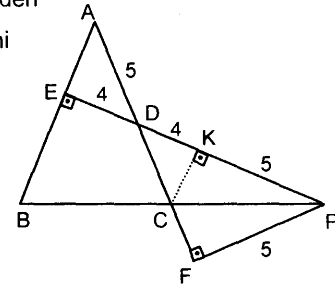
Üçgenin C köşesinden PE ye CK dikmesini çizelim.

$\overset{\triangle}{PKC} \cong \overset{\triangle}{PFC}$

olduğunu görünüz.

Buna göre,

$|PK| = |PF| = 5$ cm ve



$|KD| = 4$ cm olur.

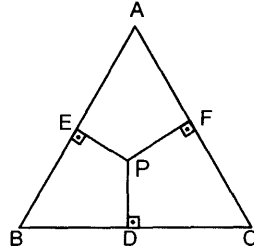
II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|KD|}{|DE|} = \frac{|CD|}{|DA|} \Rightarrow \frac{4}{4} = \frac{|CD|}{5} \Rightarrow |CD| = 5 \text{ cm}$$

ve $|AB| = |AC| = 10$ cm bulunur.

ÖRNEK 7.3

$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin bir kenarının uzunluğu $6\sqrt{3}$ cm dir. Üçgenin iç bölgesindeki bir P noktasının [AB] ile [AC] kenarlarına uzaklıklarının toplamı $|PE| + |PF| = 5$ cm ise, P nin [BC] kenarına uzaklığı, $|PD|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin bir kenarının uzunluğu $6\sqrt{3}$ cm ise yüksekliğinin uzunluğu

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 9 \text{ cm olur.}$$

$|PD| + |PE| + |PF| = h \Rightarrow |PD| + 5 = 9$

$\Rightarrow |PD| = 4$ cm bulunur.

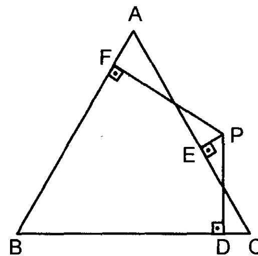
ÖRNEK 7.4

$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin dış bölgesindeki bir P noktasının kenarlara uzaklıkları,

$|PD| = 6$ cm,

$|PE| = 2$ cm,

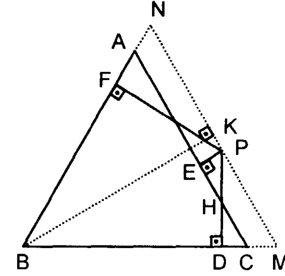
$|PF| = 5$ cm dir.



Buna göre eşkenar üçgenin yüksekliği kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

P den AC ye çizilen paralel [BA yı N, [BC yi M noktasında; $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin [BH yüksekliği de [MN] yi K noktasında kessin.



$\overset{\triangle}{NBM}$ eşkenar üçgeninde

$|PD| + |PF| = |BK| \Rightarrow |BK| = 6 + 5$

$\Rightarrow |BK| = 11$ cm ve

$|PE| = |HK|$ olacağından

$|BH| = |BK| - |HK| \Rightarrow |BH| = 11 - 2$

$\Rightarrow |BH| = 9$ cm bulunur.

TEOREM 7.2

Bir ikizkenar üçgende ;

a) Taban üzerindeki bir noktadan eş kenarlara çizilen paralel doğruların üçgenin içinde kalan parçalarının uzunluklarının toplamı, eş kenarlardan birinin uzunluğuna eşittir.

b) Tabanın uzantısı üzerindeki bir noktadan eş kenarlara çizilen paralel ışınların, eş kenar doğruları ile ayrılan parçalarının uzunluklarının farkı, eş kenarlardan birinin uzunluğuna eşittir.

İSPAT :

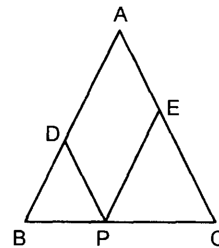
a) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = |AC|$,

$P \in [BC]$,

PD // AC ve

PE // AB ise



$|PD| + |PE| = |AB|$ olduğunu göstereceğiz.

$|AB| = |AC| \Rightarrow \hat{B} \cong \hat{C}$ ① ve

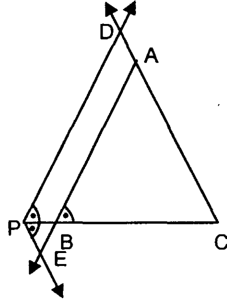
PD // AC $\Rightarrow \widehat{BPD} \cong \hat{C}$ ② olup

① ve ② den $\hat{B} \cong \widehat{BPD} \Rightarrow |PD| = |BD|$ ③ bulunur.

PEAD paralelkenarında $|PE| = |DA|$ ④ olup ③ ve ④ taraf tarafa toplanırsa, $|PD| + |PE| = |BD| + |DA|$

$\Rightarrow |PD| + |PE| = |AB|$ elde edilir.

b) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde



$|AB| = |AC|$,

$P \in [CB$, $P \notin [BC]$,

PD // AB ve

PE // AC ise

$|PD| - |PE| = |AB|$

olduğunu göstereceğiz.

$|PE| = |EB|$ ve $|PD| = |EA|$ olduğunu görünüz.

Buna göre,

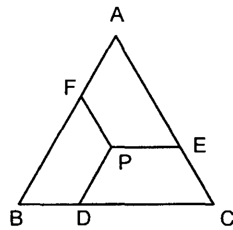
$|PD| - |PE| = |EA| - |EB| \Rightarrow |PD| - |PE| = |AB|$ olur.

TEOREM 7.3

Bir eşkenar üçgenin içindeki bir noktadan bu üçgenin kenarlarına paralel ışınlar çizilse ve her kenar yalnız bir ışınla kesilse, bu ışınların üçgen içinde kalan parçalarının uzunluklarının toplamı, üçgenin bir kenarının uzunluğuna eşittir.

İSPAT :

P noktası, $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeni içinde bir nokta ve PD // AB, PE // BC, PF // AC olmak üzere

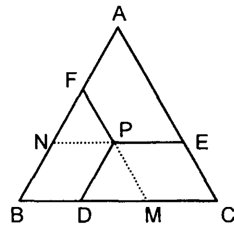


$|PD| + |PE| + |PF| = |BC| = a$

olduğunu göstereceğiz.

$[EP \cap [AB] = \{N\}$ ve

$[FP \cap [BC] = \{M\}$ olsun.



$\overset{\triangle}{FNP}$ ile $\overset{\triangle}{PDM}$ üçgenlerinin eşkenar üçgen ve BDPN ile MCEP dörtgenlerinin paralelkenar olduğunu görünüz.

Buna göre,

$|PF| = |PN| = |BD|$, ① $|PD| = |DM|$ ② ve

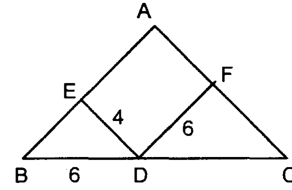
$|PE| = |MC|$ ③ olur.

①, ② ve ③ ten

$|PD| + |PE| + |PF| = |BD| + |DM| + |MC|$

$\Rightarrow |PD| + |PE| + |PF| = |BC|$ bulunur.

ÖRNEK 7.5



$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC|$,

$D \in [BC]$,

DE // AC ve DF // AB dir.

$|BD| = |DF| = 6$ cm ve

$|DE| = 4$ cm ise $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresi kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{EBD}$ ikizkenar üçgen ve AEDF paralelkenar olduğundan $|BE| = |DE| = 4$ cm, $|EA| = |DF| = 6$ cm ve

$|AB| = |AC| = 10$ cm dir.

I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|BE|}{|EA|} \Rightarrow \frac{6}{|DC|} = \frac{4}{6}$$

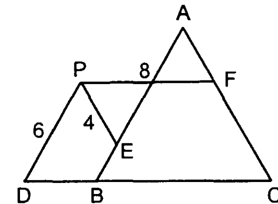
$\Rightarrow |DC| = 9$ cm ve $|BC| = 15$ cm olur.

O halde,

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 10 + 10 + 15$

$\Rightarrow Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 35$ cm bulunur.

ÖRNEK 7.6



Şekilde,

$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgen,

PD // AB, PE // AC

ve PF // BC dir.

$|PD| = 6$ cm

$|PE| = 4$ cm ve

$|PF| = 8$ cm ise $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin bir kenar uzunluğu kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$[PE \cap [BC] = \{K\}$

olsun.

$\overset{\triangle}{PDK}$ ile $\overset{\triangle}{EBK}$

üçgenlerinin

eşkenar üçgen ve

KCFP dörtgeninin

paralelkenar olduğunu görünüz.

Buna göre,

$|PD| = |PK| \Rightarrow |PD| = |PE| + |EK| \Rightarrow 6 = 4 + |EK|$

$\Rightarrow |EK| = 2$ cm,

$|BK| = |EK| \Rightarrow |BK| = 2$ cm ve

$|KC| = |PF| \Rightarrow |KC| = 8$ cm dir.

O halde,

$|BC| = |BK| + |KC| \Rightarrow |BC| = 2 + 8$

$\Rightarrow |BC| = 10$ cm olur.

TEOREM 7.4

Bir açısı 15° olan dik üçgende, hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun dörtte birine eşittir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

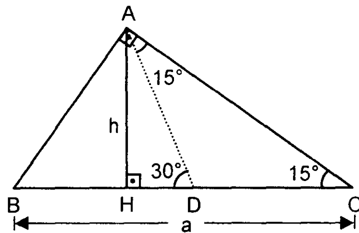
$m(\hat{A}) = 90°$,

$m(\hat{C}) = 15°$,

$AH \perp BC$,

$|BC| = a$ ve

$|AH| = h$ ise



$h = \frac{a}{4}$ olduğunu göstereceğiz.

$m(\widehat{CAD}) = 15°$ olacak biçimde $[AD]$ çizilirse,

$|AD| = |DC|$ ① ve

$m(\hat{B}) = m(\widehat{BAD}) = 75°$ olacağından

$|AD| = |BD|$ ② olur.

① ve ② den $|AD| = |BD| = |DC|$ bulunur.

$\overset{\triangle}{AHD}$ dik üçgeninde,

$m(\widehat{HDA}) = 30° \Rightarrow |AD| = 2h \quad \Rightarrow |BC| = 4h \Rightarrow a = 4h$

$\Rightarrow h = \frac{a}{4}$ elde edilir.

TEOREM 7.5

Bir ikizkenar üçgende, tabana dik bir doğrunun eş kenar doğruları ile kesim noktaları, bir ikizkenar üçgen belirtir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

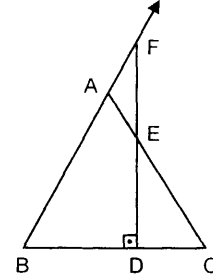
$|AB| = |AC|$ ve

$DF \perp BC$ ise

$\overset{\triangle}{AEF}$ üçgeninin

ikizkenar olduğunu

göstereceğiz.



$|AB| = |AC| \Rightarrow m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{AEF}) = 90° - \alpha$ ① ve

$m(\hat{F}) = 90° - \alpha$ ② olur.

① ve ② den

$m(\widehat{AEF}) = m(\hat{F}) \Rightarrow |AE| = |AF|$ bulunur.

SONUÇ :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC|$ ve

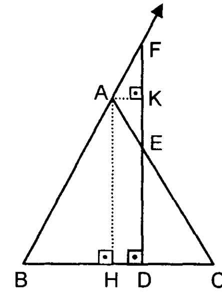
$D \in [BC]$ olmak üzere,

D den BC ye çizilen

dikme $[AC]$yi E de

$[BA$ yı F de kesiyorsa

$|DE| + |DF| = 2h_a$ dır.



İSPAT :

AK ⊥ DF ve AH ⊥ BC çizelim.

AHDK dikdörtgeninde

$|AH| = |DK| \Rightarrow |DK| = h_a$ ve

$\overset{\triangle}{AEF}$ ikizkenar üçgeninde

$|EK| = |KF|$ olur.

Buna göre,

$|DE| = |DK| - |EK| \Rightarrow |DE| = h_a - |EK|$ ① ve

$|DF| = |DK| + |KF| \Rightarrow |DF| = h_a + |KF|$ ② olup ① ve ② taraf tarafa toplanırsa $|DE| + |DF| = 2h_a$ elde edilir.

NOT : Bir ikizkenar (eşkenar) üçgende kenarlardan birine paralel bir doğrunun, diğer kenar doğruları ile kesim noktalarının da bir ikizkenar (eşkenar) üçgen belirteceğine dikkat ediniz.

ÖRNEK 7.7

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC|$ ve

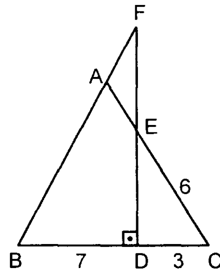
DF ⊥ BC dir.

$|BD| =$ 7 cm,

$|DC| = 3$ cm ve

$|EC| = 6$ cm ise

$|EF|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

AH ⊥ BC ve

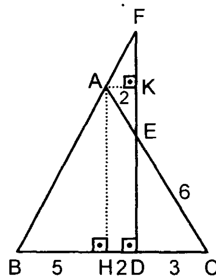
AK ⊥ DF çizelim.

$|BH| = 5$ cm,

$|HD| = 2$ cm ve

$|AK| = 2$ cm olduğunu

görünüz.



II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AK|}{|DC|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{|AE|}{6} \Rightarrow |AE| = 4 \text{ cm olur.}$$

$\overset{\triangle}{AEK}$ dik üçgeninde

$|KE|^2 = |AE|^2 - |AK|^2 \Rightarrow |KE|^2 = 4^2 - 2^2 \Rightarrow |KE| = 2\sqrt{3}$ cm

ve Teorem 7.5 gereğince

$|KE| = |KF|$ olacağından $|EF| = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

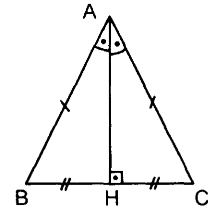
NOT : Bu bölümdeki örnek problemlerin çözümünde teoremlerden çok teoremleri ispatlarken kullandığımız bilgileri uyguladığımıza dikkat ediniz. Genellikle, bir teoremin ispatı uzun işlemler ve akıl yürütme aşamalarıyla gerçekleşiyorsa, o teoremi eldeki probleme aynen uygulamaya çalışırsınız, ama ispat daha göz önünde bulunan doğrularla gerçekleşiyorsa, problemin çözümünde bu doğruları kullanırsınız.

İşte böyle bir seçme özgürlüğünü sağlamanız için, teoremler kadar bunların ispat yöntemlerini de öğrenmenizi öğütlüyoruz.

7. BÖLÜMÜN ÖZETİ

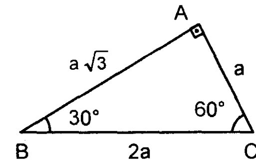
•

Bir ikizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.



•

Bir dik üçgende 30° lik açının karşısındaki kenarın uzunluğu, hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşittir.



•

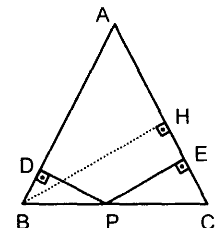
$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |BC|$, P ∈ [BC],

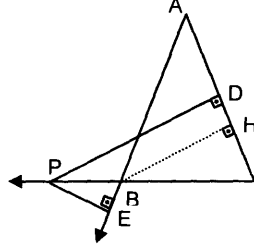
PD ⊥ AB, PE ⊥ AC,

ve BH ⊥ AC ise

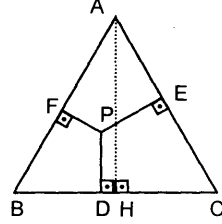
$|PD| + |PE| = |BH|$ tır.



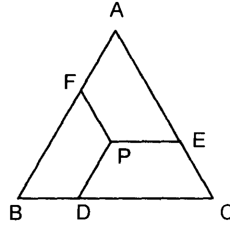
$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde
$|AB| = |BC|$, $P \in [CB$,
$PE \perp AB$, $PD \perp AC$,
ve $BH \perp AC$ ise
$|PD| - |PE| = |BH|$ tır.



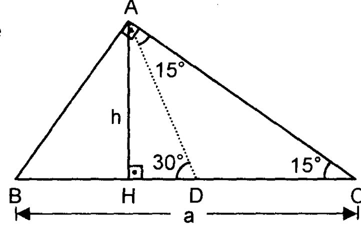
$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninde
$P \in İç(\overset{\triangle}{ABC})$,
$PD \perp BC$, $PE \perp AC$,
ve $PF \perp AB$ ise
$|PD| + |PE| + |PF| = h$ tır.



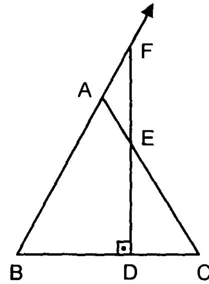
$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninde
$P \in İç(\overset{\triangle}{ABC})$,
$PD // AB$, $PE // AC$ ve
$PF // AC$ ise
$|PD| + |PE| + |PF| = a$ tır.



$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde
$m(\hat{C}) = 15°$ ise
$h = \frac{a}{4}$ tür.

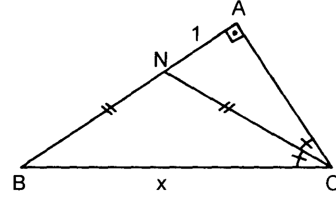


$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar
üçgeninde
$|AB| = |AC|$ ve
$DF \perp BC$ ise
$\overset{\triangle}{AEF}$ ikizkenardır.



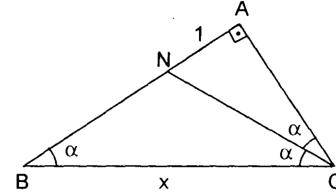
7. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde
$[CN]$ açıortay ve
$|NB| = |NC|$ dir.
$|AN| = 1$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



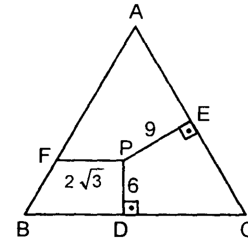
ÇÖZÜM :

$m(\hat{B}) = \alpha$ dersek
$m(\widehat{BCN}) = \alpha$ ve
$m(\widehat{ACN}) = \alpha$ olur.
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde.
$3\alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 30°$ dir.



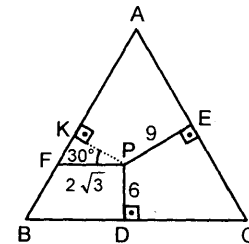
Buna göre $\overset{\triangle}{ANC}$ üçgeninde $|AC| = \sqrt{3}$ cm ve $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $|BC| = 2\sqrt{3}$ olur.

2. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar
üçgeninde
$PD \perp BC$, $PE \perp AC$
ve $PF // BC$ dir.
$|PD| = 6$ cm,
$|PE| = 9$ cm ve
$|PF| = 2\sqrt{3}$ cm ise üçgenin bir kenarı kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$PK \perp AB$ çizersek
$\overset{\triangle}{PKF}$ dik üçgeninde
$m(\widehat{FPK}) = 30°$ olur.



Buna göre,
$|FK| = \sqrt{3}$ cm ve $|PK| = 3$ cm dir.
$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin bir kenarı a ve yüksekliği h ise $h = |PD| + |PE| + |PK| \Rightarrow h = 18$ cm

ve $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 18}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow a = 12\sqrt{3}$ cm bulunur.

3. $\overset{\Delta}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|BC| = 16$ cm ve

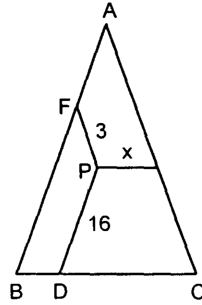
$|AB| = |AC| = 24$ cm dir.

PD // AB, PE // BC,

PF // AC, $|PD| = 16$ cm

ve $|PF| = 3$ cm ise

$|PE| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$[EP \cap [AB] = \{M\}$ ve

$[DP \cap [AC] = \{N\}$ olsun.

$\overset{\Delta}{FMP} \sim \overset{\Delta}{ABC}$ olacağından

$$\frac{|FM|}{|AB|} = \frac{|FP|}{|AC|} = \frac{|MP|}{|BC|}$$

$$\Rightarrow \frac{|FM|}{24} = \frac{3}{24} = \frac{|MP|}{16} \text{ olup}$$

$|FM| = 3$ cm ve $|MP| = 2$ cm bulunur.

BDMP paralelkenarında

$|BM| = |DP| = 16$cm olup $|AF| = 5$cm,

$|MP| = |BD| = 2$ cm olup $|DC| = 14$ cm ve

FPNA paralelkenarında $|AF| = |NP| = 5$ cm dir.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|NP|}{|ND|} = \frac{|PE|}{|DC|} \Rightarrow \frac{5}{21} = \frac{x}{14} \Rightarrow x = \frac{10}{3} \text{ cm elde edilir.}$$

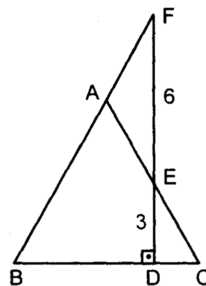
4. $\overset{\Delta}{ABC}$ eşkenar üçgeninde

DF ⊥ BC dir.

$|DE| = 3$ cm ve

$|EF| = 6$ cm ise

eşkenar üçgenin bir kenarı kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{F}) = 30°$ ve

$m(\widehat{AEF}) = 30°$ olup

$\overset{\Delta}{AEF}$ ikizkenardır.

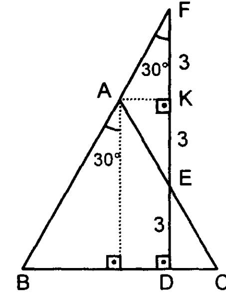
AK ⊥ DF ve

AH ⊥ BC çizilirse

$|FK| = |KE| = 3$ cm ve

AHDK dikdörtgeninde

$|AH| = |DE| + |KE| \Rightarrow |AH| = 6$ cm olur.



$\overset{\Delta}{ABC}$ eşkenar üçgeninde

$$|AH| = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 6 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$a = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

5. $\overset{\Delta}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC|$,

$D \in [BC]$, DE ⊥ AB

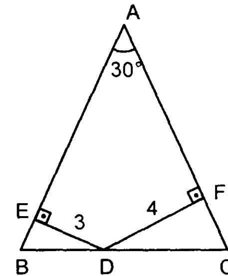
ve DF ⊥ AC dir.

$m(\hat{A}) = 30°$,

$|DE| = 3$ cm ve

$|DF| = 4$ cm ise

$A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

BH ⊥ AC çizelim.

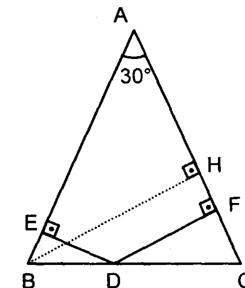
$|BH| = |DE| + |DF|$

$\Rightarrow |BH| = 7$ cm ve

$\overset{\Delta}{ABH}$ dik üçgeninde

$|AB| = 2 \cdot |BH|$

$\Rightarrow |AB| = |AC| = 14$ cm olur.



Buna göre,

$$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{|AC| \cdot |BH|}{2} \Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{14 \cdot 7}{2}$$

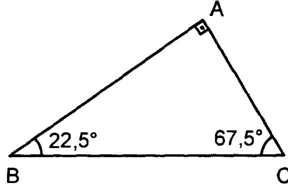
$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = 49$ cm^2 bulunur.

6. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$m(\hat{B}) = 22,5°$,

$m(\hat{C}) = 67,5°$ ve

$|AC| = 1$ cm ise



$|AB| = x$ kaç cm dir?

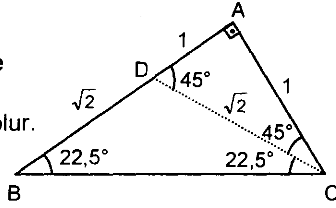
ÇÖZÜM :

$m(\widehat{BCD}) = 22,5°$ olacak biçimde

$[CD]$ çizilirse

$|AD| = |AC| = 1$ cm ve

$|DB| = |DC| = \sqrt{2}$ cm olur.



Buna göre

$|AB| = (1+\sqrt{2})$ cm dir.

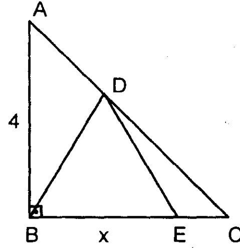
7. Şekilde

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar dik üçgen ve

$\overset{\triangle}{DBE}$ eşkenar üçgendir.

$AB \perp BC$ ve

$|AB| = |BC| = 4$ cm ise



eşkenar üçgenin bir kenarı kaç cm dir?

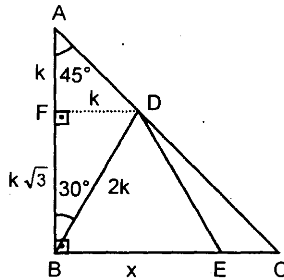
ÇÖZÜM :

$DF \perp AB$ çizerek

$|BD| = 2k$ dersek

$|FD| = |AF| = k$ ve

$|BF| = \sqrt{3} \cdot k$ olur.



Buna göre,

$|AB| = 4 \Rightarrow k\sqrt{3} + k = 4 \Rightarrow k = 2(\sqrt{3}-1)$

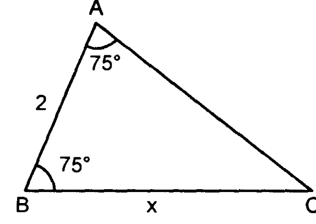
ve $|BD| = 2k \Rightarrow |BD| = 4(\sqrt{3}-1)$ cm bulunur.

8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 75°$

ve $|AB| = 2$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

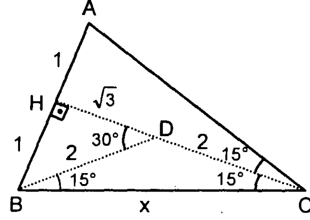
$CH \perp AB$ çizersek

$|HB| = 1$ cm ve

$m(\widehat{BCH}) = 15°$ olur.

Şekildeki gibi

$m(\widehat{CBD}) = 15°$ alırsak



$|DB| = |DC|$ ve $m(\widehat{BDH}) = 30°$ olur.

Buna göre, $\overset{\triangle}{BDH}$ üçgeninde $|BD| = 2$ cm,

$|HD| = \sqrt{3}$ cm ve $|DC| = 2$ cm dir.

$\overset{\triangle}{HBC}$ dik üçgeninde

$|BC|^2 = |HB|^2 + |HC|^2 \Rightarrow x^2 = 1^2 + (\sqrt{3}+2)^2$

$\Rightarrow x^2 = 8 + 4\sqrt{3} = 2(4+2\sqrt{3})$

$\Rightarrow x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4+2\sqrt{3}} \Rightarrow x = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$

$\Rightarrow x = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ cm bulunur.

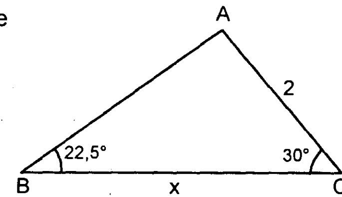
9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 22,5°$,

$m(\hat{C}) = 30°$ ve

$|AC| = 2$ cm ise

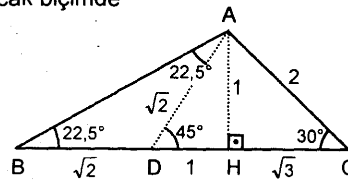
$|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$m(\widehat{BAD}) = 22,5°$ olacak biçimde

$[AD]$yi ve $[AH]$ yüksekliğini çizelim.



$\overset{\triangle}{AHC}$ dik üçgeninde

$|AH| = \dfrac{|AC|}{2} \Rightarrow |AH| = 1$ cm,

$\overset{\triangle}{AHD}$ ikizkenar dik üçgeninde

$|AH| = |DH| = 1$ cm ve $|AD| = \sqrt{2}$ cm,

$\overset{\triangle}{ABD}$ ikizkenar üçgeninde

$|AD| = |BD| = \sqrt{2}$ cm olur.

O halde, $|BC| = (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ cm dir.

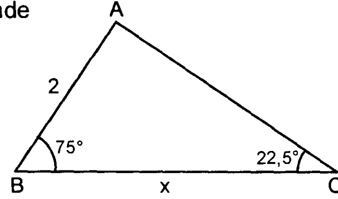
10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 75°$,

$m(\hat{C}) = 22{,}5°$ ve

$|AB| = 2$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$m(\widehat{DAC}) = 22{,}5°$ olacak biçimde

$[AD]$ çizilirse

$m(\widehat{BDA}) = 45°$ ve

$BE \perp AD$ çizilirse

$m(\widehat{ABE}) = 30°$ ve

$m(\widehat{EBD}) = 45°$ olur.

Buna göre, $\overset{\triangle}{ABE}$ dik üçgeninde

$|AE| = 1$ cm ve $|BE| = \sqrt{3}$ cm,

$\overset{\triangle}{EBD}$ ikizkenar dik üçgeninde

$|DE| = \sqrt{3}$ cm ve $|BD| = \sqrt{6}$ cm,

$\overset{\triangle}{ADC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AD| = |DC| = \sqrt{3} + 1$ cm bulunur. O halde,

$|BC| = |BD| + |DC| \Rightarrow |BC| = (\sqrt{6} + \sqrt{3} + 1)$ cm dir.

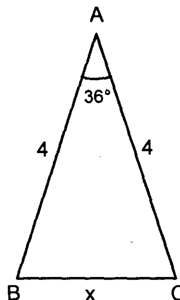
11. $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC| = 4$ cm ve

$m(\hat{A}) = 36°$ dir.

Buna göre,

$|BC| = x$ kaç cm dir?



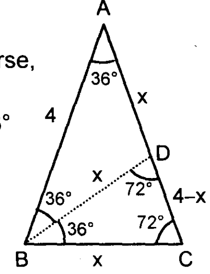
ÇÖZÜM :

$\hat{B}$ açısının $[BD]$ açıortayı çizilirse,

$m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{DBA}) = m(\hat{A}) = 36°$

ve $m(\hat{C}) = m(\widehat{BDC}) = 72°$ olur.

Buna göre, $|BC| = x$ ise



$|BC| = |BD| = |DA| = x$, $|DC| = 4 - x$ ve

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DA|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|BC|} \Rightarrow \frac{x}{4-x} = \frac{4}{x}$$

$\Rightarrow x^2 + 4x - 16 = 0$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{2} - 2$ cm elde edilir.

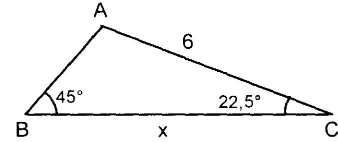
12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 45°$,

$m(\hat{C}) = 22{,}5°$ ve

$|AC| = 6$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

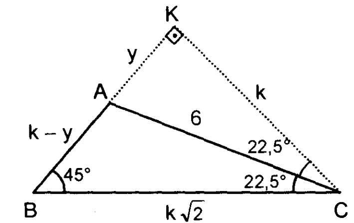
$CK \perp AB$ çizersek

$\overset{\triangle}{KBC}$ ikizkenar dik üçgen ve

$[CA]$ açıortay olur.

$|KB| = |KC| = k$ ise

$|BC| = k\sqrt{2}$ dir.



$|AK| = y$ dersek $|AB| = k - y$ olup

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|AK|}{|AB|} = \frac{|KC|}{|BC|} \Rightarrow \frac{y}{k-y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2}\,y = k - y$$

$\Rightarrow y = |AK| = k \cdot (\sqrt{2} - 1)$ ve

$|AB| = k - y \Rightarrow |AB| = k(2 - \sqrt{2})$ bulunur.

Açıortay uzunluğu formülü ile

$|AC|^2 = |CK| \cdot |CB| - |AK| \cdot |AB|$

$\Rightarrow 6^2 = k \cdot k \cdot \sqrt{2} - k(\sqrt{2} - 1) \cdot k \cdot (2 - \sqrt{2})$

$\Rightarrow k = 3\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ ve

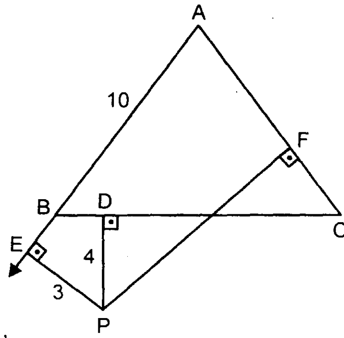
$|BC| = k \cdot \sqrt{2} \Rightarrow |BC| = 3\sqrt{2 + 2\sqrt{2}}$ elde edilir.

13. $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninde

$|AB| = |AC| = 10$ cm

ve $|BC| = 12$ cm dir.

Üçgenin dışında ve $\hat{A}$ açısının içindeki bir P noktasının, AB ve BC ye uzaklıkları,



$|PE| = 3$ cm ve $|PD| = 4$ cm ise $|AC|$ ye uzaklığı, $|PF|$ kaç cm dir?

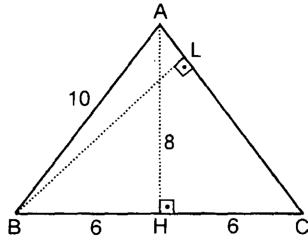
ÇÖZÜM :

AH ⊥ BC ve

BL ⊥ AC çizelim.

$|BH| = |HC| = 6$ cm,

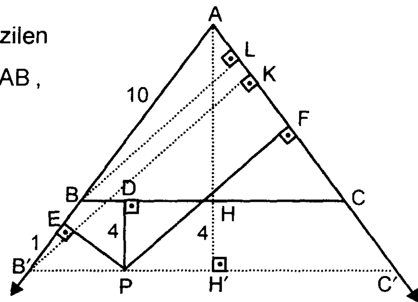
$|AH| = 8$ cm ve



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \dfrac{|AC| \cdot |BL|}{2} \Rightarrow \dfrac{12 \cdot 8}{2} = \dfrac{10 \cdot |BL|}{2}$

$\Rightarrow |BL| = 9{,}6$ cm olur.

P den BC ye çizilen paralel doğru [AB, [AC ve [AH ışınlarını B′, C′ ve H′ noktalarında kessin.



$|HH'| = |PD| = 4$ cm olur.

Buna göre,

I. Thales Teoremi gereğince

$\dfrac{|AB|}{|BB'|} = \dfrac{|AH|}{|HH'|} \Rightarrow \dfrac{10}{|BB'|} = \dfrac{8}{4} \Rightarrow |BB'| = 5$ cm dir.

B′K ⊥ AC çizersek

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AB|}{|AB'|} = \dfrac{|BL|}{|B'K|} \Rightarrow \dfrac{10}{15} = \dfrac{9{,}6}{|B'K|} \Rightarrow |B'K| = 14{,}4$ cm olur.

$\overset{\triangle}{AB'C'}$ ikizkenar üçgeninde

$|PE| + |PF| = |B'K| \Rightarrow 3 + |PF| = 14{,}4$

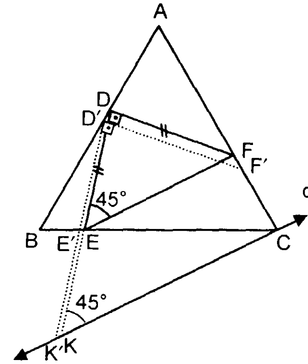
$\Rightarrow |PF| = 11{,}4$ cm elde edilir.

14. Köşeleri, verilen bir eşkenar üçgenin farklı kenarları üzerinde bulunan ve hipotenüsü verilen bir doğrultuda olan, ikizkenar dik üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.

Verilen eşkenar üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$, verilen doğrultu d doğrusunun doğrultusu ve EF // d olmak üzere çizilen ikizkenar dik üçgen $\overset{\triangle}{DEF}$ olsun.



$[DE \cap d = \{K\}$ ise $m(\widehat{DKC}) = 45°$ olur.

[AB] nin D′ orta noktasından DE ve DF ye D′E′ ve D′F′ paralellerini çizelim. $[D'E' \cap d = \{K'\}$ olsun.

II. Thales Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|BD'|}{|BD|} = \dfrac{|D'E'|}{|DE|}$ ① ve $\dfrac{|DA|}{|D'A|} = \dfrac{|DF|}{|D'F'|}$ ② olur.

① ve ② taraf tarafa çarpılırsa

$\dfrac{|BD'|}{|BD|} \cdot \dfrac{|DA|}{|D'A|} = \dfrac{|D'E'|}{|DE|} \cdot \dfrac{|DF|}{|D'F'|}$;

$|BD'| = |D'A|$ ve $|DE| = |DF|$ olduğundan

$\dfrac{|DA|}{|DB|} = \dfrac{|D'E'|}{|D'F'|}$ elde edilir.

Bu orantıda, D′ noktası [AB] nin ortası ve $m(\widehat{D'K'C}) = 45°$ olduğundan $|D'E'|$ ile $|D'F'|$ bellidir.

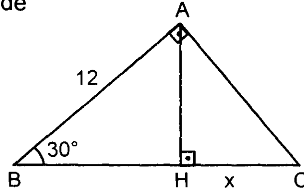
Buna göre çizim şöyle yapılır :

$[AB]$ yi $\frac{|D'E'|}{|D'F'|}$ oranında içten bölen D noktası bulunur. $m(\widehat{DKC}) = 45°$ olacak biçimde $[DK]$ çizilir.

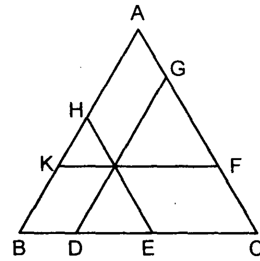
$[DK] \cap [BC] = \{E\}$ noktası, $\overset{\triangle}{DEF}$ ikizkenar dik üçgeninin E köşesi, D den DE ye çizilen dikmenin $[AC]$yi kestiği nokta da F köşesi olur.

7. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde
$AB \perp AC$ ve
$AH \perp BC$ dir.
$m(\widehat{B}) = 30°$ ve
$|AB| = 12$ cm ise
$|HC| = x$ kaç cm dir?

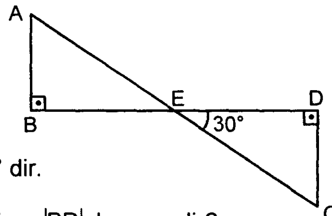


2. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin iç bölgesindeki bir P noktasından, kenarlara çizilen paralel doğru parçalarının uzunluklarının toplamı,

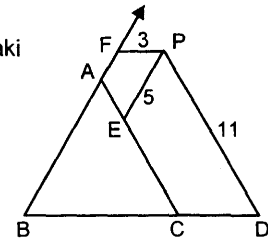


$|DG| + |KF| + |EH| = 36$ cm ise üçgenin bir kenarı kaç cm dir?

3. Şekilde
$AB \perp BD$,
$CD \perp BD$ ve
$m(\widehat{CED}) = 30°$ dir.
$|AC| = 12$ cm ise $|BD|$ kaç cm dir?



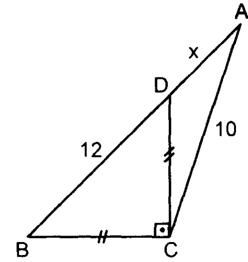
4. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin dışındaki P noktasından kenarlara çizilen paralel doğru parçalarının uzunlukları,



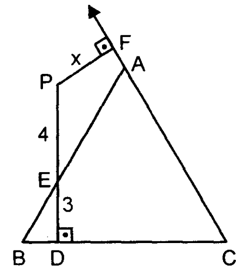
$|PD| = 11$ cm, $|PE| = 5$ cm ve $|PF| = 3$ cm dir.

Buna göre üçgenin bir kenarı kaç cm olur?

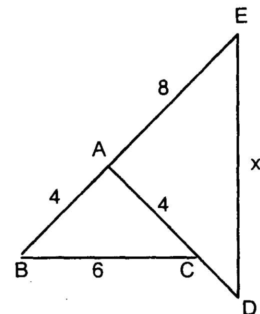
5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde
$BC \perp CD$ ve
$|BC| = |CD|$ dir.
$|BD| = 12$ cm ve
$|AC| = 10$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



6. P noktası, bir kenarının uzunluğu $6\sqrt{3}$ cm olan $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin dış bölgesindedir.
$PD \perp BC$, $PF \perp AC$,
$|PE| = 4$ cm ve
$|DE| = 3$ cm ise $|PF| = x$ kaç cm dir?



7. $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{ADE}$ üçgenleri ikizkenar olup B, A, E doğrusaldır.
$|AB| = |AC| = 4$ cm,
$|AD| = |AE| = 8$ cm ve
$|BC| = 6$ cm ise $|DE| = x$ kaç cm dir?

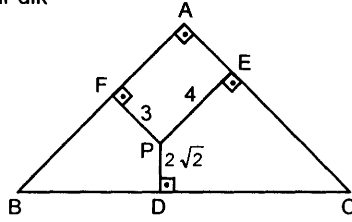


8. $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar dik üçgeninde AB ⊥ AC dir.

Üçgenin içindeki bir P noktasının kenarlara uzaklıkları,

$|PD| = 2\sqrt{2}$ cm, $|PE| = 4$ cm ve $|PF| = 3$ cm ise

üçgenin bir dik kenarı kaç cm dir?



9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

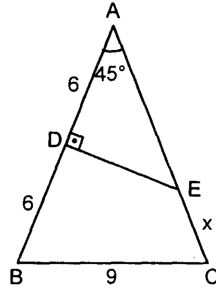
DE ⊥ AB dir.

$m(\hat{A}) = 45°$,

$|AD| = |DB| = 6$ cm

ve $|BC| = 9$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



10. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninde

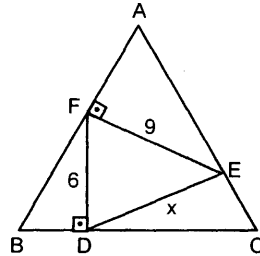
FD ⊥ BC ve

EF ⊥ AB dir.

$|FD| = 6$ cm ve

$|FE| = 9$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



11. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

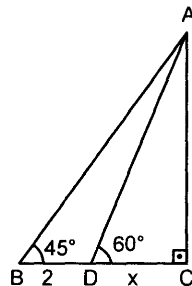
AC ⊥ BC dir.

$m(\hat{B}) = 45°$,

$m(\widehat{ADC}) = 60°$ ve

$|BD| = 2$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



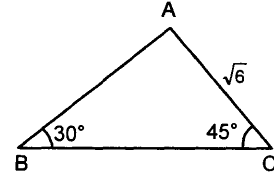
12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 30°$,

$m(\hat{C}) = 45°$ ve

$|AC| = \sqrt{6}$ cm ise

üçgenin çevresi kaç cm dir?



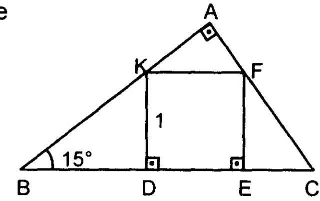
13. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$m(\hat{A}) = 90°$ ve

$m(\hat{B}) = 15°$ dir.

DEFK karesinin bir kenar uzunluğu

1 cm olduğuna göre $|BC|$ kaç cm dir?



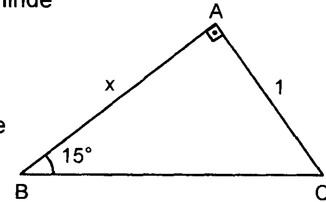
14. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$m(\hat{B}) = 15°$,

$m(\hat{C}) = 75°$ ve

$|AC| = 1$ cm

ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



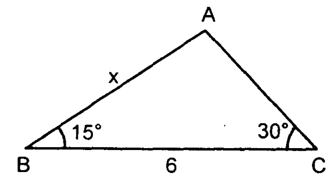
15. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$m(\hat{B}) = 15°$,

$m(\hat{C}) = 30°$ ve

$|BC| = 6$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



16. Şekilde

$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgen,

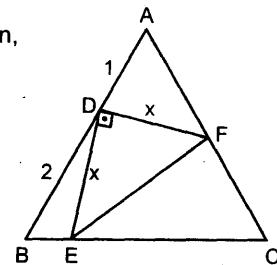
$\overset{\triangle}{DEF}$ ikizkenar dik üçgendir.

$|AD| = 1$ cm,

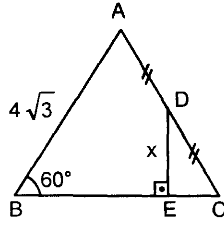
$|BD| = 2$ cm ve

DE ⊥ DF ise

$|DE| = |DF| = x$ kaç cm dir?

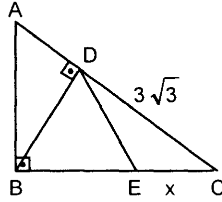


1. ABC üçgeninde
$|AD| = |CD|$,
$DE \perp BC$,
$m(\widehat{B}) = 60°$ ve
$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



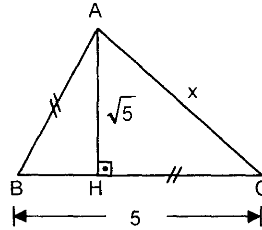
A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 4

2. ABC dik üçgen,
DBE eşkenar üçgendir.
$BD \perp AC$ ve
$|CD| = 3\sqrt{3}$ birim ise
$|EC| = x$ kaç birimdir?



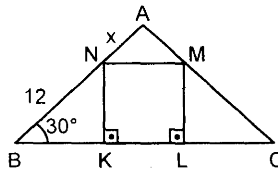
A) 1 B) 2 C) 3 D) $4\sqrt{3} - 3$ E) $6\sqrt{3} - 6$

3. ABC üçgeninde
$[AH] \perp [BC]$ ve
$|AB| = |HC|$ dir.
$|BC| = 5$ cm ve
$|AH| = \sqrt{5}$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



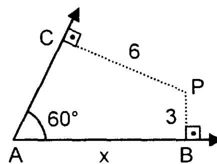
A) $\sqrt{7}$ B) 3 C) $\sqrt{11}$ D) 4 E) $\sqrt{14}$

4. ABC üçgeninde
$|AB| = |AC|$ dir.
KLMN kare,
$|BN| = 12$ cm ve
$m(\widehat{B}) = 30°$ ise
$|AN| = x$ kaç cm dir?



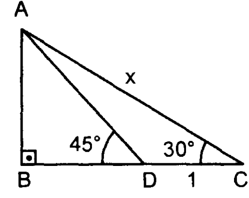
A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

5. Ölçüsü 60° olan BAC açısının iç bölgesinde alınan bir P noktasının [AB koluna uzaklığı 3 cm ve [AC koluna uzaklığı 6 cm dir.
Buna göre $|AB| = x$ kaç cm dir?



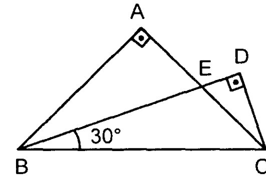
A) 8 B) $5\sqrt{3}$ C) 9 D) $6\sqrt{3}$ E) 12

6. ABC dik üçgendir.
$m(\widehat{ADB}) = 45°$,
$m(\widehat{C}) = 30°$ ve
$|DC| = 1$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



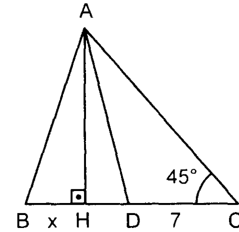
A) $3\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3} + 2$ C) $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$
D) $\sqrt{3} + 1$ E) $\sqrt{2} + 1$

7. ABC ikizkenar dik üçgendir.
$BD \perp DC$ ve
$m(\widehat{CBD}) = 30°$ ise
$\frac{|BE|}{|EC|}$ oranı nedir?



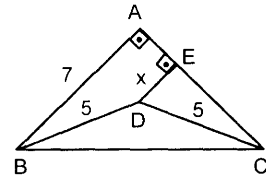
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

8. ABC üçgeninde
[AH] yükseklik,
[AD] kenarortaydır.
$|AD| - |AH| = 1$ cm,
$|DC| = 7$ cm ve
$m(\widehat{C}) = 45°$ ise
$|BH| = x$ kaç cm dir?



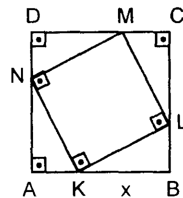
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. D noktası ABC ikizkenar dik üçgeninin iç bölgesindedir.
$|AB| = |AC| = 7$ cm,
$|DB| = |DC| = 5$ cm ve
$DE \perp AC$ ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) 3 C) 4 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

10. ABCD karesinin bir kenarı 7 cm, KLMN karesinin bir kenarı 5 cm dir.
$|KB| > |KA|$ ise
$|KB| = x$ kaç cm dir?



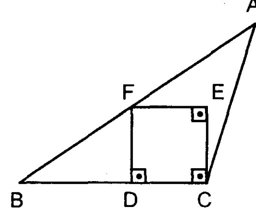
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

11. ABC ikizkenar üçgeninde

$|AC| = |BC| = 10$ cm ve

$|AB| = 16$ cm dir.

Üçgenin içine şekildeki gibi yerleştirilen DCEF karesinin bir kenarı kaç cm olur?



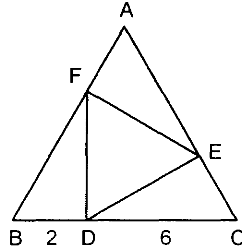
A) $\frac{20}{7}$ B) $\frac{25}{7}$ C) $\frac{30}{7}$ D) 5 E) $\frac{40}{7}$

12. ABC eşkenar üçgeninin içine DEF eşkenar üçgeni şekildeki gibi yerleştirilmiştir.

$|BD| = 2$ cm ve

$|DC| = 6$ cm ise

DEF üçgeninin bir kenarı kaç cm dir?



A) $2\sqrt{6}$ B) 5 C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $4\sqrt{2}$

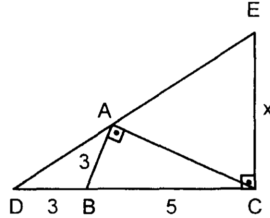
13. ABC dik üçgen; D, A, E ve D, B, C noktaları doğrusaldır.

$AB \perp AC$, $DC \perp CE$,

$|DB| = |BA| = 3$ cm ve

$|BC| = 5$ cm ise

$|CE| = x$ kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

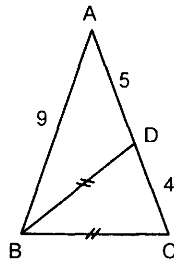
14. ABC üçgeninde

$|AB| = |AC| = 9$ cm,

$|BC| = |BD|$ ve

$|AD| = 5$ cm ise

BCD üçgeninin çevresi kaç cm dir?



A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

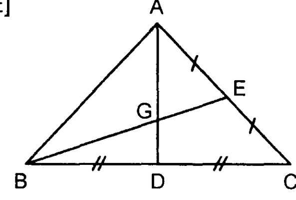
15. ABC ikizkenar üçgeninde [AD] ve [BE] kenarortaydır.

$|AB| = |AC|$,

$|AD| = 18$ cm ve

$|BE| = 15$ cm ise

$|BC|$ kaç cm dir?



A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

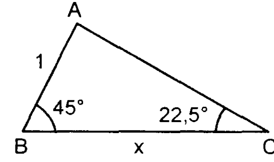
16. ABC üçgeninde

$m(\hat{B}) = 45°$,

$m(\hat{C}) = 22{,}5°$ ve

$|AB| = 1$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



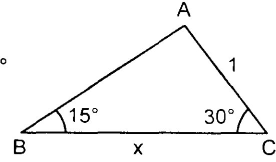
A) 2 B) $\sqrt{2}+1$ C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}+2$ E) $2\sqrt{2}+1$

17. ABC üçgeninde

$m(\hat{B}) = 15°$, $m(\hat{C}) = 30°$

ve $|AC| = 1$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



A) $\sqrt{2}+1$ B) $\sqrt{3}+1$ C) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2}+1$ E) $2\sqrt{3}$

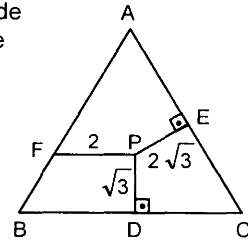
18. ABC eşkenar üçgeninde $PD \perp BC$, $PE \perp AC$ ve $PF \parallel BC$ dir.

$|PD| = \sqrt{3}$ cm,

$|PE| = 2\sqrt{3}$ cm ve

$|PF| = 2$ cm ise

$|BC|$ kaç cm dir?

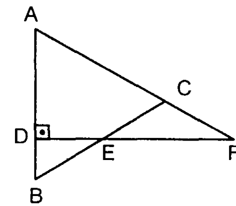


A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

19. ABC eşkenar üçgeninde $DF \perp AB$ dir.

$|DE| + |DF| = 12$ cm ise

$|AB|$ kaç cm dir?



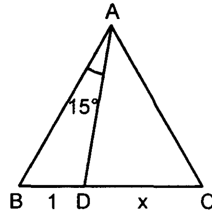
A) 6 B) 7 C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

20. ABC eşkenar üçgendir.

$m(\widehat{BAD}) = 15°$ ve

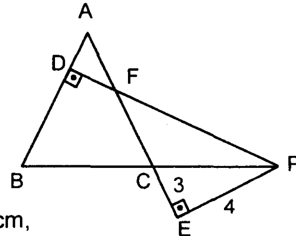
$|BD| = 1$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) $\sqrt{3} - 1$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $\sqrt{3} + 2$
D) $2\sqrt{3} - 2$ D) $2\sqrt{3} + 2$

21. ABC ikizkenar üçgeninde, [BC üzerindeki P noktasından AB ve AC kenar doğrularına PD ve PE dikmeleri çizilmiştir.



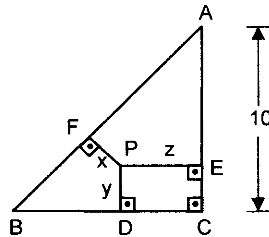
$|AB| = |AC|$, $|PD| = 12$ cm,

$|PE| = 4$ cm ve $|CE| = 3$ cm

ise ABC üçgeninin çevresi kaç cm dir?

A) $\frac{56}{3}$ B) $\frac{64}{3}$ C) $\frac{70}{3}$ D) $\frac{80}{3}$ E) $\frac{92}{3}$

22. ABC ikizkenar dik üçgeninin bir dik kenarı 10 cm dir. Üçgenin iç bölgesindeki bir P noktasının kenarlara uzaklıkları x, y, z dir. $y + z = 6$ cm ise x kaç cm dir?



A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

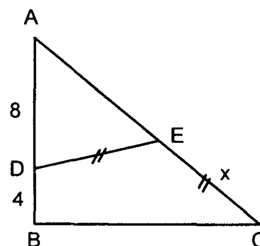
23. ABC ikizkenar dik üçgendir.

$|AD| = 8$ cm ve

$|BD| = 4$ cm ise

$|DE| = |EC| = x$

kaç cm dir?



A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $5\sqrt{2}$ D) 8 E) $6\sqrt{2}$

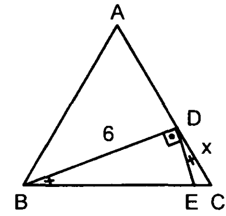
24. ABC eşkenar üçgendir.

$\widehat{DBC} \cong \widehat{EDC}$,

$BD \perp DE$ ve

$|BD| = 6$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



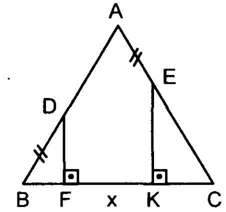
A) $3 - \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{6} - 3$ C) $3\sqrt{2} - \sqrt{6}$
D) $3\sqrt{3} - \sqrt{6}$ E) $6 - \sqrt{6}$

25. ABC eşkenar üçgeninin bir kenarı 12 cm dir.

$|BD| = |AE|$,

$DF \perp BC$ ve $EK \perp BC$

İse $|FK| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

26. ABC ikizkenar üçgeninde

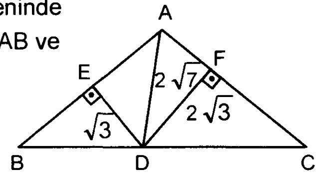
$|AB| = |AC|$, $DE \perp AB$ ve

$DF \perp AC$ dir.

$|AD| = 2\sqrt{7}$ cm,

$|DE| = \sqrt{3}$ cm ve

$|DF| = 2\sqrt{3}$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?



A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $2\sqrt{10}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 7

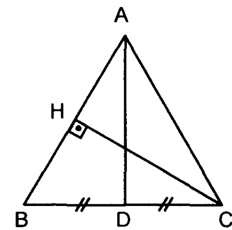
27. ABC üçgeninde AD kenarortay ve CH yüksekliktir.

$|AD| = 5$ cm,

$|CH| = 6$ cm ve

$|AB| = 6$ cm ise

$|AC|$ kaç cm dir?



A) $3\sqrt{5}$ B) 7 C) $2\sqrt{10}$ D) 8 E) $4\sqrt{3}$

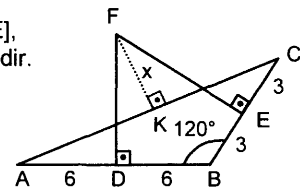
28. [FD], [AB] nin ve [FE], [BC] nin orta dikmesidir.

$|AB| = 12$ cm,

$|BC| = 6$ cm ve

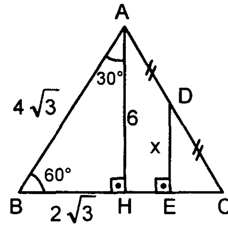
$m(\widehat{ABC}) = 120°$ ise

F noktasının [AC] ye uzaklığı $|FK| = x$ kaç cm dir?



A) $\sqrt{15}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{21}$

1. AH ⊥ BC çizelim.
ABH dik üçgeninde
$m(\widehat{BAH}) = 30°$ olduğundan



$|BH| = \frac{|AB|}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow |BH| = 2\sqrt{3}$ cm ve

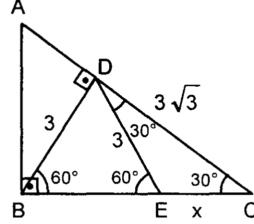
$|AH| = |BH| \cdot \sqrt{3} \Rightarrow |AH| = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

$\Rightarrow |AH| = 6$ cm olur.

AHC dik üçgeninde

$|DE| = \frac{|AH|}{2} \Rightarrow |DE| = \frac{6}{2} \Rightarrow |DE| = 3$ cm dir.

2. DBE nin eşkenar üçgen olduğu verilmiştir. Öyleyse, BDC dik üçgeninde
$m(\widehat{DBC}) = 60°$,

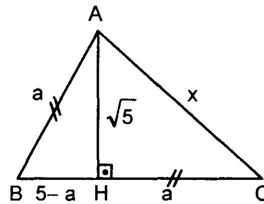


$m(\widehat{C}) = 30°$ ve
DEC üçgeninde
$m(\widehat{EDC}) = 60° - 30° = 30°$ dir.
Yine DBC dik üçgeninde

$|BD| = \frac{|CD|}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow |BD| = 3$ cm ve

$|BD| = |DE| = |EC| = 3$ cm olur.

3. $|AB| = |HC| = a$ dersek



$|BH| = 5 - a$ olur.
ABH dik üçgeninde

$|AB|^2 = |BH|^2 + |AH|^2$

$\Rightarrow a^2 = (5-a)^2 + (\sqrt{5})^2$

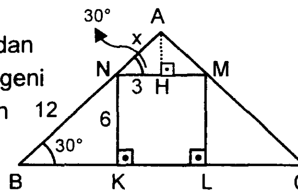
$\Rightarrow a = |HC| = 3$ cm olur.

AHC dik üçgeninde

$|AC|^2 = |AH|^2 + |HC|^2 \Rightarrow x^2 = (\sqrt{5})^2 + (3)^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{14}$ cm bulunur.

4. KLMN kare olduğundan NM // BC ve ABC üçgeni ikizkenar olduğundan ANM üçgeni de ikizkenardır.



AH ⊥ NM çizersek,
$|NH| = |HM|$ olur.
NBK dik üçgeninde
$m(\widehat{B}) = 30°$ olduğundan,

$|NK| = \frac{|BN|}{2} \Rightarrow |NK| = \frac{12}{2} = 6$ cm dir.

Buradan
$|NK| = |NM| = 6$ cm ve

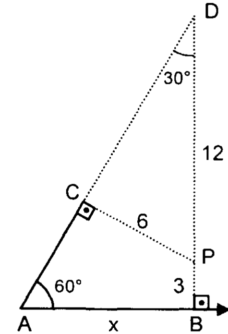
$|NH| = \frac{|NM|}{2} = 3$ cm olur.

ANH dik üçgeninde

$m(\widehat{ANH}) = 30° \Rightarrow |AH| = \frac{|NH|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ cm ve

$|AN| = 2|AH| = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

5. $[AC \cap [BP = \{D\}$ olsun.
PCD dik üçgeninde
$m(\widehat{D}) = 30°$ olduğundan,



$|PD| = 2|PC|$

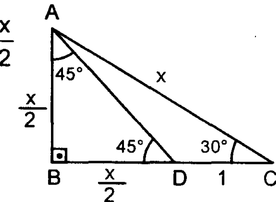
$\Rightarrow |PD| = 12$ cm dir.

ABD dik üçgeninde

$|AB| = \frac{|BD|}{\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow |AB| = 5\sqrt{3}$ cm bulunur.

6. ABC dik üçgeninde
$m(\widehat{C}) = 30°$ olduğundan,



$|AB| = \frac{|AC|}{2} \Rightarrow |AB| = \frac{x}{2}$

ve $|BC| = |AB| \cdot \sqrt{3}$

$\Rightarrow |BC| = \frac{\sqrt{3}}{2} x$ olur.

ABD ikizkenar dik üçgen olduğundan

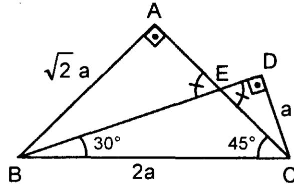
$|BD| = |AB| \Rightarrow |BD| = \frac{x}{2}$ dir.

$|BC| = |BD| + |DC|$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{x}{2} + 1$

$\Rightarrow x = \sqrt{3} + 1$ cm bulunur.

7. $|BC| = 2a$ dersek,



BCD dik üçgeninde

$|DC| = a$ ve

ABC ikizkenar dik üçgeninde

$|AB| = \sqrt{2}$ a olur.

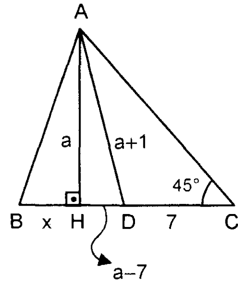
ABE ve DCE dik üçgenlerinin birer dar açıları eşit olduğundan bu üçgenler benzerdir.

$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{DCE} \Rightarrow \dfrac{|BE|}{|CE|} = \dfrac{|AB|}{|DC|}$

$\Rightarrow \dfrac{|BE|}{|CE|} = \dfrac{\sqrt{2}a}{a}$

$\Rightarrow \dfrac{|BE|}{|CE|} = \sqrt{2}$ bulunur.

8. $|AH| = a$ dersek,



$|AD| = a + 1$ ve

AHC ikizkenar dik üçgen olduğundan,

$|HD| = a - 7$ olur.

AHD dik üçgeninde

$|AD|^2 = |AH|^2 + |HD|^2$

$\Rightarrow (a+1)^2 = a^2 + (a-7)^2$

$\Rightarrow a^2 - 16a + 48 = 0$

$\Rightarrow a_1 = 4$ cm ve $a_2 = 12$ bulunur.

$a_1 = 4$ cm değeri verilenlerle uyumlu değildir.

$a = 12$ cm olur.

Buradan,

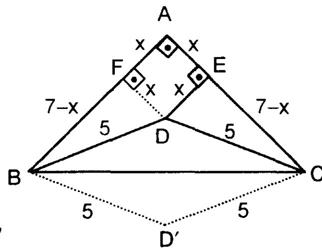
$|HD| = a - 7 = 5$ cm ve

[AD] kenarortay olduğundan,

$|BH| + |HD| = |DC|$

$\Rightarrow x + 5 = 7 \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

9. $DF \perp AB$ çizilirse



$\overset{\triangle}{FBD} \cong \overset{\triangle}{ECD}$

olacağından

$|DF| = |DE| = x$ ve

DEAF dörtgeni kare olacağından,

$|AE| = x$ ve $|EC| = 7 - x$ olur.

EDC dik üçgeninde

$|DE|^2 + |EC|^2 = |DC|^2$

$\Rightarrow x^2 + (7-x)^2 = 5^2$

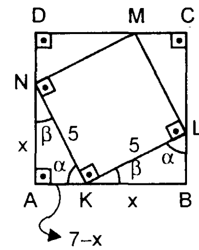
$\Rightarrow 2x^2 - 14x + 24 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Rightarrow x_1 = 3$ cm ve $x_2 = 4$ cm bulunur.

D noktası ABC üçgeninin dış bölgesinde olsaydı, x uzunluğu daha büyük olacaktı. Öyleyse, şekildeki $|DE| = x$ değeri 3 cm olmalıdır.

10. Eşit açılar şekilde α ve β ile gösterilmiştir.



$|NK| = |KL|$ ve

$\widehat{AKN} \cong \widehat{KLB}$ olduğundan

$\overset{\triangle}{NAK} \cong \overset{\triangle}{KBL}$ dir.

Buradan

$|NA| = |KB| = x$ ve

$|AK| = 7 - x$ olur.

NAK dik üçgeninde

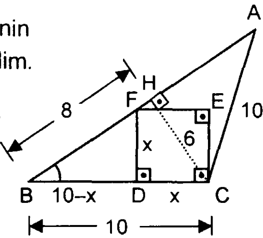
$|NA|^2 + |AK|^2 = |NK|^2$

$\Rightarrow x^2 + (7-x)^2 = 25 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Rightarrow x_1 = 3$ cm ve $x_2 = 4$ bulunur.

$|KB| > |KA|$ olduğundan $|KB| = 4$ cm olmalıdır.

11. ABC ikizkenar üçgeninin [CH] yüksekliğini çizelim.



$|BH| = \dfrac{|AB|}{2} = 8$ cm ve

HBC dik üçgeninde

$|CH|^2 = |BC|^2 - |BH|^2$

$\Rightarrow |CH| = 6$ cm bulunur.

DCEF karesinin bir kenar uzunluğuna x dersek $|BD| = 10 - x$ olur.

FBD ve CBH dik üçgenlerinin B köşesindeki açıları ortak olduğundan

$\overset{\triangle}{FBD} \sim \overset{\triangle}{CBH} \Rightarrow \dfrac{|BD|}{|BH|} = \dfrac{|FD|}{CH}$

$\Rightarrow \dfrac{10-x}{8} = \dfrac{x}{6} \Rightarrow x = \dfrac{30}{7}$ cm bulunur.

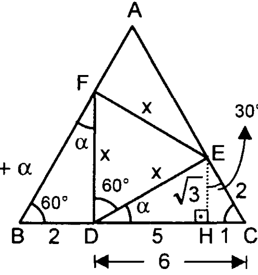
12. FDE eşkenar üçgeninin bir kenar uzunluğu x ve $m(\widehat{BFD}) = \alpha$ olsun.

FBD üçgeninde

$m(\widehat{FDC}) = 60° + \alpha$

$\Rightarrow 60° + m(\widehat{CDE}) = 60° + \alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{CDE}) = \alpha$ olur.



Öyleyse,

$\overset{\triangle}{FBD} \cong \overset{\triangle}{DCE} \Rightarrow |BD| = |CE| = 2$ cm dir.

EDC üçgeninde, EH ⊥ DC çizelim.

EHC dik üçgeninde,

$m(\widehat{HEC}) = 30°$ ve $|CE| = 2$ cm olduğundan,

$|HC| = 1$ cm ve $|HE| = \sqrt{3}$ cm olur.

DEH dik üçgeninde

$|DE|^2 = |DH|^2 + |HE|^2$

$\Rightarrow x^2 = 5^2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{7}$ cm bulunur.

13. **I. YOL :**

$|BD| = |BA|$ olduğundan

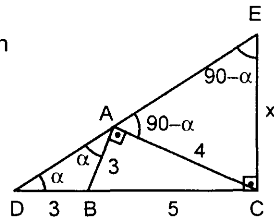
$m(\widehat{D}) = m(\widehat{BAD}) = \alpha$

dersek

$m(\widehat{CAE}) = 90 - \alpha$ ve

EDC dik üçgeninde

$m(\widehat{E}) = 90 - \alpha$ olur.



$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{CEA}) \Rightarrow |CE| = |CA|$ dır.

ABC dik üçgeninde

$|AC|^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow |AC| = 4$ cm olduğundan

$|CE| = 4$ cm bulunur.

NOT : $|BA| \neq |BD|$ olsaydı, problem bu yolla çözülemeyecekti.

II. YOL :

AH ⊥ BC çizelim.

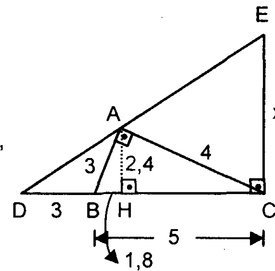
ABC dik üçgeninde

Euclid Teoremi'ne göre,

$|AB|^2 = |BH| \cdot |BC|$

$\Rightarrow 3^2 = |BH| \cdot 5$

$\Rightarrow |BH| = 1,8$ cm ve



ABH üçgeninde Pythagoras Teoremi'ne göre,

$|AH|^2 = 3^2 - 1,8^2 = (3 - 1,8)(3 + 1,8) = 1,2 \cdot 4,8$

$\Rightarrow |AH| = 2,4$ cm olur.

AH // CE olduğundan II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AH|}{|CE|} = \dfrac{|DH|}{|DC|} \Rightarrow \dfrac{2,4}{x} = \dfrac{4,8}{8}$

$\Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

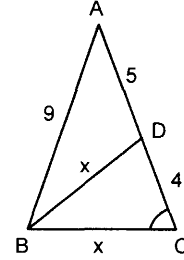
14. **I. YOL :**

ABC ve BCD ikizkenar üçgenlerinin birer taban açıları ortak olduğundan

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{BCD}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|BC|} = \dfrac{|BC|}{|CD|}$

$\Rightarrow \dfrac{9}{x} = \dfrac{x}{4} \Rightarrow x = 6$ cm olur.



Çevre($\overset{\triangle}{BCD}$) = 16 cm bulunur.

II. YOL :

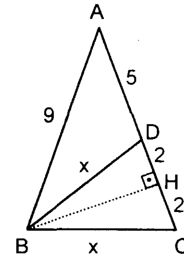
BCD ikizkenar üçgeninde BH ⊥ CD çizersek

$|CH| = |HD| = 2$ cm olur.

ABH dik üçgeninde

$|BH|^2 = 9^2 - 7^2$

$\Rightarrow |BH| = 4\sqrt{2}$ cm ve

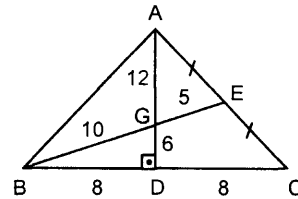


BHC dik üçgeninde

$|BC|^2 = (4\sqrt{2})^2 + 2^2 \Rightarrow x = 6$ cm olur.

Çevre($\overset{\triangle}{BCD}$) = 16 cm bulunur.

15. $|AB| = |AC|$ olduğundan [AD] kenarortayı aynı zamanda yüksekliktir.



Kenarortaylar birbirlerini $\dfrac{1}{2}$ oranında kestiğinden

$|AD| = 18$ cm $\Rightarrow |AG| = 12$ cm ve $|GD| = 6$ cm,

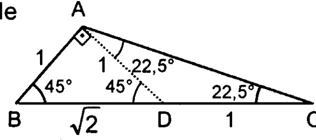
$|BE| = 15$ cm $\Rightarrow |BG| = 10$ cm ve $|GE| = 5$ cm dir.

GBD dik üçgeninde

$|BD|^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow |BD| = 8$ cm olur.

Buradan $|BC| = 16$ cm bulunur.

16. $\widehat{BAD}$ nın iç bölgesinde $m(\widehat{DAC}) = 22{,}5°$ olacak şekilde [AD ışını çizersek, ABD ikizkenar dik üçgeni ile ADC ikizkenar üçgeni elde edilir.



$|AB| = |AD| = |DC| = 1$ cm ve

$|BD| = \sqrt{2}$ cm olduğundan

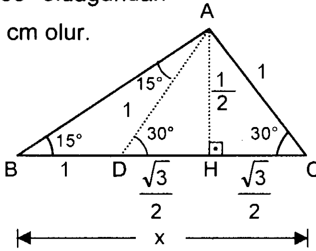
$|BC| = \sqrt{2} + 1$ cm bulunur.

17. I. YOL :

Şekildeki gibi $m(\widehat{BAD}) = 15°$ olacak biçimde [AD] yi ve $[AH] \perp [BC]$ yi çizelim.

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ACB}) = 30°$ olduğundan

$|AC| = |AD| = |BD| = 1$ cm olur.



AHC dik üçgeninde

$|AH| = \frac{|AC|}{2} = \frac{1}{2}$,

$|HC| = \sqrt{3} \cdot |AH|$

$\Rightarrow |HC| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ve

ADC ikizkenar üçgeninde

$|DH| = |HC| = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |DC| = \sqrt{3}$ olur.

$|BC| = |BD| + |DC| \Rightarrow |BC| = 1 + \sqrt{3}$ cm bulunur.

II. YOL :

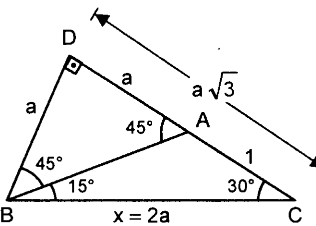
$BD \perp DC$ çizelim.

ABC üçgeninde

$m(\widehat{BAD}) = 15° + 30°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAD}) = 45°$ ve

$m(\widehat{ABD}) = 45°$ olur.



DBC dik üçgeninde

$m(\widehat{C}) = 30°$ olduğundan,

$|BC| = 2a$ dersek

$|BD| = a$ ve $|DC| = a \cdot \sqrt{3}$,

DBA ikizkenar dik üçgeninde

$|DB| = |DA| = a$ olur.

$|AC| = a\sqrt{3} - a = 1$

$\Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$,

$|BC| = 2a \Rightarrow |BC| = \sqrt{3} + 1$ cm bulunur.

18. I. YOL :

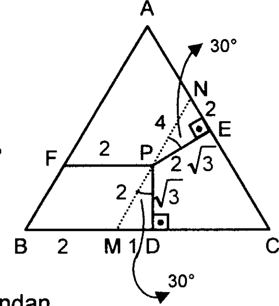
P noktasından MN // AB çizelim.

NMC eşkenar üçgen,

$m(\widehat{NPE}) = 30°$ ve

$m(\widehat{PMD}) = 30°$ olur.

PMD dik üçgeninde,



$|PD| = \sqrt{3}$ cm olduğundan

$|MD| = 1$ cm ve $|PD| = 2$ cm;

PNE dik üçgeninde $|PE| = 2\sqrt{3}$ cm olduğundan

$|NE| = 2$ cm ve $|PN| = 4$ cm dir.

NMC eşkenar üçgeninde

$|NM| = |MC| = 6$ cm ve BMPF paralelkenarında

$|PF| = |BM| = 2$ cm olup

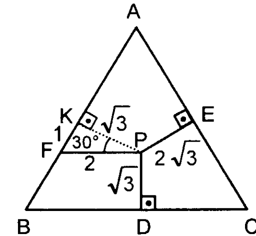
$|BC| = |BM| + |MC| \Rightarrow |BC| = 8$ cm bulunur.

II. YOL :

$PK \perp AB$ çizersek

$m(\widehat{FPK}) = 30°$ olur.

KFP dik üçgeninde



$|FK| = \frac{|FP|}{2} = 1$ cm ve

$|PK| = \sqrt{3} \cdot |FK| = \sqrt{3}$ cm dir.

$|BC| = a$ ve eşkenar üçgenin yüksekliği h olmak üzere,

$|PD| + |PE| + |PK| = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 8$ cm bulunur.

19. ADF dik üçgeninde

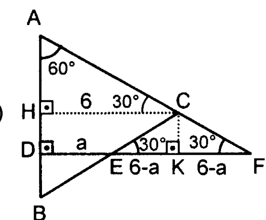
$m(\widehat{F}) = 30°$ ve

$m(\widehat{CEF}) = m(\widehat{ACE}) - m(\widehat{F})$

$\Rightarrow m(\widehat{CEF}) = 60° - 30°$

$\Rightarrow m(\widehat{CEF}) = 30°$ olup

CEF üçgeni ikizkenardır.



Çözümün açıkça görülemediği durumlarda, ikizkenar üçgenlerin yüksekliğini çizmek çözüm yolunu açmak için uygun bir anahtardır.

CK ⊥ DF ve CH ⊥ AB çizelim.

$|EK| = |KF|$ olur.

$|DE| + |DF| = 12$ cm verildiğine göre

$|DE| = a$ dersek $|DF| = 12 - a$,

$|EF| = 12 - 2a$ ve $|EK| = 6 - a$ olur.

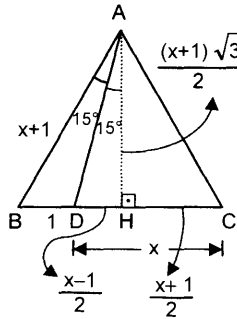
HDKC dikdörtgeninde

$|HC| = |DK| = a + 6 - a = 6$ cm dir.

ABC eşkenar üçgeninde [HC] yükseklik olduğundan

$|HC| = \frac{|AB| \cdot \sqrt{3}}{2} = 6 \Rightarrow |AB| = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

20. **I. YOL :**



AH ⊥ BC çizersek

$m(\widehat{DAH}) = 15°$

$|BH| = |HC| = \frac{x+1}{2}$,

$|HD| = \frac{x+1}{2} - 1 = \frac{x-1}{2}$,

$|AB| = x + 1$ ve

$|AH| = \frac{(x+1) \cdot \sqrt{3}}{2}$ olur.

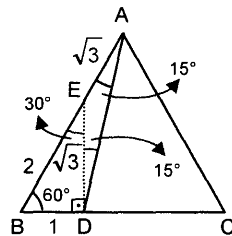
ABH üçgeninde İç Açıortay Teoremi'ne göre,

$\frac{|DB|}{|DH|} = \frac{|BA|}{|HA|} \Rightarrow \frac{1}{\frac{x-1}{2}} = \frac{x+1}{\frac{(x+1)\sqrt{3}}{2}}$

$\Rightarrow \frac{2}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{3} + 1$ cm bulunur.

II. YOL :



Şekildeki gibi

$m(\widehat{EDA}) = 15°$ alırsak

$m(\widehat{BED}) = 15° + 15° = 30°$

ve DE ⊥ BC olur.

EBD dik üçgeninde

$|BE| = 2|BD| = 2$ cm,

$|DE| = \sqrt{3}|BD| = \sqrt{3}$ cm ve

EDA ikizkenar üçgeninde

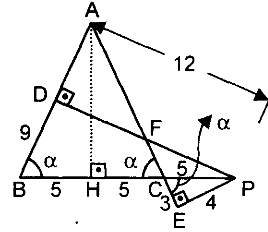
$|ED| = |EA| = \sqrt{3}$ cm bulunur.

ABC eşkenar üçgeninde

$|BC| = |AB| = |BE| + |EA|$

$\Rightarrow x + 1 = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3} + 1$ cm bulunur.

21. Şekilde ölçüleri α ile gösterilen açıların eşitliğini görünüz.



$\overset{\Delta}{PDB} \sim \overset{\Delta}{PEC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{|PD|}{|PE|} = \frac{|DB|}{|EC|} = \frac{|PB|}{|PC|}$

$\Rightarrow \frac{12}{4} = \frac{|DB|}{3} = \frac{|PB|}{5}$

$\Rightarrow |DB| = 9$ cm ve $|PB| = 15$ cm dir.

Buradan $|BC| = 10$ cm olur.

ABC ikizkenar üçgeninin [AH] yüksekliğini çizersek

$|BH| = |HC| = 5$ cm ve

$\overset{\Delta}{AHC} \sim \overset{\Delta}{PEC}$

$\Rightarrow \frac{|HC|}{|EC|} = \frac{|AC|}{|PC|} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{|AC|}{5}$

$\Rightarrow |AC| = \frac{25}{3}$ cm olur.

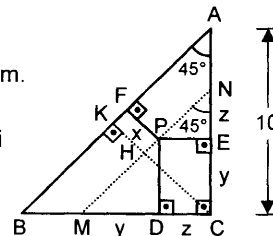
$\text{Çevre}(\overset{\Delta}{ABC}) = |AB| + |AC| + |BC|$

$\text{Çevre}(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{25}{3} + \frac{25}{3} + 10$

$\text{Çevre}(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{80}{3}$ cm bulunur.

NOT : Başka çözüm yollarını da deneyiniz.

22. P noktasından MN // AB çizelim. PEN, PMD ve NMC üçgenleri ikizkenar dik üçgen olurlar.



Şekilde görüleceği gibi

$|MC| = |NC| = y + z = 6$ cm dir.

CK ⊥ AB çizelim.

$[CK] \cap [MN] = \{H\}$ olsun.

ABC ikizkenar dik üçgeninde

$|CK| = \dfrac{|AB|}{2} \Rightarrow |CK| = 5\sqrt{2}$ cm ve

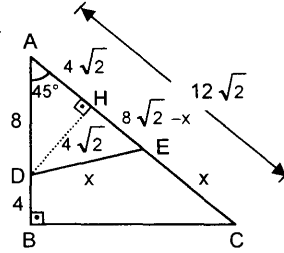
NMC ikizkenar dik üçgeninde

$|CH| = \dfrac{|MN|}{2} \Rightarrow |CH| = 3\sqrt{2}$ cm olur.

$|PF| = |KH| = |CK| - |CH|$

$\Rightarrow x = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.

23. DH ⊥ AC çizersek ADH üçgeni de ikizkenar dik üçgen olur ve



$|AH| = |DH| = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

ABC ikizkenar dik üçgeninde

$|AC| = 12\sqrt{2}$ cm dir.

Buradan

$|HE| = 8\sqrt{2} - x$ olur.

HDE dik üçgeninde

$|DE|^2 = |DH|^2 + |HE|^2$

$\Rightarrow x^2 = (4\sqrt{2})^2 + (8\sqrt{2} - x)^2$

$\Rightarrow x^2 = 32 + 128 - 16\sqrt{2}\,x + x^2$

$\Rightarrow x = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

24. $m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{EDC}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{DEB}) = 60° + \alpha$

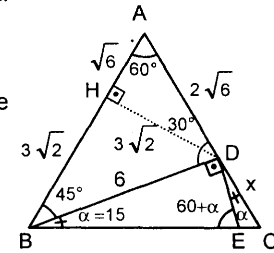
ve DBE dik üçgeninde

$\alpha + 60 + \alpha = 90°$

$\Rightarrow \alpha = 15°$ olur.

DH ⊥ AB çizelim.

HBD ikizkenar dik üçgeninde



$|HB| = |HD| = 3\sqrt{2}$ cm ve AHD dik üçgeninde

$|AH| = \dfrac{|HD|}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow |AH| = \sqrt{6}$ cm ve

$|AD| = 2|AH| \Rightarrow |AD| = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

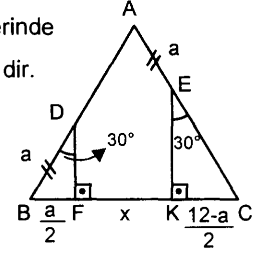
ABC eşkenar üçgeninde

$|AC| = |AB|$ olacağından

$x + 2\sqrt{6} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$

$x = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ cm bulunur.

25. DBF ve EKC dik üçgenlerinde $m(\widehat{BDF}) = m(\widehat{CEK}) = 30°$ dir.



$|AE| = |BD| = a$ dersek

$|BF| = \dfrac{a}{2}$,

$|EC| = 12 - a$ ve $|KC| = \dfrac{12-a}{2}$ olur.

$|BC| = 12$ cm olduğundan

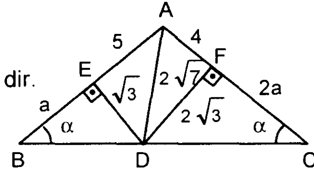
$\dfrac{a}{2} + x + \dfrac{12-a}{2} = 12$

$\Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

26. $\overset{\Delta}{EBD} \sim \overset{\Delta}{FCD}$ (A.A.A.)

$\dfrac{|EB|}{|FC|} = \dfrac{|ED|}{|FD|} \Rightarrow$

$\dfrac{|EB|}{|FC|} = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$ dir.



$|BE| = a$ dersek

$|FC| = 2a$ olur.

AED dik üçgeninde

$|AE|^2 = (2\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 \Rightarrow |AE| = 5$ cm,

AFD dik üçgeninde

$|AF|^2 = (2\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow |AF| = 4$ cm

ve ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ olduğundan

$a + 5 = 2a + 4 \Rightarrow a = 1$ cm olur.

EBD dik üçgeninde

$|BD|^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow |BD| = 2$ cm,

FDC dik üçgeninde

$|DC|^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2)^2 \Rightarrow |DC| = 4$ cm dir.

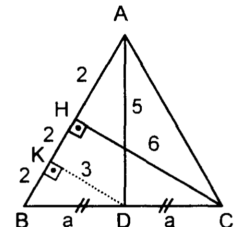
Buradan $|BC| = 6$ cm bulunur.

27. DK ⊥ AB çizelim.

DK // CH olacağından,

$|DK| = \dfrac{|CH|}{2} = \dfrac{6}{2}$

$\Rightarrow |DK| = 3$ cm ve



KAD dik üçgeninde,

$|KA|^2 = |AD|^2 - |DK|^2$

$|KA|^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow |KA| = 4$ cm olur.

$|BK| = 6 - 4 = 2$ cm ve

I.Thales Teoremi gereğince,

$$\frac{|BK|}{|KH|} = \frac{|BD|}{|DC|} \Rightarrow \frac{2}{|KH|} = \frac{a}{a} \Rightarrow |KH| = 2 \text{ cm}$$

ve buradan $|HA| = 4 - 2 = 2$ cm olur.

HAC dik üçgeninde

$|AC|^2 = |HC|^2 + |HA|^2 \Rightarrow |AC|^2 = 6^2 + 2^2$

$\Rightarrow |AC| = 2\sqrt{10}$ cm bulunur.

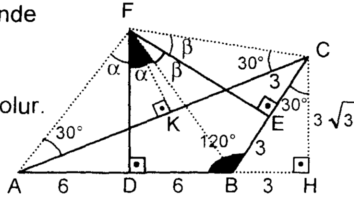
28. Önce $|AC|$ uzunluğunu bulalım :

$CH \perp AB$ çizersek

CBH dik üçgeninde

$|BH| = 3$ cm ve

$|CH| = 3\sqrt{3}$ cm olur.



CAH dik üçgeninde

$|AC|^2 = |AH|^2 + |CH|^2$

$\Rightarrow |AC|^2 = 15^2 + (3\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |AC| = 6\sqrt{7}$ cm bulunur.

$|AK| = |KC| = 3\sqrt{7}$ cm olur.

F noktası [AB] ve [BC] nin orta dikmelerinin kesim noktası olduğundan

$|FA| = |FB| = |FC|$ dir.

$m(\widehat{AFD}) = m(\widehat{BFD}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{BFE}) = m(\widehat{EFC}) = \beta$ olsun.

FDBE dörtgeninde

$\alpha + \beta + 90° + 120° + 90° = 360°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 60°$ olur.

Buradan $m(\widehat{AFC}) = 2\alpha + 2\beta = 120°$

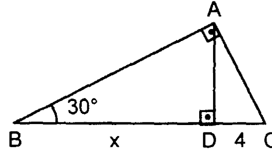
$m(\widehat{FAK}) = 30°$ bulunur.

FAK dik üçgeninde

$$|FK| = \frac{|AK|}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

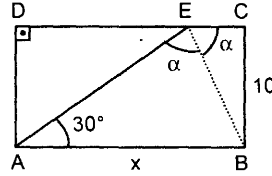
$\Rightarrow |FK| = \sqrt{21}$ cm olur.

1. ABC dik üçgeninde
$AD \perp BC$, $|DC| = 4$ cm
ve $m(\hat{B}) = 30°$ ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



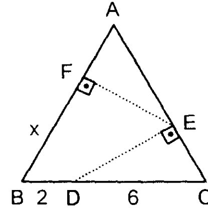
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

2. ABCD dikdörtgeninde
[BE], $\widehat{AEC}$ nın açıortayıdır.
$|BC| = 10$ cm ve
$m(\widehat{BAE}) = 30°$ ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



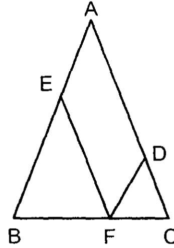
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

3. ABC eşkenar üçgeninde
$DE \perp AC$ ve $EF \perp AB$ dir.
$|BD| = 2$ cm ve
$|DC| = 6$ cm ise
$|BF| = x$ kaç cm dir?



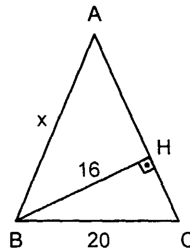
A) 6 B) $\frac{11}{2}$ C) 5 D) $\frac{9}{2}$ E) 4

4. ABC üçgeninde
$|AB| = |AC|$ dir.
FDAE paralelkenarının çevresi 48 cm olduğuna göre
$|AC|$ kaç cm dir?



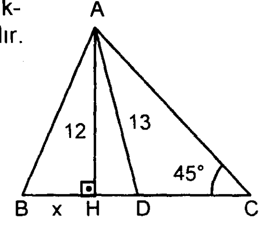
A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

5. ABC ikizkenar üçgeninde
$|BC| = 20$ cm ve
$|BH| = 16$ cm ise
$|AB| = |AC| = x$ kaç cm dir?



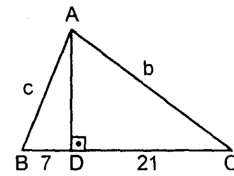
A) 13 B) $\frac{40}{3}$ C) 15 D) 16 E) $\frac{50}{3}$

6. ABC üçgeninde [AH] yükseklik, [AD] kenarortaydır.
$|AH| = 12$ cm,
$|AD| = 13$ cm ve
$m(\hat{C}) = 45°$ ise
$|BH| = x$ kaç cm dir?



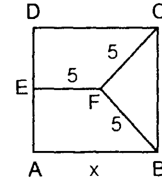
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. ABC üçgeninde $AD \perp BC$ dir.
$|AB| = c$ birim,
$|AC| = b$ birim,
$|BD| = 7$ birim ve
$|DC| = 21$ birim ise
$\sqrt{b^2 - c^2}$ kaç birimdir?



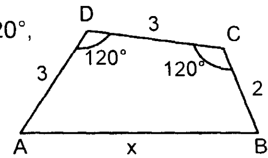
A) 14 B) $7\sqrt{2}$ C) 28 D) $14\sqrt{2}$ E) $14\sqrt{3}$

8. ABCD karesinde
EF // AB ve
$|EF| = |FB| = |FC| = 5$ cm
ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



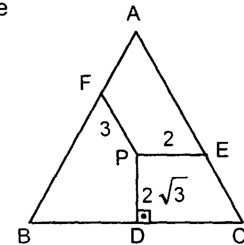
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 9,6

9. ABCD dörtgeninde
$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{BCD}) = 120°$,
$|AD| = 3$ cm,
$|DC| = 3$ cm ve
$|BC| = 2$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



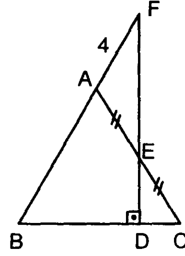
A) $3\sqrt{3}$ B) $\sqrt{29}$ C) $\sqrt{31}$ D) $\sqrt{33}$ E) $\sqrt{35}$

10. ABC eşkenar üçgeninde
$PD \perp BC$, PE // BC ve
PF // AC dir.
$|PD| = 2\sqrt{3}$ cm,
$|PE| = 2$ cm ve
$|PF| = 3$ cm ise
$|BC|$ kaç cm dir?



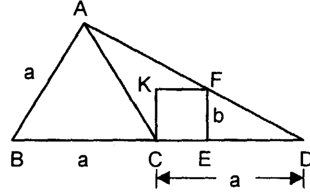
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

11. ABC üçgeni eşkenar ve B, A, F noktaları doğrusaldır.
$|AE| = |EC|$,
$|AF| = 4$ cm ve
$FD \perp BC$ olduğuna göre $|FD|$ kaç cm dir?



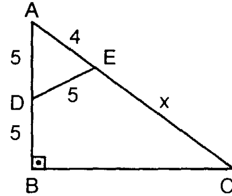
A) 8 B) 9 C) $6\sqrt{3}$ D) 10 E) $8\sqrt{3}$

12. ABC eşkenar üçgeninin bir kenarı a, CEFK karesinin bir kenarı b birimdir.
$|BC| = |CD|$ olduğuna göre $\frac{a}{b}$ oranı nedir?



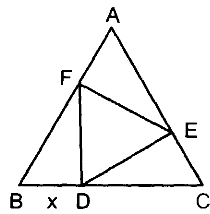
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{3}+1$

13. ABC dik üçgeninde
$|AD| = |DB| = |DE| = 5$ cm
ve $|AE| = 4$ cm ise
$|EC| = x$ kaç cm dir?



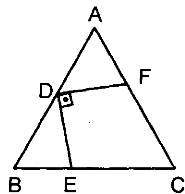
A) 11 B) 12 C) 16 D) 21 E) 26

14. ABC ve DEF eşkenar üçgendir.
$|BD| < |DC|$,
$|AB| = 4$ cm ve
$|DE| = \sqrt{7}$ cm ise
$|BD| = x$ kaç cm dir?



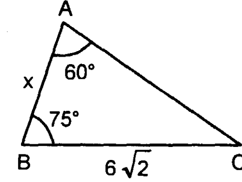
A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

15. ABC eşkenar üçgen ve
☑ $\overset{\triangle}{ADF} \cong \overset{\triangle}{BDE}$ dir.
$ED \perp FD$ ise
$\frac{|FC|}{|AF|}$ oranı kaçtır?



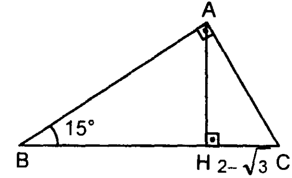
A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

16. ABC üçgeninde
$m(\widehat{ABC}) = 75°$,
$m(\widehat{BAC}) = 60°$ ve
$|BC| = 6\sqrt{2}$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



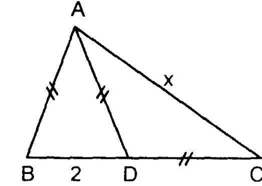
A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 6

17. ABC dik üçgeninde
☑ AH yüksekliktir.
$m(\hat{B}) = 15°$ ve
$|HC| = 2-\sqrt{3}$ cm
ise $|BC|$ kaç cm dir?



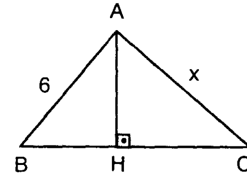
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

18. ABC ikizkenar üçgeninde
☑ $|AC| = |BC|$ ve
$|AB| = |AD| = |DC|$ dir.
$|BD| = 2$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



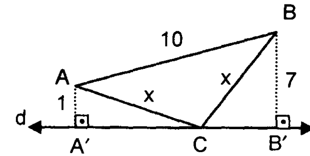
A) $2+\sqrt{5}$ B) $3+\sqrt{5}$ C) $2+\sqrt{6}$
D) $3+\sqrt{6}$ E) $2+2\sqrt{2}$

19. ABC üçgeninde
$AH \perp BC$,
$m(\widehat{HAC}) = 2m(\widehat{HBA})$,
$m(\widehat{BAH}) = 2m(\widehat{HCA})$
ise $|AC| = x$ kaç cm dir?



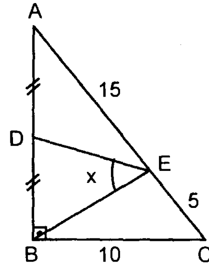
A) 5 B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

20. A ve B noktalarının
☑ d doğrusuna uzaklıkları $|AA'| = 1$ cm
ve $|BB'| = 7$ cm dir.
$|AB| = 10$ cm ve
$C \in d$ ise
$|CA| = |CB| = x$ kaç cm dir?



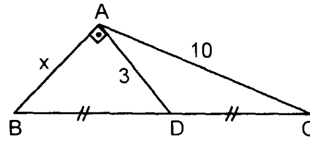
A) $5\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{13}$ C) $3\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{14}$ E) $2\sqrt{15}$

21. ABC dik üçgeninde
$|AD| = |DB|$,
$|BC| = 10$ cm,
$|AE| = 15$ cm ve
$|EC| = 5$ cm ise
$m(\widehat{BED}) = x$
kaç derecedir?



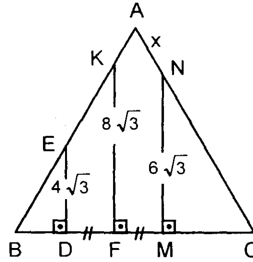
A) 30 B) 45 C) 60 D) 67,5 E) 75

22. ABC üçgeninde
[AD] kenarortayı
[AB] ye diktir.
$|AD| = 3$ cm ve
$|AC| = 10$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



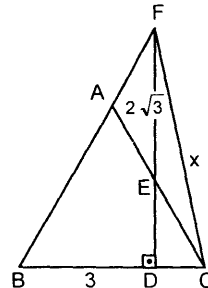
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

23. ABC eşkenar üçgeninde
DE // FK // MN,
DE ⊥ BC ve
$|DF| = |FM|$ dir.
$|DE| = 4\sqrt{3}$ cm,
$|FK| = 8\sqrt{3}$ cm ve
$|MN| = 6\sqrt{3}$ cm ise
$|AN| = x$ kaç cm dir?



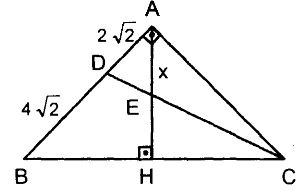
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

24. ABC eşkenar üçgendir.
DF ⊥ BC,
$|BD| = 3$ cm ve
$|EF| = 2\sqrt{3}$ cm ise
$|CF|$ kaç cm dir?



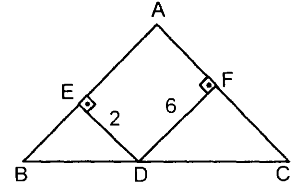
A) 5 B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

25. ABC ikizkenar
dik üçgendir.
AH ⊥ BC,
$|AB| = |AC|$,
$|AD| = 2\sqrt{2}$ cm
ve $|BD| = 4\sqrt{2}$ cm
ise $|AE| = x$ kaç
cm dir?



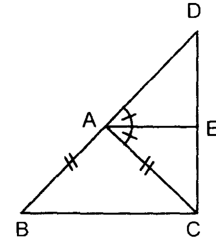
A) 1 B) $3\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) 3

26. ABC ikizkenar
üçgeninde
DE ⊥ AB ve
DF ⊥ AC dir.
$|AB| = |AC| = 10$ cm,
$|DE| = 2$ cm ve
$|DF| = 6$ cm ise
$|BC|$ kaç cm dir?



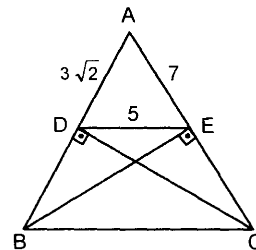
A) $3\sqrt{6}$ B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{6}$

27. ABC ikizkenar
üçgeninde [AE]
dış açıortaydır.
$|AB| = |AC|$,
$|BC| = 22$ cm,
$|CD| = 33$ cm ve
$|BD| = 44$ cm ise
DAE üçgeninin
çevresi kaç cm dir?



A) 44 B) 55 C) 63 D) 66 E) 72

28. ABC üçgeninde [BE]
ve [CD] yüksekliktir.
$|AD| = 3\sqrt{2}$ cm,
$|AE| = 7$ cm ve
$|DE| = 5$ cm ise
$|BE|$ kaç cm dir?



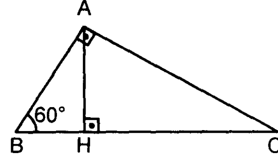
A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) 7 D) $5\sqrt{2}$ E) 8

1. ABC dik üçgeninde

AH ⊥ BC dir.

$m(\widehat{B}) = 60°$ ise

$\frac{|AC|}{|BH|}$ oranı nedir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D) 2 E) 3

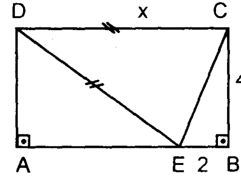
2. ABCD dikdörtgeninde

$|DE| = |DC|$ dir.

$|EB| = 2$ cm ve

$|BC| = 4$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) $3\sqrt{5}$ C) 4 D) $4\sqrt{3}$ E) 5

3. ABC üçgeninde

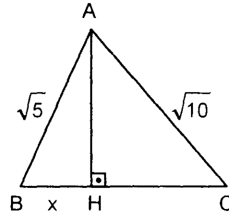
[AH] yüksekliktir.

$|AC| = \sqrt{10}$ cm,

$|AB| = \sqrt{5}$ cm ve

$|HC| - |HB| = 1$ cm

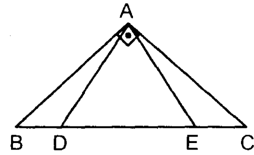
ise $|BH| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

4. Şekilde ABC ikizkenar dik üçgen ve ADE eşkenar üçgendir.

Buna göre $\frac{|AB|}{|AD|}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

5. ABC eşkenar üçgeninde

PD ⊥ BC, PE ⊥ AC ve

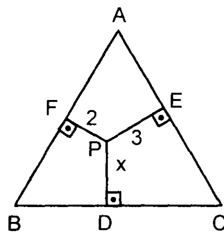
PF ⊥ AB dir.

$|PE| = 3$ cm,

$|PF| = 2$ cm ve üçgenin

bir kenarı $6\sqrt{3}$ cm

ise $|PD| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. ABC eşkenar üçgeninde

[KL] // [BC] ve

[KM] // [AC] dir.

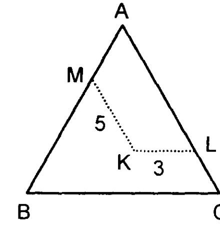
$|KM| = 5$ cm,

$|KL| = 3$ cm ve

üçgenin yüksekliği

$6\sqrt{3}$ cm ise $|LC|$

kaç cm dir?



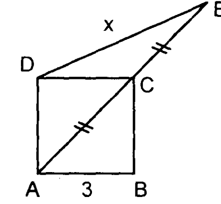
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. ABCD karesinin bir

kenarı 3 birimdir.

$|AC| = |CE|$ ise

$|DE| = x$ kaç birimdir?



A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

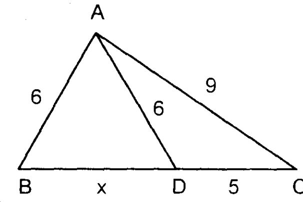
8. ABC üçgeninde

$|AB| = |AD| = 6$ cm,

$|AC| = 9$ cm ve

$|DC| = 5$ cm ise

$|BD| = x$ kaç cm dir?



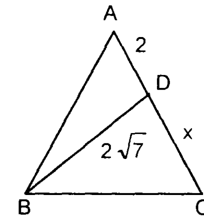
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. ABC eşkenar üçgendir.

$|BD| = 2\sqrt{7}$ cm ve

$|AD| = 2$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

10. Şekilde

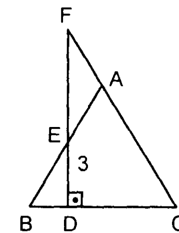
FD ⊥ BC ve

$|AB| = |AC|$ dir.

$\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{1}{5}$ ve

$|DE| = 3$ cm ise

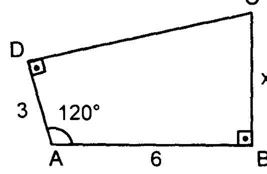
$|DF|$ kaç cm dir?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

11. ABCD dörtgeninde AB ⊥ BC ve AD ⊥ DC dir.

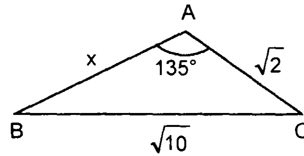
$m(\hat{A}) = 120°$, $|AB| = 6$ cm ve $|AD| = 3$ cm olduğuna göre $|BC| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 6

12. ABC üçgeninde

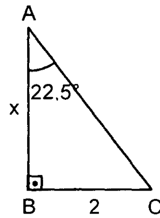
$m(\hat{A}) = 135°$, $|AC| = \sqrt{2}$ cm ve $|BC| = \sqrt{10}$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) 5

13. ABC dik üçgeninde

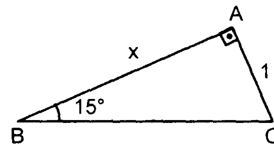
$m(\hat{A}) = 22{,}5°$ ve $|BC| = 2$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{2} + 2$ C) $2\sqrt{2} + 1$
D) $2\sqrt{2} + 2$ E) $4\sqrt{2} - 2$

14. ABC dik üçgeninde

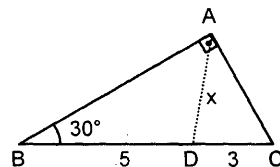
$m(\hat{B}) = 15°$ ve $|AC| = 1$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



A) $\sqrt{3} + 1$ B) $\sqrt{3} + 2$ C) $\sqrt{3} + 3$
D) $2\sqrt{3} + 1$ E) $2\sqrt{3} + 2$

15. ABC dik üçgeninde

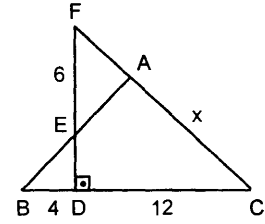
$m(\hat{B}) = 30°$, $|BD| = 5$ cm ve $|DC| = 3$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{11}$ D) $\sqrt{13}$ E) $\sqrt{15}$

16. ABC ikizkenar üçgeninde DF ⊥ BC dir.

$|BD| = 4$ cm, $|DC| = 12$ cm ve $|EF| = 6$ cm ise $|AB| = |AC| = x$ kaç cm dir?

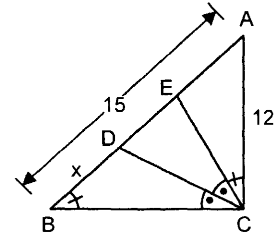


A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

17. ABC üçgeninde

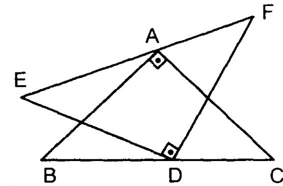
$\hat{B} \cong \widehat{ECA}$ ve $\widehat{DCB} \cong \widehat{DCE}$ dir.

$|AB| = 15$ cm ve $|AC| = 12$ cm ise $|BD| = x$ kaç cm dir?



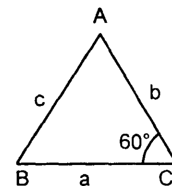
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. ABC ve DEF ikizkenar dik üçgendir. D ∈ [BC], A ∈ [EF] ve $|BC| = 12$ cm olduğuna göre $|EF|$ kaç değişik tamsayı değerini alabilir?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

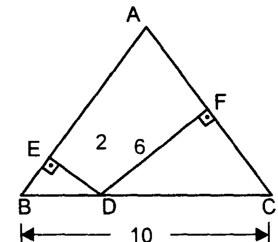
19. ☑ ABC üçgeninin kenarlarının uzunlukları a, b ve c dir. $m(\hat{C}) = 60°$, $a = 8$ cm ve $b + c = 10$ cm ise $|AC| = b$ kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

20. ABC ikizkenar üçgeninde DE ⊥ AB ve DF ⊥ AC dir.

$|BC| = 10$ cm, $|DE| = 2$ cm ve $|DF| = 6$ cm ise $|AB| = |AC|$ kaç cm dir?



A) 8 B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{26}{3}$ D) 9 E) $\frac{28}{3}$

8. Bölüm

ÜÇGENİN ALANI

- Trigonometri Bilgisi

8. Bölümün Özeti
8. Bölüm Üzerine Örnek Problemler
8. Bölüm Üzerine Problemler
Testler: 1-2-3-4-5

4. bölümde alan kavramını tanıtmış ve üçgenin alanını Teorem 4.2 ile vermiştik. Bu bölümde Teorem 4.2 nin sonuçlarını ayrıntılı bir biçimde inceleyecek, ardından üçgenin alanı ile ilgili başka teoremler de vererek, örneklerle konuyu tamamlayacağız.

Şimdi, Teorem 4.2 yi yeniden ifade ederek sonuçlarını inceleyelim.

TEOREM 4.2

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

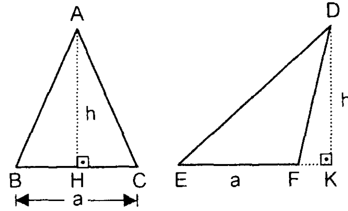
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c$ dir.

SONUÇLAR :

1. Birer tabanı ile bu tabanlara ait yükseklikleri eş olan üçgenlerin alanları birbirine eşittir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde $[AH]$ ve $[DK]$ yükseklikler olmak üzere,



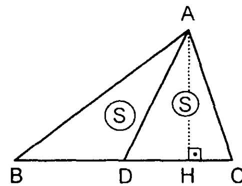
$|BC| = |EF| = a$ ve

$|AH| = |DK| = h$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{DEF}) = \frac{1}{2}a \cdot h$ tır.

2. Bir üçgende bir kenarortay, üçgeni eşit alanlı iki bölgeye ayırır.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $[AD]$ kenarortay ise, tabanları ve yükseklikleri

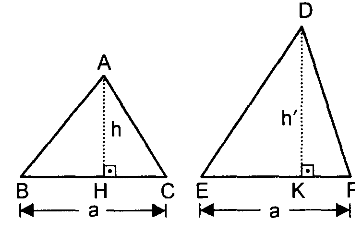


eş iki üçgen olduklarından, $A(\overset{\triangle}{ABD}) = A(\overset{\triangle}{ADC})$ dir.

3. Birer tabanı eş olan iki üçgenin alanlarının oranı, bu tabanlara ait yüksekliklerinin uzunluklarının oranına eşittir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde $[AH]$ ve $[DK]$ yükseklikler olmak üzere



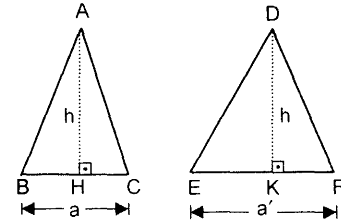
$|AH| = h$, $|DK| = h'$

ve $|BC| = |EF| = a$ ise $\dfrac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \dfrac{\frac{a \cdot h}{2}}{\frac{a \cdot h'}{2}} = \dfrac{h}{h'}$ dür.

4. Birer yüksekliği eş olan iki üçgenin alanlarının oranı, bu yüksekliklere ait tabanlarının uzunluklarının oranına eşittir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde $[AH]$ ve $[DK]$ yükseklikler olmak üzere,



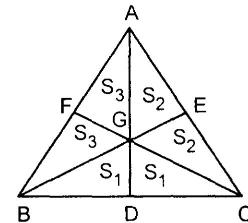
$|AH| = |DK| = h$,

$|BC| = a$ ve $|EF| = a'$ ise $\dfrac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \dfrac{\frac{a \cdot h}{2}}{\frac{a' \cdot h}{2}} = \dfrac{a}{a'}$ dür.

5. Bir üçgenin üç kenarortayı, üçgeni eşit alanlı 6 bölgeye ayırır.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin $[AD]$, $[BE]$ ve $[CF]$ kenarortayları G de kesişsin.



$\overset{\triangle}{GBC}$ üçgeninde $[GD]$ kenarortay olduğundan

$A(\overset{\triangle}{GBD}) = A(\overset{\triangle}{GDC}) = S_1$,

$\overset{\triangle}{GCA}$ üçgeninde $[GE]$ kenarortay olduğundan

$A(\overset{\triangle}{GCE}) = A(\overset{\triangle}{GEA}) = S_2$,

$\overset{\triangle}{GAB}$ üçgeninde $[GF]$ kenarortay olduğundan

$A(\overset{\triangle}{GAF}) = A(\overset{\triangle}{GFB}) = S_3$ diyelim.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde [AD] kenarortay olduğundan,

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = A(\overset{\triangle}{ADC}) \Rightarrow 2S_3 + S_1 = 2S_2 + S_1$

$\Rightarrow S_3 = S_2$ ① ve

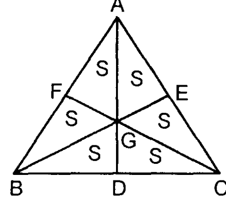
[BE] kenarortay olduğundan,

$A(\overset{\triangle}{BCE}) = A(\overset{\triangle}{ABE}) \Rightarrow 2S_1 + S_2 = 2S_3 + S_2$

$\Rightarrow S_1 = S_3$ ② olup

① ve ② den $S_1 = S_2 = S_3$

bulunur.



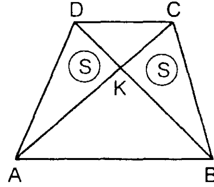
Buna göre,

$A(\overset{\triangle}{GBD}) = A(\overset{\triangle}{GDC}) = A(\overset{\triangle}{GCE}) = A(\overset{\triangle}{GEA}) = A(\overset{\triangle}{GAF}) = A(\overset{\triangle}{GBF})$

dir.

6. Bir yamukta, köşegenlerle yan kenarların belirttiği üçgenlerin alanları eşittir.

İSPAT :



Tabanları ve yükseklikleri eşit üçgenler olduklarından

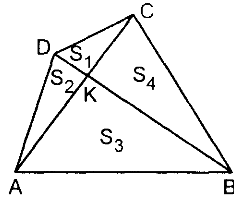
$A(\overset{\triangle}{DAB}) = A(\overset{\triangle}{CAB})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DKA}) + A(\overset{\triangle}{KAB}) = A(\overset{\triangle}{CKB}) + A(\overset{\triangle}{KAB})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DKA}) = A(\overset{\triangle}{CKB})$ olur.

7. Bir dörtgende köşegenler, alanları orantılı olan dört bölge ayırır.

İSPAT :



Yükseklikleri eşit üçgenler olduklarından

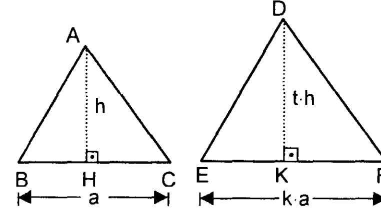
$\dfrac{A(\overset{\triangle}{KCD})}{A(\overset{\triangle}{KAD})} = \dfrac{|KC|}{|KA|} \Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{|KC|}{|KA|}$ ① ve

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{KCB})}{A(\overset{\triangle}{KAB})} = \dfrac{|KC|}{|KA|} \Rightarrow \dfrac{S_4}{S_3} = \dfrac{|KC|}{|KA|}$ ② olup

① ve ② den $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{S_4}{S_3}$ bulunur.

8. İki üçgenden ikincisinin bir tabanı birincisinin buna karşılık gelen tabanının k katı, ikincisinin bu tabana ait yüksekliği birincisinin buna karşılık gelen yüksekliğinin t katı ise, ikinci üçgenin alanı birinci üçgenin alanının $k \cdot t$ katı olur.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde [AH] ve [DK] yükseklikler olmak üzere,

$|AH| = h,\ |DK| = t \cdot h,\ |BC| = a,\ |EF| = k \cdot a$

ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = S$ ise $S = \dfrac{a \cdot h}{2}$, $A(\overset{\triangle}{DEF}) = \dfrac{k \cdot a \cdot t \cdot h}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DEF}) = \dfrac{a \cdot h}{2} \cdot k \cdot t$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DEF}) = S \cdot k \cdot t$ olur.

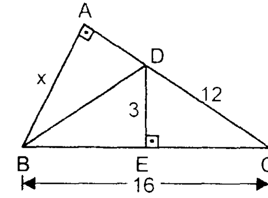
ÖRNEK 8.1

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $AB \perp AC$, $D \in [AC]$ ve $DE \perp BC$ dir.

$|BC| = 16$ cm,

$|CD| = 12$ cm ve

$|DE| = 3$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{DBC}) = \dfrac{|BC| \cdot |DE|}{2} = \dfrac{|DC| \cdot |AB|}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{16 \cdot 3}{2} = \dfrac{12 \cdot x}{2}$

$\Rightarrow x = 4$ cm dir.

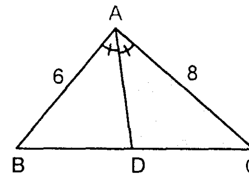
ÖRNEK 8.2

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AD] açıortaydır.

$|AB| = 6$ cm,

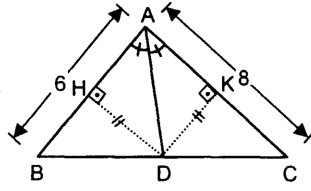
$|AC| = 8$ cm ve



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 28\ cm^2$ ise $A(\overset{\triangle}{ADC})$ kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

[AD] açıortay olduğundan DH ⊥ AB ve DK ⊥ AC çizersek |DH| = |DK| olur.



$\overset{\triangle}{ABD}$ ve $\overset{\triangle}{ADC}$ üçgenlerinin yükseklikleri eşit olduğundan

$$\frac{A(A\overset{\triangle}{B}D)}{A(A\overset{\triangle}{D}C)} = \frac{|AB|}{|AC|} \Rightarrow \frac{A(A\overset{\triangle}{B}D)}{A(A\overset{\triangle}{D}C)} = \frac{6}{8} \text{ dir.}$$

$A(A\overset{\triangle}{B}D) = 3S$ dersek $A(A\overset{\triangle}{D}C) = 4S$

ve $A(A\overset{\triangle}{B}C) = 7S$ olur.

$7S = 28 \text{ cm}^2 \Rightarrow S = 4\text{cm}^2$ ve

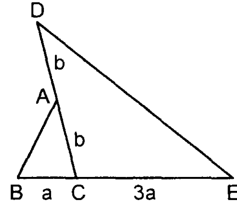
$A(A\overset{\triangle}{D}C) = 4S \Rightarrow A(A\overset{\triangle}{D}C) = 16 \text{ cm}^2$ bulunur.

ÖRNEK 8.3

Şekilde E ∈ [BC ve D ∈ [CA dır.

|AC| = |AD|,

|CE| = 3|BC| ve



$A(A\overset{\triangle}{B}C) = 8 \text{ cm}^2$ ise $A(D\overset{\triangle}{C}E)$ kaç cm² dir?

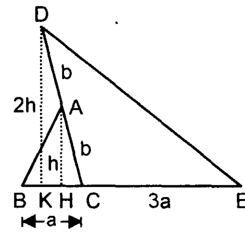
ÇÖZÜM :

AH ⊥ BC ve DK ⊥ BC çizerek

|AH| = h, |BC| = a ve

|AC| = b dersek

|CE| = 3a, |AD| = b ve



II. Thales Teoremi'ne göre

|DK| = 2h olur.

$$A(A\overset{\triangle}{B}C) = \frac{a \cdot h}{2} = 8 \text{ cm}^2 \Rightarrow a \cdot h = 16 \text{ cm}^2 \text{ ve}$$

$$A(D\overset{\triangle}{C}E) = \frac{3a \cdot 2h}{2} = 3 \cdot a \cdot h$$

$\Rightarrow A(D\overset{\triangle}{C}E) = 48 \text{ cm}^2$ bulunur.

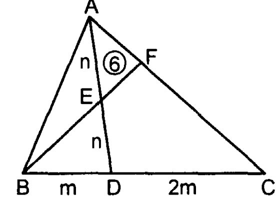
ÖRNEK 8.4

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

|DC| = 2|BD| ve

|AE| = |ED| dir.

$A(A\overset{\triangle}{E}F) = 6 \text{ cm}^2$



ise $A(A\overset{\triangle}{B}C)$ kaç cm² dir?

ÇÖZÜM :

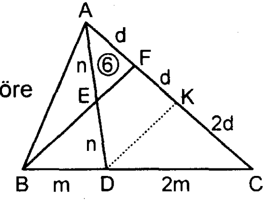
I. YOL :

DK // BF çizersek,

I. Thales Teoremi'ne göre

|AF| = |FK| ve

|KC| = 2|FK| olur.



$\overset{\triangle}{AEF}$ ve $\overset{\triangle}{ADK}$ üçgenleri benzer olup

$$\frac{A(A\overset{\triangle}{E}F)}{A(A\overset{\triangle}{D}K)} = \left(\frac{|AE|}{|AD|}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{A(A\overset{\triangle}{D}K)} = \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow A(A\overset{\triangle}{D}K) = 24 \text{ cm}^2$ dir.

$|AC| = 2|AK| \Rightarrow A(A\overset{\triangle}{D}C) = 2 \cdot A(A\overset{\triangle}{D}K)$

$\Rightarrow A(A\overset{\triangle}{D}C) = 48 \text{ cm}^2$ ve

$|BD| = \frac{1}{2}|DC| \Rightarrow A(A\overset{\triangle}{B}D) = \frac{1}{2}A(A\overset{\triangle}{D}C)$

$\Rightarrow A(A\overset{\triangle}{B}D) = 24 \text{ cm}^2$ olur.

Buna göre,

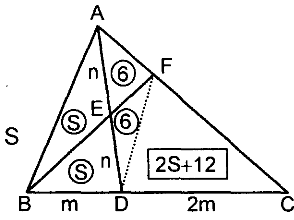
$A(A\overset{\triangle}{B}C) = 72 \text{ cm}^2$ elde edilir.

II. YOL :

[DF] yi çizelim.

$A(A\overset{\triangle}{B}E) = A(B\overset{\triangle}{D}E) = S$

dersek



$A(A\overset{\triangle}{E}F) = A(D\overset{\triangle}{E}F) = 6 \text{ cm}^2$ ve

$A(F\overset{\triangle}{D}C) = 2 \cdot A(F\overset{\triangle}{B}D)$ olduğundan

$A(F\overset{\triangle}{D}C) = 2(S+6) \Rightarrow A(F\overset{\triangle}{D}C) = 2S+12$ olur.

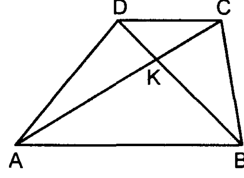
$A(A\overset{\triangle}{D}C) = 2 \cdot A(A\overset{\triangle}{B}D)$

$\Rightarrow 2S + 24 = 2 \cdot 2S \Rightarrow S = 12 \text{ cm}^2$

ve $A(A\overset{\triangle}{B}C) = 4S + 24$

$\Rightarrow A(A\overset{\triangle}{B}C) = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

ÖRNEK 8.5



ABCD yamuğunda AB // CD dir.

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = 36\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{ACD}) = 12\ cm^2$

ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

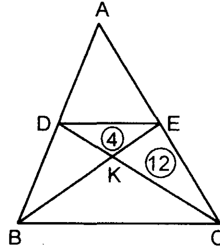
Taban ve yükseklikleri eşit olduğundan

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABD}) = 36\ cm^2$ ve

$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{ACD})$

$\Rightarrow A(ABCD) = 36 + 12 \Rightarrow A(ABCD) = 48\ cm^2$ olur.

ÖRNEK 8.6



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

DE // BC ve

$BE \cap CD = \{K\}$ dır.

$A(\overset{\triangle}{DEK}) = 4\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{CEK}) = 12\ cm^2$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir.

ÇÖZÜM :

$\frac{|DK|}{|KC|} = \frac{A(\overset{\triangle}{DEK})}{A(\overset{\triangle}{CEK})} \Rightarrow \frac{|DK|}{|KC|} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ tür.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|DK|}{|KC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$ ① ve $\frac{|DE|}{|KC|} = \frac{|AE|}{|AC|}$ ② dir.

① ve ② den

$\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|DK|}{|KC|} \Rightarrow \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} = \frac{1}{3}$ bulunur.

Buna göre, $|EC| = 2|AE|$ olacağından

$A(\overset{\triangle}{AED}) = \frac{1}{2} A(\overset{\triangle}{DEC}) \Rightarrow A(\overset{\triangle}{AED}) = \frac{1}{2} \cdot 16$

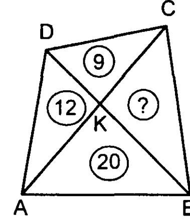
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AED}) = 8\ cm^2$ ve

$|AB| = 3|AD|$ olacağından

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3 \cdot A(\overset{\triangle}{ADC}) = 3 \cdot 24$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 72\ cm^2$ elde edilir.

ÖRNEK 8.7



ABCD dörtgeninde köşegenler K noktasında kesişmektedir.

$A(\overset{\triangle}{KAB}) = 20\ cm^2$,

$A(\overset{\triangle}{KAD}) = 12\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{KCD}) = 9\ cm^2$ ise $A(\overset{\triangle}{KBC})$ kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

$\frac{A(\overset{\triangle}{KCD})}{A(\overset{\triangle}{KAD})} = \frac{|KC|}{|KA|} = \frac{A(\overset{\triangle}{KBC})}{A(\overset{\triangle}{KAB})}$

$\Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{A(\overset{\triangle}{KBC})}{20}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{KBC}) = 15\ cm^2$ olur.

TEOREM 8.1 (Heron Formülü)

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a + b + c = 2u$ olmak üzere,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ dir.

İSPAT :

4. bölümde, bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$h_a = \frac{2}{a}\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ olduğunu ispatlamıştık.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ eşitliğinde h_a yerine eşiti koyulursa,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ elde edilir.

ÖRNEK 8.8

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $a = 7\ cm$, $b = 8\ cm$ ve $c = 9\ cm$ ise üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

$2u = 7 + 8 + 9 \Rightarrow u = 12$ cm dir. Buna göre,

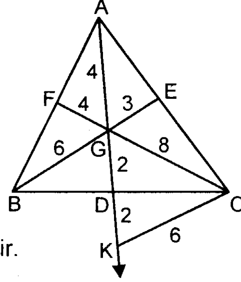
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{12 \cdot (12-7)(12-8) \cdot (12-9)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 12\sqrt{5}\ cm^2$ bulunur.

ÖRNEK 8.9

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $v_a = 6$ cm, $v_b = 9$ cm ve $v_c = 12$ cm ise üçgenin alanı kaç cm² dir?

ÇÖZÜM :



Kenarortaylar G noktasında kesişiyorsa,

$|AG| = 4$ cm, $|GD| = 2$ cm,

$|BG| = 6$ cm, $|GE| = 3$ cm,

$|CG| = 8$ cm ve $|GF| = 4$ cm dir.

[AD üzerinde $|DK| = |GD| = 2$ cm olacak biçimde bir K noktası alırsak

$\overset{\triangle}{GBD} \cong \overset{\triangle}{KCD}$ (K.A.K.) olacağından

$A(\overset{\triangle}{GKC}) = A(\overset{\triangle}{GBC})$ olur.

$A(\overset{\triangle}{GBC}) = \frac{1}{3} A(\overset{\triangle}{ABC})$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3 \cdot A(\overset{\triangle}{GKC})$ bulunur.

$\overset{\triangle}{GKC}$ üçgeninde $2u = 4 + 6 + 8$ olup $u = 9$ cm dir.

Buna göre,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3 \cdot \sqrt{9 \cdot (9-6)(9-8)(9-4)}$

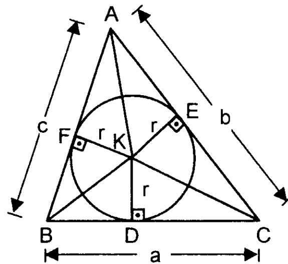
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 9\sqrt{15}$ cm² elde edilir.

TEOREM 8.2

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, $2u$ üçgenin çevresi ve r üçgenin içteğet çemberinin yarıçapı olmak üzere

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r$ dir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin içteğet çemberinin merkezi K ve değme noktaları D, E, F ise

KD ⊥ BC, KE ⊥ AC, KF ⊥ AB dir.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{KBC}) + A(\overset{\triangle}{KCA}) + A(\overset{\triangle}{KAB})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} + \frac{c \cdot r}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r$ olur.

NOT : Bir doğru bir çembere teğet ise, o doğrunun çemberin merkezine en yakın noktasının değme noktası olacağını, dolayısıyla değme noktasını çemberin merkezine birleştiren yarıçapın teğete dik olacağını görünüz.

ÖRNEK 8.10

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin kenar uzunlukları 5, 6, 7 sayıları ile orantılıdır. Üçgenin, iç teğet çemberinin yarıçapı 2 cm ise çevresi kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = k$ olsun.

Buna göre $a = 5k$, $b = 6k$, $c = 7k$ ve

$2u = 5k + 6k + 7k \Rightarrow u = 9k$ olur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{9k(9k-5k)(9k-6k)(9k-7k)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 6\sqrt{6}\,k^2$ ① ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 18k$ ②

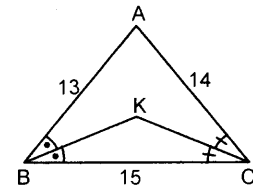
olup ① ve ② den

$6\sqrt{6}\,k^2 = 18k \Rightarrow k = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ve buradan

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 2u \Rightarrow Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 18k$

$\Rightarrow Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 9\sqrt{6}$ cm bulunur.

ÖRNEK 8.11



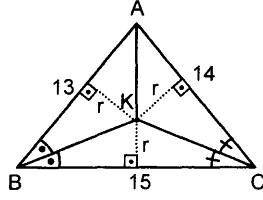
Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[BK ve [CK açıortaydır.

$a = 15$ cm, $b = 14$ cm ve $c = 13$ cm ise

ise $A(\overset{\triangle}{KBC})$ kaç cm² dir?

ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni için

$2u = 15 + 14 + 13$

$\Rightarrow u = 21$ cm dir.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 84\ cm^2$ olur.

$\overset{\triangle}{KBC}$, $\overset{\triangle}{KCA}$ ve $\overset{\triangle}{KAB}$ üçgenlerinin $[BC]$, $[AC]$ ve $[AB]$ tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan

$\frac{A(\overset{\triangle}{KBC})}{15} = \frac{A(\overset{\triangle}{KCA})}{14} = \frac{A(\overset{\triangle}{KAB})}{13}$ olup

$A(\overset{\triangle}{KBC}) = 15S$, $A(\overset{\triangle}{KCA}) = 14S$ ve

$A(\overset{\triangle}{KAB}) = 13S$ dersek,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 15S + 14S + 13S = 84\ cm^2$

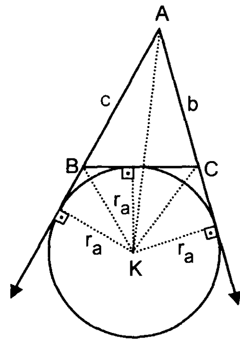
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{KBC}) = 30\ cm^2$ elde edilir.

TEOREM 8.3

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde kenar uzunlukları a, b, c, üçgenin dış teğet çemberlerinin yarıçapları r_a, r_b, r_c ve üçgenin çevresi 2u olmak üzere,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = (u-a)\cdot r_a = (u-b)\cdot r_b = (u-c)\cdot r_c$ dir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin,

$\hat{A}$ açısının

iç bölgesinde

kalan dış teğet

çemberinin merkezi

K olsun.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABK}) + A(\overset{\triangle}{ACK}) - A(\overset{\triangle}{KBC})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{c\cdot r_a}{2} + \frac{b\cdot r_a}{2} - \frac{a\cdot r_a}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{b+c-a}{2}\cdot r_a$ ① dır.

$a+b+c = 2u \Rightarrow b+c = 2u-a$ değeri ① de yerine koyulursa,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{2u-2a}{2}\cdot r_a$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = (u-a)\cdot r_a$ bulunur.

Aynı yoldan gidilerek,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = (u-a)\cdot r_a = (u-b)\cdot r_b = (u-c)\cdot r_c$ elde edilir.

❑ TRİGONOMETRİ BİLGİSİ

TEOREM 8.4

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, kenar uzunlukları a, b, c ve iç açıların ölçüleri A, B, C olmak üzere,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}b\cdot c\cdot \sin A = \frac{1}{2}a\cdot c\cdot \sin B = \frac{1}{2}a\cdot b\cdot \sin C$

dir.

İSPAT :

AH ⊥ BC çizelim.

$\overset{\triangle}{ABH}$ dik üçgeninde

$\sin B = \frac{h_a}{c}$

$\Rightarrow h_a = c\cdot \sin B$ dir.

A, c, h_a, B, H, C, a

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}a\cdot h_a \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}a\cdot c\cdot \sin B$ olur.

Aynı şekilde,

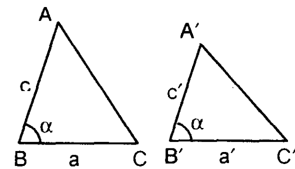
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}b\cdot c\cdot \sin A = \frac{1}{2}a\cdot c\cdot \sin B = \frac{1}{2}a\cdot b\cdot \sin C$

elde edilir.

SONUÇ :

Herhangi iki üçgenin birer köşesindeki açılarının sinüsleri eşit ise bu üçgenlerin alanları, bu köşelere ait kenarların uzunluklarının çarpımı ile orantılıdır.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{A'B'C'}$

üçgenlerinde

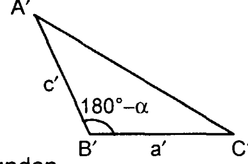
$m(\hat{B}) = m(\hat{B'}) = \alpha$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}a\cdot c \sin\alpha$ ve

$A(\overset{\triangle}{A'B'C'}) = \frac{1}{2}a' \cdot c' \sin\alpha$ olup $\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = \frac{a \cdot c}{a' \cdot c'}$ dür.

olup $\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = \frac{a \cdot c}{a' \cdot c'}$ dür.

$\overset{\triangle}{A'B'C'}$ üçgeninde



$m(\hat{B'}) = 180° - \alpha$ olsaydı

$\text{Sin}(180° - \alpha) = \text{Sin}\alpha$ olacağından

$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = \frac{a \cdot c}{a' \cdot c'}$ orantısı yine geçerli olacaktı.

ÖRNEK 8.12

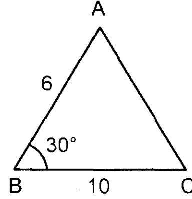
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BC| = 10$ cm,

$|AB| = 6$ cm ve

$m(\hat{B}) = 30°$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2}|BC| \cdot |AB| \cdot \sin B$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \sin 30° = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 15$ cm² olur.

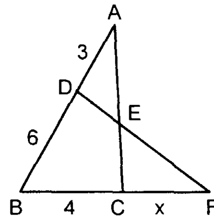
ÖRNEK 8.13

Şekilde

$|AD| = 3$ cm,

$|BD| = 6$ cm,

$|BC| = 4$ cm ve



$A(\overset{\triangle}{DBF}) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABC})$ ise $|CF| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

Üçgenlerin $\hat{B}$ açıları ortaktır ve bu açıların kenarlarına ait uzunluklar söz konusudur.

Öyleyse, üçgenlerin alanlarını $\hat{B}$ cinsinden yazarak,

$A(\overset{\triangle}{DBF}) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABC})$

$\Rightarrow \frac{1}{2} 6 \cdot (x+4) \cdot \sin B = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4 \cdot \sin B$

$\Rightarrow x = 8$ cm bulunur.

ÖRNEK 8.14

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

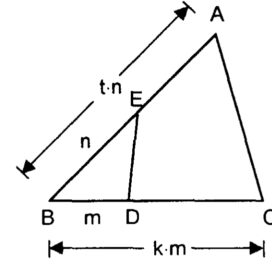
$|BD| = m$, $|BE| = n$,

$|BC| = k \cdot m$,

$|BA| = t \cdot n$

ve $A(\overset{\triangle}{BDE}) = S$ ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ nedir?



ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{BDE}) = \frac{1}{2} m \cdot n \cdot \sin B = S$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot t \cdot n \cdot \sin B$ olup

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = S \cdot k \cdot t$ dir.

ÖRNEK 8.15

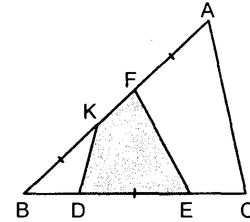
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$2|BD| = |DE| = 2|EC|$

ve $|BK| = 2|KF| = |FA|$ dır.

$A(DEFK) = 21$ cm² ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :

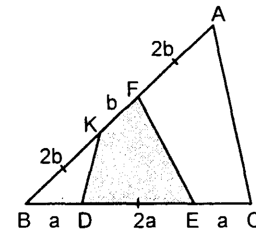
$|BD| = a$ ve

$|KF| = b$ dersek

$|DE| = 2a$, $|EC| = a$,

$|BK| = 2b$ ve

$|FA| = 2b$ olur.



$A(\overset{\triangle}{DEFK}) = A(\overset{\triangle}{FBE}) - A(\overset{\triangle}{KBD})$

$\Rightarrow 21 = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 3b \cdot \sin B - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2b \cdot \sin B$

$\Rightarrow a \cdot b \cdot \sin B = 6$ dır.

Buna göre

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 5b \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 6$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 60\ cm^2$ bulunur.

TEOREM 8.5

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, kenar uzunlukları a, b, c ve çevrel çemberin yarıçapı R olmak üzere,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$ dir.

İSPAT :

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, Sinüs Teoremi'ne göre

$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{a}{2R}$ dir.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$ ifadesinde sinA yerine eşiti koyulursa,

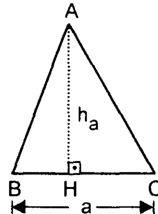
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{abc}{4R}$ elde edilir.

8. BÖLÜMÜN ÖZETİ

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

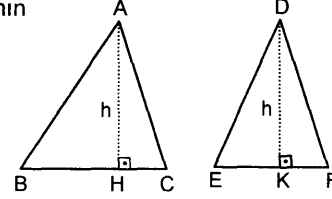
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$

dir.



Birer tabanı ile bu tabanlara ait yükseklikleri eş olan üçgenlerin alanları birbirine eşittir.

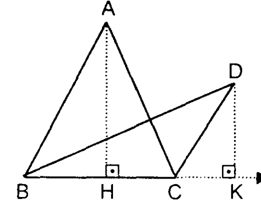
Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı tabanlarının oranına eşittir.



$|AH| = |DK|$ ise

$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \frac{|BC|}{|EF|}$ dir.

Tabanları eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı, yüksekliklerinin oranına eşittir.



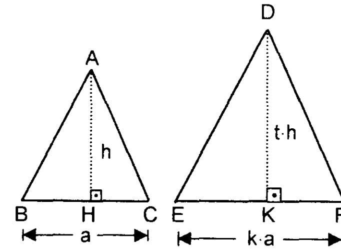
$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DBC})} = \frac{|AH|}{|DK|}$ dır.

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenlerinde

$|BC| = a$, $|AH| = h$,

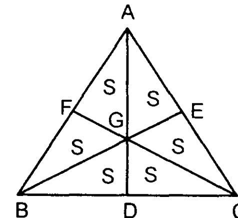
$|EF| = k \cdot a$,

$|DK| = t \cdot h$



ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = S$ ise $A(\overset{\triangle}{DEF}) = S \cdot k \cdot t$ dir.

Kenarortaylar üçgeni, eşit alanlı 6 üçgene ayırır.



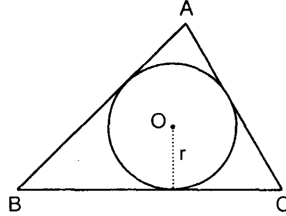
$a+b+c=2u$ olmak üzere

$A(\overset{\triangle}{ABC})=\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ dir.

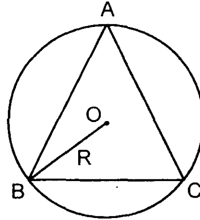
$A(\overset{\triangle}{ABC})=\frac{1}{2}b\cdot c\cdot \sin A=\frac{1}{2}a\cdot c\cdot \sin B=\frac{1}{2}b\cdot c\cdot \sin A$

dır.

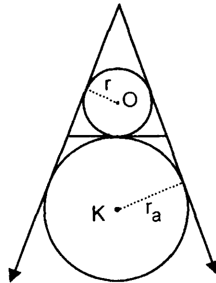
İçteğet çemberin yarıçapı r ve $a+b+c=2u$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC})=u\cdot r$ dir.



Çevrel çemberin yarıçapı R ise $A(\overset{\triangle}{ABC})=\frac{a\cdot b\cdot c}{4R}$ dir.



İçteğet çemberin yarıçapı r, dışteğet çemberlerin yarıçapları r_a, r_b, r_c ve $a+b+c=2u$ ise



$A(\overset{\triangle}{ABC})=\sqrt{r\cdot r_a\cdot r_b\cdot r_c}$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC})=(u-a)\cdot r_a=(u-b)\cdot r_b=(u-c)\cdot r_c$ dir.

8. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

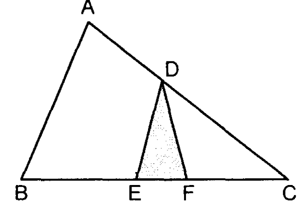
1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BC|=4|EF|$ ve

$|DC|=2|AD|$ dir.

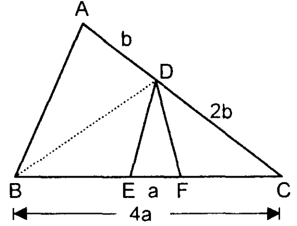
$A(\overset{\triangle}{DEF})=6$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$[BD]$ yi çizelim.



$A(\overset{\triangle}{DBC})=4\cdot A(\overset{\triangle}{DEF})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DBC})=24$ cm^2

ve $A(\overset{\triangle}{ABD})=\frac{1}{2}\cdot A(\overset{\triangle}{DBC})\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABD})=12$ cm^2 olup

$A(\overset{\triangle}{ABC})=36$ cm^2 bulunur.

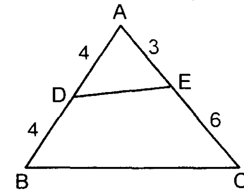
2. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AD|=|DB|=4$ cm,

$|AE|=3$ cm,

$|EC|=6$ cm ve

$A(\overset{\triangle}{ADE})=4$ cm^2 ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{ABC})=A(\overset{\triangle}{ADE})\cdot\frac{8}{4}\cdot\frac{9}{3}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC})=4\cdot\frac{8}{4}\cdot\frac{9}{3}\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC})=24$ cm^2 dir.

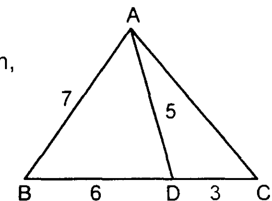
3. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB|=7$ cm, $|BD|=6$ cm,

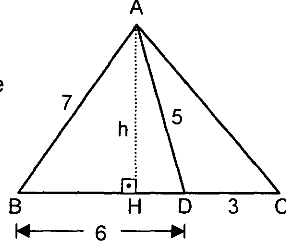
$|DC|=3$ cm ve

$|AD|=5$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :



$AH \perp BC$ çizelim.

$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeninde alan formüllerinin yardımı ile $|AH| = h$ yüksekliğini bulabiliriz.

$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeni için

$2u = 7 + 6 + 5 \Rightarrow u = 9$ cm dir.

$$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{6 \cdot h}{2} = \sqrt{9(9-6)(9-5)(9-7)}$$

$\Rightarrow h = 2\sqrt{6}$ cm bulunur. Öyleyse,

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{9 \cdot 2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 9\sqrt{6} \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

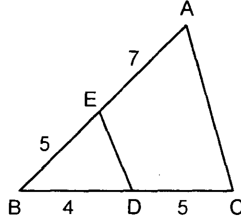
4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|BD| = 4$ cm, $|DC| = 5$ cm,

$|BE| = 5$ cm, $|EA| = 7$ cm

ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 27$ cm^2

ise $A(\overset{\triangle}{BDE})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$$A(\overset{\triangle}{BDE}) = A(\overset{\triangle}{ABC}) \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{BDE}) = 27 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{12} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{BDE}) = 5 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

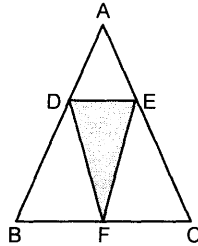
5. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$DE \parallel BC$ ve $F \in [BC]$ dir.

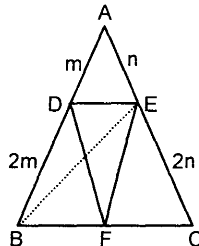
$|AB| = 3|AD|$ ve

$A(\overset{\triangle}{DEF}) = 12$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :



$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$A(\overset{\triangle}{BDE}) = A(\overset{\triangle}{FED}) = 12$ cm^2

olduğundan

$$A(\overset{\triangle}{ADE}) = \frac{1}{2} A(\overset{\triangle}{BDE}) = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \text{ cm}^2$$

ve buradan

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3 \cdot A(\overset{\triangle}{ABE}) \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3 \cdot (12 + 6)$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 54$ cm^2 bulunur.

6. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

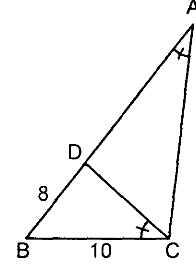
$\hat{A} \cong \widehat{BCD}$ dir.

$|BC| = 10$ cm,

$|BD| = 8$ cm ve

$A(\overset{\triangle}{BCD}) = 32$ cm^2

ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CBD}$ (A.A.A.) olduğunu görünüz.

Benzerlik oranı, $k = \frac{|BC|}{|BD|} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ olduğundan

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{CBD})} = k^2 \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{32} = \frac{25}{16}$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 50$ cm^2 bulunur.

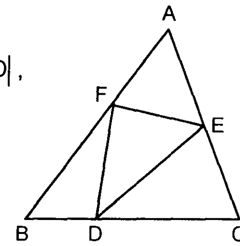
7. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|AB| = 3|AF|$, $|BC| = 4|BD|$,

$|AE| = |EC|$ ve

$A(\overset{\triangle}{DEF}) = 35$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

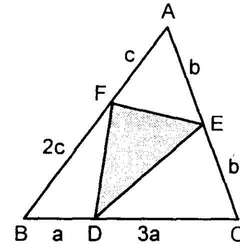
Verilenlere göre

$|BD| = a$, $|CE| = b$ ve

$|AF| = c$ dersek

$|DC| = 3a$, $|AE| = b$ ve

$|BF| = 2c$ olur.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = S$ ise,

$A(\overset{\triangle}{BFD}) = S\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{S}{6}$, $A(\overset{\triangle}{CDE}) = S\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3S}{8}$ ve

$A(\overset{\triangle}{AFE}) = S\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{S}{6}$ dır.

Buradan,

$S - \left(\frac{S}{6} + \frac{3S}{8} + \frac{S}{6}\right) = 35 \Rightarrow S = 120$ cm^2 bulunur.

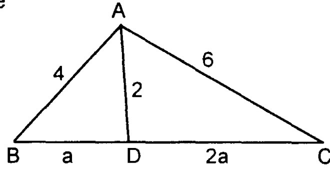
8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$|DC| = 2|BD|$ dir.

$|AB| = 4$ cm,

$|AD| = 2$ cm ve

$|AC| = 6$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

[AD üzerinde

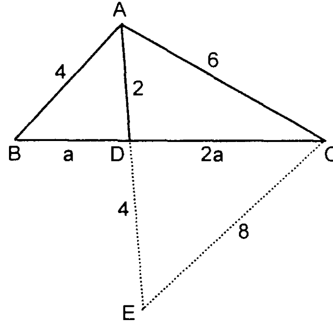
$|DE| = 4$ cm

olacak biçimde

bir E noktası alınırsa

EC // AB ve

$|EC| = 8$ cm olur.



$\overset{\triangle}{AEC}$ üçgeni için $2u = 6 + 6 + 8 \Rightarrow u = 10$ cm olup

$A(\overset{\triangle}{AEC}) = \sqrt{10\cdot(10-8)(10-6)(10-6)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AEC}) = 8\sqrt{5}$ cm^2 bulunur.

Buradan, $A(\overset{\triangle}{ADC}) = \frac{8}{3}\sqrt{5}$ cm^2,

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{4}{3}\sqrt{5}$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 4\sqrt{5}$ cm^2 elde edilir.

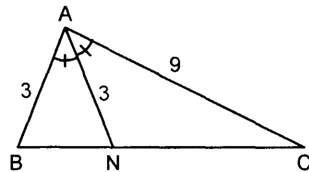
9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AN] açıortaydır.

$|AB| = |AN| = 3$ cm ve

$|AC| = 9$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?

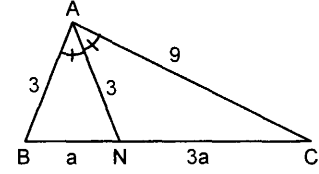


ÇÖZÜM :

I. YOL :

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|NB|}{|NC|} = \frac{|BA|}{|CA|}$



$\Rightarrow \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{3}{9}$ dur.

$|NB| = a$ dersek $|NC| = 3a$ olur.

Açıortay uzunluğu formülü ile

$|AN|^2 = |AB|\cdot|AC| - |BN|\cdot|NC|$

$\Rightarrow 3^2 = 3\cdot 9 - a\cdot 3a \Rightarrow a = \sqrt{6}$ cm

$\Rightarrow |BC| = 4\sqrt{6}$ cm bulunur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$2u = 4\sqrt{6} + 3 + 9 \Rightarrow u = 2\sqrt{6} + 6$ cm ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{(2\sqrt{6}+6)(6-2\sqrt{6})(2\sqrt{6}+3)(2\sqrt{6}-3)}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 6\sqrt{5}$ cm^2 elde edilir.

II. YOL :

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|NB|}{|NC|} = \frac{|BA|}{|CA|}$

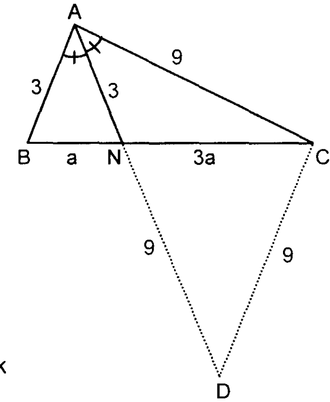
$\Rightarrow \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{3}{9}$ olup

$|NB| = a$ ise

$|NC| = 3a$ dır.

[AN üzerinde

$|ND| = 9$ cm alırsak



CD // AB ve $|CD| = 9$ cm olur.

$\overset{\triangle}{ADC}$ üçgeni için $2u = 12 + 9 + 9 \Rightarrow u = 15$ cm olup

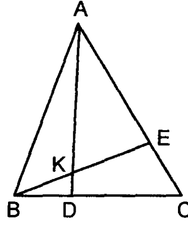
$A(\overset{\triangle}{ADC}) = \sqrt{15\cdot 3\cdot 6\cdot 6} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ADC}) = 18\sqrt{5}$ cm^2 dir.

Buradan,

$A(\overset{\triangle}{ANC}) = \frac{9}{2}\sqrt{5}$ cm^2, $A(\overset{\triangle}{ABN}) = \frac{3}{2}\sqrt{5}$ cm^2,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 6\sqrt{5}$ cm^2 elde edilir.

10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde



$|AE| = 2|EC|$,

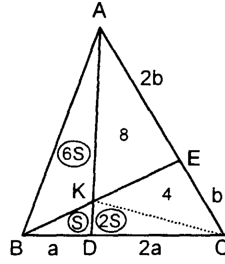
$|DC| = 2|BD|$

$AD \cap BE = \{K\}$ ve

$A(\overset{\triangle}{AKE}) = 8 \text{ cm}^2$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

I. YOL :



Verilenlere göre

$|BD| = a$ ve $|CE| = b$ ise

$|DC| = 2a$ ve $|AE| = 2b$ dir.

$[KC]$ yi çizerek

$A(\overset{\triangle}{KBD}) = S$ dersek,

$A(\overset{\triangle}{KDC}) = 2S$ ve $A(\overset{\triangle}{EKC}) = 4 \text{ cm}^2$ olur.

$$\frac{A(A\overset{\triangle}{B}K)}{A(A\overset{\triangle}{K}E)} = \frac{|BK|}{|KE|} = \frac{A(C\overset{\triangle}{B}K)}{A(C\overset{\triangle}{K}E)} \Rightarrow \frac{A(A\overset{\triangle}{B}K)}{8} = \frac{3S}{4}$$

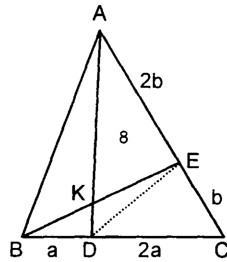
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABK}) = 6S$ ve

$A(\overset{\triangle}{ADC}) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABD}) \Rightarrow 2S + 12 = 14S$

$\Rightarrow S = 1 \text{ cm}^2$ bulunur. Buradan, $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 9S + 12$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 21 \text{ cm}^2$ elde edilir.

II. YOL :



$\overset{\triangle}{ADC}$ üçgenine,

BE keseni için

Menelaus Teoremi'ni

uygulayalım.

$$\frac{|BD|}{|BC|} \cdot \frac{|EC|}{|EA|} \cdot \frac{|KA|}{|KD|} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{|KA|}{|KD|} = 1 \Rightarrow \frac{|KA|}{|KD|} = 6 \text{ dır.}$$

Buna göre,

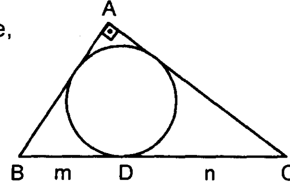
$A(\overset{\triangle}{KDE}) = \frac{1}{6} A(\overset{\triangle}{AKE}) \Rightarrow A(\overset{\triangle}{KDE}) = \frac{4}{3} \text{ cm}^2$,

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = \frac{1}{2} A(\overset{\triangle}{ADE}) \Rightarrow A(\overset{\triangle}{DEC}) = \frac{14}{3} \text{ cm}^2$,

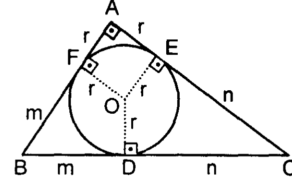
$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{1}{2} A(\overset{\triangle}{ADC}) \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABD}) = 7 \text{ cm}^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 21 \text{ cm}^2$ bulunur.

11. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde, hipotenüsün içteğet çembere değdiği nokta D, $|BD| = m$ ve $|DC| = n$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC}) = m \cdot n$ olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :



İçteğet çemberin $[AB]$ ve $[AC]$ ye değdiği noktalar F ve E olsun.

$|BF| = |BD| = m$, $|CE| = |CD| = n$ ve

$|AF| = |AE| = r$ olacağını görünüz.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2 \Rightarrow (m+r)^2 + (n+r)^2 = (m+n)^2$

$\Rightarrow r^2 + (m+n)r = m \cdot n$ olur.

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{(m+r)(n+r)}{2} = \frac{r^2 + (m+n)r + mn}{2}$$

denkleminde $r^2 + (m+n)r$ yerine mn koyarsak

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{mn + mn}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = m \cdot n \text{ bulunur.}$$

12. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde içteğet çemberin yarıçapı r, dış teğet çemberlerin yarıçapları r_a, r_b, r_c olmak üzere $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = S$ diyelim.

$S = u \cdot r$ ve $S = (u-a) \cdot r_a = (u-b) \cdot r_b = (u-c) \cdot r_c$

olduğunu biliyoruz. Buradan,

$\frac{1}{r_a} = \frac{u-a}{S}$ ①, $\frac{1}{r_b} = \frac{u-b}{S}$ ② ve $\frac{1}{r_c} = \frac{u-c}{S}$ ③ bulunur.

①, ②, ③ taraf tarafa toplanırsa

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{u-a}{S} + \frac{u-b}{S} + \frac{u-c}{S}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{3u-(a+b+c)}{S}=\frac{u}{S}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{u}{ur} \Rightarrow \frac{1}{r}=\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}$$ elde edilir.

13. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde içteğet çemberin yarıçapı r, dış teğet çemberlerin yarıçapları r_a, r_b, r_c olmak üzere, $A(\overset{\triangle}{ABC})=\sqrt{r\cdot r_a\cdot r_b\cdot r_c}$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{ABC})=S$ diyelim.

$S=u\cdot r \Rightarrow u=\frac{S}{r}$,

$S=(u-a)\cdot r_a \Rightarrow u-a=\frac{S}{r_a}$,

$S=(u-b)\cdot r_b \Rightarrow u-b=\frac{S}{r_b}$,

$S=(u-c)\cdot r_c \Rightarrow u-c=\frac{S}{r_c}$ değerleri

$S=\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$

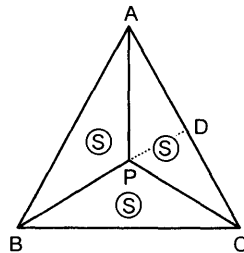
formülünde yerlerine koyulursa,

$S^2=\frac{S}{r}\cdot\frac{S}{r_a}\cdot\frac{S}{r_b}\cdot\frac{S}{r_c} \Rightarrow S=\sqrt{r\cdot r_a\cdot r_b\cdot r_c}$ elde edilir.

14. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin içinde öyle bir P noktası bulunuz ki $\overset{\triangle}{PAB}$, $\overset{\triangle}{PBC}$, $\overset{\triangle}{PCA}$ üçgenlerinin alanları eşit olsun.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. $\overset{\triangle}{PAB}$, $\overset{\triangle}{PBC}$ ve $\overset{\triangle}{PCA}$ üçgenlerinin alanları eşit olsun. $[BP\cap[AC]=\{D\}$ diyelim.



$\overset{\triangle}{PAB}$ ile $\overset{\triangle}{PBC}$ üçgenlerinin alanları eşit olduğundan bu üçgenlerin $[BP]$ kenarına ait yükseklikleri birbirine eşittir. Bu yüksekliklerin eşitliği $\overset{\triangle}{PAD}$ ile $\overset{\triangle}{PCD}$ üçgenlerinin alanlarının eşitliğini; bu da $|AD|=|DC|$ olmasını gerektirir.

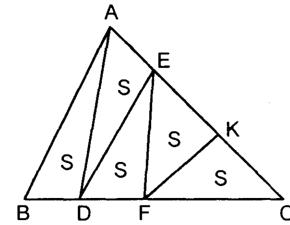
Demek ki $[BD]$, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin kenarortayıdır. Aynı şekilde $[AP$ ile $[CP$ nin de kenarortay olduğu gösterilebilir.

Öyleyse, P noktası $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin ağırlık merkezidir.

15. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini, A köşesinden başlayan ve $\hat{C}$ açısının kenarlarına dayanarak zikzak çizen doğru parçaları ile, eş alanlı beş parçaya ayırınız.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. ADEFK zikzağı eş alanlı beş parça ayırsın.



$|BD|=\frac{1}{5}|BC|$,

$|AE|=\frac{1}{4}|AC|$, $|DF|=\frac{1}{3}|DC|$ ve

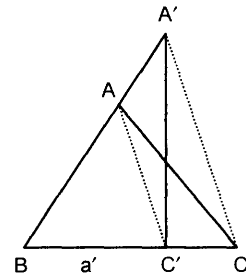
$|EK|=\frac{1}{2}|EC|$ olduğunu görünüz.

Buna göre, çizim yolu apaçıktır.

16. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ile eşit alanlı, $\hat{B}$ açısı $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenininki ile ortak öyle bir $A'BC'$ üçgeni çiziniz ki, $|BC'|$ verilen bir a′ uzunluğu kadar olsun.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ ve verilen koşullara uyan üçgen $\overset{\triangle}{A'BC'}$ olsun.



$[AC']$ çizilirse,

$A(\overset{\triangle}{ABC})=A(\overset{\triangle}{A'BC'})$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{A'AC'})=A(\overset{\triangle}{AC'C})$ olur ki bu da $A'C \parallel AC'$ olmasını gerektirir.

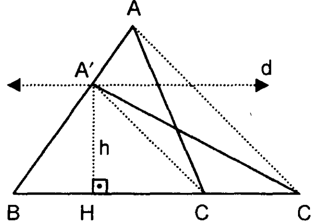
Buna göre çizim şöyle yapılır :

$[AC']$ çizilir. C den AC′ ye çizilen paralel doğrunun $[BA$ ışınını kestiği nokta istenen üçgenin A′ köşesidir.

17. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ile eşit alanlı, $\widehat{B}$ açısı $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenininki ile ortak öyle bir $\overset{\triangle}{A'BC'}$ üçgeni çiziniz ki, bu üçgenin A′ köşesine ait yüksekliği verilen bir h uzunluğu kadar olsun.

ÇÖZÜM :

BC ye h uzaklığından çizilen d paraleli AB yi A′ noktasında kessin.



A köşesinden A′C ye çizilen paralelin [BC ışınını kestiği nokta istenen üçgenin C′ köşesidir.

Çünkü, bu durumda

$A(\overset{\triangle}{AA'C}) = A(\overset{\triangle}{A'CC'})$

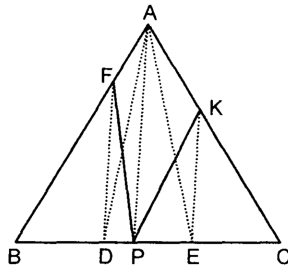
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{A'BC'})$ olacaktır.

NOT : h uzunluğunun, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin h_a yüksekliğinden büyük olduğu durumda çizimi siz yapınız.

18. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini, [BC] üzerindeki bir P noktasından geçen doğrularla, eş alanlı üç parçaya ayırınız.

ÇÖZÜM :

[BC] yi üç eşit parçaya bölen noktalar D ve E olsun.
D ve E noktalarından AP ye çizilen paralel doğruların [AB] ve [AC] yi kestiği noktalar F ve K ise



$A(\overset{\triangle}{PBF}) = A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\triangle}{ABC})$ ve

$A(\overset{\triangle}{PCK}) = A(\overset{\triangle}{AEC}) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\triangle}{ABC})$

olacağından

$A(\overset{\triangle}{PBF}) = A(PKAF) = A(\overset{\triangle}{PKC})$ olur.

8. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

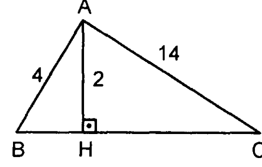
1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

[AH] yüksekliktir.

$|AB| = 4$ cm,

$|AC| = 14$ cm ve

$|AH| = 2$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



2. $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

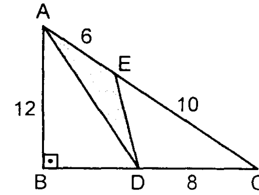
$AB \perp BC$,

$|AB| = 12$ cm,

$|AE| = 6$ cm,

$|EC| = 10$ cm ve

$|DC| = 8$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ADE})$ kaç cm^2 dir?



3. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

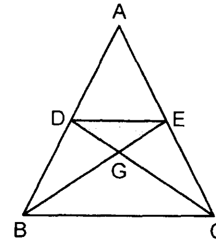
[BE] ve [CD]

kenarortaydır.

Buna göre,

$A(\overset{\triangle}{CDE}) = 12$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{GDE})$ kaç cm^2 dir?



4. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

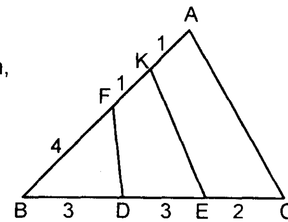
$|BD| = |DE| = 3$ cm,

$|EC| = 2$ cm,

$|BF| = 4$ cm ve

$|FK| = |KA| = 1$ cm

ise $\dfrac{A(DEKF)}{A(ECAK)}$ oranı nedir?



5. Şekilde

$E \in [AB$, $F \in [BC$

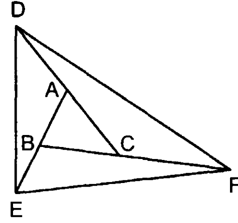
ve $D \in [CA$ dır.

$|CF| = 2|BC|$,

$|AD| = 2|AC|$ ve

$|AB| = |BE|$ ise

$A(\overset{\triangle}{DEF})$, $A(\overset{\triangle}{ABC})$ nin kaç katıdır?

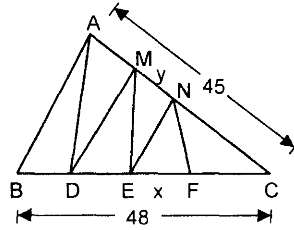


6. ADMENF zikzağı $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini eşit alanlı 6 üçgene ayırmaktadır.

$|BC| = 48$ cm ve

$|AC| = 45$ cm ise

$|EF| + |MN|$ toplamı kaç cm dir?

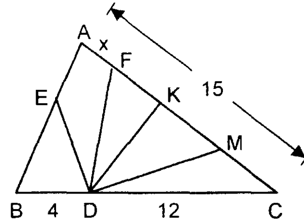


7. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni D den geçen doğrularla, eş alanlı 5 bölgeye ayrılmıştır.

$|BD| = 4$ cm,

$|DC| = 12$ cm ve $|AC| = 15$cm olduğuna göre

$|AF| = x$ kaç cm dir?



8. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

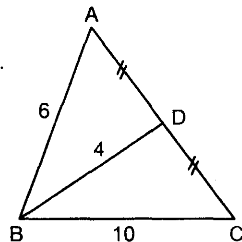
$[BD]$ kenarortaydır.

$|AB| = 6$ cm,

$|BD| = 4$ cm ve

$|BC| = 10$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



9. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

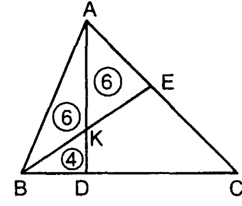
$AD \cap BE = \{K\}$ dır.

$A(\overset{\triangle}{DBK}) = 4\ cm^2$

ve $A(\overset{\triangle}{ABK}) = 6\ cm^2$

$A(\overset{\triangle}{AKE}) = 6\ cm^2$

İse $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



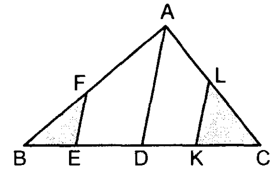
10. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

AD // EF // KL

ve $|KL| = 2|EF|$ dir.

$A(\overset{\triangle}{BEF}) = A(\overset{\triangle}{CKL})$

ise $\dfrac{A(\overset{\triangle}{ABD})}{A(\overset{\triangle}{ACD})}$ oranı kaçtır?



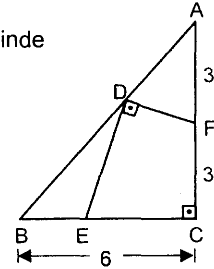
11. $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar dik üçgeninde

$|AF| = |FC| = 3$ cm ve

$|BD| = 2|AD|$ dir.

Buna göre

A(ECFD) kaç cm^2 dir?



12. Karşılıklı ikişer kenarı eş olan üçgenler kümesinde, alanı en büyük olan üçgeni belirtiniz.

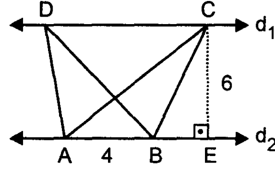
13. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini, A köşesinden geçen doğrularla, eşit alanlı n üçgene ayırınız.

14. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ile eşit alanlı öyle bir $\overset{\triangle}{A'BC}$ üçgeni çiziniz ki, $|A'B|$ verilen bir m uzunluğu kadar olsun.

15. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini, $[BC]$ üzerindeki bir P noktasından geçen doğrularla, eş alanlı beş parçaya ayırınız.

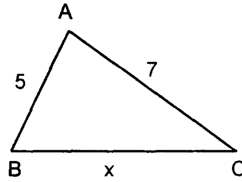
16. $\overset{\triangle}{ABC}$ ile $\overset{\triangle}{DEF}$ üçgenleri veriliyor. $\hat{B}$ açısı $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenininki ile ortak olan öyle bir $\overset{\triangle}{A'BC}$ üçgeni çiziniz ki $A(\overset{\triangle}{A'BC}) = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{DEF})$ olsun.

1. Şekilde $d_1 // d_2$, $CE \perp d_2$, $|CE| = 6$ cm ve $|AB| = 4$ cm olduğuna göre $A(\overset{\triangle}{ABD})$ kaç cm² dir?



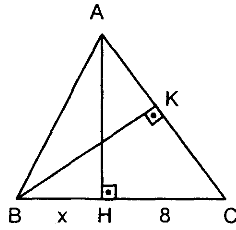
A) 24 B) 18 C) 15 D) 12 E) 9

2. ABC üçgeninin alanı 14 cm² dir. $|AB| = 5$ cm ve $|AC| = 7$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



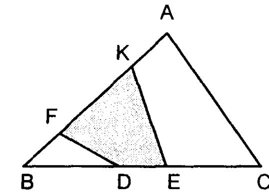
A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

3. ABC üçgeninde [AH] ve [BK] yüksekliktir. $|AC| = 10$ cm, $|HC| = 8$ cm ve $|BK| = 9$ cm ise $|BH| = x$ kaç cm dir?



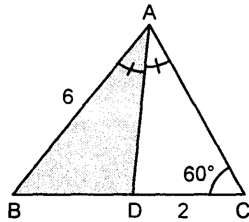
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. ABC üçgeninde $2|AK| = |FK| = 2|BF|$ ve $|BD| = 2|DE| = |EC|$ dir. Taralı alanın, $\overset{\triangle}{ABC}$ nin alanına oranı nedir?



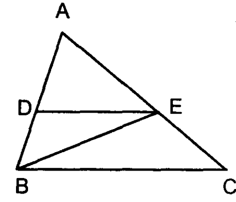
A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{24}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{7}{20}$

5. ABC üçgeninde [AD] açıortaydır. $m(\hat{C}) = 60°$, $|AB| = 6$ cm ve $|DC| = 2$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABD})$ kaç cm² dir?



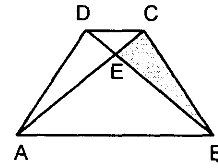
A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 6 D) $3\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

6. ABC üçgeninde DE // BC dir. $A(\overset{\triangle}{ADE}) = 18$ cm² ve $A(\overset{\triangle}{BDE}) = 12$ cm² ise $A(\overset{\triangle}{BCE})$ kaç cm² dir?



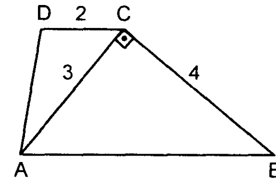
A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

7. ABCD yamuğunda $|AB| = 3|CD|$ dir. $A(ABCD) = 32$ cm² ise $A(\overset{\triangle}{EBC})$ kaç cm² dir?



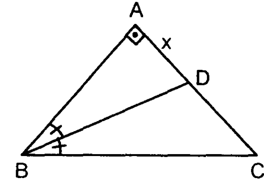
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

8. ABCD yamuğunda $AC \perp BC$ dir. $|DC| = 2$ cm, $|AC| = 3$ cm ve $|BC| = 4$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ACD})$ kaç cm² dir?



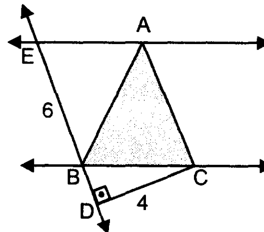
A) 2,4 B) 3 C) 3,6 D) 4 E) 4,8

9. ABC dik üçgeninde [BD] açıortaydır. $|AB| + |BC| = 12$ cm ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 12$ cm² ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



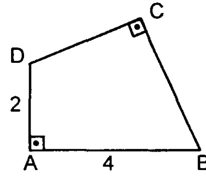
A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

10. Şekilde EA // BC ve $CD \perp ED$ dir. $|EB| = 6$ cm ve $|DC| = 4$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



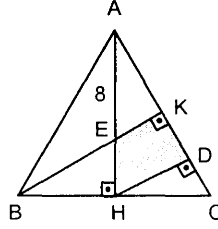
A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

11. ABCD dörtgeninde AB ⊥ AD, BC ⊥ CD dir. |AB| = 4 cm ve |AD| = 2 cm ise ABCD dörtgeninin alanı en çok kaç cm² olabilir?



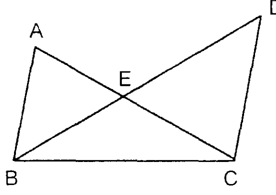
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

12. ABC eşkenar üçgeninde [AH] ve [BK] yüksekliktir. HD ⊥ AC ve |AE| = 8 cm ise taralı alan kaç cm² dir?



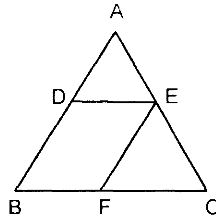
A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

13. Şekilde AB // CD ve [AC] ∩ [BD] = {E} dir. A(ABE) = 6 cm² ve A(CED) = 54 cm² ise A(BEC) kaç cm² dir?



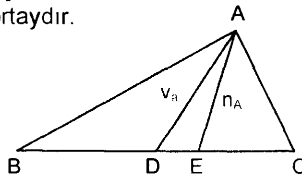
A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

14. ABC üçgeninde DE // BC ve EF // AB dir. A(ADE) = 4 cm² ve A(EFC) = 9 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



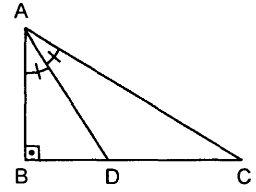
A) 18 B) 25 C) 30 D) 32 E) 36

15. ABC üçgeninde [AD] kenarortay ve [AE] açıortaydır. $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{9}{5}$ ve A(ADE) = 6 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



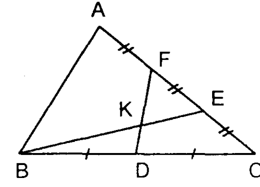
A) 30 B) 35 C) 36 D) 42 E) 48

16. ABC dik üçgeninde [AD] açıortaydır. |AB| = 2|BD| ise $\frac{A(ADC)}{A(ABD)}$ oranı kaçtır?



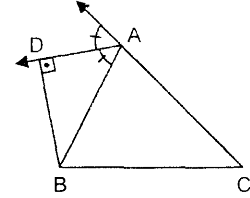
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

17. ABC üçgeninde |AF| = |FE| = |EC|, |BD| = |DC| ve A(KBD) = 6 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



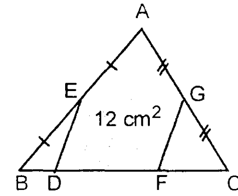
A) 36 B) 42 C) 48 D) 54 E) 64

18. ABC üçgeninde [AD dış açıortay, BD ⊥ AD ve |AC| = 2|AB| ise ABC üçgeninin alanı ABD üçgeninin alanının kaç katıdır?



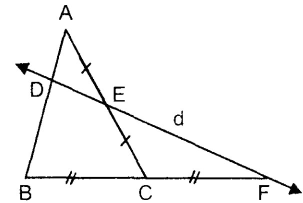
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

19. ABC üçgeninde |BE| = |EA|, |AG| = |GC|, DE // FG ve taralı alan 12 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

20. ABC üçgeninin kenarları d doğrusu ile kesilmiştir. |AE| = |EC|, |BC| = |CF| ve A(ADE) = 6 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



A) 18 B) 24 C) 27 D) 36 E) 54

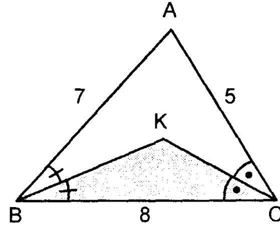
21. ABC üçgeninde K noktası iç açıortayların kesim noktasıdır.

$|AB| = 7$ cm,

$|AC| = 5$ cm ve

$|BC| = 8$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{KBC})$ kaç cm² dir?



A) $4\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{15}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{5}$

22. ABCD dik yamuğunda

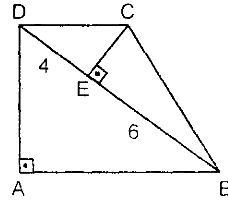
$|AB| = 2|AD|$ ve

CE ⊥ BD dir.

$|BE| = 6$ cm ve

$|ED| = 4$ cm ise

A(ABCD) kaç cm² dir?



A) 24 B) 25 C) 30 D) 36 E) 40

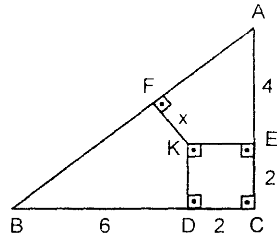
23. Şekilde ABC dik üçgen, DCEK karedir. KF ⊥ AB,

$|BD| = 6$ cm,

$|AE| = 4$ cm ve

$|DC| = 2$ cm ise

$|FK| = x$ kaç cm dir?



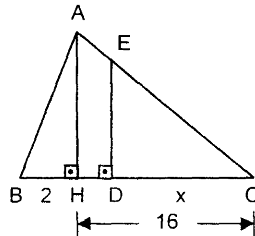
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

24. [DE] dikmesi ABC üçgenini eşit alanlı iki parçaya ayırmaktadır. AH ⊥ BC, DE ⊥ BC,

$|BH| = 2$ cm ve

$|HC| = 16$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) 14 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

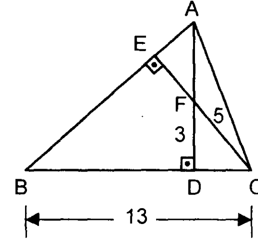
25. ABC üçgeninde [AD] ve [CE] yükseklikti̇r. [AD]∩[CE] = {F},

$|FD| = 3$ cm,

$|FC| = 5$ cm ve

$|BC| = 13$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



A) 65 B) 78 C) 91 D) 104 E) 117

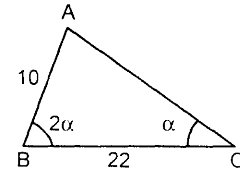
26. ABC üçgeninde

$m(\widehat{ABC}) = 2 \cdot m(\widehat{ACB})$ dir.

$|AB| = 10$ cm ve

$|BC| = 22$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



A) 44 B) 55 C) 66 D) 77 E) 88

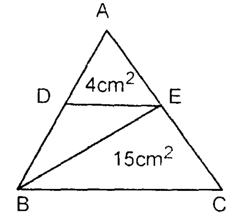
27. ABC üçgeninde

DE // BC dir.

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = 4$ cm² ve

$A(\overset{\triangle}{EBC}) = 15$ cm² ise

$A(\overset{\triangle}{DBE})$ kaç cm² dir?

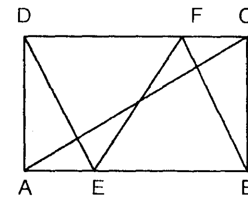


A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

28. ABCD dikdörtgeninde

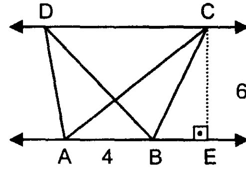
$|AE| = |FC| = \frac{|AB|}{3}$ tür.

Buna göre taralı alanların toplamının dikdörtgenin alanına oranı nedir?



A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

1. $A(\overset{\triangle}{DAB}) = A(\overset{\triangle}{CAB})$

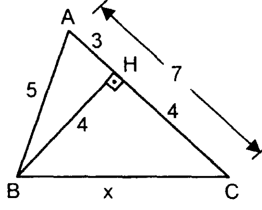


$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DAB}) = \dfrac{|AB|\cdot|CE|}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DAB}) = \dfrac{4\cdot 6}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DAB}) = 12\text{ cm}^2$ bulunur.

2. $BH \perp AC$ çizelim.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{|AB|\cdot|BH|}{2}$

$\Rightarrow \quad 14 = \dfrac{7\cdot|BH|}{2}$

$\Rightarrow \quad |BH| = 4$ cm olur.

ABH dik üçgeninde,

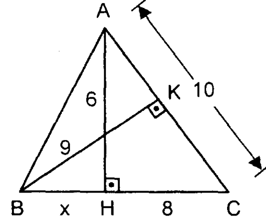
$|AH|^2 = 5^2 - 4^2 \Rightarrow |AH| = 3$ cm,

$|HC| = 7 - 3 = 4$ cm ve

HBC ikizkenar dik üçgeninde,

$|BC| = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

3. AHC dik üçgeninde,



$|AH|^2 = 10^2 - 8^2$

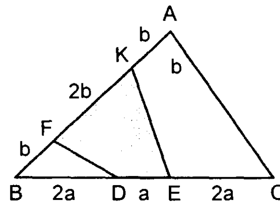
$\Rightarrow |AH| = 6$ cm olur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{|BC|\cdot|AH|}{2} = \dfrac{|AC|\cdot|BK|}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{(x+8)\cdot 6}{2} = \dfrac{10\cdot 9}{2}$

$\Rightarrow x = 7$ cm bulunur.

4. $|DE| = a$ ve



$|AK| = b$ dersek

$|BD| = |EC| = 2a$ ve

$|BF| = b$,

$|FK| = 2b$ olur.

$A(DEKF) = A(\overset{\triangle}{KBE}) - A(\overset{\triangle}{FBD})$

$\Rightarrow \quad A(DEKF) = \dfrac{1}{2}\cdot 3a\cdot 3b\cdot \sin B - \dfrac{1}{2}\cdot 2a\cdot b\cdot \sin B$

$\Rightarrow \quad A(DEKF) = \dfrac{7}{2}a\cdot b\cdot \sin B$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{1}{2}\cdot 5a\cdot 4b\cdot \sin B = 10ab\sin B$

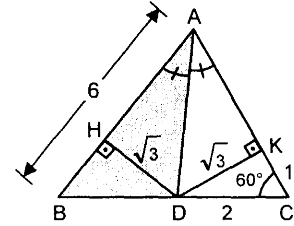
olduğundan,

$\dfrac{A(DEKF)}{A(ABC)} = \dfrac{\frac{7}{2}ab\sin B}{10ab\sin B}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{A(DEKF)}{A(ABC)} = \dfrac{7}{20}$ bulunur.

5. $DK \perp AC$ ve

$DH \perp AB$ çizelim.



KDC dik üçgeninde

$|KC| = \dfrac{|DC|}{2} = 1$ cm,

$|DK| = \sqrt{3}|KC|$

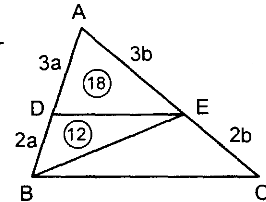
$\Rightarrow \quad |DK| = \sqrt{3}$ cm olur.

$|DH| = |DK|$ olacağından,

$|DH| = \sqrt{3}$ cm ve

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \dfrac{6\cdot\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABD}) = 3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ bulunur.

6. Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı, tabanlarının oranına eşit olduğundan,



$\dfrac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{BED})} = \dfrac{|AD|}{|DB|}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{3}{2}$ dir.

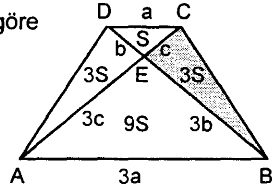
I. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AE|}{|EC|} = \dfrac{|AD|}{|DB|} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{|AE|}{|EC|} = \dfrac{3}{2}$ olup

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{ABE})}{A(\overset{\triangle}{BEC})} = \dfrac{|AE|}{|EC|} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{30}{A(\overset{\triangle}{BEC})} = \dfrac{3}{2}$

$A(\overset{\triangle}{BEC}) = 20\text{ cm}^2$ bulunur.

7. II. Thales Teoremi'ne göre



$$\frac{|DC|}{|AB|} = \frac{|DE|}{|EB|} = \frac{|EC|}{|EA|}$$

$$\Rightarrow \frac{|DC|}{3|DC|} = \frac{|DE|}{|EB|} = \frac{|EC|}{|EA|} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

$|DC| = a$, $|DE| = b$ ve

$|EC| = c$ dersek

$|AB| = 3a$, $|BE| = 3b$ ve $|EA| = 3c$ olur.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{DEC})}{A(\overset{\triangle}{BEC})} = \frac{|DE|}{|BE|} \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{DEC})}{A(\overset{\triangle}{BEC})} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = S$ dersek, $A(\overset{\triangle}{BEC}) = 3S$ olur.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{DEC})}{A(\overset{\triangle}{DAE})} = \frac{|EC|}{|EA|} = \frac{1}{3} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{DAE}) = 3\,S \text{ ve}$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{BEC})}{A(\overset{\triangle}{AEB})} = \frac{|EC|}{|EA|} \Rightarrow \frac{3S}{A(\overset{\triangle}{AEB})} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AEB}) = 9S$ bulunur.

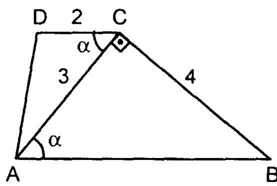
$A(ABCD) = 32\ cm^2$ olduğundan

$S + 3S + 3S + 9S = 32$

$\Rightarrow 16S = 32\ cm^2 \Rightarrow S = 2\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{EBC}) = 3S \Rightarrow A(\overset{\triangle}{EBC}) = 6\ cm^2$ bulunur.

8. $A(\overset{\triangle}{ACD}) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin\alpha$ dır.



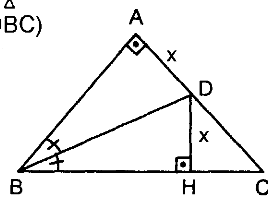
ABC üçgeninden

$\sin\alpha = \frac{4}{5}$ olup

$A(\overset{\triangle}{ACD}) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{4}{5}$

$A(\overset{\triangle}{ACD}) = 2{,}4\ cm^2$ bulunur.

9. $A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{DBC})$

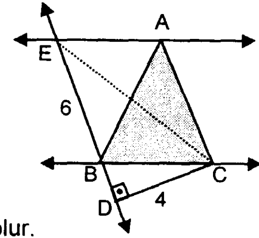


$$\Rightarrow 12 = \frac{|AB| \cdot x}{2} + \frac{|BC| \cdot x}{2}$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{x}{2}(|AB| + |BC|)$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{x}{2} \cdot 12 \Rightarrow x = 2 \text{ cm olur.}$$

10. [BC] tabanları ve yükseklikleri eşit olduğundan

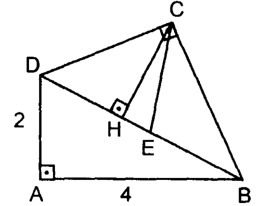


$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{EBC})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{6 \cdot 4}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 12\ cm^2$ olur.

11. $A(\overset{\triangle}{ABD})$ belirli olduğundan, A(ABCD) nin en büyük olması $A(\overset{\triangle}{BCD})$ nin en büyük alınmasıyla sağlanır.



ABD dik üçgeninde

$|BD|^2 = 4^2 + 2^2 \Rightarrow |BD| = 2\sqrt{5}$ cm dir.

CBD dik üçgeninin [CE] kenarortayı ile [CH] yüksekliğini çizelim.

$|CE| = \sqrt{5}$ cm ve $|CH| \leq |CE|$ olduğundan,

$|CH| = \sqrt{5}$ cm alınırsa $A(\overset{\triangle}{BCD})$ en büyük olur.

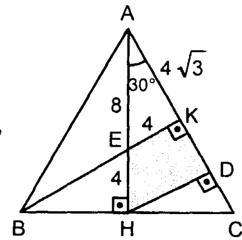
Bu durumda $A(\overset{\triangle}{BCD}) = \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2} = 5\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4\ cm^2$ olup

$A(ABCD) = 9\ cm^2$ bulunur.

12. I. YOL :

Eşkenar üçgende yükseklikler aynı zamanda kenarortay ve açıortay olduğundan,



$|EH| = |EK| = 4$ cm ve

$m(\widehat{EAK}) = 30°$ dir.

AEK dik üçgeninde

$|AK| = \sqrt{3} \cdot |EK|$

$\Rightarrow |AK| = 4\sqrt{3}$ cm olur.

$\overset{\triangle}{AEK} \sim \overset{\triangle}{AHD}$ ve benzerlik oranı

$$k = \frac{|AE|}{|AH|} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{AEK})}{A(\overset{\triangle}{AHD})} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \text{ olup}$$

$A(\overset{\Delta}{AEK}) = 4S$ dersek, $A(HDKE) = 5S$ olur.

$A(\overset{\Delta}{AEK}) = 4S = \dfrac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \Rightarrow S = 2\sqrt{3}$ cm^2

ve buradan

$A(HDKE) = 5S = 10\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

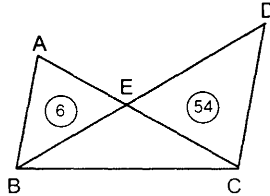
II. YOL :

Thales Teoremleri uygulanarak

$|HD|$ ve $|KD|$ bulunup

$A(HDKE) = \dfrac{(|HD| + |KE|) \cdot |KD|}{2}$ formülüyle alan hesaplanabilir.

13. $\overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{CDE}$ (A.A.A.) olduğundan



$\dfrac{A(\overset{\Delta}{ABE})}{A(\overset{\Delta}{CDE})} = \left(\dfrac{|AE|}{|CE|}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{6}{54} = \left(\dfrac{|AE|}{|CE|}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{|AE|}{|CE|} = \dfrac{1}{3}$ olur.

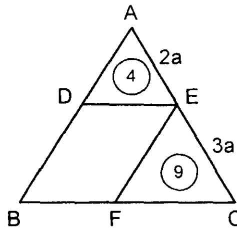
[AE] ve [CE] tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan

$\dfrac{A(\overset{\Delta}{ABE})}{A(\overset{\Delta}{BEC})} = \dfrac{|AE|}{|CE|} \Rightarrow \dfrac{6}{A(\overset{\Delta}{BEC})} = \dfrac{1}{3}$

$A(\overset{\Delta}{BEC}) = 18$ cm^2 bulunur.

14. Kenarları ikişer ikişer birbirine paralel olduğundan

$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{EFC}$ (A.A.A.) dır.



$\dfrac{A(\overset{\Delta}{ADE})}{A(\overset{\Delta}{EFC})} = \left(\dfrac{|AE|}{|EC|}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$

$\Rightarrow \dfrac{|AE|}{|EC|} = \dfrac{2}{3}$ ve buradan

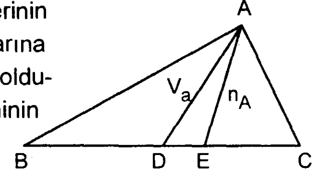
$\dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{2}{5}$ olur.

$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \dfrac{A(\overset{\Delta}{ADE})}{A(\overset{\Delta}{ABC})} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{4}{A(\overset{\Delta}{ABC})} = \dfrac{4}{25}$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = 25$ cm^2 bulunur.

15. ABC ve ADE üçgenlerinin [BC] ve [DE] tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan, ABC üçgeninin alanını bulmak için



$\dfrac{|DE|}{|BC|}$ oranını bulmak yeter.

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|EB|}{|EC|} = \dfrac{|AB|}{|AC|} \Rightarrow \dfrac{|EB|}{|EC|} = \dfrac{9}{5}$ dir.

$|EB| = 9a$ dersek

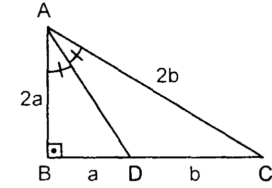
$|EC| = 5a$, $|BC| = 14a$,

$|DC| = 7a$ ve $|DE| = 2a$ olur.

$\dfrac{A(\overset{\Delta}{ABC})}{A(\overset{\Delta}{ADE})} = \dfrac{|BC|}{|DE|} \Rightarrow \dfrac{A(\overset{\Delta}{ABC})}{6} = \dfrac{14a}{2a}$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = 42$ cm^2 bulunur.

16. [DC] ve [BD] tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan



$\dfrac{A(\overset{\Delta}{ADC})}{A(\overset{\Delta}{ABD})} = \dfrac{|DC|}{|BD|}$ dir.

$|AB| = 2|BD|$ verildiğine göre

$|BD| = a$ dersek $|AB| = 2a$ olur.

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|DB|}{|BA|} = \dfrac{|DC|}{|CA|} \Rightarrow \dfrac{a}{2a} = \dfrac{|DC|}{|CA|}$ dır.

$|DC| = b$ dersek $|CA| = 2b$ olur.

ABC dik üçgeninde

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 \Rightarrow (2b)^2 = (2a)^2 + (a+b)^2$

$\Rightarrow 4b^2 = 4a^2 + a^2 + 2ab + b^2$

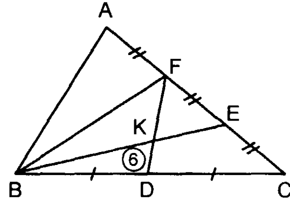
$\Rightarrow 5a^2 + 2ab - 3b^2 = 0$

$\Rightarrow (5a - 3b)(a + b) = 0$

$\Rightarrow 5a - 3b = 0 \Rightarrow \dfrac{b}{a} = \dfrac{5}{3}$ olur.

Öyleyse, $\dfrac{A(\overset{\Delta}{ADC})}{A(\overset{\Delta}{ABD})} = \dfrac{5}{3}$ tür.

17. [BF] yi çizersek FBC üçgeninde [BE] ve [FD] kenarortay olur.

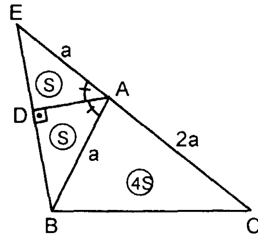


$A(\overset{\triangle}{FBC}) = 6 \cdot A(\overset{\triangle}{KBD}) = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2$ ve

$$\frac{A(\overset{\triangle}{FBC})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{36}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \frac{2}{3}$$

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 54 \text{ cm}^2$ bulunur.

18. $[BD \cap [CA = \{E\}$ olsun. AEB üçgeninde [AD] hem açıortay hem yükseklik olduğundan aynı zamanda kenarortaydır ve AEB üçgeni ikizkenar üçgendir.



$|AC| = 2|AB|$ verildiğine göre, $|AB| = a$ dersek

$|AC| = 2a$ ve $|AE| = a$ olur.

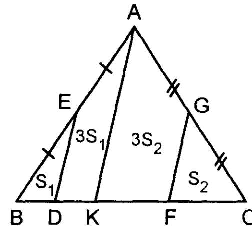
$A(\overset{\triangle}{ABD}) = S$ dersek $A(\overset{\triangle}{AED}) = S$ ve

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{AEB})} = \frac{|AC|}{|AE|} = \frac{2a}{a} \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{25} = \frac{2}{1}$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 4S$ olur.

Öyleyse $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 4 \cdot A(\overset{\triangle}{ABD})$ dir.

19. AK // DE // FG çizersek $\overset{\triangle}{BDE} \sim \overset{\triangle}{BKA}$ ve $\overset{\triangle}{CFG} \sim \overset{\triangle}{CKA}$ olur.



$$\frac{A(\overset{\triangle}{BDE})}{A(\overset{\triangle}{BKA})} = \left(\frac{|BE|}{|BA|}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ ve}$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{CFG})}{A(\overset{\triangle}{CKA})} = \left(\frac{|CG|}{|CA|}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ tür.}$$

$A(\overset{\triangle}{BDE}) = S_1$ ve $A(\overset{\triangle}{CFG}) = S_2$ dersek

$A(\overset{\triangle}{BKA}) = 4S_1 \Rightarrow A(DKAE) = 3S_1$ ve

$A(\overset{\triangle}{CKA}) = 4S_2 \Rightarrow A(KFGA) = 3S_2$ olur.

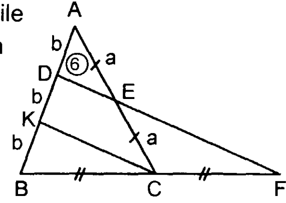
$A(DFGAE) = 3S_1 + 3S_2 = 12 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow S_1 + S_2 = 4 \text{ cm}^2$

ve buradan

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 16 \text{ cm}^2$ bulunur.

20. $A(\overset{\triangle}{ABC})$ nin $A(\overset{\triangle}{ADE})$ ile kıyaslanabilmesi için $\frac{|DA|}{|DB|}$ oranının bulunması gerektiğini görünüz.



CK // FD çizelim.

I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|BK|}{|KD|} = \frac{|BC|}{|CF|} \Rightarrow |BK| = |KD|,$$

$$\frac{|AD|}{|KD|} = \frac{|AE|}{|CE|} \Rightarrow |AD| = |KD| \text{ ve}$$

$|KD| = b$ dersek

$|AD| = |KD| = |BK| = b$ olur.

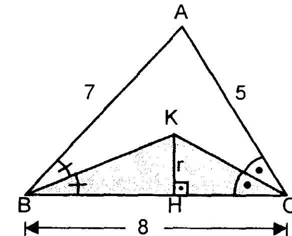
$|AE| = |EC| = a$ olsun.

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin A = 6 \text{ cm}^2$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3b \cdot \sin A$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 36 \text{ cm}^2$ bulunur.

21. Bir üçgende iç açıortayların kesim noktası, üçgenin içteğet çemberinin merkezidir.



2u üçgenin çevresi ve r içteğet çemberin yarıçapı olmak üzere,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r$ olduğunu biliyoruz.

$2u = 7 + 5 + 8 \Rightarrow u = 10,$

$a = 8,\ b = 5$ ve $c = 7$ değerlerinin yerlerine koyularak,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 10 \cdot r = \sqrt{10 \cdot (10-8) \cdot (10-5)(10-7)}$

$\Rightarrow r = \sqrt{3}$ cm bulunur.

$[KH] \perp [BH] \Rightarrow |KH| = r = \sqrt{3}$ tür.

Öyleyse

$A(\overset{\triangle}{KBC}) = \dfrac{8 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{KBC}) = 4\sqrt{3}$ cm² dir.

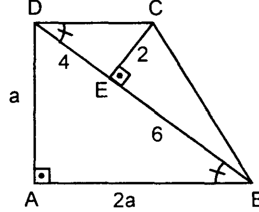
22. $|AB| = 2|AD|$ ise

$|AD| = a$ dersek

$|AB| = 2a$ olur.

ABD dik üçgeninde

$(2a)^2 + a^2 = 10^2$



$\Rightarrow a = 2\sqrt{5}$ bulunur.

EDC ve ABD dik üçgenlerinde, içters açılar olduğundan $\widehat{EDC} \cong \widehat{ABD}$ olup üçgenler benzerdir.

$\overset{\triangle}{EDC} \sim \overset{\triangle}{ABD} \Rightarrow \dfrac{|ED|}{|AB|} = \dfrac{|EC|}{|AD|} \Rightarrow \dfrac{4}{2a} = \dfrac{|EC|}{a}$

$\Rightarrow |EC| = 2$ cm olur.

$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{CBD})$

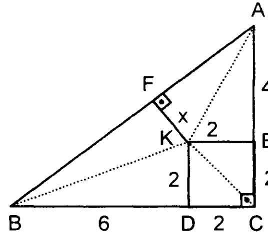
$\Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5}}{2} + \dfrac{10 \cdot 2}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 30$ cm² bulunur.

23. ABC dik üçgeninde

$|AB|^2 = 6^2 + 8^2$

$\Rightarrow |AB| = 10$ cm dir.



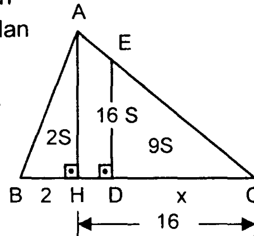
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{KAB}) + A(\overset{\triangle}{KBC}) + A(\overset{\triangle}{KAC})$

$\Rightarrow \dfrac{8 \cdot 6}{2} = \dfrac{10 \cdot x}{2} + \dfrac{8 \cdot 2}{2} + \dfrac{6 \cdot 2}{2}$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

24. ABH ve AHC üçgenlerinin yükseklikleri eşit olduğundan

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{ABH})}{A(\overset{\triangle}{AHC})} = \dfrac{|BH|}{|HC|} = \dfrac{2}{16}$ dır.



$A(\overset{\triangle}{ABH}) = 2S$ dersek

$A(\overset{\triangle}{AHC}) = 16S$ ve

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = \dfrac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{2} = 9S$ olur.

$\overset{\triangle}{AHC} \sim \overset{\triangle}{EDC}$ olduğundan,

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{AHC})}{A(\overset{\triangle}{EDC})} = \left(\dfrac{|HC|}{|DC|}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{16S}{9S} = \left(\dfrac{16}{x}\right)^2$

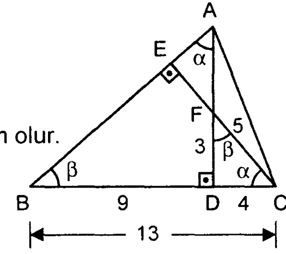
$\Rightarrow \dfrac{4}{3} = \dfrac{16}{x} \Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

25. FDC dik üçgeninde

$|DC|^2 = 5^2 - 3^2$

$\Rightarrow |DC| = 4$ cm dir.

Buradan $|BD| = 9$ cm olur.



Ölçüleri α ile ve β ile gösterilen açıların birbirine eşit olduğunu görünüz.

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{CFD}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|CD|} = \dfrac{|BD|}{|FD|} \Rightarrow \dfrac{|AD|}{4} = \dfrac{9}{3} \Rightarrow |AD| = 12$ cm olur.

Öyleyse, $A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{13 \cdot 12}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 78$ cm² dir.

26. I. YOL :

Şekildeki veriler akla öncelikle, B açısının açıortayını çizmeyi getirir. B açısının [BD] açıortayını çizelim.

İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|DA|}{|DC|} = \dfrac{|AB|}{|CB|} \Rightarrow \dfrac{|DA|}{|DC|} = \dfrac{10}{22}$ dir.

$|DA| = 5a$ dersek $|DC| = 11a$ ve $|DB| = 11a$ olur.

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{ACB} \Rightarrow \dfrac{|AB|}{|AC|} = \dfrac{|BD|}{|CB|} \Rightarrow \dfrac{10}{16a} = \dfrac{11a}{22}$

$\Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ve $|AC| = 8\sqrt{5}$ cm olur.

ABC üçgeninde $2u = 10 + 22 + 8\sqrt{5}$

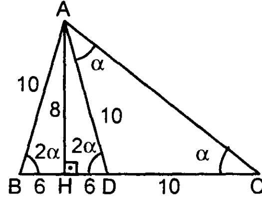
$u = 16 + 4\sqrt{5}$ cm dir.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{(16+4\sqrt{5})(4\sqrt{5}-6)(16-4\sqrt{5})(6+4\sqrt{5})}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 88$ cm² bulunur.

II. YOL :

Şekildeki gibi, $m(\widehat{CAD}) = \alpha$ olacak biçimde [AD] yi çizelim. $m(\widehat{ADB}) = 2\alpha$ olur. ABD ve ADC ikizkenar üçgenlerinde



$|AB| = |AD| = |DC| = 10$ cm

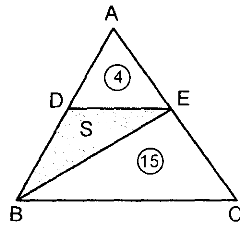
ve $|BD| = 12$ cm olur. ABD ikizkenar üçgeninde [AH] yüksekliğini çizersek,

$|BH| = |HD| = 6$ cm ve $|AH| = 8$ cm bulunur.

Öyleyse,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{22 \cdot 8}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 88 \text{ cm}^2$ dir.

27. [AD] ve [BD] tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan



$\dfrac{A(A\overset{\triangle}{D}E)}{A(B\overset{\triangle}{D}E)} = \dfrac{|AD|}{|DB|}$

$\Rightarrow \dfrac{4}{S} = \dfrac{|AD|}{|DB|}$; ①

[AE] ve [EC] tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan,

$\dfrac{A(A\overset{\triangle}{B}E)}{A(B\overset{\triangle}{E}C)} = \dfrac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \dfrac{S+4}{15} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ dir. ②

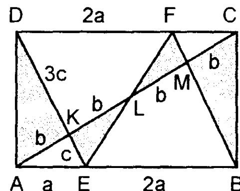
I. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|AE|}{|EC|}$ olduğundan, ① ve ② eşitliklerinin sol yanları birbirine eşit olur.

$\dfrac{4}{S} = \dfrac{S+4}{15} \Rightarrow S^2 + 4S - 60 = 0$

$\Rightarrow S = 6 \text{ cm}^2$ bulunur.

28. $|AE| = |FC| = a$ dersek



$|EB| = |DF| = 2a$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|AK|}{|KC|} = \dfrac{a}{3a} \Rightarrow \dfrac{|AK|}{|KC|} = \dfrac{1}{3}$,

$\dfrac{|AL|}{|LC|} = \dfrac{a}{a} \Rightarrow \dfrac{|AL|}{|LC|} = 1$ ve

$\dfrac{|CM|}{|MA|} = \dfrac{a}{3a} \Rightarrow \dfrac{|CM|}{|MA|} = \dfrac{1}{3}$ tür.

Bu sonuçlara göre $|AK| = b$ dersek

$|KL| = |LM| = |MC| = b$ olur.

Yine II. Thales Teoremi yardımıyla

$|KD| = 3|KE|$ olduğu bulunur.

$A(\overset{\triangle}{EKL}) = S$ dersek

$A(\overset{\triangle}{AKE}) = S$, $A(\overset{\triangle}{AKD}) = 3S$,

$\overset{\triangle}{EKL} \cong \overset{\triangle}{FML}$ ve $\overset{\triangle}{DAK} \cong \overset{\triangle}{BCM}$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{FLM}) = S$, $A(\overset{\triangle}{CMB}) = 3S$ ve

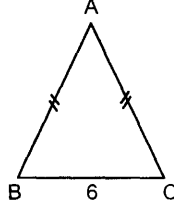
$A(ABCD) = 24S$ olur.

$\dfrac{\text{Taralı alanlar toplamı}}{\text{Dikcörtgenin alanı}} = \dfrac{8S}{24S} = \dfrac{1}{3}$ bulunur.

1. ABC üçgeninde

$|AB| = |AC|$, $|BC| = 6$ cm

ve $A(\overset{\Delta}{ABC}) = 12$ cm^2 ise ABC üçgeninin çevresi kaç cm dir?



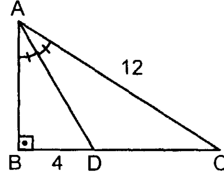
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

2. ABC dik üçgeninde [AD] açıortaydır.

$|AC| = 12$ cm ve

$|BD| = 4$ cm ise

$A(\overset{\Delta}{ADC})$ kaç cm^2 dir?



A) 18 B) 24 C) 30 D) 32 E) 36

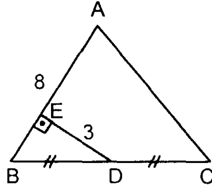
3. ABC üçgeninde

$|BD| = |DC|$ ve

$DE \perp AB$ dir.

$|AB| = 8$ cm ise

$A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

4. ABD üçgeninde

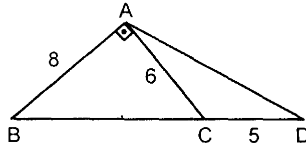
$|AB| = 8$ cm,

$|AC| = 6$ cm,

$|CD| = 5$ cm ve

$AB \perp AC$ ise

$A(\overset{\Delta}{ABD})$ kaç cm^2 dir?



A) 28 C) 30 D) 32 D) 36 E) 42

5. ABCD dörtgeninde köşegenler E noktasında kesişmektedir.

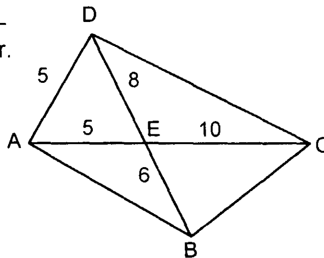
$|AD| = |AE| = 5$ cm,

$|DE| = 8$ cm,

$|BE| = 6$ cm ve

$|EC| = 10$ cm ise

$A(\overset{\Delta}{BEC})$ kaç cm^2 dir?



A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

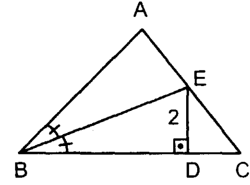
6. ABC üçgeninde [BE] açıortaydır.

$ED \perp BC$,

$|ED| = 2$ cm ve

$|AB| + |BC| = 20$ cm

ise $A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 30

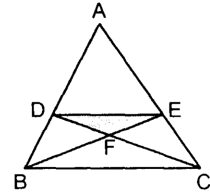
7. ABC üçgeninde

DE // BC,

$|AD| = 2|DB|$ ve

$A(\overset{\Delta}{DEF}) = 4$ cm^2

ise $A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?

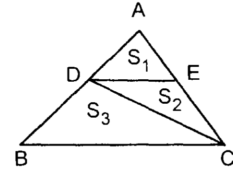


A) 30 B) 36 C) 42 D) 45 E) 48

8. ABC üçgeninde S_1, S_2 ve S_3 içinde bulundukları bölgelerin alanlarıdır. DE // BC

ve $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$ ise $\frac{S_2}{S_3}$

nedir?

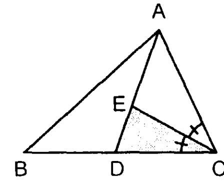


A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

9. ABC üçgeninde [AD] kenarortay ve [CE] açıortaydır.

$3|BC| = 2|AC|$ ise

ABC üçgeninin alanı EDC üçgeninin alanının kaç katıdır?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

10. EBCD dörtgeninde

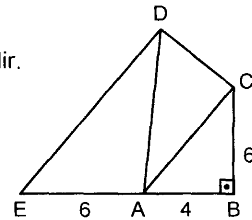
$EB \perp BC$ ve AC // ED dir.

$|EA| = 6$ cm,

$|AB| = 4$ cm ve

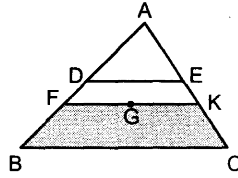
$|BC| = 6$ cm ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



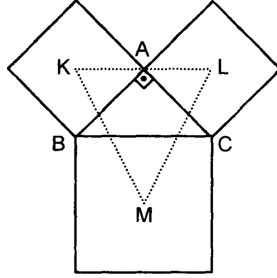
A) 30 B) 32 C) 35 D) 36 E) 40

11. ABC üçgeninde G ağırlık merkezi ve [DE] orta tabandır. FK // BC ve $A(\overset{\Delta}{ADE}) = 18$ cm² ise taralı alan kaç cm² dir?



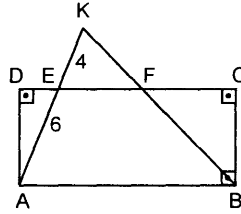
A) 20 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

12. Bir dikkenar uzunluğu 6 cm olan ABC ikizkenar dik üçgeninin kenarları üzerine şekildeki kareler yerleştirilmiştir. Köşeleri karelerin merkezleri olan KLM üçgeninin alanı kaç cm² dir?



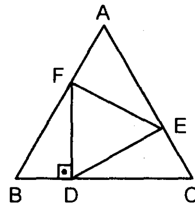
A) 24 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

13. ABCD dikdörtgen, $|AE| = 6$ cm ve $|EK| = 4$cm ise $\frac{A(KAB)}{A(ABCD)}$ oranı nedir?



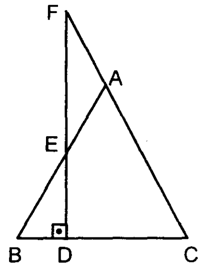
A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{4}{9}$

14. ABC ve DEF eşkenar üçgenlerdir. DF ⊥ BC olduğuna göre $\frac{A(\overset{\Delta}{ABC})}{A(\overset{\Delta}{DEF})}$ oranı nedir?



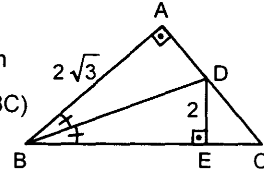
A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

15. ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$, FD ⊥ BC ve C, A, F noktaları doğrusaldır. $\frac{A(\overset{\Delta}{BDE})}{A(\overset{\Delta}{EAF})} = 2$ ise $\frac{|BD|}{|DC|}$ oranı nedir?



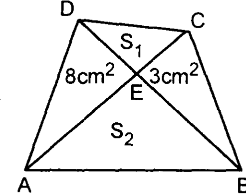
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

16. ABC dik üçgeninde [BD] açıortaydır. DE ⊥ BC, $|AB| = 2\sqrt{3}$ cm ve $|DE| = 2$ cm ise $A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm² dir?



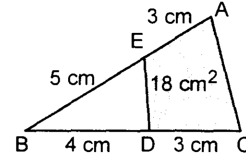
A) $4\sqrt{3}$ B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$ E) 12

17. Şekildeki dörtgende S_1 ve S_2, içinde bulundukları üçgenlerin alanlarıdır. $A(\overset{\Delta}{ADE}) = 8$ cm², $A(\overset{\Delta}{BEC}) = 3$ cm² ve $S_2 = 2 \cdot S_1$ olduğuna göre S_1 kaç cm² dir?



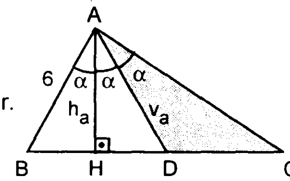
A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) 6

18. A(AEDC) = 18 cm² ise şekildeki verilere göre $A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm² dir?



A) 24 B) 25 C) 28 D) 30 E) 32

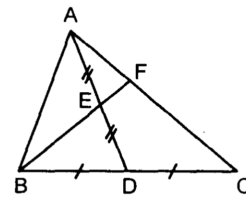
19. ABC üçgeninde [AH] yükseklik, [AD] kenarortaydır.



$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HAD}) = m(\widehat{DAC})$ ve $|AB| = 6$ cm ise $A(\overset{\Delta}{ADC})$ kaç cm² dir?

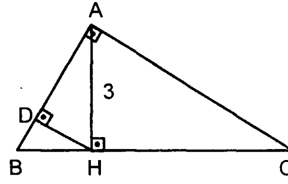
A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

20. ABC üçgeninde [AD] kenarortay ve $|AE| = |ED|$ ise ABC üçgeninin alanı AEF üçgeninin alanının kaç katıdır?



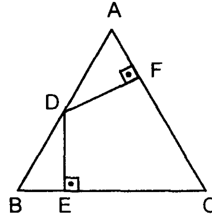
A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 18

21. ABC dik üçgeninde
AH ⊥ BC ve
HD ⊥ AB dir.
$|AH| = 3$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{ADH}) = 2$ cm² ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



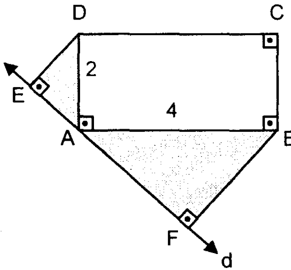
A) $\frac{9}{2}$ B) 6 C) $\frac{27}{4}$ D) 9 E) $\frac{81}{8}$

22. ABC eşkenar üçgeninde
DE ⊥ BC ve DF ⊥ AC dir.
ADF üçgeninin alanı DBE üçgeninin alanının dört katı ise, DECF dörtgeninin alanı DBE üçgeninin alanının kaç katıdır?



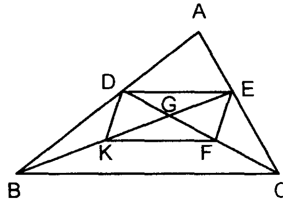
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 13

23. ABCD dikdörtgeninin A köşesinden geçen değişen bir d doğrusuna [DE] ve [BF] dikmeleri çiziliyor.
$|AB| = 4$ cm ve
$|AD| = 2$ cm ise
taralı alanlar toplamının en büyük değeri kaç cm² dir?



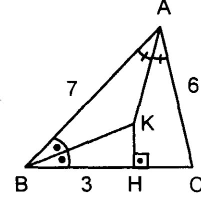
A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) 5 D) $4\sqrt{2}$ E) 6

24. ABC üçgeninde G ağırlık merkezi ve DEFK paralelkenardır.
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 48$ cm²
ise A(DEFK) kaç cm² dir?



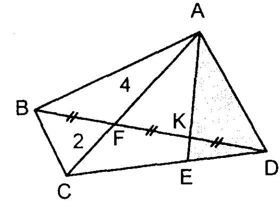
A) 6 B) 8 C) 9,6 D) 12 E) 16

25. ABC üçgeninde
[AK] ile [BK] açıortay ve KH ⊥ BC dir.
$|AB| = 7$ cm,
$|AC| = 6$ cm ve
$|BH| = 3$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



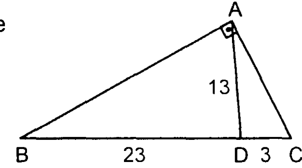
A) $5\sqrt{5}$ B) $5\sqrt{7}$ C) $6\sqrt{5}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{6}$

26. ABCD dörtgeninde köşegenler F noktasında kesişmektedir.
$|BF| = |FK| = |KD|$,
$|AF| = 4$ cm,
$|CF| = 2$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{AED}) = 4$ cm² ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



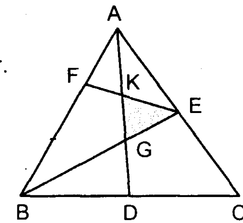
A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 30

27. ABC dik üçgeninde
$|BD| = 23$ cm,
$|AD| = 13$ cm ve
$|DC| = 3$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



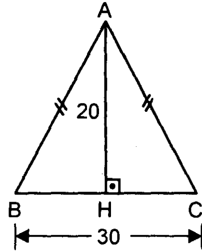
A) 104 B) 117 C) 130 D) 143 E) 156

28. ABC üçgeninin kenarortaylarının kesim noktası G dir.
$|BF| = 2|FA|$ ve
$A(\overset{\triangle}{GEK}) = 6$ cm²
ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



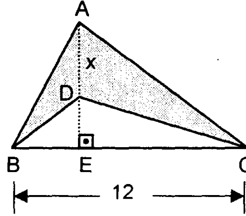
A) 48 B) 54 C) 60 D) 72 E) 90

1. ABC ikizkenar üçgeninin tabanı 30 cm ve tabana ait yüksekliği 20 cm ise eşit kenarlardan birine ait yüksekliği kaç cm dir?



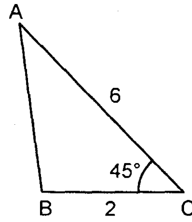
A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

2. Şekilde AE ⊥ BC
$|BC| = 12$ cm ve
taralı alan 24 cm^2
ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



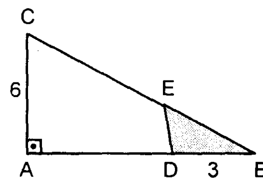
A) 2 B) 3 C) 3,2 D) 4 E) 6

3. ABC üçgeninde
$|BC| = 2$ cm,
$|AC| = 6$ cm ve
$m(\widehat{C}) = 45°$ ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



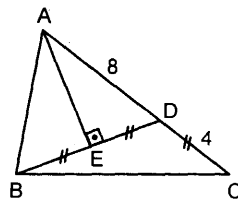
A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

4. ABC dik üçgeninde
$|CE| = 2|BE|$ dir.
$|AC| = 6$ cm ve
$|DB| = 3$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{EDB})$ kaç cm^2 dir?



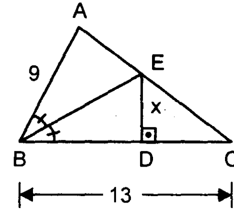
A) 3 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{21}{2}$

5. ABC üçgeninde
AE ⊥ BD,
$|BE| = |ED| = |DC| = 4$ cm
ve $|AD| = 8$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



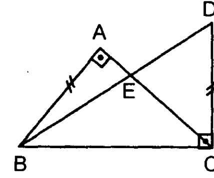
A) $12\sqrt{3}$ B) $14\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$ D) 12 E) 16

6. ABC üçgeninde
[BE] açıortay ve
ED ⊥ BC dir.
$|AB| = 9$ cm,
$|BC| = 13$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 88$ cm^2 ise
$|ED| = x$ kaç cm dir?



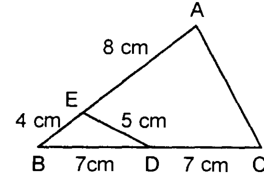
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

7. Şekilde
AB ⊥ AC, BC ⊥ CD
ve $|AB| = |AC| = |CD|$
ise $\dfrac{A(\overset{\triangle}{CED})}{A(\overset{\triangle}{BEC})}$ oranı nedir?



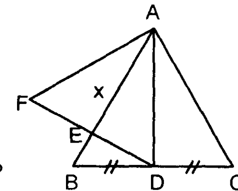
A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

8. Şekilde verilenlere göre $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



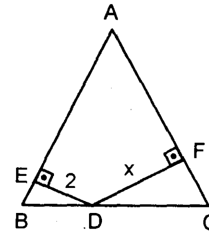
A) $8\sqrt{6}$ B) $12\sqrt{6}$ C) $16\sqrt{6}$
D) $18\sqrt{6}$ E) $24\sqrt{6}$

9. ABC ve AFD birer eşkenar üçgendir.
$|BD| = |DC|$ ve
$A(\overset{\triangle}{EBD}) = 4\sqrt{3}$ cm^2
ise $|AE| = x$ kaç cm dir?



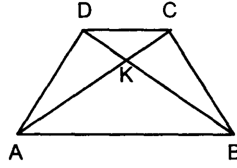
A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

10. ABC üçgeninde
DE ⊥ AB ve
DF ⊥ AC dir.
$|AB| = |AC| = 6$ cm,
$|DE| = 2$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 15$ cm^2 ise
$|DF| = x$ kaç cm dir?



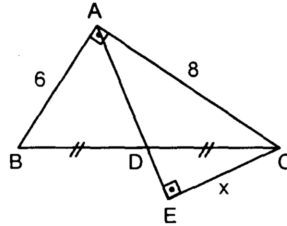
A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

11. ABCD yamuğunda AB // DC, A(KBC) = 4 cm² ve A(KAB) = 16 cm² ise A(ABCD) kaç cm² dir?



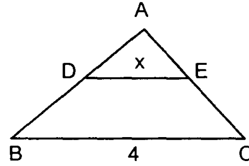
A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 32

12. ABC dik üçgeninde [AD] kenarortay ve CE ⊥ AE dir. $|AB| = 6$ cm ve $|AC| = 8$ cm ise $|CE| = x$ kaç cm dir?



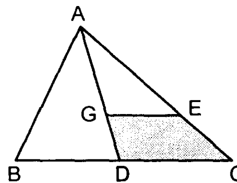
A) 3 B) 3,6 C) 4 D) 4,8 E) 5,4

13. ABC üçgeninde DE // BC, $|BC| = 4$ cm ve A(ADE) = A(BCED) ise $|DE| = x$ kaç cm dir?



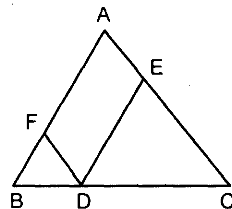
A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

14. ABC üçgeninde G ağırlık merkezidir. GE // BC ve taralı alan 10 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



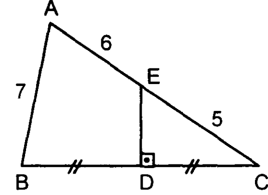
A) 24 B) 26 C) 30 D) 32 E) 36

15. ABC üçgeninde $|BC| = 4|BD|$ dir. AFDE paralelkenarının alanı 24 cm² ise A(ABC) kaç cm² dir?



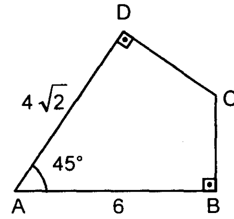
A) 48 B) 52 C) 60 D) 64 E) 72

16. ABC üçgeninde [DE], [BC] nin orta dikmesidir. $|AB| = 7$ cm, $|AE| = 6$ cm ve $|EC| = 5$ cm ise A(ABC) kaç cm² dir?



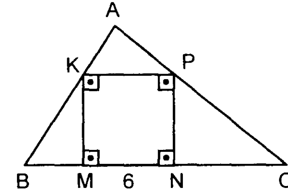
A) $11\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{11}$ C) 22 D) $7\sqrt{11}$ E) $11\sqrt{6}$

17. ABCD dörtgeninde $m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = 90°$, $m(\hat{A}) = 45°$, $|AB| = 6$ cm ve $|AD| = 4\sqrt{2}$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



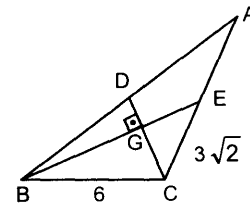
A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

18. MNPK karesinin bir kenarı 6 cm dir. $|BK| = 2|KA|$ olduğuna göre A(ABC) kaç cm² dir?



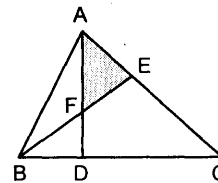
A) 64 B) 72 C) 81 D) 96 E) 108

19. ABC üçgeninde, [BE] ve [CD] kenarortayları birbirine diktir. $|BC| = 6$ birim ve $|CE| = 3\sqrt{2}$ birim ise A(ABC) kaç birimkaredir?



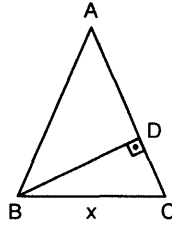
A) 27 B) $12\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{3}$ D) $18\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{3}$

20. ABC üçgeninde $|DC| = 2|BD|$ ve $|AF| = 2|FD|$ dir. $\dfrac{A(AFE)}{A(ABC)}$ oranı nedir?



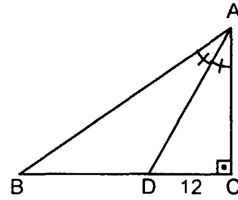
A) $\frac{8}{45}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{27}$ D) $\frac{8}{27}$ E) $\frac{2}{9}$

21. ☑ ABC ikizkenar üçgeninin alanı 30 cm^2 dir.
$|AB| = |AC|$,
[BD] yükseklik ve
$|AD| = 4|DC|$ ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



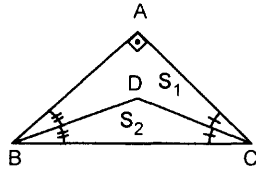
A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $2\sqrt{15}$ E) 8

22. ABC dik üçgeninde
[AD] açıortaydır.
$A(\overset{\triangle}{ABD}) - A(\overset{\triangle}{ACD}) = 96$ cm^2
ve $|DC| = 12$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



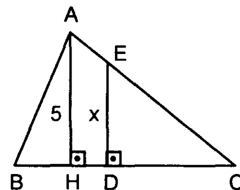
A) 256 B) 288 C) 304 D) 324 E) 384

23. ABC dik üçgeninde [BD] ve [CD] açıortay, S_1 ve S_2 içinde bulundukları kapalı bölgelerin alanlarıdır.
$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{3}{4}$ ise $\frac{S_1}{S_2}$
oranı nedir?



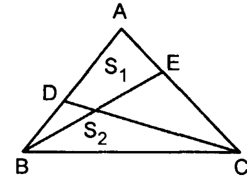
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{7}{3}$

24. [DE] dikmesi ABC üçgenini, eşit alanlı iki parçaya ayırmaktadır. AH ⊥ BC,
DE ⊥ BC,
$5|BH| = 3|HC|$ ve
$|AH| = 5$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



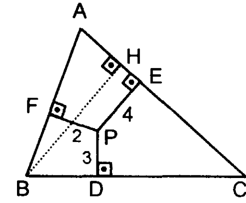
A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{6}$

25. ☑ ABC üçgeninde
$|DA| = 3|DB|$ dir.
$A(\overset{\triangle}{ABE}) = 8$ cm^2 ve
$A(\overset{\triangle}{ADC}) = 15$ cm^2
ise $S_1 - S_2$ kaç cm^2 dir?



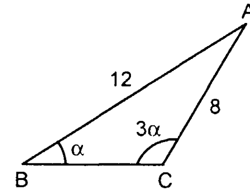
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

26. ☑ ABC üçgeninin kenar uzunlukları arasında
$\frac{|AB|}{5} = \frac{|BC|}{6} = \frac{|AC|}{7}$
orantısı vardır. Üçgenin içindeki P noktasının kenarlara uzaklıkları $|PD| = 3$ birim,
$|PE| = 4$ birim ve $|PF| = 2$ birimdir. [AC] kenarına ait yüksekliğin uzunluğu, $|BH|$ kaç birimdir?



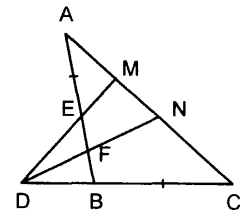
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

27. ABC üçgeninde
☑ $m(\hat{C}) = 3m(\hat{B})$ dir.
$|AB| = 12$ cm ve
$|AC| = 8$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



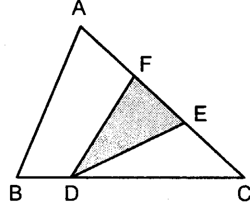
A) $3\sqrt{15}$ B) $4\sqrt{15}$ C) $6\sqrt{15}$
D) $8\sqrt{15}$ E) $9\sqrt{15}$

28. ☑ DMN üçgeninin D köşesi [CB üzerindedir.
$|AE| = 2|EF| = 2|FB|$ ve
$|BC| = 2|DB|$ ise
$\frac{A(\overset{\triangle}{DMN})}{A(\overset{\triangle}{ABC})}$ oranı nedir?



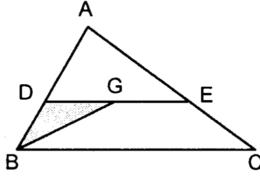
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{1}{2}$

1. ABC üçgeninde
$|AF| = |FE| = |EC|$
ve $|DC| = 3|BD|$ dir.
$A(\overset{\Delta}{DEF}) = 4$ cm^2
ise $A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



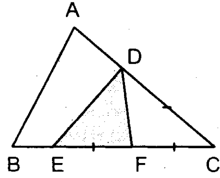
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

2. ABC üçgeninde G ağırlık merkezidir. DE // BC olduğuna göre $A(\overset{\Delta}{ABC})$, $A(\overset{\Delta}{DBG})$ nin kaç katıdır?



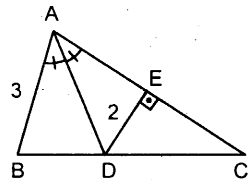
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

3. ABC üçgeninde
$|DC| = 2|AD|$ ve
$2|BE| = |EF| = |FC|$ dir.
$A(\overset{\Delta}{ABC}) = 30$ cm^2 ise
$A(\overset{\Delta}{DEF})$ kaç cm^2 dir?



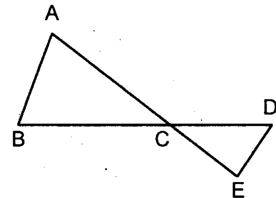
A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

4. ABC üçgeninde
[AD] açıortaydır.
DE ⊥ AC,
$2|BD| = |DC|$,
$|AB| = 3$ cm ve
$|DE| = 2$ cm ise
$A(\overset{\Delta}{ADC})$ kaç cm^2 dir?



A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

5. Şekilde
$|AE| = 3|CE|$,
$|BD| = 5|CD|$ ve
$A(\overset{\Delta}{CDE}) = 6$ cm^2 ise
$A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



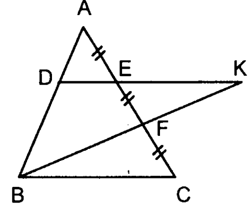
A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 90

6. Çevresi 8 cm olan ikizkenar dik üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) $16 - 8\sqrt{2}$ B) $24 - 16\sqrt{2}$ C) $36 - 18\sqrt{2}$

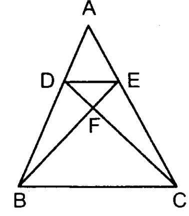
D) $42 - 24\sqrt{2}$ E) $48 - 32\sqrt{2}$

7. ABC üçgeninde
$|AE| = |EF| = |FC|$
ve DK // BC dir.
$A(\overset{\Delta}{DKB}) = 16$ cm^2 ise
$A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



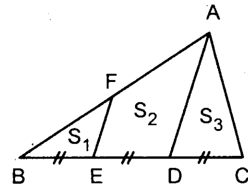
A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

8. ABC üçgeninde
$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} = \frac{1}{3}$
ve Alan$(\overset{\Delta}{FBC}) = 48$ cm^2 olduğuna göre
Alan$(\overset{\Delta}{ADC})$ kaç cm^2 dir?



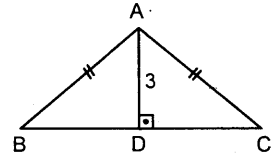
A) 20 B) 24 C) 25 D) 30 E) 32

9. ABC üçgeninde S_1, S_2 ve S_3 içine yazıldıkları bölgelerin alanlarıdır.
$|BE| = |ED| = |DC|$
ve AD // EF ise
$\frac{S_2}{S_1 + S_3}$ oranı nedir?



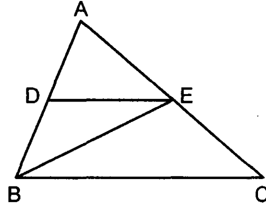
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

10. ABC ikizkenar üçgeninin çevresi 18 birimdir. Üçgenin [BC] tabanına ait yüksekliği 3 birim ise alanı nedir?



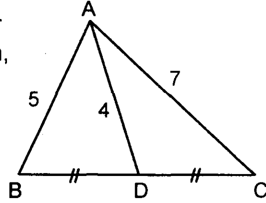
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

11. ABC üçgeninde DE // BC dir. $A(\overset{\triangle}{BDE}) = 8$ cm^2 ve $A(\overset{\triangle}{BEC}) = 12$ cm^2 ise $A(\overset{\triangle}{ADE})$ kaç cm^2 dir?



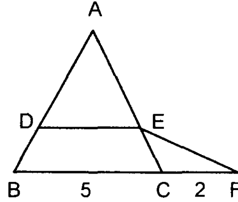
A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

12. ABC üçgeninde AD kenarortaydır. $|AB| = 5$ cm, $|AD| = 4$ cm ve $|AC| = 7$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



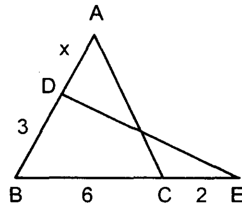
A) $6\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $10\sqrt{3}$

13. Şekilde $3|AD| = 2|DB|$, DE // BF, $|BC| = 5$ cm, $|CF| = 2$ cm ve $A(\overset{\triangle}{CEF}) = 6$ cm^2 İse $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



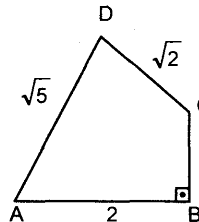
A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

14. Şekilde $|BC| = 6$ cm, $|CE| = 2$ cm, $|BD| = 3$ cm ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{DBE})$ İse $|AD| = x$ kaç cm dir?



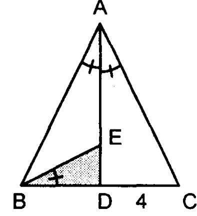
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. ABCD dörtgeninde AB ⊥ BC dir. $|AB| = 2$ birim, $|BC| = 1$ birim, $|CD| = \sqrt{2}$ birim ve $|AD| = \sqrt{5}$ birim ise A(ABCD) kaç birimkaredir?



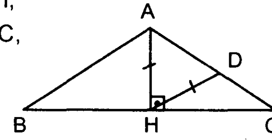
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

16. ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DBE})$ dir. $|AD| = 8$ cm ve $|CD| = 4$ cm ise $A(\overset{\triangle}{BDE})$ kaç cm^2 dir?



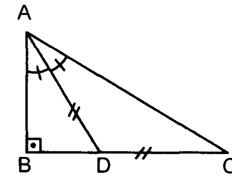
A) 4 B) $\frac{7}{2}$ C) 3 D) $\frac{5}{2}$ E) 2

17. ABC ikizkenar üçgen, $|AB| = |AC|$, AH ⊥ BC, $|AH| = |HD|$, HD // AB ve $|BC| = 6$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



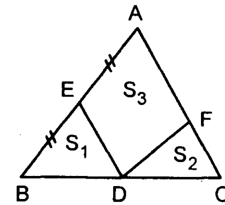
A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$

18. ABC dik üçgeninde [AD] açıortay ve $|AD| = |DC|$ dir. $|BC| = 6$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



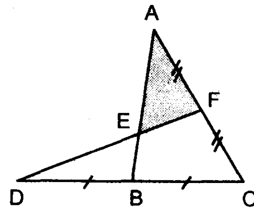
A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 12 D) $8\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

19. ☑ ABC üçgeninde $\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{2}{3}$, $\frac{|FA|}{|FC|} = \frac{4}{3}$, $|EA| = |EB|$ ve $S_1 + S_2 = 64$ cm^2 ise S_3 kaç cm^2 dir?



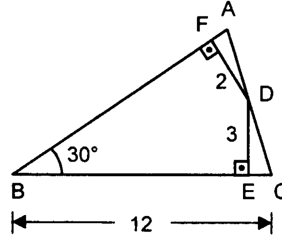
A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88

20. ☑ Şekilde $|AF| = |FC|$, $|DB| = |BC|$ ve $A(\overset{\triangle}{AEF}) = 6$ cm^2 ise $A(\overset{\triangle}{FDC})$ kaç cm^2 dir?



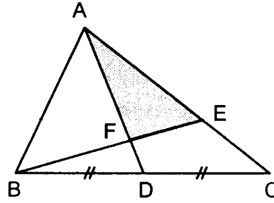
A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

21. ABC üçgeninde
☑ DE ⊥ BC ve
DF ⊥ AB dir.
$m(\widehat{B}) = 30°$,
$|DE| = 3$ cm,
$|BC| = 12$ cm ve
$|DF| = 2$ cm ise
$|AB|$ kaç cm dir?



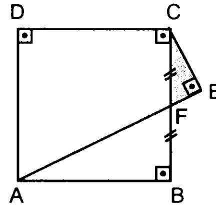
A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 24

22. ABC üçgeninde [AD] kenarortaydır.
$|AF| = 3|FD|$ ve
$A(\overset{\triangle}{ABE}) = 32$ cm² ise
$A(\overset{\triangle}{AFE})$ kaç cm² dir.



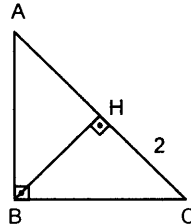
A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

23. ABCD bir kare ve AE ⊥ CE dir.
$|BF| = |CF|$ ise
$\dfrac{A(AFCD)}{A(CEF)}$
oranı nedir?



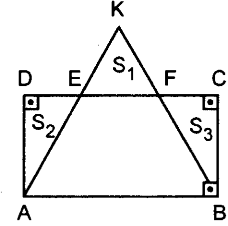
A) 12 B) 13 C) 15 D) 16 E) 17

24. ABC dik üçgeninde
☑ [BH] yüksekliktir.
$|HC| = 2$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{AHB}) = 16$ cm² ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



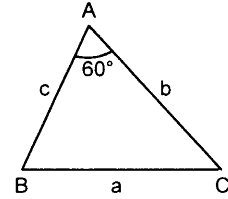
A) 20 B) 24 C) 25 D) 27 E) 30

25. ABCD dikdörtgen, S_1, S_2 ve S_3, içinde bulundukları üçgenlerin alanlarıdır.
$|AE| = 2|EK|$ ise
$\dfrac{S_1}{S_2 + S_3}$ oranı nedir?



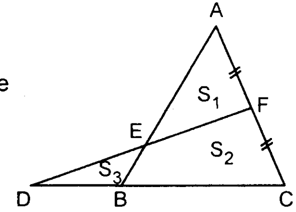
A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

26. ABC üçgeninin
☑ kenarlarının uzunlukları a, b ve c dir.
$m(\widehat{A}) = 60°$,
a = 8 cm ve
b + c = 10 cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



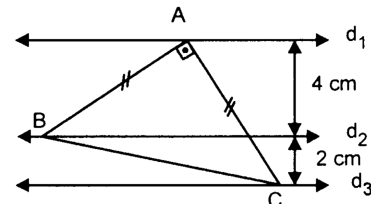
A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{6}$

27. ABC üçgeninde
☑ $|AF| = |FC|$ dir.
$[CB \cap [FE = \{D\}$ ve
$S_2 + S_3 = 3S_1$ ise
$\dfrac{S_2}{S_3}$ oranı nedir?



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

28.
☑

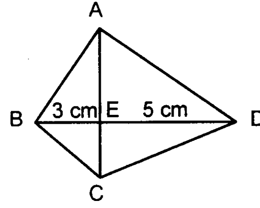


ABC ikizkenar dik üçgeninin A, B ve C köşeleri sırasıyla d_1, d_2 ve d_3 doğruları üzerindedir.
$d_1 // d_2 // d_3$ tür.

d_1 ile d_2 arasındaki uzaklık 4 cm ve d_2 ile d_3 arasındaki uzaklık 2 cm olduğuna göre ABC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

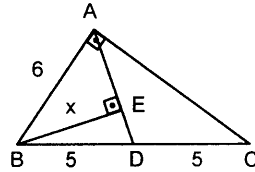
A) 24 B) 26 C) 28 D) 32 E) 36

1. Şekildeki verilere göre, ABC üçgeninin alanının, ABCD dörtgeninin alanına oranı nedir?



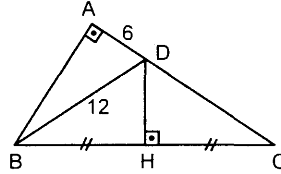
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

2. ABC dik üçgeninde [AD] kenarortay ve [BE] ⊥ [AD] dir.
$|AB| = 6$ cm ve
$|BD| = |DC| = 5$ cm
ise $|BE| = x$ kaç cm dir?



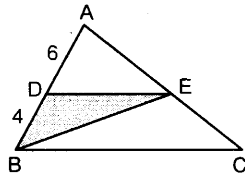
A) 3,6 B) 4,8 C) 5,4 D) 7,2 E) 9,6

3. ABC dik üçgeninde [DH], [BC] nin orta dikmesidir.
$|BD| = 12$ cm ve
$|AD| = 6$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{BHD})$ kaç cm² dir?



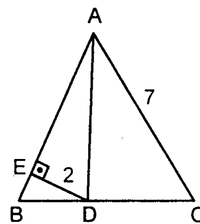
A) $18\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{2}$
D) $36\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{5}$

4. ABC üçgeninde DE // BC, $|AD| = 6$ cm,
$|BD| = 4$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 25$ cm²
ise $A(\overset{\triangle}{BED})$ kaç cm² dir?



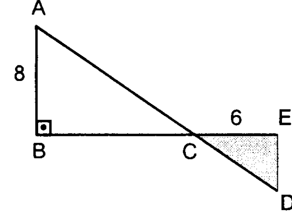
C) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

5. ABC ikizkenar üçgeninde
$|AB| = |AC| = 7$ cm,
$|DC| = 2|BD|$,
DE ⊥ AB ve
$|DE| = 2$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



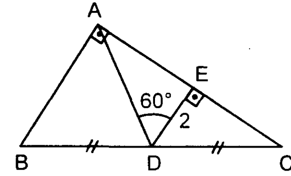
A) 15 B) 16 C) 17 D) 19 E) 21

6. Şekilde
[AD] ∩ [BE] = {C}
$|AC| = 2|CD|$ ve
AB ⊥ BE dir.
$|AB| = 8$ cm ve
$|CE| = 6$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{CDE})$ kaç cm² dir?



A) 8 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

7. ABC dik üçgeninde
DE ⊥ AC ve
$|BD| = |DC|$ dir.
$m(\widehat{ADE}) = 60°$ ve
$|DE| = 2$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABD})$ kaç cm² dir?

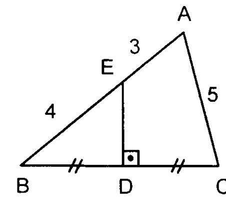


A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) $6\sqrt{3}$ E) 12

8. ABC üçgeninde $v_a = 9$ cm, $v_b = 6$ cm ve $a = 10$ cm olduğuna göre ABC üçgeninin alanı kaç cm² dir?

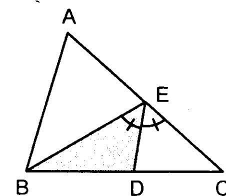
A) 27 B) 36 C) 45 D) 48 E) 54

9. ABC üçgeninde [DE], [BC] nin orta dikmesidir.
$|BE| = 4$ cm,
$|EA| = 3$ cm ve
$|AC| = 5$ cm olduğuna göre $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



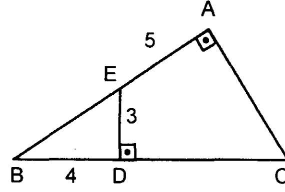
A) 12 B) 14 C) 15 D) $8\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{3}$

10. ABC üçgeninde BEC açısının açıortayı [ED] dir.
$|AE| = |EC|$,
$|BE| = 2|AE|$ ve
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 18$ cm² ise
$A(\overset{\triangle}{BDE})$ kaç cm² dir?



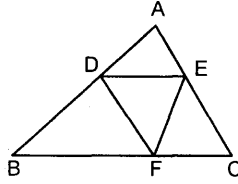
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

11. ABC dik üçgeninde
ED ⊥ BC,
|BD| = 4 cm,
|DE| = 3 cm ve
|AE| = 5 cm ise
A(ABC) kaç cm² dir?



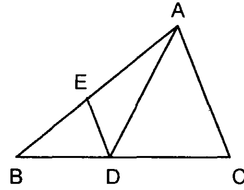
A) 24 B) 27,5 C) 32,5 D) 37,5 E) 45

12. ABC üçgeninde
DE // FC dir.
A(DEF) = 36 cm² ve
A(ADE) = 18 cm² ise
A(ABC) kaç cm² dir?



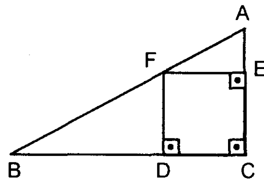
A) 164 B) 162 C) 150 D) 90 E) 54

13. ABC üçgeninde
DE // AC ve
$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{3}{5}$ tir.
A(ADE) = 60 cm²
ise A(ADC) kaç cm² dir?



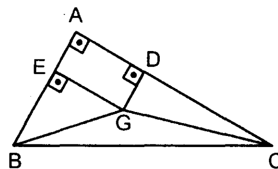
A) 108 B) 120 C) 132 D) 144 E) 160

14. ABC dik üçgen ☑ ve DCEF karedir.
|AB| = 3|AC| ise
$\frac{A(BDF)}{A(AFE)}$ oranı
nedir?



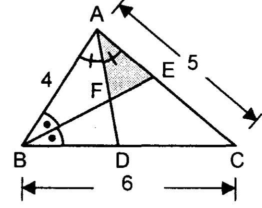
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) 4 D) 8 E) 9

15. ABC dik üçgeninde G ağırlık merkezi ve
A(GBC) = 6 cm²
ise AEGD dikdörtgeninin alanı kaç cm² dir?



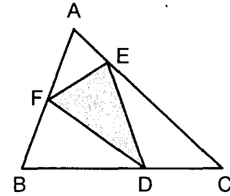
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

16. ABC üçgeninde
|AB| = 4 cm,
|AC| = 5 cm ve
|BC| = 6 cm dir.
[AD] ve [BE] açıortay ise taralı alanın ABC üçgeninin alanına oranı kaçtır?



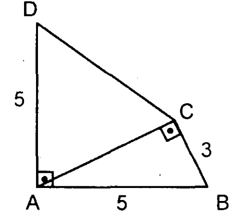
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{2}{15}$

17. ABC üçgeninde
|AF| = |FB|,
|BD| = 2|DC|,
|EC| = 3|AE| ve
A(ABC) = 96 cm²
ise A(DEF) kaç cm² dir?



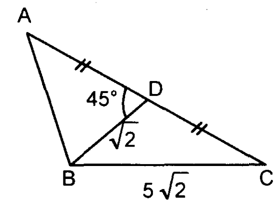
A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

18. ABCD dörtgeninde
AD ⊥ AB ve
BC ⊥ AC dir.
|AB| = |AD| = 5 cm
ve |BC| = 3 cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



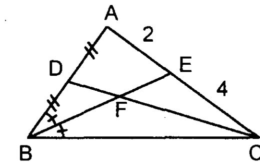
A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

19. ABC üçgeninde
[BD] kenarortaydır.
|BC| = $5\sqrt{2}$ cm,
|BD| = $\sqrt{2}$ cm ve
m(BDA) = 45° ise
A(ABC) kaç cm² dir?



A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 8

20. ABC üçgeninde
[BE] açıortay,
[CD] kenarortaydır.
|AE| = 2 cm,
|EC| = 4 cm ve
A(BDF) = 24 cm² ise
A(EFC) kaç cm² dir?



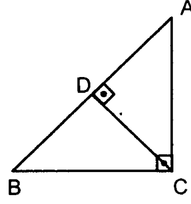
A) 30 B) 36 C) 48 D) 56 E) 64

21. ABC dik üçgeninde [CD] yüksekliktir.

$A(\overset{\triangle}{ADC}) = 9$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{DBC}) = 16$ cm^2 ise

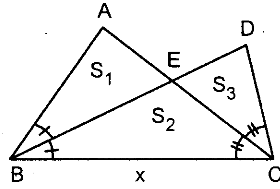
ABC dik üçgeninin çevresi kaç cm dir?



A) $10\sqrt{6}$ B) $25\sqrt{2}$ C) $25\sqrt{3}$ D) $12\sqrt{3}$ E) 24

22. [BD] ABC açısının, [CA] BCD açısının açıortayı ve S_1, S_2, S_3 içinde bulundukları kapalı bölgelerin alanlarıdır.

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$, $\frac{S_2}{S_3} = \frac{4}{3}$

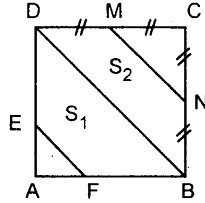


ve $|AB| + |CD| = 20$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

23. ABCD karesinde M ve N kenarların orta noktaları, EF // MN ve

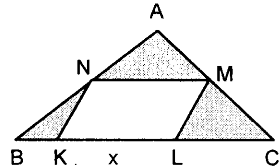
$\frac{|EF|}{|MN|} = \frac{2}{3}$ tür.



S_1 ve S_2, içinde bulundukları kapalı bölgelerin alanları olduğuna göre $\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{16}{9}$ D) $\frac{27}{16}$ E) $\frac{32}{27}$

24. ABC üçgeni içine KLMN paralelkenarı şekildeki gibi çizilmiştir.



$A(\overset{\triangle}{NBK}) + A(\overset{\triangle}{MLC}) = 4A(\overset{\triangle}{ANM})$ ve $|BC| = 12$ cm olduğuna göre $|KL| = x$ kaç cm dir?

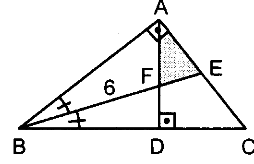
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25. ABC dik üçgeninde [AD] yükseklik ve [BE] açıortaydır.

$|AF| = 2|FD|$ ve

$|BF| = 6$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{AFE})$ kaç cm^2 dir?

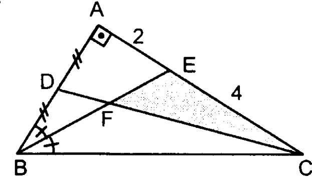


A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

26. ABC dik üçgeninde [BE] açıortay, [CD] kenarortaydır.

$|AE| = 2$ cm ve

$|EC| = 4$ cm olduğuna göre $A(\overset{\triangle}{EFC})$ kaç cm^2 dir?



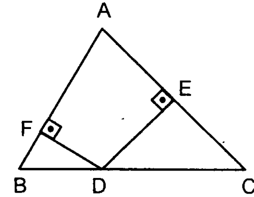
A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{6\sqrt{3}}{5}$ C) $\frac{8\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{9\sqrt{3}}{5}$ E) $2\sqrt{3}$

27. ABC üçgeninde DF ⊥ AB ve DE ⊥ AC dir.

$\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{1}{2}$ ve

$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{2}{3}$ ise

$\frac{|DF|}{|DE|}$ oranı nedir?



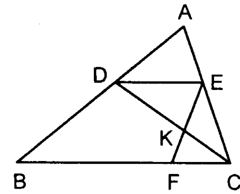
A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

28. ABC üçgeninde DE // BC ve $|BF| = 3|FC|$ dir.

$A(\overset{\triangle}{KFC}) = 3$ cm^2 ve

$A(BFKD) = 33$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



A) 64 B) 72 C) 84 D) 96 E) 108

9. Bölüm

ÇOKGENLER VE DÖRTGENLER

9.1 ÇOKGENLER

Çokgenler ve dörtgenlere ait tanımları ve bazı teoremleri, temel geometrik kavramlar bütünü içinde, 2. bölümde vermiştik.

Buna göre;

- Çokgenin tanımını,
- Konveks çokgenin ve konkav dörtgenin tanımlarını,
- n kenarlı bir konveks çokgenin bir köşesinden geçen köşegen sayısının $(n-3)$ olduğunu ve bu köşegenlerin çokgeni $(n-2)$ tane üçgensel bölgeye ayırdığını,
- n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamının $(n-2)\cdot 180°$ olduğunu,
- n kenarlı bir konveks çokgenin dış açılarının ölçülerinin toplamının 360° olduğunu,
- Bütün kenarları eş ve bütün açıları eş olan çokgenlere düzgün çokgen denildiğini biliyorsunuz.

Buradan devam edelim :

TEOREM 9.1

n kenarlı bir çokgenin belli olması için, en az $n-2$ tanesi uzunluk olmak üzere $2n-3$ elemanının ölçülerinin bilinmesi gerekir.

İSPAT :

A.K.A., K.A.K., K.K.K. eşliklerine göre bir üçgenin belli olması için,

1) Bir kenarı ile iki açısının,

2) İki kenarı ile bir açısının,ya da

3) Üç kenarının

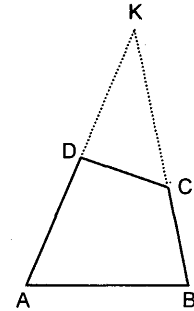
bilinmesi gerekir.

Buna göre bir üçgen en az bir kenarı ve iki açısı ile bellidir.

Herhangi bir ABCD dörtgeni verilsin.

$[AD \cap [BC = \{K\}$ olsun.

ABCD dörtgensel bölgesinin, $\overset{\triangle}{KAB}$ üçgensel bölgesinden $\overset{\triangle}{KCD}$ üçgensel bölgesinin ayrılması ile elde edildiğini düşünebiliriz.



$\overset{\triangle}{KAB}$ üçgeni belli iken $[CD]$nin konumunu, $|AD|$, $|DC|$ ya da $|BC|$ uzunluklarından en az biri ile $m(\hat{C})$ ya da $m(\hat{B})$ ölçülerinden biri belirler. ($[CD]$, $\widehat{KBD}$ ve $\widehat{KCD}$ açıları ile de belirlenebilir. Yalnız biz $[DB]$ köşegenini değil, çokgenin temel elemanlarını kullanmak istiyoruz.) Demek ki, verilen bir üçgenden belirli bir dörtgen ayırabilmemiz için dörtgenin oluşacak kenarlarından en az birinin uzunluğu ile oluşacak açılardan birinin ölçüsünün bilinmesi gerekmektedir. Her n-genin, verilen bir $(n-1)$-genden bu şekilde elde edildiğini düşünebiliriz.

O halde, n kenarlı bir çokgenin belli olması için;

$n=3$ ise en az 1 kenarı ve 2 açısının,

$n=4$ ise en az 2 kenarı ve 3 açısının,

$n=5$ ise en az 3 kenarı ve 4 açısının,

$\vdots$ $\vdots$

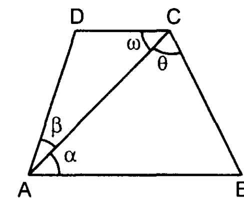
$n=n$ ise en az $n-2$ kenarı ve $n-1$ açısının

ölçülerinin bilinmesi gerekir.

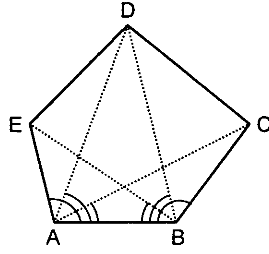
NOT : Teorem 9.1 de adı geçen elemanlar, çokgenin kenarları ve açıları gibi temel elemanlarıdır. Bu temel elemanlar yerine köşegenler, köşegenlerin belirlediği açılar gibi elemanların ölçüleri verildiğinde, bilinmesi gereken uzunluk sayısı daha az olabilir.

Örneğin ;

ABCD dörtgeni $|AC|$ ve α, β, ω, θ gibi biri uzunluk, dördü açı olan 5 elemanının ölçüleri ile bellidir.



Yine, ABCDE beşgeni $|AB|$ ve $m(\widehat{EAB})$, $m(\widehat{DAB})$, $m(\widehat{CAB})$, $m(\widehat{ABE})$, $m(\widehat{ABD})$, $m(\widehat{ABC})$ gibi biri uzunluk, altısı açı olmak üzere 7 elemanının ölçüsü ile bellidir.



Dikkat edilirse, temel eleman olsun olmasın, n kenarlı bir çokgenin belli olması için, ölçülerinin bilinmesi gereken toplam eleman sayısı $2n-3$ tür.

TEOREM 9.2

n kenarlı bir konveks çokgenin köşegen sayısı $\frac{n(n-3)}{2}$ dir.

İSPAT :

n köşenin ikişer ikişer belirttiği doğru sayısı n'in ikili kombinasyonlarının sayısı kadardır.

Bu kombinasyonlardan n tanesi kenar olacağından;

$$\text{Köşegen sayısı} = \binom{n}{2} - n$$

$$\Rightarrow \text{Köşegen sayısı} = \frac{n!}{2!\,(n-2)!} - n$$

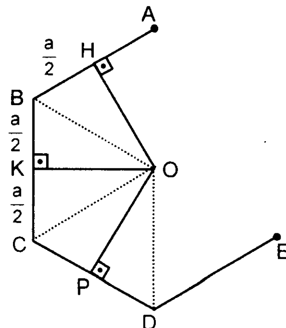
$$\Rightarrow \text{Köşegen sayısı} = \frac{n(n-3)}{2} \text{ olur.}$$

TEOREM 9.3

Bir düzgün çokgende, iç açıortaylar ile kenarorta dikmeleri aynı noktada kesişirler. Bu nokta çokgenin çevrel çemberinin ve içteğet çemberinin merkezidir.

İSPAT :

A, B, C, D, E bir düzgün çokgenin ardışık köşeleri olsun. $[AB]$ ile $[BC]$ nin orta dikmeleri O gibi bir noktada kesişir.



$[OB]$ ve $[OC]$ yi çizelim. OH, [AB] nin ve OK, [BC] nin orta dikmesi olmak üzere,

$\overset{\triangle}{OBH} \cong \overset{\triangle}{OBK}$ (Hipotenüs-Dikkenar Eşliği)

ve $\overset{\triangle}{OBK} \cong \overset{\triangle}{OCK}$ (K.A.K) eşliklerini görünüz.

Bu eşlikler $\widehat{OBH} \cong \widehat{OBK}$ ve $\widehat{OBK} \cong \widehat{OCK}$ eşliklerini, bunlar da $\widehat{OCK} \cong \widehat{OCP}$ eşliğini gerektirir. (Neden?)

$OP \perp CD$ çizersek

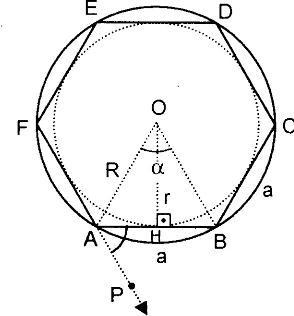
$\overset{\triangle}{OCK} \cong \overset{\triangle}{OCP}$ (K.A.A.) eşliğinden $[OP]$ nin de, $[CD]$ nin orta dikmesi olduğu görülür. (Neden?)

Böyle devam edilerek, O noktasından kenarlara indirilen dikmelerin o kenarların orta dikmeleri olduğu ve bunların eş olduğu; O noktasını köşelere birleştiren doğru parçalarının iç açıortaylar olduğu ve bunların da eş olduğu ispatlanmış olur.

Öyleyse, bir düzgün çokgende kenarorta dikmelerinin kesim noktası hem içteğet çemberin hem de çevrel çemberin merkezidir. Bu noktaya **çokgenin merkezi** de denir.

SONUÇLAR :

1. Düzgün çokgenin merkezinden bir kenarı gören açının ölçüsü,çokgenin bir dış açısının ölçüsüne eşittir.



İSPAT :

$\alpha = m(\widehat{AOB}) = \frac{360°}{n}$ ve $m(\widehat{PAB}) = \frac{360°}{n}$

olduğundan $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{PAB}) = \alpha$ olur.

2. Düzgün çokgenin bir kenarının uzunluğu a, çevrel çemberinin yarıçapı R ve içteğet çemberinin yarıçapı r olmak üzere, düzgün çokgenin alanı S ise,

a) $\mathbf{S = n \cdot \frac{a \cdot r}{2}}$ ve

b) $\mathbf{S = n \cdot \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin\alpha}$ dır.

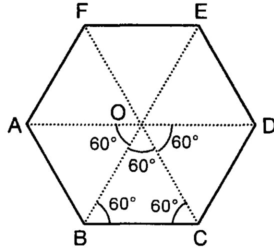
İçteğet çemberin yarıçapına, çokgenin **apotemi** denir.

3. Bir düzgün altıgende, merkezi köşelere birleştiren doğru parçaları birbine eş 6 eşkenar üçgen belirtir.

Düzgün altıgende her kenarın, merkezden

$\frac{360°}{6} = 60°$ lik açı ile

görüleceği, dolayısıyla her kenarın merkezle bir eşkenar üçgen belirleyeceği açıktır.



Şekilde A, O, D noktaları, B, O, E noktaları ve C, O, F noktaları doğrusal olacağından, bu sonucu,

"Düzgün altıgende köşegenler, birbirine eş 6 eşkenar üçgen belirtir." biçiminde de verebilirdik.

ÖRNEK 9.1

6 sı uzunluk ve 3 ü açı olmak üzere 9 temel elemanı ile belli olan çokgen kaç kenarlıdır?

Bu çokgen en az kaç kenar uzunluğu ile belirtilebilirdi?

ÇÖZÜM :

n kenarlı bir çokgen $2n-3$ elemanı ile bellidir.

$2n-3 = 6+3 \Rightarrow n = 6$ olur.

Çokgenin belli olması için, bilinmesi gereken temel elemanlardan en az $n-2$ tanesinin kenar olması gerektiğinden, bu çokgen $n-2 = 6-2 = 4$ kenar ve 5 açısı ile belirtilebilirdi.

ÖRNEK 9.2

Köşegen sayısı kenar sayısının iki katı olan çokgen kaç kenarlıdır?

ÇÖZÜM :

$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \Rightarrow n = 7$ bulunur.

ÖRNEK 9.3

Bir konveks sekizgenin iç açılarından en az kaçı geniş açıdır?

ÇÖZÜM :

Bir konveks çokgenin dış açılarının ölçülerinin toplamı 360° olduğundan, en çok 3 dış açısı geniş olabilir. Buna göre sekizgenin de en çok 3 iç açısı dar olup diğer iç açıları geniş açı olmak zorundadır.

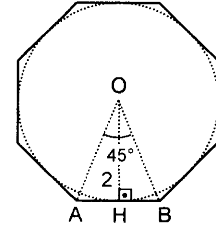
Öyleyse, konveks sekizgenin en az 5 iç açısı geniş açıdır.

ÖRNEK 9.4

İçteğet çemberinin yarıçapı 2 cm olan düzgün sekizgenin alanı kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

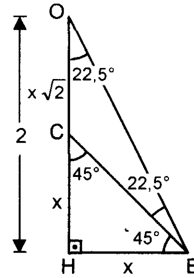
Düzgün sekizgenin bir kenarı $[AB]$, merkezi O ve $OH \perp AB$ ise



$m(\widehat{AOB}) = \frac{360°}{8} = 45°$

ve $|OH| = 2$ cm dir.

$\overset{\triangle}{OHB}$ dik üçgeninde, $m(\widehat{OBC}) = 22,5°$ olacak şekilde, $[BC]$ yi çizersek



$m(\widehat{HBC}) = m(\widehat{HCB}) = 45°$ ve

$|HB| = x$ dersek $|HC| = x$, $|BC| = |OC| = \sqrt{2}\,x$ olur.

$|OH| = 2 \Rightarrow \sqrt{2}x + x = 2$

$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}+1} \Rightarrow x = 2\sqrt{2} - 2$

$\Rightarrow |AB| = 4\sqrt{2} - 4$ cm olup

$A(\overset{\triangle}{OAB}) = \frac{(4\sqrt{2}-4)\cdot 2}{2} = 4\sqrt{2} - 4$ cm^2

ve sekizgenin alanı,

$S = 8\cdot(4\sqrt{2}-4)$ cm^2

$\Rightarrow S = 32(\sqrt{2}-1)$ cm^2 bulunur.

9.2 DÖRTGENLER

Bir dörtgen, dört kenarlı bir çokgendir.

Öyleyse, konveks dörtgenlerde;

- İç açıların ölçülerinin toplamı 360° dir.
- Dış açıların ölçülerinin toplamı 360° dir.
- İki köşegen bulunur.

TEOREM 9.4

Köşegenleri birbirine dik olan dörtgenlerde karşılıklı kenarların uzunluklarının karelerinin toplamı birbirine eşittir.

İSPAT :

ABCD dörtgeninde

$AC \perp BD$ ise

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$

olduğunu göstereceğiz.

$AC \cap BD = \{K\}$ ve

$|AK| = x$, $|BK| = y$, $|CK| = z$, $|DK| = t$ olsun.

$\overset{\triangle}{KAB}$, $\overset{\triangle}{KBC}$, $\overset{\triangle}{KCD}$, $\overset{\triangle}{KDA}$ dik üçgenlerinde

$x^2 + y^2 = a^2$, ① $y^2 + z^2 = b^2$, ②

$z^2 + t^2 = c^2$, ③ $x^2 + t^2 = d^2$ ④ dir.

① ile ③ ve ② ile ④ taraf tarafa toplanırsa,

$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = a^2 + c^2$ ⑤ ve

$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = b^2 + d^2$ ⑥ olur.

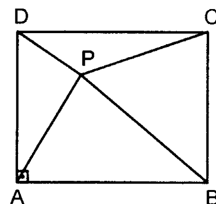
⑤ ve ⑥ dan

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ bulunur.

SONUÇ :

P, düzlemde bir nokta

ve ABCD dikdörtgen ise

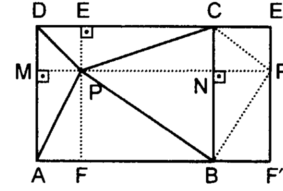


$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$

dir.

İSPAT :

a) P noktası dikdörtgenin içinde ise :



P noktasından EF // AD ve MN // AB çizelim; AFED dikdörtgenini BF′E′C konumuna taşıyalım.

$|P'C| = |PD|$ ① ve $|P'B| = |PA|$ ② olur.

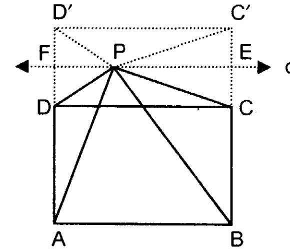
PBP′C dörtgeninde köşegenler birbirine dik olduğundan

$|P'B|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |P'C|^2$ dir.

$|P'C|$ ve $|P'B|$ yerine ① ve ② deki eşitleri koyulursa

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ elde edilir.

b) P noktası dikdörtgenin dışında ise :



P noktasından d // DC çizelim.

$[AD \cap d = \{F\}$,

$[BC \cap d = \{E\}$ ve

DCEF dikdörtgeninin d ye göre simetriği D′C′EF olsun.

$|PC| = |PC'|$ ① ve $|PD| = |PD'|$ ② olur.

ABC′D′ dikdörtgeninde

$|PA|^2 + |PC'|^2 = |PB|^2 + |PD'|^2$ dir.

$|PC'|$ ve $|PD'|$ yerine ① ve ② deki eşitleri koyulursa

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ elde edilir.

TEOREM 9.5

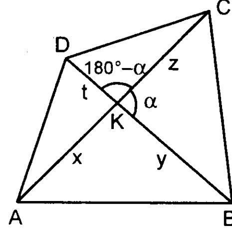
Bir dörtgenin alanı, köşegenlerinin uzunlukları ile köşegenleri arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısına eşittir.

İSPAT :

Köşegen uzunlukları

$|AC| = e,\ |BD| = f$

ve köşegenler arasındaki açının ölçüsü α ise



$\mathbf{A(ABCD) = \frac{1}{2} e \cdot f \cdot \sin\alpha}$ olduğunu göstereceğiz.

$AC \cap BD = \{K\},\ |AK| = x,\ |BK| = y,$

$|CK| = z$ ve $|DK| = t$ diyelim.

$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{KAB}) + A(\overset{\triangle}{KBC}) + A(\overset{\triangle}{KCD}) + A(\overset{\triangle}{KDA})$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin(180° - \alpha) + \frac{1}{2} \cdot y \cdot z \cdot \sin\alpha$

$+ \frac{1}{2} \cdot z \cdot t \cdot \sin(180° - \alpha) + \frac{1}{2} \cdot x \cdot t \cdot \sin\alpha$

$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$ olduğundan,

$A(ABCD) = \frac{1}{2} \sin\alpha(xy + yz + zt + xt)$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{1}{2} \sin\alpha[y(x+z) + t(x+z)]$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{1}{2} \sin\alpha(x+z)(y+t)$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$ olur.

SONUÇ :

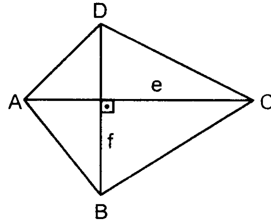
Köşegenleri birbirine dik olan dörtgenlerin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$\alpha = 90°$ ise

$\sin 90° = 1$

olacağından

$A(ABCD) = \frac{e \cdot f}{2}$ olur.

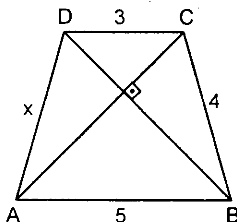


ÖRNEK 9.5

ABCD dörtgeninde

$AC \perp BD$ dir.

Şekildeki verilere göre $|AD|$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM :

Köşegenler birbirine dik olduğundan

$|AD|^2 + |BC|^2 = |AB|^2 + |CD|^2$

$\Rightarrow x^2 + 4^2 = 5^2 + 3^2 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$ birim olur.

ÖRNEK 9.6

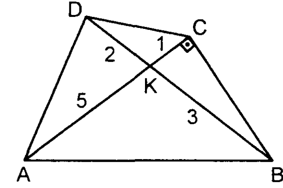
ABCD dörtgeninde

$AC \cap BD = \{K\}$ ve

$AC \perp BC$ dir.

$|AK| = 5$ cm,

$|BK| = 3$ cm,



$|CK| = 1$ cm ve $|DK| = 2$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

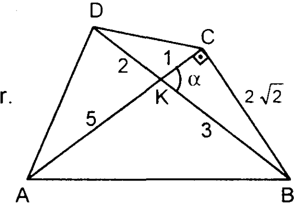
$\overset{\triangle}{KBC}$ dik üçgeninde

$|BC|^2 = 3^2 - 1^2$

$\Rightarrow |BC| = 2\sqrt{2}$ cm dir.

$m(\overset{\triangle}{BKC}) = \alpha$ ise

$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ olur.



$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 10\sqrt{2}$ cm^2 bulunur.

ÖRNEK 9.7

ABCD dörtgeninde

$AC \perp BD$ ve

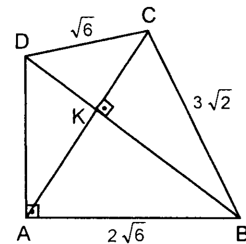
$AB \perp AD$ dir.

$|AB| = 2\sqrt{6}$ cm,

$|BC| = 3\sqrt{2}$ cm ve

$|CD| = \sqrt{6}$ cm ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

Köşegenler birbirine dik olduğundan

$|AD|^2 + (3\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2$

$\Rightarrow |AD| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

$\overset{\triangle}{ABD}$ dik üçgeninde

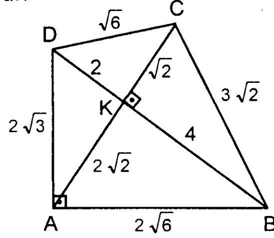
$|BD|^2 = (2\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow |BD| = 6$ cm,

$|AB|^2 = |BK| \cdot |BD| \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 = |BK| \cdot 6$

$\Rightarrow |BK| = 4$ cm ve $|DK| = 2$ cm,

$|AK|^2 = |BK| \cdot |DK| \Rightarrow |AK|^2 = 4 \cdot 2$

$\Rightarrow |AK| = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.



$\overset{\triangle}{KCD}$ dik üçgeninde

$|KC|^2 = (\sqrt{6})^2 - (2)^2$

$\Rightarrow |KC| = \sqrt{2}$ cm olup

$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{3\sqrt{2} \cdot 6}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 9\sqrt{2}$ cm^2 elde edilir.

9.3 Özel Dörtgenler

Paralelkenar, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen, yamuk ve deltoid gibi özel dörtgenleri 2. bölümde tanıtmıştık.

Şimdi, buraya kadar elde ettiğimiz bilgilerin ışığında bunları yeniden ele alacağız.

9.3.1 Paralelkenar

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene **paralelkenar** denildiğini biliyorsunuz.

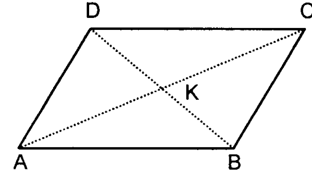
Teorem 2.34, Teorem 2.37 ve Teorem 2.39 ile verilenleri, burada tekrarlayalım :

Bir paralelkenarda,

- Karşılıklı açılar eştir ve karşılıklı kenarlar eştir.
- Aynı kenara ait iki iç açı bütünlerdir.
- Köşegenler birbirini ortalar.

Karşıt olarak, bu özeliklerden birini taşıyan dörtgen bir paralelkenardır.

Şekilde,
ABCD paralelkenar ise,
$[AB] \cong [DC]$,
$[AD] \cong [BC]$,



$\hat{A} \cong \hat{C}$, $\hat{B} \cong \hat{D}$, $|AK| = |KC|$, $|BK| = |KD|$ ve

$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) = 180°$ dir.

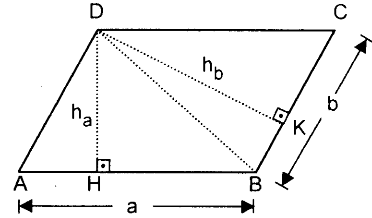
TEOREM 9.6

Paralelkenarın alanı, bir tabanı ile o tabana ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

İSPAT :

$\mathbf{A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b}$

olduğunu göstereceğiz.
$\overset{\triangle}{ABD} \cong \overset{\triangle}{CDB}$
olduğunu görünüz.



Buna göre,

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABD}) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{CDB})$

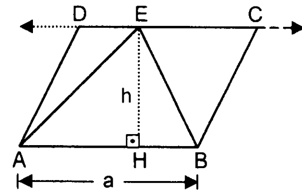
$\Rightarrow A(ABCD) = 2 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = 2 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$

$\Rightarrow A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$ elde edilir.

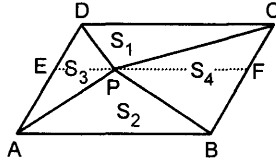
SONUÇLAR :

1. Bir paralelkenar ile bir üçgenin tabanları eş ve yükseklikleri eş ise paralelkenarın alanı, üçgenin alanının iki katına eşittir.

Şekilde
ABCD paralelkenar
ve $E \in DC$ ise
$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABE})$
olacağı açıktır.



2. P noktası ABCD paralelkenarının içinde ise



$\mathbf{A(\overset{\triangle}{PAB}) + A(\overset{\triangle}{PCD}) = A(\overset{\triangle}{PAD}) + A(\overset{\triangle}{PBC})}$ dir.

İSPAT :

P noktasından EF // AB çizelim.

$A(\overset{\triangle}{PAB}) = \frac{1}{2}A(ABFE)$ ① ve

$A(\overset{\triangle}{PCD}) = \frac{1}{2}A(EFCD)$ ② olur.

① ve ② taraf tarafa toplanırsa

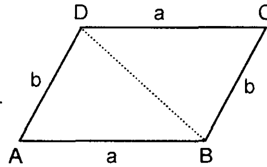
$A(\overset{\triangle}{PAB}) + A(PCD) = \frac{1}{2}[(A(ABFE) + A(EFCD)]$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{PAB}) + A(\overset{\triangle}{PCD}) = \frac{1}{2}A(ABCD)$ bulunur.

Demek ki, S_1, S_2, S_3 ve S_4, içinde bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere,
$S_1 + S_2 = S_3 + S_4$ tür.

3. ABCD paralelkenar ise

$\mathbf{A(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin A}$ dır.



İSPAT :

$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin A$ ve

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABD})$ olduğuna göre

$A(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin A$ olur.

ÖRNEK 9.8

ABCD paralelkenarında

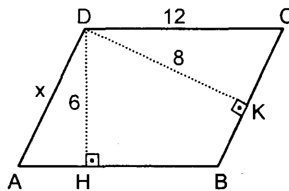
$DH \perp AB$ ve

$DK \perp BC$ dir.

$|DH| = 6$ cm,

$|DK| = 8$ cm ve

$|DC| = 12$ cm ise $|AD|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$A(ABCD) = |AB| \cdot |DH| = |BC| \cdot |DK|$

$\Rightarrow 12 \cdot 6 = x \cdot 8 \Leftarrow x = 9$ cm olur.

ÖRNEK 9.9

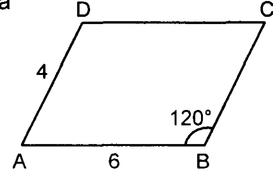
ABCD paralelkenarında

$|AB| = 6$ cm,

$|AD| = 4$ cm

ve $m(\hat{B}) = 120°$ ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{A}) = 60°$ ve

$A(ABCD) = |AB| \cdot |AD| \cdot \sin A$

$\Rightarrow A(ABCD) = 6 \cdot 4 \cdot \sin 60°$

$\Rightarrow A(ABCD) = 12\sqrt{3}$ cm^2 olur.

ÖRNEK 9.10

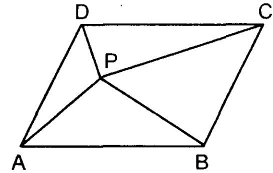
ABCD paralelkenarında

$A(\overset{\triangle}{PAB}) = 13$ cm^2,

$A(\overset{\triangle}{PBC}) = 15$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{PCD}) = 10$ cm^2 ise

$A(\overset{\triangle}{PAD})$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$A(\overset{\triangle}{PAB}) + A(\overset{\triangle}{PCD}) = A(\overset{\triangle}{PBC}) + A(\overset{\triangle}{PAD})$

$\Rightarrow 13 + 10 = 15 + A(\overset{\triangle}{PAD})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{PAD}) = 8$ cm^2 bulunur.

ÖRNEK 9.11

Bir paralelkenarda kenar uzunlukları a, b ve köşegen uzunlukları e, f ise $e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

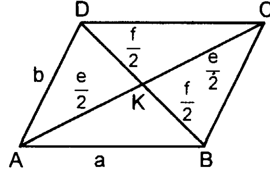
ABCD paralelkenarında

$|AB| = a$, $|AD| = b$,

$|AC| = e$ ve $|BD| = f$

ise $|AK| = |KC| = \frac{e}{2}$ ve

$|BK| = |KD| = \frac{f}{2}$ olur.



$\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeninde, Kenarortay Teoremi'ne göre,

$$|AK|^2 = \frac{|AB|^2 + |AD|^2}{2} - \frac{|BD|^2}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{e}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{f^2}{4}$$

$\Rightarrow e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)$ elde edilir.

ÖRNEK 9.12

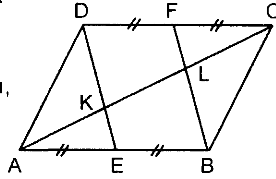
ABCD paralelkenarında

E ile F, ait oldukları

kenarların orta noktaları,

$DE \cap AC = \{K\}$ ve

$BF \cap AC = \{L\}$ ise



$|AK| = |KL| = |LC|$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AK|}{|KC|} = \frac{|AE|}{|DC|} \Rightarrow \frac{|AK|}{|KC|} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow |AK| = \frac{1}{3}|AC| \text{ ve}$$

$$\frac{|CL|}{|LA|} = \frac{|FC|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|CL|}{|LA|} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow |CL| = \frac{1}{3}|AC| \text{ olup}$$

$|AK| = |KL| = |LC| = \frac{1}{3}|AC|$ bulunur.

ÖRNEK 9.13

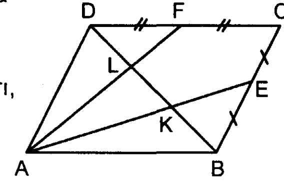
ABCD paralelkenarında

E ile F ait oldukları

kenarların orta noktaları,

$AE \cap BD = \{K\}$ ve

$AF \cap BD = \{L\}$ ise



$|BK| = |KL| = |LD|$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DL|}{|LB|} = \frac{|DF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|DL|}{|LB|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |DL| = \frac{1}{3}|BD| \text{ ve}$$

$$\frac{|BK|}{|KD|} = \frac{|BE|}{|AD|} \Rightarrow \frac{|BK|}{|KD|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |BK| = \frac{1}{3}|BD| \text{ olup}$$

$|BK| = |KL| = |LD| = \frac{1}{3}|BD|$ bulunur.

ÖRNEK 9.14

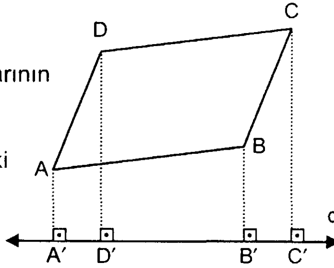
ABCD paralelkenarının

Köşelerinin, bir d

doğrusu üzerindeki

dik izdüşümleri

A′, B′, C′, D′ ise



$|AA'| + |CC'| = |BB'| + |DD'|$

olduğunu gösteriniz.

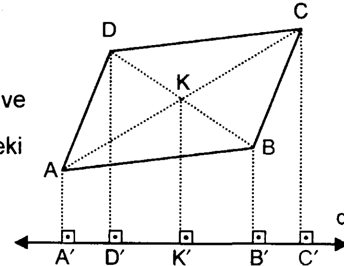
ÇÖZÜM :

$AC \cap BD = \{K\}$ ve

K nın d üzerindeki

dik izdüşümü K′

olsun.



AA′C′C yamuğunda

$[KK']$ ortataban olduğundan

$$|KK'| = \frac{|AA'| + |CC'|}{2} \quad ① \text{ ve}$$

DD′B′B yamuğunda $[KK']$ yine ortataban olduğundan

$|KK'| = \dfrac{|DD'| + |BB'|}{2}$ ② dir.

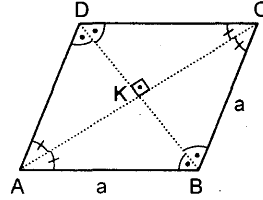
① ve ② den

$|AA'| + |CC'| = |BB'| + |DD'|$ bulunur.

9.3.2 EŞKENAR DÖRTGEN

Dört kenarı eş olan dörtgene **eşkenar dörtgen** denildiğini ve bir eşkenar dörtgende;

- Karşılıklı kenarların birbirine paralel olduğunu,
- Köşegenlerin birbirine dik olduğunu,
- Köşegenlerin kenarlarla eş açılar yaptığını biliyorsunuz.



Şekilde, ABCD bir eşkenar dörtgen ise

AB // CD, AD // BC,

$AC \perp BD$,

$\widehat{BAC} \cong \widehat{DAC} \cong \widehat{BCA} \cong \widehat{DCA}$ ve

$\widehat{ABD} \cong \widehat{CBD} \cong \widehat{ADB} \cong \widehat{CDB}$ dir.

Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğu için paralelkenarın bütün özeliklerini taşır. Buna göre, bir eşkenar dörtgende;

- Karşılıklı açılar eştir.
- Aynı kenara ait iki iç açı bütünlerdir.
- Köşegenler birbirini ortalar.
- $A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

eşitliğinde $a = b$ olacağından,

$h_a = h_b = h$ tır.

- **A(ABCD) = a · h** tır.
- $A(ABCD) = \dfrac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin A$ eşitliğinde $a = b$ alınacağından

$\mathbf{A(ABCD) = \dfrac{1}{2} a^2 \cdot \sin A}$ dır.

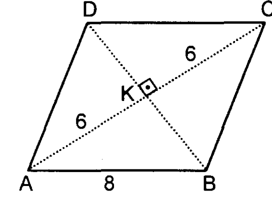
Ayrıca köşegenler birbirine dik olduğundan, köşegen uzunlukları e ve f ise

$\mathbf{A(ABCD) = \dfrac{e \cdot f}{2}}$ dir.

ÖRNEK 9.15

Bir kenarının uzunluğu 8 cm ve köşegenlerinden birinin uzunluğu 12 cm olan eşkenar dörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :



ABCD eşkenar dörtgeninde

$|AB| = 8$ cm ve

$|AC| = 12$ cm olsun.

Köşegenler birbirini dik ortalayacağından

$|AK| = |KC| = 6$ cm ve $\overset{\triangle}{AKB}$ dik üçgeninde

$|BK|^2 = 8^2 - 6^2 \Rightarrow |BK| = 2\sqrt{7}$ cm

$\Rightarrow |BD| = 4\sqrt{7}$ cm olur. Buna göre,

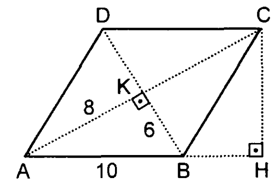
$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} \Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{12 \cdot 4\sqrt{7}}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 24\sqrt{7}$ cm^2 dir.

ÖRNEK 9.16

Köşegenlerinin uzunlukları 12 cm ve 16 cm olan eşkenar dörtgenin yüksekliği kaç cm dir?

ÇÖZÜM :



ABCD eşkenar dörtgeninde

$|AC| = 16$ cm ve

$|BD| = 12$ cm olsun.

$|AK| = 8$ cm, $|BK| = 6$ cm ve $|AB| = 10$ cm olur.

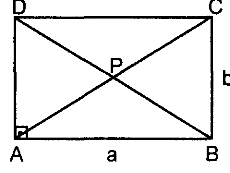
$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = |AB| \cdot |CH|$

$\Rightarrow \dfrac{16 \cdot 12}{2} = 10 \cdot h \Rightarrow h = 9{,}6$ cm bulunur.

9.3.3 DİKDÖRTGEN

Bir açısı dik olan paralelkenara **dikdörtgen** denildiğini Tanım 2.41 den biliyorsunuz. Bu tanıma göre, dikdörtgen paralelkenarın bütün özeliklerini taşır.

■ Dikdörtgende köşegenlerin eş olduğunu da kolayca ispatlayabilirsiniz.



■ ABCD dikdörtgeninde $A(ABCD) = a \cdot b$ olduğu Aksiyom 4.4 ile verilmişti.

■ Bunlara ek olarak, P noktası (ABCD) dikdörtgeninin düzleminde bir nokta olmak üzere

$$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$$

olduğunu hatırlayınız.

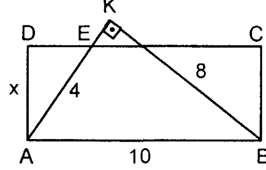
ÖRNEK 9.17

ABCD dikdörtgeninde $AK \perp BK$ dır.

$|AE| = 4$ cm,

$|AB| = 10$ cm ve

$|BK| = 8$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?

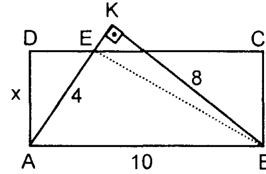


ÇÖZÜM :

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{EAB})$

$\Rightarrow 10 \cdot x = 2 \cdot \dfrac{4 \cdot 8}{2}$

$\Rightarrow x = 3{,}2$ cm olur.



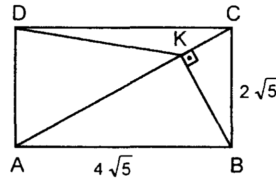
ÖRNEK 9.18

ABCD dikdörtgeninde $BK \perp AC$ dir.

$|AB| = 4\sqrt{5}$ cm ve

$|BC| = 2\sqrt{5}$ cm ise

$|DK|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 \Rightarrow |AB|^2 = (4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2$

$\Rightarrow |AB| = 10$ cm,

$|AC| \cdot |BK| = |AB| \cdot |BC| \Rightarrow 10 \cdot |BK| = 4\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow |BK| = 4$ cm,

$|BC|^2 = |CK| \cdot |CA| \Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = |CK| \cdot 10$

$\Rightarrow |CK| = 2$ cm ve $|AK| = 8$ cm olur.

ABCD dikdörtgeninde

$|KD|^2 + |KB|^2 = |KA|^2 + |KC|^2$

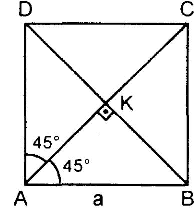
$\Rightarrow |KD|^2 + 4^2 = 8^2 + 2^2$

$\Rightarrow |KD| = 2\sqrt{13}$ cm bulunur.

9.3.4 KARE

Dört kenarı eş olan dikdörtgene **kare** denir. Öyleyse bir kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin bütün özeliklerini taşır.

Buna göre bir ABCD karesinde,



■ Köşegenler birbirine diktir.

■ Köşegenler birbirine eştir ve birbirini ortalar.

■ Köşegenler kenarlarla 45 er derecelik açılar yapar.

■ Bir kenar uzunluğu a ise $A(ABCD) = a^2$ dir.

■ $|AC| = |BD| = e$ ise

$A(ABCD) = \dfrac{1}{2}e^2$ dir.

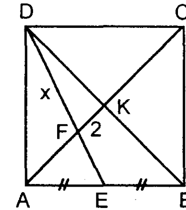
ÖRNEK 9.19

ABCD karesinde

$|AE| = |EB|$ ve

$|FK| = 2$ cm ise

$|DF|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Karede köşegenler birbirine diktir, eştir ve birbirini ortalar. Öyle ise, $\overset{\triangle}{ABD}$ üçgeninde F kenarortayların kesim noktasıdır.

Buna göre,

$|AF| = 2|FK| \Rightarrow |AF| = 4$ cm ve

$|DK| = |AK| = 6$ cm olur.

O halde, $\overset{\triangle}{DKF}$ dik üçgeninde

$|DF|^2 = |DK|^2 + |FK|^2 \Rightarrow |DF|^2 = 6^2 + 2^2$

$\Rightarrow |DF| = 2\sqrt{10}$ cm bulunur.

ÖRNEK 9.20

ABCD karesinde

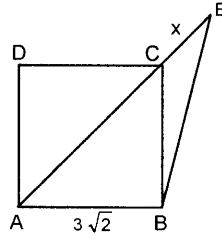
$E \in [AC$ ve

$|AC| = |BE|$ dir.

Karenin bir kenarı

$3\sqrt{2}$ cm ise

$|CE| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

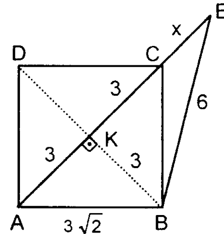
$[BD]$ köşegenini çizelim.

$\overset{\triangle}{KAB}$ ikizkenar dik üçgeninde

$|KA| = |KB| = 3$ cm olur.

Buradan, $|KC| = 3$ cm ve

$|AC| = |BE| = 6$ cm bulunur.



$\overset{\triangle}{KBE}$ dik üçgeninde,

$|KE|^2 = |BE|^2 - |BK|^2 \Rightarrow |KE|^2 = 6^2 - 3^2$

$\Rightarrow |KE| = 3\sqrt{3}$ cm ve $|CE| = 3\sqrt{3} - 3$ cm elde edilir.

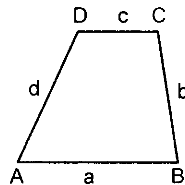
9.3.5 YAMUK

İki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk**,

paralel kenarlara **yamuğun tabanları**,

paralel olmayan kenarlara yamuğun **yan kenarları**,

yan kenarları eş olan yamuğa **ikizkenar yamuk**,



bir yan kenarı tabanlara dik olan yamuğa **dik yamuk**, yan kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **yamuğun ortatabanı**

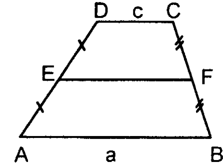
denildiğini ve ortataban uzunluğunun, taban uzunluklarının aritmetik ortası olduğunu 2. bölümden biliyorsunuz.

ABCD yamuğunda

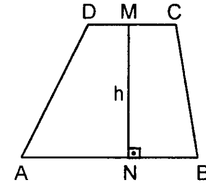
E ve F, yan kenarların

ortaları ise

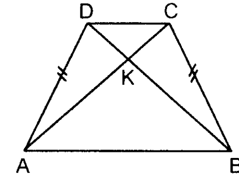
$|EF| = \frac{a+c}{2}$



Tabanlar arasındaki uzaklığa, **yamuğun yüksekliği** denir.



Bir ikizkenar yamukta aynı tabana ait açıların eş ve köşegenlerin eş olduğunu kolayca ispatlayabilirsiniz.



TEOREM 9.7

Yamuğun alanı, tabanlarının uzunluklarının toplamı ile yüksekliğinin uzunluğunun çarpımının yarısına eşittir.

İSPAT :

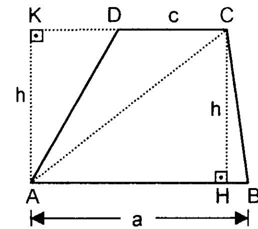
ABCD yamuğunda

tabanlar a ve c,

yükseklik h ise

$A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$

olduğunu göstereceğiz.



$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\triangle}{ACD})$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{a \cdot h}{2} + \frac{c \cdot h}{2}$

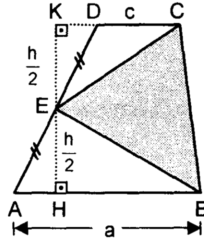
$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$ olur.

SONUÇ :

$|AE| = |ED|$ ise

$A(\overset{\triangle}{BEC}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$

dir.



İSPAT :

E noktasının tabanlara uzaklıklarının eşit ve $\frac{h}{2}$ olduğunu görünüz. $\overset{\triangle}{EAB}$ ile $\overset{\triangle}{ECD}$ üçgenlerinin alanlarının toplamını bulalım.

$$A(\overset{\triangle}{EAB}) + A(\overset{\triangle}{ECD}) = \frac{a \cdot \frac{h}{2}}{2} + \frac{c \cdot \frac{h}{2}}{2} = \frac{(a+c) \cdot h}{4} \text{ olur.}$$

Bu toplam, yamuğun alanının yarısıdır.

O halde $A(\overset{\triangle}{BEC})$ değeri de, yamuğun alanının diğer yarısı olmalıdır.

Öyleyse, $A(\overset{\triangle}{BEC}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$ dir.

NOT :

FK // BC çizilerek de,

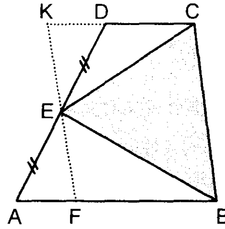
$\overset{\triangle}{EAF} \cong \overset{\triangle}{EDK}$,

A(ABCD) = A(FBCK)

olduğu,

FBCK paralelkenarında

$A(\overset{\triangle}{BEC}) = \frac{1}{2} A(FBCK)$



$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{BEC}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$ olduğu görülebilirdi.

TEOREM 9.8

Bir yamukta, bir yan kenara ait açıların açıortayları ortataban üzerinde kesişir.

İSPAT :

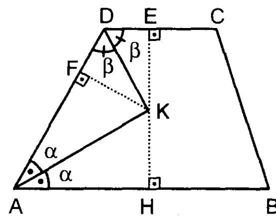
ABCD yamuğunda,

[AD] yan kenarına

ait $\hat{A}$ ve $\hat{D}$ açılarının

açıortayları K noktasında

kesişsin.



K dan [AB], [AD], [DC] kenarlarına [KH], [KF], [KE] dikmelerini çizersek,

$|KH| = |KF|$ ① ve $|KF| = |KE|$ ② olup ① ve ② den

$|KH| = |KE|$ bulunur.

Bu da K noktasının ortataban üzerinde olduğunu gösterir.

Bu arada, $AK \perp DK$ olduğunu görünüz.

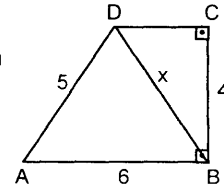
ÖRNEK 9.21

ABCD dik yamuğunda

$|AB| = 6$ cm, $|AD| = 5$ cm

ve $|BC| = 4$ cm ise

$|BD|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$DH \perp AB$ çizilirse

$|DH| = 4$ cm,

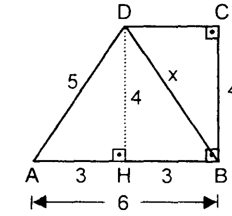
$\overset{\triangle}{DAH}$ dik üçgeninde,

$|AH| = 3$ cm ve buradan

$|HB| = 3$ cm bulunur.

$\overset{\triangle}{DHB}$ dik üçgeninde

$|BD|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |BD| = 5$ cm elde edilir.



ÖRNEK 9.22

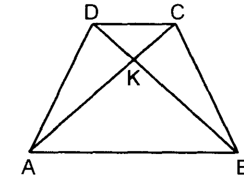
ABCD yamuğunda

AB // CD dir.

$A(\overset{\triangle}{KAB}) = 12$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{KCD}) = 6$ cm^2 ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



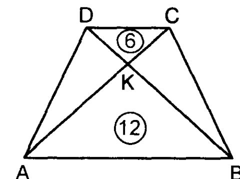
ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{KAB} \sim \overset{\triangle}{KCD}$ (A.A.A.)

olduğunu görünüz.

Buna göre

$$\frac{A(K\overset{\triangle}{A}B)}{A(K\overset{\triangle}{C}D)} = \left(\frac{|KA|}{|KC|}\right)^2$$



$\Rightarrow \frac{12}{6} = \left(\frac{|KA|}{|KC|}\right)^2 \Rightarrow \frac{|KA|}{|KC|} = \frac{\sqrt{2}}{1}$ ve

$\frac{|KA|}{|KC|} = \frac{A(K\overset{\Delta}{A}D)}{A(K\overset{\Delta}{C}D)} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{A(K\overset{\Delta}{A}D)}{6}$

$\Rightarrow A(K\overset{\Delta}{A}D) = 6\sqrt{2}$ cm² bulunur.

$A(K\overset{\Delta}{A}D) = A(K\overset{\Delta}{B}C) = 6\sqrt{2}$ cm² olduğundan

$A(ABCD) = 12 + 6 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 18 + 12\sqrt{2}$ cm² elde edilir.

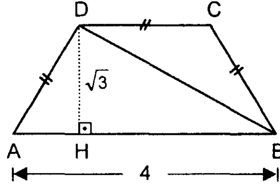
ÖRNEK 9.23

ABCD ikizkenar yamuğunda

$|AD| = |DC| = |BC|$

ve $[DH]$ yüksekliktir.

$|AB| = 4$ cm ve



$|DH| = \sqrt{3}$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?

ÇÖZÜM :

CK ⊥ AB çizersek

$|HK| = x$ ve

$|AH| = |KB| = \frac{4-x}{2}$ olur.

$\overset{\Delta}{DAH}$ dik üçgeninde

$|AD|^2 = |AH|^2 + |DH|^2 \Rightarrow x^2 = (\sqrt{3})^2 + \left(\frac{4-x}{2}\right)^2$

$\Rightarrow x^2 + 8x - 84 = 0 \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

$A(ABCD) = \frac{(a+c)\cdot h}{2} = \frac{(4+2)\cdot\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow 3\sqrt{3}$ cm² elde edilir.

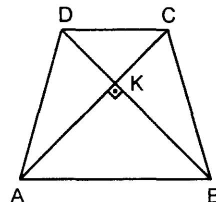
ÖRNEK 9.24

ABCD yamuğunda

AB // CD ve AC ⊥ BD dir.

$|AC| = 8$ cm ve

$|BD| = 6$ cm ise



yamuğun yüksekliği kaç cm dir?

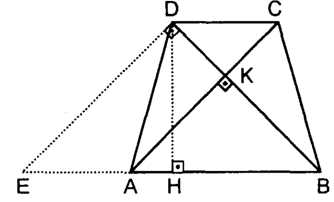
ÇÖZÜM :

DE // AC çizersek

DE ⊥ BD,

$|DE| = |AC| = 8$ cm

olur.



$\overset{\Delta}{DEB}$ dik üçgeninde

$|EB|^2 = |DE|^2 + |DB|^2 \Rightarrow |EB|^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow |EB| = 10$cm,

$|EB|\cdot|DH| = |ED|\cdot|BD| \Rightarrow 10\cdot|DH| = 8\cdot 6$

$\Rightarrow |DH| = 4{,}8$ cm bulunur.

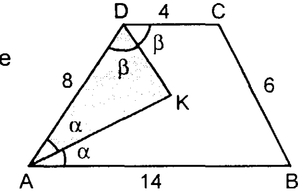
ÖRNEK 9.25

ABCD yamuğunda

AB // CD ve [AK ile

[DK açıortaydır.

$|AB| = 14$ cm,



$|BC| = 6$ cm, $|CD| = 4$ cm

ve $|AD| = 8$ cm ise $A(D\overset{\Delta}{K}A)$ kaç cm² dir?

ÇÖZÜM :

K noktası açıortayların kesim noktası olduğundan

K nın [AB], [CD] ve [AD] kenarlarına

$|KH|$, $|KF|$ ve $|KE|$ uzaklıkları eşit olacağından, $|KE|$ yamuğun yüksekliğinin yarısı kadar olur.

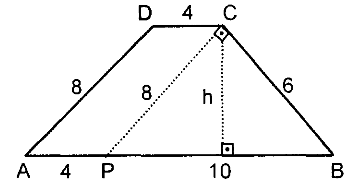
Öyleyse, önce yamuğun yüksekliğini bulalım.

CP // AD çizersek

$|AP| = 4$ cm,

$|PB| = 10$ cm,

$|BC| = 6$ cm,



$|PC| = 8$ cm olduğu ve

buradan $\overset{\Delta}{PBC}$ üçgeninin bir dik üçgen olduğu görülür.

$\overset{\Delta}{PBC}$ dik üçgeninde

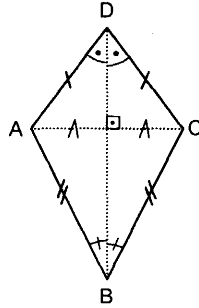
$10 \cdot h = 6 \cdot 8 \Rightarrow h = 4,8$ cm bulunur.

O halde, $|KE| = \frac{h}{2} \Rightarrow |KE| = 2,4$ cm olup

$A(\overset{\triangle}{DKA}) = \frac{|AD| \cdot |KE|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{DKA}) = \frac{8 \cdot 2,4}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DKA}) = 9,6\ cm^2$ elde edilir.

9.3.6 DELTOİD



■ Komşu iki kenarı eş, diğer iki kenarı da eş olan dörtgene **deltoid** denir. (Tanım 2.42)

■ Deltoidte köşegenler birbirine diktir. (Teorem 2.36)

■ Eş kenarlara ait köşeleri birleştiren köşegen kenarlarla eşit açılar yapar.

■ Deltoidin alanı köşegenlerinin uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

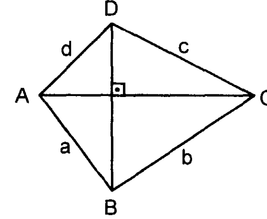
9. BÖLÜMÜN ÖZETİ

n kenarlı bir çokgen, en az $n-2$ tanesi uzunluk olmak üzere $2n-3$ temel elemanın ölçüsü ile bellidir.

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı $(n-2) \cdot 180°$ dir.

Bir konveks çokgenin dış açılarının ölçülerinin toplamı 360° dir.

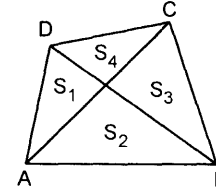
n kenarlı bir konveks çokgenin köşegen sayısı $\frac{n(n-3)}{2}$ dir.



ABCD dörtgeninde

$AC \perp BD$ ise

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ dir.

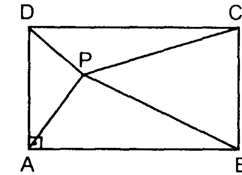


ABCD dörtgeninde

$[AC]$ ve $[BD]$

köşegen ise

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_4}{S_3}$ tür.

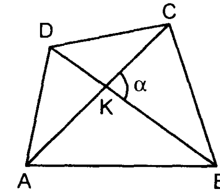


ABCD dikdörtgen

ve $P \in (ABCD)$ ise

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$

dir.



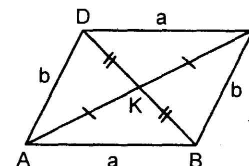
ABCD dörtgeninde

$|AC| = e$, $|BC| = f$ ise

$A(ABCD) = \frac{1}{2} e \cdot f \cdot \sin\alpha$ dır.

$\alpha = 90°$ ise

$A(ABCD) = \frac{e \cdot f}{2}$ olur.



ABCD paralelkenar ise

$|AK| = |KC|$, $|BK| = |KD|$,

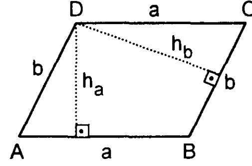
$\hat{A} \equiv \hat{C}$, $\hat{B} \equiv \hat{D}$ dır.

ABCD paralelkenar ise

a) $A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

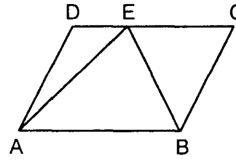
b) $A(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin A$

dır.



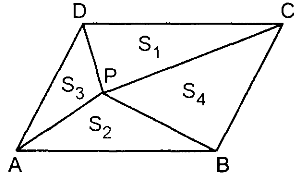
ABCD paralelkenar ise

$A(\overset{\triangle}{EAB}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$ dir.

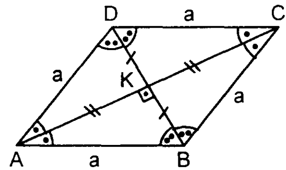


P noktası ABCD paralelkenarının içinde ise

$S_1 + S_2 = S_3 + S_4$ tür.



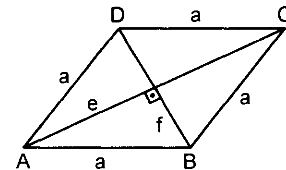
ABCD eşkenar dörtgen ise köşegenler birbirine diktir, birbirini ortalar ve kenarlarla eşit açılar yapar.



ABCD eşkenar dörtgen ise

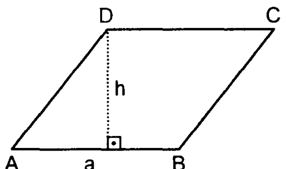
a) $A(ABCD) = \frac{e \cdot f}{2}$,

b) $A(ABCD) = a^2 \cdot \sin A$ dır.



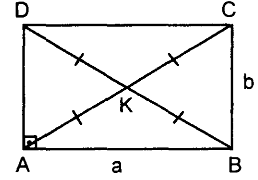
ABCD eşkenardörtgen ise

$A(ABCD) = a \cdot h$ tır.

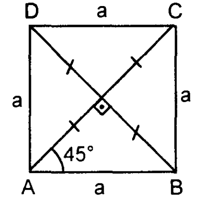


Dikdörtgenin köşegenleri eştir ve birbirini ortalar.

$A(ABCD) = a \cdot b$ dir.

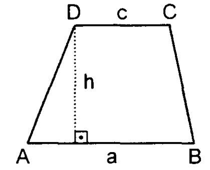


Karede köşegenler birbirine eştir, birbirine diktir, birbirini ortalar ve kenarlarla 45 er derecelik açılar yapar.



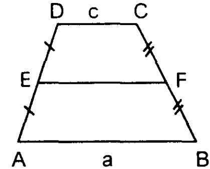
ABCD yamuğunda AB // CD ise

$A(ABCD) = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$ dir.



ABCD yamuğunda $[EF]$ ortataban ise

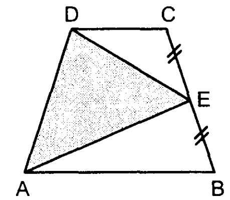
$|EF| = \frac{a+c}{2}$ dir.



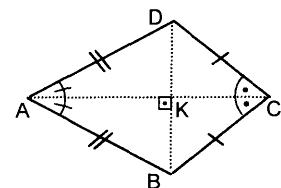
ABCD yamuğunda AB // CD ve

$|BE| = |EC|$ ise

$A(\overset{\triangle}{AED}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$ dir.



ABCD deltoid ise $[AC]$, $[BD]$ nin orta dikmesidir.



9. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. P noktası ABCDE beşgeninin içindedir.

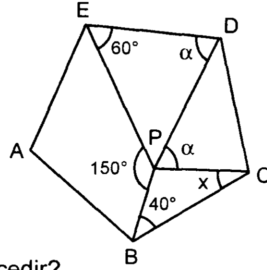
$m(\widehat{BPE}) = 150°$,

$m(\widehat{PBC}) = 40°$,

$m(\widehat{PED}) = 60°$ ve

$m(\widehat{CPD}) = m(\widehat{PDE}) = \alpha$

ise $m(\widehat{PCB}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$m(\widehat{EPD}) = 120° - \alpha$, ①

$m(\widehat{CPD}) = \alpha$, ②

$m(\widehat{BPC}) = 140° - x$ ve ③

$m(\widehat{BPE}) = 150°$ dir. ④

①, ②, ③, ④ taraf tarafa toplanırsa

$360° = 120° - \alpha + \alpha + 140° - x + 150°$

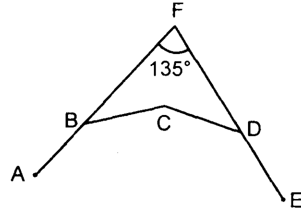
$\Rightarrow x = 50°$ bulunur.

2. Şekilde A, B, C, D, E bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir.

$[AB \cap [ED = \{F\}$ ve

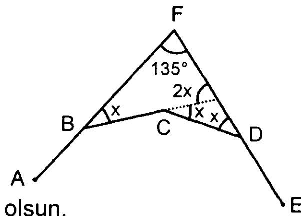
$m(\widehat{BFD}) = 135°$

olduğuna göre bu çokgen kaç kenarlıdır?



ÇÖZÜM :

Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü bulunursa kenar sayısı da bulunabilir.



Bir dış açısının ölçüsü x olsun.

$[BC \cap [ED = \{K\}$ ise

$m(\widehat{CBF}) = m(\widehat{KCD}) = m(\widehat{CDK}) = x$ ve

$m(\widehat{CKF}) = 2x$ olur.

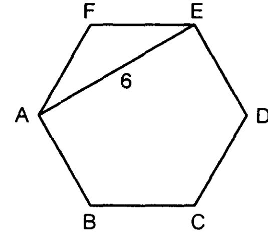
FBK üçgeninde $x + 2x + 135° = 180° \Rightarrow x = 15°$ bulunur. Öyleyse kenar sayısı,

$n = \dfrac{360°}{15°} \Rightarrow n = 24$ tür.

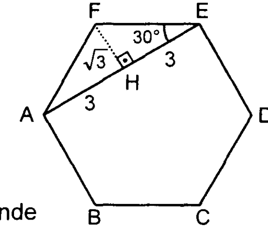
3. ABCDEF düzgün altıgendir.

$|AE| = 6$ cm ise

altıgenin alanı kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :



$FH \perp AE$ çizelim.

$|AH| = |HE| = 3$ cm

ve $m(\widehat{AEF}) = 30°$

olduğunu görünüz.

Buna göre, $\overset{\triangle}{FHE}$ dik üçgeninde

$|FH| = \sqrt{3}$ cm ve $|EF| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

Altıgenin, bir kenar uzunluğu altıgeninkine eşit olan 6 eşkenar üçgenin birleşimi olduğu düşünülürse

$$A(ABCDEF) = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$\Rightarrow A(ABCDEF) = 18\sqrt{3}$ cm² bulunur.

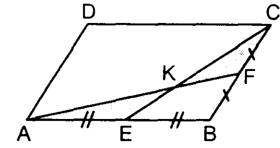
4. ABCD paralelkenarında

$|AE| = |EB|$ ve

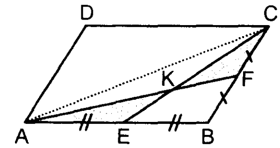
$|BF| = |FC|$ dir.

Taralı alanlar toplamı 12 cm² ise

Alan(ABCD) kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :



ABC üçgeninde

[AF] ve [CE] kenarortay olduklarından

$A(\overset{\triangle}{AEK}) = A(\overset{\triangle}{KFC}) = \dfrac{1}{6} A(\overset{\triangle}{ABC})$ olur.

Buna göre,

$A(\overset{\triangle}{AEK}) = A(\overset{\triangle}{KFC}) = 6\ cm^2$, $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 36\ cm^2$

ve $A(ABCD) = 72\ cm^2$ bulunur.

5. ABCD paralelkenarında,

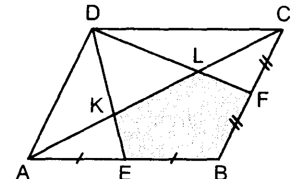
E ile F kenarların ortalarıdır.

$DE \cap AC = \{K\}$,

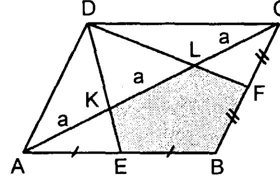
$DF \cap AC = \{L\}$ ve

$A(EBFLK) = 20$ cm² ise

A(ABCD) kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :



Thales Teoremleri yardımı ile $|AK| = |KL| = |LC|$ olduğunu görünüz.

$A(\overset{\triangle}{DKL}) = S$ dersek $A(ABCD) = 6S$,

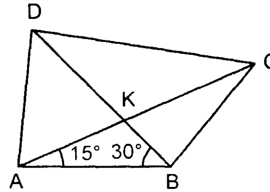
$A(\overset{\triangle}{DAE}) = A(\overset{\triangle}{DCF}) = \dfrac{3S}{2}$ olur.

$A(EBFLK) = 6S - \left(S + \dfrac{3S}{2} + \dfrac{3S}{2}\right) = 2S$

$\Rightarrow 2S = 20 \Rightarrow S = 10\ cm^2$

ve $A(ABCD) = 60\ cm^2$ bulunur.

6. ABCD dörtgeninde $|AC| = 8$ cm, $|BD| = 6$ cm $m(\widehat{BAC}) = 15°$ ve $m(\widehat{ABD}) = 30°$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

Köşegenler arasındaki açı

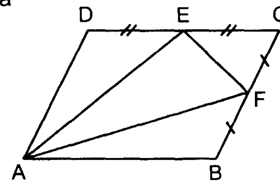
$m(\widehat{BKC}) = 15° + 30° \Rightarrow m(\widehat{BKC}) = 45°$ olup

$A(ABCD) = \dfrac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin 45°$

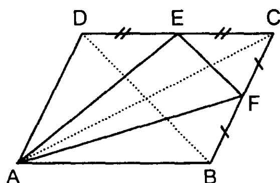
$\Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 12\sqrt{2}\ cm^2$ bulunur.

7. ABCD paralelkenarında $|BF| = |FC|$ ve $|CE| = |ED|$ dir. $A(ABCD) = S$ ise $A(\overset{\triangle}{AEF})$ nedir?



ÇÖZÜM :



[AC] ile [BD] köşegenlerini çizelim.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{S}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABF}) = \dfrac{S}{4}$,

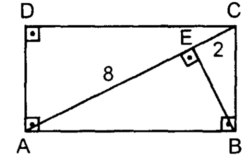
$A(\overset{\triangle}{ACD}) = \dfrac{S}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ADE}) = \dfrac{S}{4}$ ve

$A(\overset{\triangle}{BCD}) = \dfrac{S}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{CEF}) = \dfrac{S}{8}$ olur.

$A(\overset{\triangle}{AEF}) = S - \left(\dfrac{S}{4} + \dfrac{S}{4} + \dfrac{S}{8}\right)$

$A(\overset{\triangle}{AEF}) = \dfrac{3S}{8}$ bulunur.

8. ABCD dikdörtgeninde $BE \perp AC$, $|AE| = 8$ cm ve $|EC| = 2$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

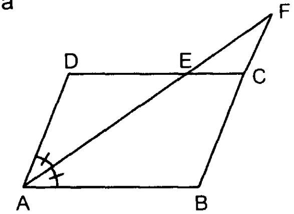
$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|BE|^2 = |AE| \cdot |EC| \Rightarrow |BE|^2 = 8 \cdot 2 \Rightarrow |BE| = 4\,cm$ olup

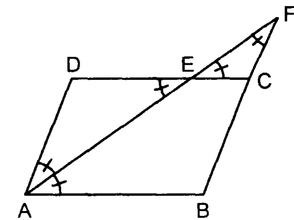
$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABC}) \Rightarrow A(ABCD) = 2 \cdot \dfrac{10 \cdot 4}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 40\ cm^2$ bulunur.

9. ABCD paralelkenarında [AE açıortay ve $[AE \cap [BC = \{F\}$ dir. $A(\overset{\triangle}{FEC}) = 4\ cm^2$ ve $A(\overset{\triangle}{DAE}) = 9\ cm^2$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{FEC} \sim \overset{\triangle}{EAD}$ (A.A.A.) olduğunu görünüz. Buna göre,

$\left(\dfrac{|FE|}{|EA|}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$

$\Rightarrow \dfrac{|FE|}{|EA|} = \dfrac{2}{3}$ ve $\overset{\triangle}{FEC} \sim \overset{\triangle}{FAB}$ (A.A.A.) olduğundan

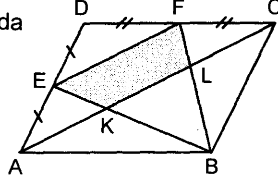
$\dfrac{A(\overset{\triangle}{FEC})}{A(\overset{\triangle}{FAB})} = \left(\dfrac{|FE|}{|FA|}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{4}{A(\overset{\triangle}{FAB})} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^2$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{FAB}) = 25\ cm^2$ olur.

Buradan, $A(ABCE) = 25 - 4 = 21\ cm^2$

ve $A(ABCD) = 9 + 21 = 30\ cm^2$ bulunur.

10. ABCD paralelkenarında E ve F, [AD] ve [DC] nin orta noktalarıdır.
$BE \cap AC = \{K\}$,
$BF \cap AC = \{L\}$ ve
$A(KLFE) = 20\ cm^2$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$|AK| = |KL| = |LC|$
olduğunu görünüz.
$|AK| = 2a$ dersek
$|KL| = |LC| = 2a$

ve $|EF| = \frac{1}{2}|AC| \Rightarrow |EF| = 3a$ olur.

KLFE ve ACFE yamuklarının yükseklikleri eşit olduğundan alanları, tabanlarının uzunluklarının toplamı ile orantılıdır.

Buna göre,

$$\frac{A(KLFE)}{A(ACFE)} = \frac{5a}{9a} \Rightarrow \frac{20}{A(ACFE)} = \frac{5}{9}$$

$\Rightarrow A(ACFE) = 36\ cm^2$ dir.

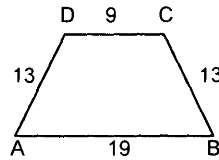
$A(\overset{\triangle}{DEF}) = S$ ise $A(ACFE) = 3S$

ve $A(ABCD) = 8S$ olacağından,

$3S = 36 \Rightarrow S = 12\ cm^2$ ve

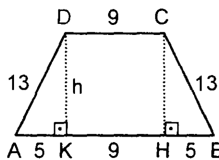
$A(ABCD) = 8 \cdot 12 \Rightarrow A(ABCD) = 96\ cm^2$ bulunur.

11. ABCD ikizkenar yamuk
$|AD| = |BC| = 13$ cm,
$|AB| = 19$ cm ve
$|CD| = 9$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$DK \perp AB$ ve
$CH \perp AB$ çizersek
$|KH| = 9$ cm ve
$|AK| = |HB| = 5$ cm olur.



$\overset{\triangle}{DAK}$ dik üçgeninde

$|DK|^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow |DK| = 12$ cm ve buradan,

$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |CD|}{2} \cdot |DK|$$

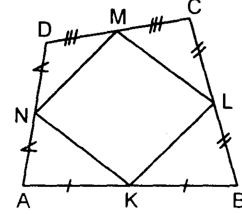
$$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{(19+9) \cdot 12}{2}$$

$\Rightarrow A(ABCD) = 168\ cm^2$ bulunur.

12. Bir ABCD dörtgeninde kenarların orta noktaları K, L, M, N ise

$A(KLMN) = \frac{1}{2} A(ABCD)$

olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :

[AC] yi çizerek
$A(\overset{\triangle}{ACD}) = S_1$ ve
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = S_2$ diyelim.
$\overset{\triangle}{DNM} \sim \overset{\triangle}{DAC}$ (A.A.A.)
ve benzerlik oranı

$k = \frac{|DN|}{|DA|} = \frac{1}{2}$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{DNM}) = \frac{S_1}{4}$ tür. Aynı şekilde $A(\overset{\triangle}{BKL}) = \frac{S_2}{4}$ olur.

$$A(\overset{\triangle}{DNM}) + A(\overset{\triangle}{BKL}) = \frac{S_1}{4} + \frac{S_2}{4}$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DNM}) + A(\overset{\triangle}{BKL}) = \frac{1}{4} A(ABCD)$$

ve [BD] çizilerek aynı yolla

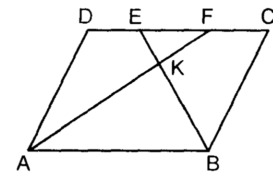
$A(\overset{\triangle}{AKN}) + A(\overset{\triangle}{CML}) = \frac{1}{4} A(ABCD)$ bulunur.

Buradan,

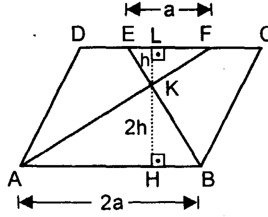
$$A(\overset{\triangle}{AKN}) + A(\overset{\triangle}{BKL}) + A(\overset{\triangle}{CML}) + A(\overset{\triangle}{DNM}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$$

ve $A(KLMN) = \frac{1}{2} A(ABCD)$ elde edilir.

13. ABCD paralelkenarında
$|CD| = 2|EF|$ ve
$AF \cap BE = \{K\}$ dır.
$A(\overset{\triangle}{EFK}) = 6\ cm^2$ ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :



K noktasından $[AB]$ ve $[CD]$ ye $[KH]$ ve $[KL]$ dikmelerini çizelim.

$|EF| = a$ ve $|KL| = h$ dersek

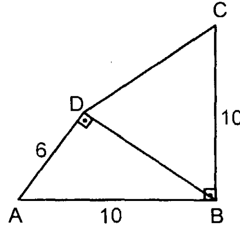
$|AB| = 2a$ ve $|KH| = 2h$ olur. (Neden?)

$A(\overset{\triangle}{EFK}) = \dfrac{a \cdot h}{2} = 6 \Rightarrow a \cdot h = 12$ ve buradan

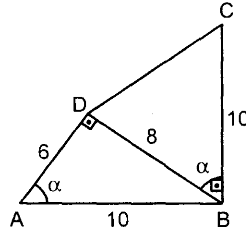
$A(ABCD) = 2a \cdot 3h \Rightarrow A(ABCD) = 6 \cdot a \cdot h$

$\Rightarrow A(ABCD) = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

14. ABCD dörtgeninde $AB \perp BC$ ve $AD \perp BD$ dir. $|AD| = 6$ cm ve $|AB| = |BC| = 10$ cm ise $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{DAB}$ dik üçgeninde $|BD| = 8$ cm olur.

$m(\hat{A}) = \alpha$ ise $m(\widehat{CBD}) = \alpha$ olduğunu görünüz.

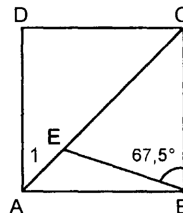
Buna göre, $\sin\alpha = \dfrac{8}{10}$ olur.

$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{BCD})$

$\Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{6 \cdot 8}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \sin\alpha$

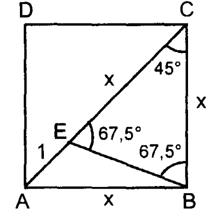
$\Rightarrow A(ABCD) = 56 \text{ cm}^2$ bulunur.

15. ABCD karesinde $E \in [AC]$ ve $m(\widehat{EBC}) = 67{,}5°$ dir. $|AE| = 1$ cm ise $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

I. YOL :



$\overset{\triangle}{CEB}$ üçgeninde $m(\widehat{EBC}) = 67{,}5°$ ve $m(\widehat{BCE}) = 45°$ olduğundan, $m(\widehat{BEC}) = 67{,}5°$ olur.

Öyleyse, $|CE| = |CB|$ dir.

Karenin bir kenarının uzunluğuna x dersek, $|AB| = |BC| = x$ ve $|AC| = x + 1$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde,

$|AB|^2 + |BC|^2 = |AC|^2$

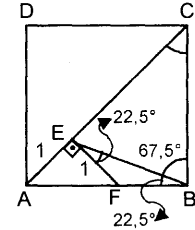
$\Rightarrow x^2 + x^2 = (x+1)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Rightarrow x = \sqrt{2} + 1$ cm ve buradan

$A(ABCD) = x^2 \Rightarrow A(ABCD) = (\sqrt{2}+1)^2$

$\Rightarrow A(ABCD) = 3 + 2\sqrt{2} \text{ cm}^2$ bulunur.

II. YOL :



$EF \perp AC$ çizilirse $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{BEF}) = 22{,}5°$ ve $m(\widehat{EFA}) = m(\widehat{EAF}) = 45°$ olacağından

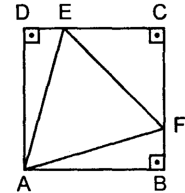
$|AE| = |EF| = |FB| = 1$ cm ve

$|AF| = \sqrt{2}$ cm olur.

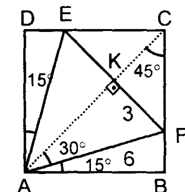
Buradan $|AB| = \sqrt{2} + 1$ cm ve

$A(ABCD) = (\sqrt{2}+1)^2 = 3 + 2\sqrt{2} \text{ cm}^2$ bulunur.

16. ABCD kare, AFE eşkenar üçgendir. Eşkenar üçgenin bir kenarı 6 cm olduğuna göre karenin bir kenarı kaç cm dir?



ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{ABF} \cong \overset{\triangle}{ADE}$ (K.K.A.) olduğunu görünüz.

Buna göre, $[AC]$ köşegeni $\widehat{EAF}$ açısının açıortayı olur.

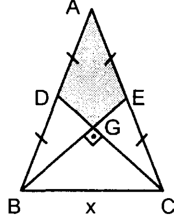
$\overset{\triangle}{KAF}$ dik üçgeninde $|KF| = 3$ cm ve $|AK| = 3\sqrt{3}$ cm,

$\overset{\triangle}{CKF}$ dik üçgeninde $|KF| = |KC| = 3$ cm olup

$|AC| = 3\sqrt{3} + 3 \Rightarrow |AB| = \dfrac{3\sqrt{3}+3}{\sqrt{2}}$

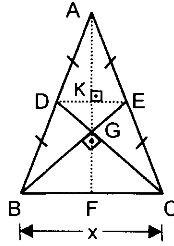
$\Rightarrow |AB| = \dfrac{3}{2}\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ cm

17. ABC ikizkenar üçgeninde [BE] ve [CD] kenarortayları birbirine diktir. A(ADGE) = 36 cm² ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

[DE] yi ve [AF] kenarortayını çizelim. $|AB| = |AC|$ olduğundan AF ⊥ BC ve DE // BC olduğundan AF ⊥ DE dir.



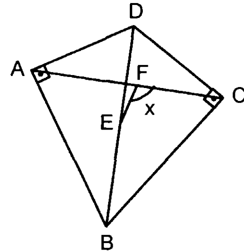
$\overset{\triangle}{GBC}$ dik üçgeninde $|GF| = \dfrac{x}{2}$ olduğundan

$|AG| = x$ ve $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $|DE| = \dfrac{x}{2}$ olup

$A(ADGE) = \dfrac{|AG|\cdot|DE|}{2} \Rightarrow 36 = \dfrac{x\cdot\frac{x}{2}}{2}$

$\Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

18. ABCD dörtgeninde E ve F, köşegenlerin orta noktalarıdır. $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BCD}) = 90°$ ise $m(\widehat{EFC}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{ABD}$ dik üçgeninde

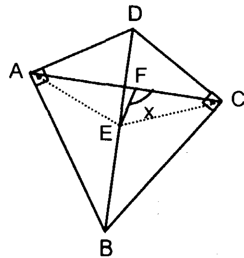
$|AE| = \dfrac{1}{2}\cdot|BD|$ ① ve

$\overset{\triangle}{BCD}$ dik üçgeninde

$|CE| = \dfrac{1}{2}\cdot|BD|$ ② olup

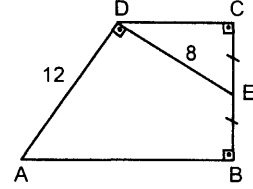
① ve ② den

$|AE| = |EC|$ bulunur.



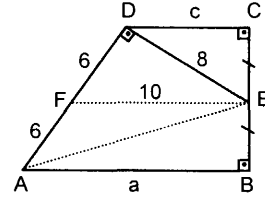
$\overset{\triangle}{EAC}$ ikizkenar üçgeninde [EF] tabana ait kenarortay olduğundan $m(\widehat{EFC}) = 90°$ olur.

19. ABCD dik yamuğunda AB // CD, $|EB| = |EC|$ ve ED ⊥ AD dir. $|AD| = 12$ cm ve $|ED| = 8$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

EF // AB çizip A ile E yi birleştirelim. $|AF| = |FD| = 6$ cm ve $|EF| = 10$ cm olur.

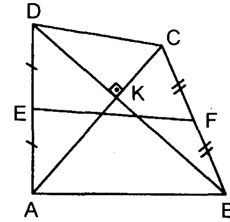


$A(ABCD) = \dfrac{(a+c)\cdot h}{2} = 2\cdot A(\overset{\triangle}{ADE})$

$\Rightarrow 10\cdot h = 2\cdot\dfrac{12\cdot 8}{2}$

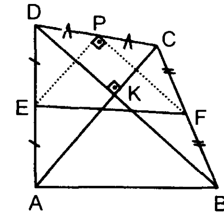
$\Rightarrow h = |BC| = 9{,}6$ cm bulunur.

20. ABCD dörtgeninde AC ⊥ BD, $|AC| = 8$ cm ve $|BD| = 12$ cm dir. E ve F kenarların orta noktaları olduğuna göre $|EF|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

[CD] nin ortası P olsun. EF // AC ve PF // DB olacağından EP ⊥ PF olur.



$|EP| = \dfrac{1}{2}|AC| \Rightarrow |EP| = 4$ cm,

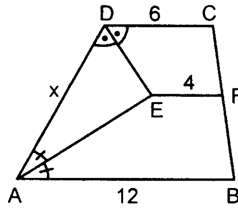
$|PF| = \dfrac{1}{2}|DB| \Rightarrow |PF| = 6$ cm ve

$\overset{\triangle}{PEF}$ dik üçgeninde

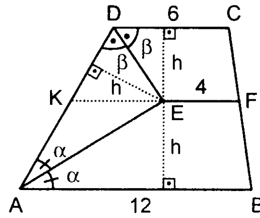
$|EF|^2 = |EP|^2 + |PF|^2 \Rightarrow |EF|^2 = 4^2 + 6^2$

$\Rightarrow |EF| = 2\sqrt{13}$ cm bulunur.

21. ABCD yamuğunda $[AE]$ ve $[DE]$ açıortay olup $EF \parallel AB \parallel CD$ dir. $|AB| = 12$ cm, $|CD| = 6$ cm ve $|EF| = 4$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :



$[FE \cap [AD] = \{K\}$ olsun. Açıortayların E kesim noktası, $[AB]$, $[AD]$ ve $[DC]$ kenarlarından eşit uzaklıkta olacağından, $[KF]$ yamuğun orta tabanıdır.

Diğer taraftan,

$2\alpha + 2\beta = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$ olup

$m(\widehat{AED}) = 90°$ dir. Buna göre,

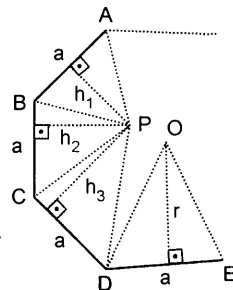
$$|KF| = \frac{|AB| + |CD|}{2} \Rightarrow |KF| = \frac{12+6}{2} = 9 \text{ cm}$$

$\Rightarrow |KE| = 9 - 4 \Rightarrow |KE| = 5$ cm ve

$|AD| = 2|KE| \Rightarrow |AD| = 10$ cm bulunur.

22. n kenarlı bir düzgün çokgenin iç bölgesindeki bir noktanın, çokgenin kenarlarına olan uzaklıklarının toplamının, r içteğet çemberin yarıçapı olmak üzere, $n \cdot r$ çarpımına eşit olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :



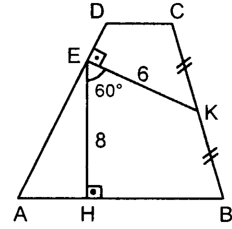
Çokgenin iç bölgesindeki P noktasının kenarlara uzaklıkları h_1, h_2, h_3, ...h_n, çokgenin bir kenar uzunluğu a ve çokgenin merkezi O olsun.

Çokgenin alanı S ise

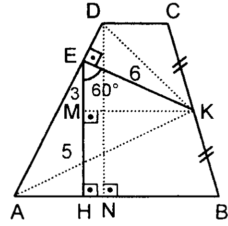
$$S = \frac{a \cdot h_1}{2} + \frac{a \cdot h_2}{2} + \frac{a \cdot h_3}{2} + ... \frac{a \cdot h_n}{2} = \frac{n \cdot ar}{2}$$

$\Rightarrow h_1 + h_2 + ...h_n = n \cdot r$ elde edilir.

23. ABCD yamuğunda $|BK| = |KC|$, $KE \perp AD$ ve $EH \perp AB$ dir. $|EH| = 8$ cm, $|EK| = 6$ cm ve $m(\widehat{HEK}) = 60°$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :



$KM \perp EH$ ve

$DN \perp AB$ çizelim.

$\overset{\triangle}{EMK}$ dik üçgeninde

$|EM| = 3$ cm olur.

Buna göre, $|MH| = 5$ cm ve $|DN| = 10$ cm dir.

$\overset{\triangle}{DAN}$ dik üçgeninde $m(\widehat{ADN}) = 30°$ olacağından,

$|AN| = \frac{10}{\sqrt{3}}$ cm ve $|AD| = \frac{20}{\sqrt{3}}$ cm olur.

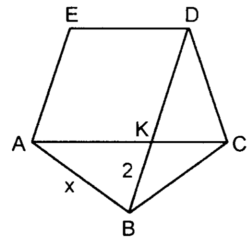
O halde,

$$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{DKA}) = 2 \cdot \frac{|AD| \cdot |EK|}{2}$$

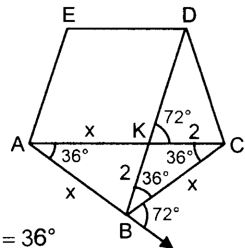
$$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{20}{\sqrt{3}} \cdot 6$$

$\Rightarrow A(ABCD) = 40\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

24. ABCDE düzgün beşgeninde $AC \cap BD = \{K\}$ ve $|KB| = 2$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :



Düzgün beşgende bir dış açının ölçüsü,

$\frac{360°}{5} = 72°$ olduğundan,

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{KBC}) = 36°$

ve $m(\widehat{ABK}) = m(\widehat{AKB}) = 72°$ olduğunu görünüz.

Buna göre;

$|AB| = |AK| = |BC| = x$, $|AC| = x + 2$ ve

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{BKC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|BK|} = \dfrac{|AC|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{x}{2} = \dfrac{x+2}{x}$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{5} + 1$ cm bulunur.

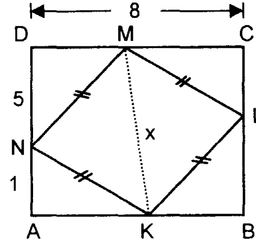
25. ABCD dikdörtgen, KLMN eşkenar dörtgendir.

$|AB| = 8$ cm,

$|AN| = 1$ cm ve

$|DN| = 5$ cm ise

$|KM| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{NAK} \cong \overset{\triangle}{LCM}$ olduğundan

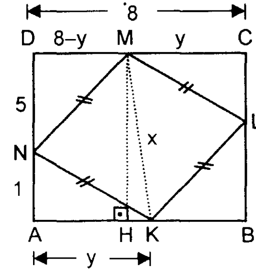
$|AK| = y$ dersek

$|MC| = y$ ve

$|DM| = 8 - y$ olur.

DMN dik üçgeninde

$|MN|^2 = 5^2 + (8-y)^2$;



ANK dik üçgeninde $|NK|^2 = y^2 + 1$ ve

$|MN| = |NK|$ olduğundan

$5^2 + (8-y)^2 = y^2 + 1 \Rightarrow y = \dfrac{11}{2}$ cm

$\Rightarrow |AK| = \dfrac{11}{2}$cm ve $|DM| = \dfrac{5}{2}$ cm bulunur.

AKMD yamuğunda MH ⊥ AB çizelim.

$|MH| = 6$ cm ve $|HK| = \dfrac{11}{2} - \dfrac{5}{2} = 3$ cm olup

MHK dik üçgeninde

$|MK|^2 = 6^2 + 3^2 \Rightarrow |MK| = 3\sqrt{5}$ cm olur.

26. ABCD dikdörtgeninde EF // AB dir.

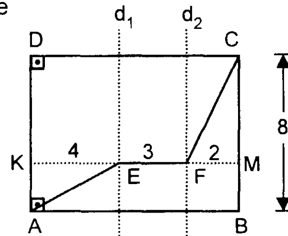
$|KE| = 4$ cm, $|EF| = 3$ cm,

$|FM| = 2$ cm ve

$|BC| = 8$ cm ise

$|AE| + |EF| + |FC|$

toplamının en küçük değeri kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

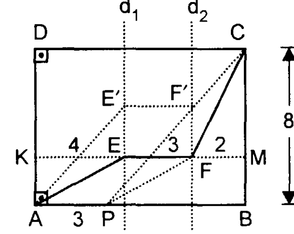
FP //AE çizelim.

$|AE| + |EF| + |FC| = T$ olsun.

APFE paralelkenar olduğundan

$T = |AE| + |EF| + |FC| = |AP| + |PF| + |FC|$ dir.

$|AP| = 3$ cm olduğuna göre T değerinin en küçük olması $|PF| + |FC|$ toplamının en küçük değerini alması ile gerçekleşir.



$|PF| + |FC|$ nin en küçük değeri $|PC|$ dir.

PBC dik üçgeninde

$|PB| = 6$ cm, $|BC| = 8$ cm ve $|PC| = 10$ cm olacağından T toplamının en küçük değeri 13 cm dir.

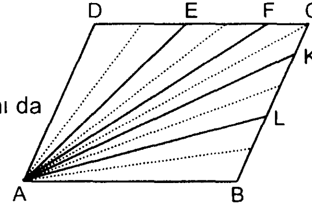
Bu en küçük T değerini veren toplamın

$|AE'| + |E'F'| + |F'C|$ olduğunu şekilden görünüz.

27. Bir ABCD paralelkenarını, A dan geçen doğrularla, eşit alanlı 5 parçaya ayırınız.

ÇÖZÜM :

[BC] kenarını 5 eşit parçaya, [CD] kenarını da 5 eşit parçaya ayıran noktaları A köşesine



birleştiren doğru parçaları, paralelkenarı eşit alanlı 10 parçaya ayırır. (Neden?) Ardışık parçaları ikişer ikişer ayıran doğrular, paralelkenarı eşit alanlı 5 parçaya ayırmış olur.

28. Verilen bir ABCD dörtgeni ile eşit alanlı olan bir $\overset{\triangle}{ABE}$ üçgeni çiziniz.

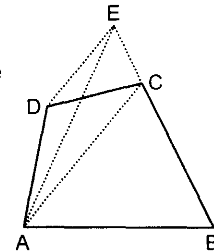
ÇÖZÜM :

Verilen dörtgen ABCD olsun.

[AC] yi çizelim. D den [AC] ye çizilen paralel doğru [BC yi E de kessin.

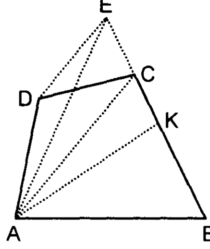
$A(\overset{\triangle}{DAC}) = A(\overset{\triangle}{EAC})$ olacağından

$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABE})$ olacaktır.



29. Verilen bir ABCD dörtgenini A dan geçen bir doğru ile, eşit alanlı iki parçaya ayırınız.

ÇÖZÜM :

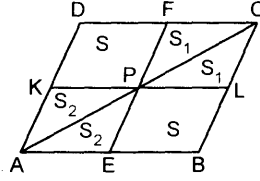


Verilen dörtgen ABCD olsun. D den [AC] çizilen paralel doğrunun [BC yi kestiği nokta E ise A(ABCD) = $A(\overset{\triangle}{ABE})$ olur.

[BE] nin orta noktası K ise AK doğrusu ABCD dörtgenini eşit alanlı iki parçaya ayırır.

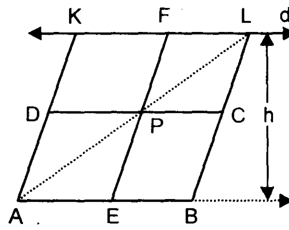
30. Verilen bir ABCD paralelkenarı ile eşit alanlı ve yüksekliği, verilen bir h uzunluğunda olan bir paralelkenar çiziniz.

ÇÖZÜM :



Bir ABCD paralelkenarında KL // AB, EF // AD, EF ∩ KL = {P} ve P ∈ [AC] ise A(EBLP) = A(KPFD) olduğunu görünüz.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

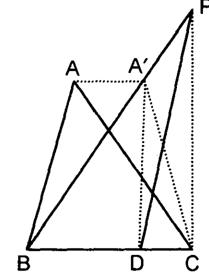


Verilen ABCD paralelkenarının [AB] kenarına, h uzaklığından d paraleli çizilir. [AD ∩ d = {K}, [BC ∩ d = {L}, [AL] ∩ [CD] = P olsun.

P den AD ye çizilen paralel doğru [AB] ve d yi E ve F de kesiyorsa, A(AEFK) = A(ABCD) olup AEFK verilen koşullara uyan bir paralelkenardır.

31. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ile eşit alanlı, tepe noktası üçgen düzleminde bir P noktası ve tabanı BC doğrusu ile çakışık olan $\overset{\triangle}{PBD}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$, üçgen düzlemindeki bir nokta P ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{PBD})$ olsun.

AA′ // BC çizelim.

$A(\overset{\triangle}{A'BC}) = A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{PBD})$ olur.

Bu eşitlik,

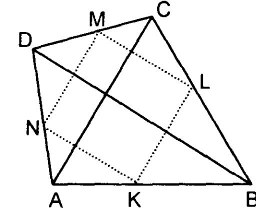
$A(\overset{\triangle}{PA'D}) = A(\overset{\triangle}{A'DC})$ eşitliğini gerektirir.

Öyleyse, A′D // PC dir.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{ABC}$ ve P verilmiş iken, [PB] ile [PC] çizilir. A dan [BC] ye çizilen paralel [PB] yi A′ de kessin. A′ den [PC] ye çizilen paralelin [BC yi kestiği nokta, istenen $\overset{\triangle}{PBD}$ üçgeninin D köşesi olur.

32. ABCD dörtgeninde



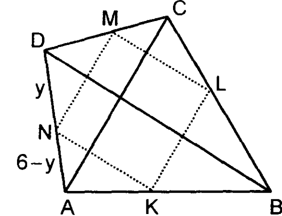
|AC| = 9 cm,

|BD| = 18 cm ve

|AD| = 6 cm dir.

Kenarları AC ve BD ye paralel olan ve köşeleri ABCD dörtgeninin kenarları üzerinde bulunan KLMN eşkenar dörtgeninin bir kenarı kaç cm dir?

ÇÖZÜM :



|KN| = |NM| = x,

|DN| = y ve

|NA| = 6 − y diyelim.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|DN|}{|DA|} = \frac{|NM|}{|AC|} \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{x}{9} \quad ① \text{ ve}$$

$$\frac{|AN|}{|AD|} = \frac{|NK|}{|BD|} \Rightarrow \frac{6-y}{6} = \frac{x}{18} \quad ② \text{ dir.}$$

① ve ② den y = 4 cm ve x = 6 cm bulunur.

33. Karşılıklı kenarları eş olan iki yamuğun eş olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

ABCD ve A′B′C′D′ yamuklarında

$|AB| = |A'B'| = a$,

$|BC| = |B'C'| = b$,

$|CD| = |C'D'| = c$,

$|AD| = |A'D'| = d$

verilmiş olsun.

DE // BC ve D′E′ // B′C′ çizersek EBCD ve E′B′C′D′ birer paralelkenar olacağından $|DE| = |D'E'| = b$, $|DC| = |D'C'| = c$ ve buradan $|AE| = |A'E'| = a - c$ olur.

Buna göre

$\overset{\triangle}{DAE} \cong \overset{\triangle}{D'A'E'}$ (K.K.K.) dir.

Bu eşlik $\hat{A} \cong \hat{A'}$ ve $\widehat{AED} \cong \widehat{A'E'D'}$ eşliklerini, bu da $\hat{B} \cong \hat{B'}$ eşliğini gerektirir.

Buradan $\hat{C} \cong \hat{C'}$ ve $\hat{D} \cong \hat{D'}$ eşlikleri çıkarılır; böylece yamukların karşılıklı açılarının eş olduğu gösterilmiş olur. Karşılıklı kenarları eş ve karşılıklı açıları eş olduğundan ABCD ≅ A′B′C′D′ yazılabilir.

34. Bir dörtgenin kenarlarının orta noktalarının, bir paralelkenarın köşeleri olduğunu gösteriniz.
Hangi durumda bu paralelkenar,

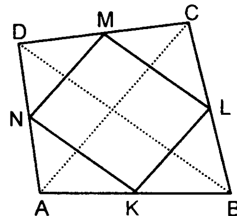
a) bir dikdörtgen,

b) bir eşkenar dörtgen,

c) bir kare olur.

ÇÖZÜM :

ABCD dörtgeninde kenarların orta noktaları K, L, M, N olsun.
[AC] ve [BD] yi çizelim.



I. Thales Teoremi'ne göre, bir üçgende iki kenarın ortasını birleştiren doğru parçası üçüncü kenara paralel olacağından,

KN // BD ve ML // BD ⇒ KN // ML,
KL // AC ve MN // AC ⇒ KL // MN dir.

Öyleyse KLMN paralelkenardır.

II. Thales Teoremi'ne göre,

$|KN| = |LM| = \frac{1}{2}|BD|$ ve

$|KL| = |NM| = \frac{1}{2}|AC|$ dir.

Görüldüğü gibi, KLMN paralelkenarının kenarlarının uzunlukları ve doğrultuları, ABCD dörtgeninin köşegenlerinin uzunluklarına ve doğrultularına bağlıdır.

Buna göre ABCD dörtgeninde,

a) köşegenler birbirine dik ise KLMN bir dikdörtgen,

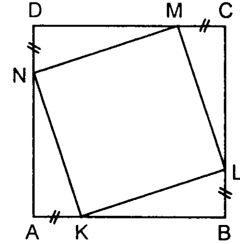
b) köşegenler eş ise KLMN bir eşkenar dörtgen,

c) köşegenler birbirine dik ve eş ise KLMN bir kare olur.

35. ABCD karesinin kenarları üzerinde

$|AK| = |BL| = |CM| = |DN|$

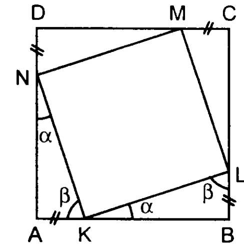
olacak biçimde K, L, M, N noktaları alınıyor. KLMN dörtgeninin de bir kare olacağını gösteriniz.



ÇÖZÜM :

$|KB| = |LC| = |MD| = |NA|$

olduğunu görünüz.



Buna göre,

$\overset{\triangle}{AKN} \cong \overset{\triangle}{BLK} \cong \overset{\triangle}{CML} \cong \overset{\triangle}{DNM}$ (K.A.K.) dır.

Bu eşlikler $|KL| = |LM| = |MN| = |NK|$ eşliklerini ve

$\widehat{ANK} \cong \widehat{BKL}$, $\widehat{AKN} \cong \widehat{BLK}$ eşliklerini gerektirir.

$m(\widehat{ANK}) = m(\widehat{BKL}) = \alpha$ ve $m(\widehat{AKN}) = m(\widehat{BLK}) = \beta$ dersek $\alpha + \beta = 90°$ olacağından

$m(\widehat{NKL}) = 90°$ olur. Öyleyse KLMN bir karedir.

36. Verilen bir karenin içine, bir kenarı bilinen bir m uzunluğunda olan başka bir kare çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen kare ABCD ve bunun içine çizilen kenar uzunluğu m olan kare KLMN olsun.

Şekilden

$\overset{\triangle}{AKN} \cong \overset{\triangle}{BLK} \cong \overset{\triangle}{CML} \cong \overset{\triangle}{DNM}$ (A.K.A.)

ve $|AK| = |BL| = |CM| = |DN|$ olacağını görünüz.

[BX // KL çizelim.

[BX ışını üzerinde $|KL| = |PB|$ olacak biçimde bir P noktası alırsak PBLK dörtgeni bir paralelkenar olup

$|PK| = |BL| = |AK|$, PK // BL ve PK ⊥ AB olur.

Buradan, $\overset{\triangle}{KAP}$ üçgeni bir ikizkenar dik üçgen olup $m(\widehat{PAK}) = 45°$ bulunur.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

$m(\widehat{BAY}) = 45°$ olacak biçimde [AY ışını çizilir. B merkezli m yarıçaplı yayın [AY yi kestiği nokta P ve P den AB ye çizilen dikmenin ayağı KLMN dörtgeninin K köşesi olur.

$|AK| = |BL| = |CM| = |DN|$ olacak biçimde alınacak L, M, N noktaları KLMN karesinin diğer köşeleridir.

37. e ve f köşegen uzunlukları olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD paralelkenarını çiziniz.

1°) e, f, h_a **2°)** $a+b$, h_a, h_b

3°) $h_a + h_b$, e, $m(\hat{A})$ **4°)** $a-b$, h_a, $m(\hat{A})$

ÇÖZÜM :

1°) Birbirinden h_a kadar uzaklıkta d_1 ve d_2 paralel doğruları çizilir.

d_1 üzerinde bir A noktası alınır. A merkezli e yarıçaplı yayın d_2 yi kestiği nokta paralelkenarın C köşesidir. [AC] nin ortası O olsun.

O merkezli $\frac{f}{2}$ yarıçaplı yayın d_1 ile d_2 yi kestiği noktalar, paralelkenarın B ve D köşeleri olur.

Çizimi irdeleyiniz. $\overset{\triangle}{AOB}$ üçgeninden yararlanarak, çizim için başka bir yol deneyiniz.

2°) [AB üzerinde $|BE| = |BC| = b$ olacak biçimde bir E noktası alınırsa $|AE| = a+b$ olur.

EK ⊥ BC çizelim. $[EK \cap AD = \{F\}$ olsun.

$|EK| = h_a$ ve $|KF| = h_b$ olur.

Öyleyse, çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{FAE}$ dik üçgeni çizilir. (K.K.A.) AF nin AE ye h_a uzaklığından çizilen d paralelini kestiği nokta paralelkenarın D köşesi; AD ye h_b uzaklığından çizilen paralelin, AE ve d yi kestiği noktalar paralelkenarın B ve C köşeleri olur.

3°) Taslak şekil, önceki çözümde olduğu gibi çizilirse, $|EF| = h_a + h_b$,

$m(\widehat{EBC}) = m(\hat{A})$ ve

$m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{BCE}) = 90° - \frac{m(\hat{A})}{2}$ olur.

O halde çizim şöyle yapılır:

$\overset{\triangle}{AEF}$ dik üçgeni çizilir. (K.A.A.)

$m(\widehat{AET}) = 90° - \frac{m(\hat{A})}{2}$ olacak biçimde [ET çizilir.

A merkezli, e yarıçaplı yayın [ET ışınını kestiği nokta paralelkenarın C köşesi olur. C den [AE ile [AF ye çizilen paralellerin bu ışınları kestiği noktalar, istenen paralelkenarın B ile D köşeleridir.

4°) $\overset{\triangle}{DAH}$ dik üçgeni çizilir. (K.A.A.)

Buradan $|AD| = b$ uzunluğu belli olur.

$a-b$ uzunluğu verildiğinden $b+a-b=a$ olup a uzunluğu da belli olur. $[AH$ üzerinde $|AB|=a$ olacak şekilde B noktası alınır. B den AD ye ve D den AB ye çizilen paralellerin kesim noktası, aranan paralelkenarın C köşesidir.

38. e ve f köşegen uzunlukları olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD eşkenar dörtgenlerini çiziniz.

1°) $a+e$, $m(\hat{A})$ **2°)** $e-a$, $m(\hat{A})$

3°) $e+f$, a **4°)** $e-f$, $m(\hat{A})$

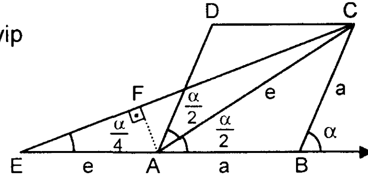
ÇÖZÜM :

1°) $m(\hat{A})=\alpha$ deyip

$[BA$ üzerinde

$|BE|=e+a$

olacak biçimde



bir E noktası alırsak $m(\hat{E})=\frac{\alpha}{4}$ olur.

Buna göre, $\overset{\triangle}{EBC}$ üçgeni çizilir. (A.K.A.)

$\overset{\triangle}{EAC}$, ikizkenar üçgen olduğundan,

$[EC]$ nin orta dikmesinin $[EB]$ yi kestiği nokta, eşkenar dörtgenin A köşesini verir. A dan BC ye ve C den BE ye çizilen paralellerin kesim noktası, eşkenar dörtgenin D köşesidir.

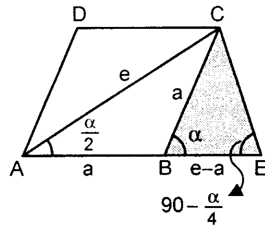
2°) $m(\hat{A})=\alpha$ deyip

$[AB$ üzerinde

$|AE|=e$ olacak

biçimde bir E noktası

alırsak, $|BE|=e-a$,

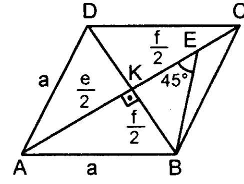


$m(\widehat{EBC})=\alpha$ ve $m(\hat{E})=90°-\frac{\alpha}{4}$ olur.

Buna göre, $\overset{\triangle}{CBE}$ üçgeni çizilir. (A.K.A.)

$[EB$ üzerinde $|BC|=|BA|=a$ olacak biçimde A köşe alınır. A dan BC ye ve C den BE ye çizilen paralellerin kesim noktası D köşesini verir.

3°) Köşegenlerin kesim noktası K olsun.



$|AK|=\frac{e}{2}$ ve $|BK|=\frac{f}{2}$ dir.

$[AK$ üzerinde

$|KE|=|KB|=\frac{f}{2}$ olacak biçimde bir E noktası alırsak

$|AE|=\frac{1}{2}(e+f)$ ve $m(\widehat{AEB})=45°$ olur.

Buna göre, $\overset{\triangle}{ABE}$ üçgeni çizilir. (K.K.A.)

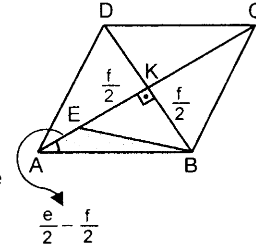
$\overset{\triangle}{KBE}$ ikizkenar üçgen olduğundan $[BE]$ nin orta dikmesi K dan geçer. $[AK$ üzerinde $|AK|=|KC|$ ve $[BK$ üzerinde $|BK|=|KD|$ olacak biçimde alınan C ve D noktaları eşkenar dörtgenin diğer köşeleri olur.

4°) $[AK]$ üzerinde,

$|KE|=|KB|=\frac{f}{2}$ olacak

biçimde bir E noktası

alırsak, $|AE|=\frac{1}{2}(e-f)$ ve



$m(\widehat{EAB})=\frac{1}{2}m(\hat{A})$ olur.

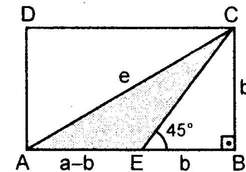
Buna göre, $\overset{\triangle}{AEB}$ üçgeni çizilir. (A.K.A.) $[EB]$ nin orta dikmesi ile $[AE$ nin kesim noktası köşegenlerin K kesim noktası olur. Önceki çizimde olduğu gibi çizim tamamlanır.

39. Aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD dikdörtgenlerini çiziniz.

1°) $a-b$, e **2°)** $e-a$, b

ÇÖZÜM :

1°) $a-b$ uzunluğunu şekildeki konumda alırsak



$|EB|=|BC|=b$ ve

$m(\widehat{BEC})=45°$ olur.

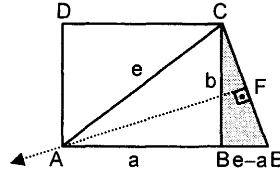
Buna göre, $\overset{\triangle}{AEC}$ üçgeni çizilir. (K.K.A.) A ve C den AE ye dik doğrular ve C den AE ye bir paralel çizilerek aranan dikdörtgenin B ve D köşeleri elde edilir.

2°) [AB üzerinde

$|AE| = e$ olacak biçimde

bir E noktası alınırsa,

$|BE| = e - a$ olur.



Buna göre, $\overset{\triangle}{BEC}$ dik üçgeni çizilir. (K.A.K.) [CE] nin orta dikmesinin [EB yi kestiği nokta, aranan dikdörtgenin A köşesidir. A ile C den AE ye dik doğrular ve C den AE ye paralel çizilerek dikdörtgenin B ve D köşeleri elde edilir.

40. e ve f köşegen uzunlukları, α köşegenler arasındaki açının ölçüsü olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD yamuklarını çiziniz. (AB // CD)

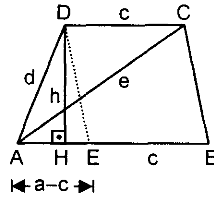
1°) $a - c$, h, d, e **2°)** a, c, e, f

3°) $a + c$, d, e, α

ÇÖZÜM :

1°) Problemi çözülmüş varsayalım.

Çizilmesi istenen yamuk, ABCD ve yamuğun yüksekliği [DH] olsun.



DE // BC çizersek, EBCD paralelkenar ve $|AE| = a - c$ olur.

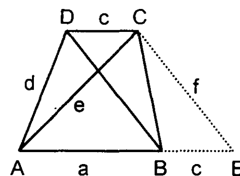
Buna göre çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{DAH}$ üçgeni çizilir. (K.K.A.)

A merkezli e yarıçaplı yayın, D den AH ye çizilen paraleli kestiği nokta, yamuğun C köşesi olur. [AH üzerinde önce $|AE| = a - c$ olacak biçimde E noktası, sonra $|EB| = |DC| = c$ ve E, A ile B arasında olacak biçimde yamuğun B köşesi bulunur.

2°) Problemi çözülmüş varsayalım.

Aranan yamuk ABCD olsun.



$E \in$ [AB olmak üzere

CE // BD çizersek BECD paralelkenar $|BE| = |DC| = c$,

$|BD| = |EC| = f$ ve $|AE| = a + c$ olur.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{CAE}$ üçgeni çizilir. (K.K.K.)

A merkezli d yarıçaplı yayın, C den AE ye çizilen paraleli kestiği nokta, yamuğun D köşesi ve D den CE ye çizilen paralelin AE yi kestiği nokta da yamuğun B köşesi olur.

3°) ABCD yamuğunda

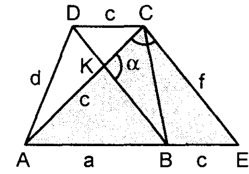
$E \in$ [AB olmak üzere

CE // BD çizilirse

BECD paralelkenar,

$|AE| = a + c$ ve

$m(\widehat{ACE}) = 180° - \alpha$ olur.



Buna göre çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{CAE}$ üçgeni çizilir. (K.K.A.)

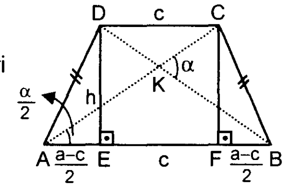
A merkezli d yarıçaplı yayın C den AE ye çizilen paraleli kestiği nokta, yamuğun D köşesi ve D den CE ye çizilen paralelin AE yi kestiği nokta da yamuğun B köşesi olur.

41. Aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD ikizkenar yamuklarını çiziniz. (AB // CD)

1°) $a - c$, h, α **2°)** $a + c$, h, $m(\hat{B})$

ÇÖZÜM :

1°) ABCD ikizkenar yamuğunda, köşegenleri ve [DE] ile [CF] yüksekliklerini çizersek,



$|EF| = c$, $|AE| = |FB| = \dfrac{a-c}{2}$ ve

$|KA| = |KB|$ olduğundan, $m(\widehat{BKC}) = \alpha$ ise

$m(\widehat{KAB}) = m(\widehat{KBA}) = \dfrac{\alpha}{2}$ olur.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{DAE}$ dik üçgeni çizilir. (K.A.K.)

[AE ile $\frac{\alpha}{2}$ açısı yapan ve köşesi A olan ışının, D den AE ye çizilen paraleli kestiği nokta, yamuğun C köşesidir. C merkezli |AD| yarıçaplı yayın [AE yi kestiği noktalardan biri (hangisi?) yamuğun B köşesi olur.

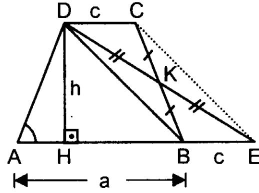
2°) ABCD ikizkenar yamuğunda,

E ∈ [AB olmak üzere

CE // BD çizilirse

BECD bir paralelkenar ve

|AE| = a + c olur.



İkizkenar yamukta $m(\hat{A}) = m(\hat{B})$ dir.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{DAH}$ dik üçgeni çizilir. (K.A.A.)

[AH üzerinde, |AE| = a + c olacak biçimde E noktası alınır. D ile E birleştirilir. [DE] nin K orta noktasından geçen ve AE ile $m(\hat{B})$ açısı yapan doğrunun [AE yi kestiği nokta yamuğun B köşesi olur. [BK nın, D den AE ye çizilen paraleli kestiği nokta da yamuğun C köşesidir.

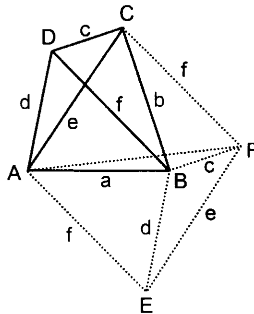
42. Aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD dörtgenlerini çiziniz.

1°) a, c, e, f $m(\hat{B}) + m(\hat{C})$ **2°)** b, d, e, f, α

ÇÖZÜM :

1°) Problemi çözülmüş varsayalım.

ABCD, istenen dörtgen olsun. AEBD ile BFCD paralelkenarlarını çizersek AEFC bir paralelkenar olur.



(Bu paralelkenarları çizerek AD // BE ve AC // EF olacak biçimde $\overset{\triangle}{BEF} \equiv \overset{\triangle}{DAC}$ çizmiş olduk. Matematiksel bir ifade ile, $\overset{\triangle}{DAC}$ üçgenini BEF konumuna **ötelemiş** olduk.)

AECF paralelkenarında;

- B de birleşen doğru parçaları, dörtgenin kenarlarına eştir.
- B deki doğru parçalarının belirttiği açılar dörtgenin açılarıdır.
- Paralelkenarın kenarları dörtgenin köşegenlerine eştir.
- Paralelkenarın açıları, dörtgenin köşegenleri arasındaki açılara eştir.

Bu paralelkenara **Petersen Paralelkenarı** denir.

Petersen Paralelkenarı, verilen ölçüler arasındaki bağlantıları ortaya çıkarmamız da kolaylıklar sağlar.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

$m(\widehat{FBC}) = m(\hat{C})$, $m(\widehat{ABF}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C})$,

|AB| = a ve |BF| = c olduğundan

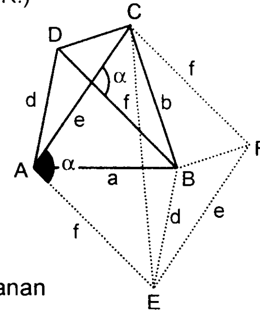
$\overset{\triangle}{FAB}$ üçgeni çizilir. (K.A.K.)

|AC| = e ve |FC| = f olduğundan, A merkezli e yarıçaplı yay ile F merkezli f yarıçaplı yayın kesim noktası dörtgenin C köşesi olur. B merkezli f yarıçaplı yay ile C merkezli c yarıçaplı yayın kesim noktası da aranan dörtgenin D köşesidir.

2°) $\overset{\triangle}{AEC}$ üçgeni çizilir. (K.A.K.)

E merkezli d yarıçaplı yay ile C merkezli b yarıçaplı yayın kesim noktası B köşesini verir.

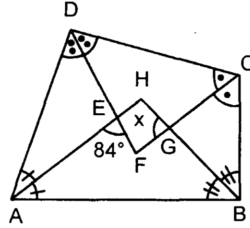
B den geçen AC ile α açısı yapan doğru üzerinde |BD| = f olacak biçimde, aranan dörtgenin D köşesi işaretlenir.



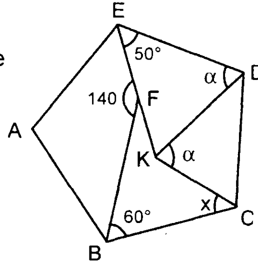
9. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. Köşegen sayısı kenar sayısının 3 katına eşit olan çokgenin iç açılarının toplamı kaç derecedir?

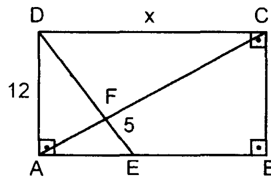
2. ABCD dörtgeninde iç açıortaylar EFGH dörtgenini oluşturmaktadır. $m(\widehat{AEF}) = 84°$ ise $m(\widehat{FGH}) = x$ kaç derecedir?



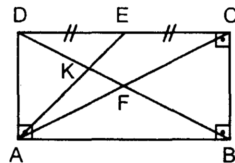
3. K noktası ABCDE beşgeninin içindedir ve $[BF \cap [EK] = \{F\}$ dir.
$m(\widehat{BFE}) = 140°$,
$m(\widehat{KED}) = 50°$,
$m(\widehat{FBC}) = 60°$ ve
$m(\widehat{CKD}) = m(\widehat{KDE}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{BCK}) = x$ kaç derecedir?



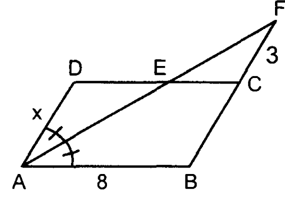
4. ABCD dikdörtgeninde
$|AE| = |EB|$ ve
$[AC] \cap [DE] = \{F\}$ dir.
$|AD| = 12$ cm ve
$|EF| = 5$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



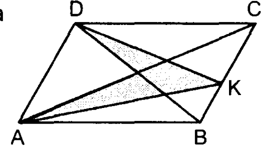
5. ABCD dikdörtgeninde
$|DE| = |EC|$,
$[AC] \cap [BD] = \{F\}$ ve
$[AE] \cap [BD] = \{K\}$ ise
$\dfrac{|DK|}{|FB|}$ oranı nedir?



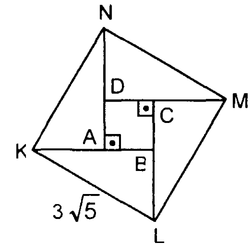
6. ABCD paralelkenar
[AF] açıortay,
$|AB| = 8$ cm ve
$|CF| = 3$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



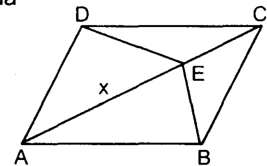
7. ABCD paralelkenarında
$K \in [BC]$ dir.
Taralı alan 6 cm^2 ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



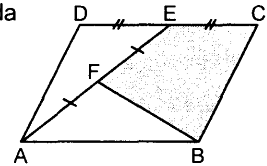
8. ABCD karesinin kenarları uzatılarak elde edilen dik üçgenler eş ve herbirinin alanı ABCD karesinin alanına eşittir.
$|KL| = 3\sqrt{5}$ birim
ise $|AB|$ kaç birimdir?



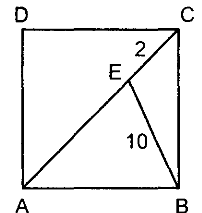
9. ABCD paralelkenarında
$E \in [AC]$ dir.
$A(\overset{\triangle}{ABE}) = 20$ cm^2,
$A(\overset{\triangle}{CDE}) = 12$ cm^2 ve
$|AC| = 16$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



10. ABCD paralelkenarında
$|DE| = |EC|$ ve
$|AF| = |EF|$ dir.
A(BCEF) = 24 cm^2
ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



11. ABCD karesinde
$E \in [AC]$, $|BE| = 10$ cm
ve $|EC| = 2$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



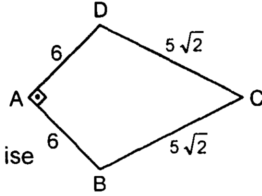
12. ABCD deltoidinde

$m(\hat{A}) = 90°$ dir.

$|AB| = |AD| = 6$ cm ve

$|BC| = |CD| = 5\sqrt{2}$ cm ise

A(ABCD) kaç cm² dir?



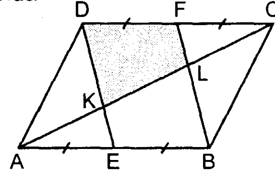
13. ABCD paralelkenarında

E ve F, kenarların ortalarıdır.

$DE \cap AC = \{K\}$

$BF \cap AC = \{L\}$ ve

A(KLFD) = 12 cm² ise A(ABCD) kaç cm² dir?



14. ABCD paralelkenarında

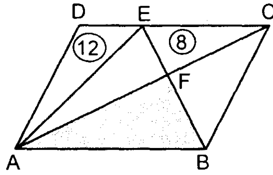
$E \in [DC]$ ve

$BE \cap AC = \{F\}$ dir.

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = 12$ cm² ve

$A(\overset{\triangle}{EFC}) = 8$ cm² ise

$A(\overset{\triangle}{FAB})$ kaç cm² dir?



15. ABCD dikdörtgeninde

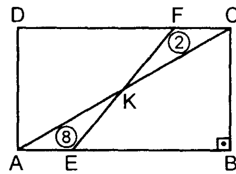
$AC \cap EF = \{K\}$,

$|AB| = 4|AE|$,

$A(\overset{\triangle}{KAE}) = 8$ cm² ve

$A(\overset{\triangle}{KFC}) = 2$ cm² ise

A(ABCD) kaç cm² dir?



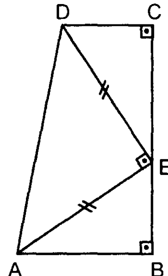
16. Şekilde

ABCD dik yamuk

ve $\overset{\triangle}{AED}$ ikizkenar dik üçgendir.

$|AB| + |CD| = 12$ cm ise

A(ABCD) kaç cm² dir?



17. ABCD dörtgeninde

$|DE| = |EC|$ ve

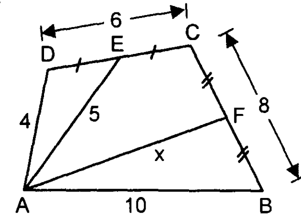
$|BF| = |FC|$ dir.

$|AB| = 10$ cm,

$|BC| = 8$ cm,

$|CD| = 6$ cm, $|AD| = 4$ cm ve $|AE| = 5$ cm ise

$|AF| = x$ kaç cm dir?



18. ABCD yamuğunda

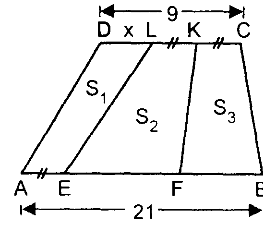
$|AE| = |LK| = |KC|$ ve

[EL] ile [FK] nın ayırdığı alanlar S_1, S_2, S_3 olmak üzere

$S_1 = \frac{S_2}{2} = \frac{S_3}{3}$ tür.

$|AB| = 21$ cm ve $|DC| = 9$ cm ise

$|DL| = x$ kaç cm dir?



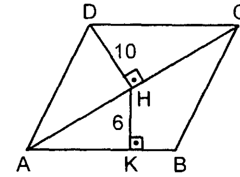
19. ABCD eşkenar dörtgeninde

$DH \perp AC$ ve

$HK \perp AB$ dir.

$|DH| = 10$ cm ve

$|HK| = 6$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



20. ABCD paralelkenarında

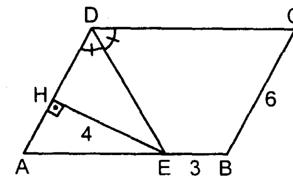
[DE] açıortay ve

$EH \perp AD$ dir.

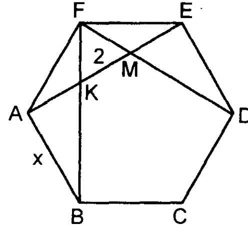
$|EH| = 4$ cm,

$|EB| = 3$ cm ve

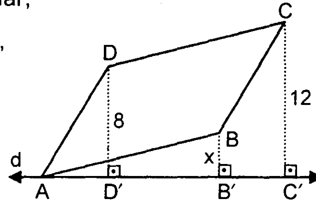
$|BC| = 6$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



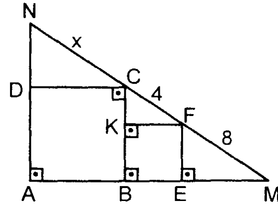
21. ABCDEF düzgün altıgeninde $AE \cap BF = \{K\}$, $AE \cap DF = \{M\}$ ve $|KM| = 2$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



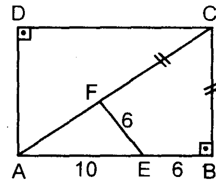
22. ABCD paralelkenar, $DD' \perp d$, $CC' \perp d$, $BB' \perp d$, $|CC'| = 12$ cm ve $|DD'| = 8$ cm ise $|BB'| = x$ kaç cm dir?



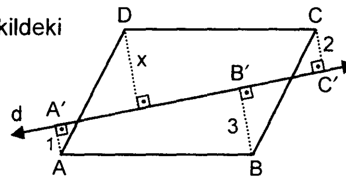
23. Şekilde ABCD ve BEFK birer kare ve $\overset{\triangle}{NAM}$ bir dik üçgendir. $|MF| = 8$ cm ve $|FC| = 4$ cm ise $|CN| = x$ kaç cm dir?



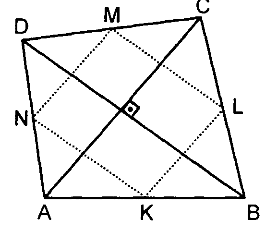
24. ABCD dikdörtgeninde $E \in [AB]$ ve $F \in [AC]$ dir. $|AE| = 10$ cm, $|EB| = |EF| = 6$ cm ve $|BC| = |FC|$ ise A(EBCF) kaç cm^2 dir?



25. ABCD paralelkenarının köşelerinin şekildeki d doğrusuna uzaklıkları $|AA'| = 1$ cm, $|BB'| = 3$ cm ve $|CC'| = 2$ cm ise $|DD'| = x$ kaç cm dir?



26. Köşegenleri birbirine dik olan ABCD dörtgeninde $|AC| = 12$ cm $|BD| = 9$ cm ve $|AD| = 6$ cm dir.



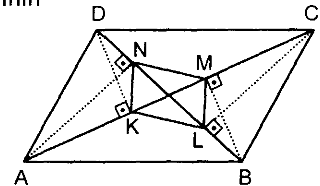
Kenarları AC ve BD ye paralel olan ve köşeleri ABCD dörtgeninin kenarları üzerinde bulunan KLMN dikdörtgeninde $|MN| = 4$ cm ise $|KN|$ kaç cm dir?

27. Verilen bir $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninin $[BC]$ hipotenüsü üzerinde öyle bir D noktası belirtiniz ki, D den $[AB]$ ve $[AC]$ ye çizilen dikmelerin ayakları F ve E ise DEAF bir kare olsun.

28. Bir üçgende kenarların orta noktaları ile bir yüksekliğin ayağının, bir ikizkenar yamuğun köşeleri olduğunu gösteriniz.

29. Bir açıyı, verilen bir doğruya paralel öyle bir kesenle kesiniz ki bu kesenin açı içinde kalan parçası verilen bir m uzunluğunda olsun.

30. ABCD paralelkenarının köşelerinden köşegenlere çizilen dikmelerin ayakları K, L, M, N ise KLMN dörtgeninin de bir paralelkenar olduğunu gösteriniz.



31. Bir dörtgenin köşegenlerinin orta noktaları ile karşılıklı iki kenarının orta noktalarının, bir paralelkenarın köşeleri olduğunu gösteriniz.

Hangi durumda bu paralelkenar

a) bir dikdörtgen,

b) bir eşkenar dörtgen,

c) bir kare olur.

32. e ve f köşegen uzunlukları olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD paralelkenarlarını çiziniz.

1°) a, h_a, h_b **2°)** a + b , e, $m(\hat{A})$

3°) $h_e + h_b$, a, $m(\hat{A})$ **4°)** a − b , a, f

33. e ve f köşegen uzunlukları olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD eşkenar dörtgenlerini çiziniz.

1°) e + f , $m(\hat{A})$ **2°)** e − f , a

34. e köşegen uzunluğu ve α köşegenler arasındaki açının ölçüsü olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD dikdörtgenlerini çiziniz.

1°) a, e **2°)** a, α

3°) a + b , e **4°)** a + e , b

35. Aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD karelerini çiziniz.

1°) e + a **2°)** e − a

36. Üç kenarının orta noktaları bilinen paralelkenarı çiziniz; çizimi irdeleyiniz.

37. e ve f köşegen uzunlukları olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD yamuklarını çiziniz. (AB // CD)

1°) a, b, c, d **2°)** a − c , $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$, f

3°) a + c , h, $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$ **4°)** a + c , e, f, $m(\hat{C})$

38. Aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD ikizkenar yamuklarını çiziniz. (AB // CD)

1°) a + c , b, e **2°)** a, c, e

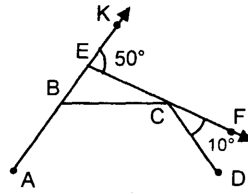
3°) a + c , e, $m(\hat{C})$ **4°)** a + c , b, α

1. A, B, C, D bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. [AK ∩ [FC = {E}

$m(\widehat{DCF}) = 10°$ ve

$m(\widehat{FEK}) = 50°$ ise

çokgen kaç kenarlıdır?



A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

2. Dokuzu açı ve dördü kenar olmak üzere 13 bağımsız elemanının ölçüleri verilen çokgen, en az kaç kenarının ölçüsü daha verilirse belli olur?

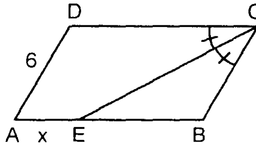
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. ABCD paralelkenarında [CE] açıortaydır.

$A(ABCD) = 3A(\overset{\triangle}{BEC})$ ve

$|AD| = 6$ cm ise

$|AE| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

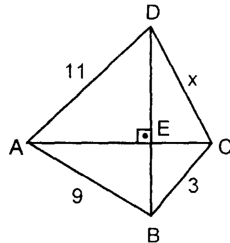
4. ABCD dörtgeninde AC ⊥ BD,

$|AB| = 9$ cm,

$|BC| = 3$ cm ve

$|AD| = 11$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. ABCD dörtgeninde kenarların orta noktaları bir eşkenar dörtgenin köşeleridir.

Buna göre ABCD dörtgeni için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) ABCD bir dikdörtgendir.
B) ABCD bir eşkenar dörtgendir.
C) ABCD nin köşegenleri birbirine eştir.
D) ABCD nin köşegenleri birbirine diktir.
E) ABCD nin köşegenleri birbirini ortalar.

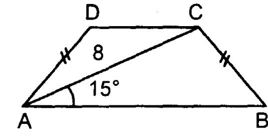
6. ABCD ikizkenar yamuğunda

$|AC| = 8$ cm ve

$m(\widehat{BAC}) = 15°$

olduğuna göre

A(ABCD) kaç cm² dir?



A) $8\sqrt{3}$ B) 12 C) $10\sqrt{3}$ D) 16 E) $12\sqrt{3}$

7. Çevresi 24 cm ve köşegenlerinin uzunlukları toplamı 16 cm olan eşkenar dörtgenin alanı kaç cm² dir?

A) 24 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

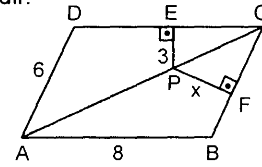
8. ABCD paralelkenarında P ∈ [AC], PF ⊥ BC ve PE ⊥ CD dir.

$|AB| = 8$ cm,

$|AD| = 6$ cm ve

$|PE| = 3$ cm ise

$|PF| = x$ kaç cm dir?



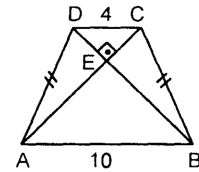
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. ABCD ikizkenar yamuk, AC ⊥ BD,

$|AB| = 10$ cm ve

$|CD| = 4$ cm ise

yamuğun yüksekliği kaç cm dir?



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. ABCD yamuğunda AB // CD,

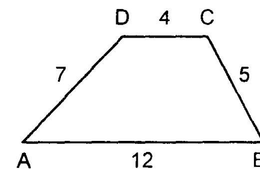
$|AB| = 12$ cm,

$|BC| = 5$ cm,

$|CD| = 4$ cm ve

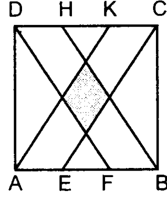
$|AD| = 7$ cm ise

A(ABCD) kaç cm² dir?



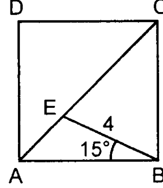
A) $12\sqrt{3}$ B) 16 C) $16\sqrt{3}$ D) 18 E) $20\sqrt{3}$

11. ABCD karesinin [AB] ve [CD] kenarları E, F ve H, K noktaları ile üçer eşit parçaya bölünmüştür. Taralı alanın karenin alanına oranı kaçtır?



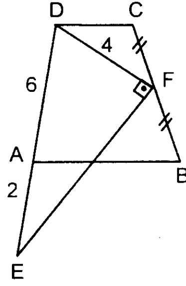
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{9}$

12. ABCD karesinde AC köşegendir.
$m(\widehat{ABE}) = 15°$ ve
$|BE| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



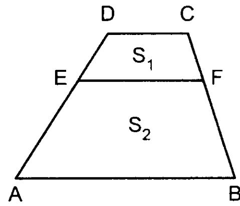
A) 18 B) 24 C) 27 D) 32 E) 36

13. ABCD yamuğunda
AB // CD, $|BF| = |FC|$,
E ∈ [DA ve
EF ⊥ DF dir.
$|EA| = 2$ cm,
$|AD| = 6$ cm ve
$|DF| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



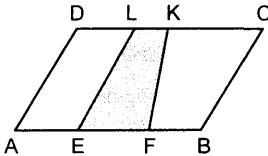
A) $8\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $10\sqrt{3}$
D) $12\sqrt{3}$ E) $15\sqrt{3}$

14. ABCD yamuğunda
AB // CD // EF dir.
$\frac{|AB|}{7} = \frac{|EF|}{3} = |CD|$,
A(EFCD) = S_1 ve
A(ABFE) = S_2 ise
$\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?



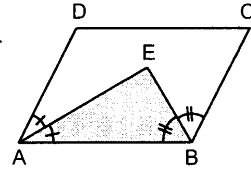
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{9}{49}$

15. ABCD paralelkenarında
$2|AB| = 3|EF| = 5|LK|$ dır.
A(ABCD) = 120 cm^2 ise
A(EFKL) kaç cm^2 dir?



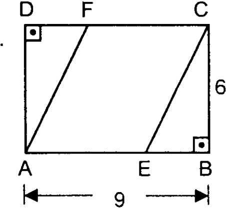
A) 54 B) 60 C) 64 D) 72 E) 80

16. ABCD paralelkenarında
[AE] ve [BE] açıortaydır.
$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{4}{3}$ ve
A($\overset{\triangle}{ABE}$) = 12 cm^2 ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



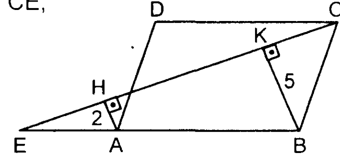
A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

17. ABCD dikdörtgen ve
AECF eşkenar dörtgendir.
$|AB| = 9$ cm ve
$|BC| = 6$ cm ise
eşkenar dörtgenin bir kenarı kaç cm dir?



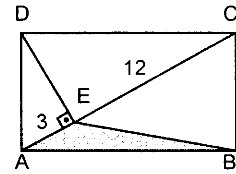
A) $\frac{13}{2}$ B) 7 C) $\frac{15}{2}$ D) 8 E) $\frac{17}{2}$

18. ABCD paralelkenardır.
E ∈ [BA, AH ⊥ CE,
BK ⊥ CE,
$|AH| = 2$ cm,
$|BK| = 5$ cm ve
$|CE| = 12$ cm
ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



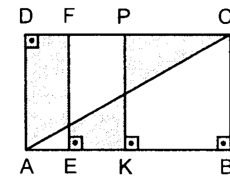
A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

19. ABCD dikdörtgeninde
DE ⊥ AC dir.
$|AE| = 3$ cm ve
$|EC| = 12$ cm ise
A($\overset{\triangle}{ABE}$) kaç cm^2 dir?



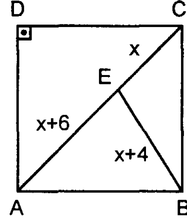
A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

20. ABCD dikdörtgeninde
$|AE| = \frac{|EK|}{2} = \frac{|KB|}{3}$,
AD // EF // KP ve
[AC] bir köşegen ise
taralı bölgenin alanının ABCD dikdörtgeninin alanına oranı nedir?



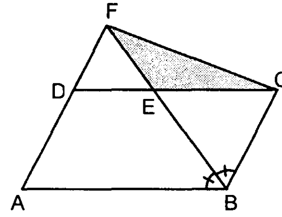
A) $\frac{7}{18}$ B) $\frac{15}{36}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{11}{18}$ E) $\frac{23}{36}$

21. ABCD karesinde AC köşegendir.
$|EC| = x$ birim,
$|BE| = x + 4$ birim ve
$|AE| = x + 6$ birim
ise A(ABCD) kaç birimkaredir?



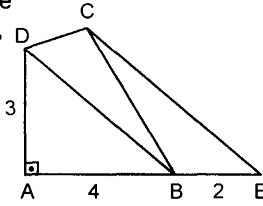
A) 28 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

22. ABCD paralelkenarında [BE açıortaydır.
[BE ∩ [AD = {F}
$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{2}{3}$ ve
A(ABCD) = 72 cm²
ise A($\overset{\triangle}{FEC}$) kaç cm² dir?



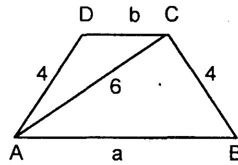
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

23. ABCD dörtgeninde [BD] köşegenine C den çizilen paralel [AB ışınını E de kesmektedir. AB ⊥ AD,
$|AD| = 3$ cm
$|AB| = 4$ cm ve
$|BE| = 2$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



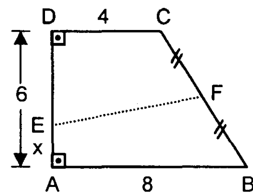
A) 18 B) 16 C) 15 D) 12 E) 9

24. ABCD ikizkenar yamuktur.
$|AD| = |BC| = 4$ birim
ve $|AC| = 6$ birim ise
$a \cdot b$ kaç birimkaredir?



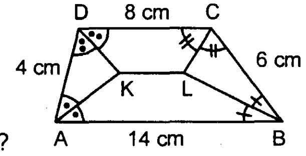
A) 18 B) 20 C) 24 D) 32 E) 52

25. [EF], ABCD dik yamuğunu eşit alanlı iki parçaya ayırmaktadır.
$|BF| = |CF|$,
$|AB| = 8$ cm,
$|CD| = 4$ cm ve
$|AD| = 6$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



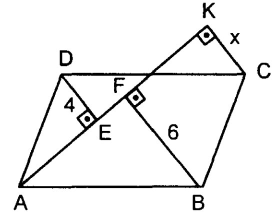
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

26. ABCD yamuğunda köşelerdeki açıların açıortayları çizilmiştir.
Şekildeki verilere göre $|KL|$ kaç cm dir?



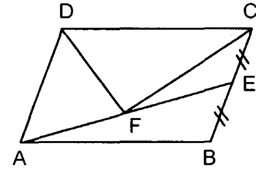
A) 5 B) 5,5 C) 6 D) 6,5 E) 7

27. ABCD paralelkenar,
DE ⊥ AK, BF ⊥ AK
ve CK ⊥ AK dır.
$|DE| = 4$ cm ve
$|BF| = 6$ cm ise
$|CK| = x$ kaç cm dir?



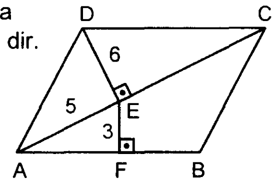
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

28. ABCD paralelkenarında
$|BE| = |EC|$ dir.
A($\overset{\triangle}{AFD}$) = 10 cm² ve
A($\overset{\triangle}{CEF}$) = 6 cm² ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



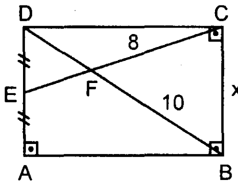
A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

29. ABCD paralelkenarında
DE ⊥ AC ve EF ⊥ AB dir.
$|DE| = 6$ cm,
$|AE| = 5$ cm ve
$|EF| = 3$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



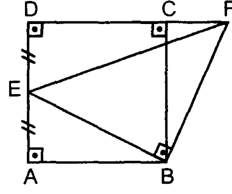
A) 72 B) 74 C) 76 D) 78 E) 80

30. ABCD dik dörtgeninde
$|AE| = |DE|$ ve
[BD] ∩ [CE] = {F} dir.
$|BF| = 10$ cm ve
$|FC| = 8$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



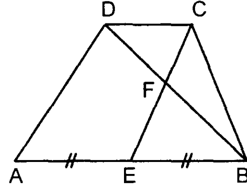
A) 6 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 10 E) $6\sqrt{3}$

31. Şekilde ABCD kare ve BEF dik üçgendir. $|AE| = |ED|$ ve $A(\overset{\triangle}{BEF}) = 100$ cm² ise A(ABCD) kaç cm² dir?



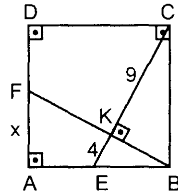
A) 120 B) 140 C) 150 D) 160 E) 180

32. ABCD yamuğunda AB // CD ve $|AE| = |EB|$ dir. A(AEFD) = 24 cm² ve $A(\overset{\triangle}{FBC}) = 6$ cm² ise A(ABCD) kaç cm² dir?



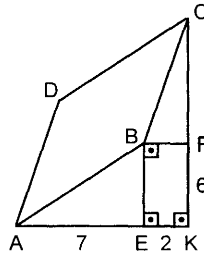
A) 45 B) 48 C) 50 D) 56 E) 60

33. ABCD karesinde BF ⊥ CE dir. $|CK| = 9$ cm ve $|EK| = 4$ cm ise $|AF| = x$ kaç cm dir?



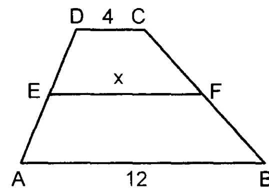
A) $\sqrt{13}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{13}$

34. ABCD eşkenar dörtgen, EKFB dikdörtgen, A ∈ [KE ve C ∈ [KF dir. $|AE| = 7$ cm, $|EK| = 2$ cm ve $|KF| = 6$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



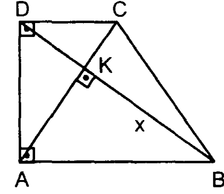
A) 51 B) 55 C) 59 D) 61 E) 63

35. Şekilde EF // AB // CD, $|AB| = 12$ cm, $|CD| = 4$ cm ve A(ABFE) = A(EFCD) ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



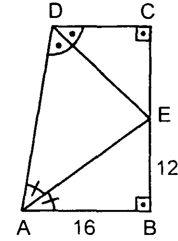
A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$ D) 8 E) $4\sqrt{5}$

36. ABCD dik yamuğunda AC ⊥ BD dir. $|AC| = 10$ cm ve $|BD| = 20$ cm ise $|BK| = x$ kaç cm dir?



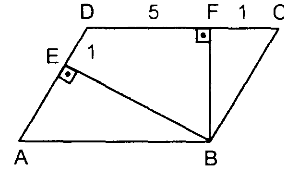
A) 12 B) 13 C) 15 D) 16 E) 18

37. ABCD dik yamuğunda [AE] ile [DE] açıortay ve E ∈ [BC] dir. $|AB| = 16$ cm ve $|BE| = 12$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



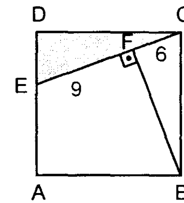
A) 240 B) 256 C) 288 D) 300 E) 320

38. ABCD paralelkenarında BE ⊥ AD ve BF ⊥ DC dir. $|ED| = 1$ cm, $|DF| = 5$ cm ve $|FC| = 1$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



A) $10\sqrt{2}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{2}$
D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

39. ABCD kare, BF ⊥ CE, $|EF| = 9$ cm ve $|FC| = 6$ cm ise $A(\overset{\triangle}{DEC})$ kaç cm² dir?

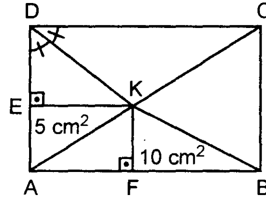


A) 30 B) 36 C) 45 D) 54 E) 60

40. Bir kenar uzunluğu 2 cm olan düzgün sekizgenin alanı kaç cm² dir?

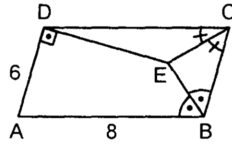
A) $4(2+\sqrt{2})$ B) $8(\sqrt{2}+1)$ C) $8(2+\sqrt{2})$
D) $16(\sqrt{2}+1)$ E) $32(\sqrt{2}-1)$

41. ABCD dikdörtgeninde DK açıortay, DK ∩ AC = {K}, KE ⊥ AD ve KF ⊥ AB dir.
$A(\overset{\Delta}{AEK}) = 5 \text{ cm}^2$ ve
$A(\overset{\Delta}{BFK}) = 10 \text{ cm}^2$ ise
$|AC|$ kaç cm dir?



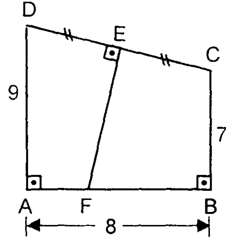
A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 25

42. ABCD paralelkenarında [BE] ve [CE] açıortaydır. ED ⊥ AD,
$|AB| = 8$ cm ve
$|AD| = 6$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



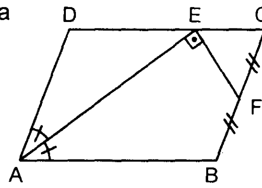
A) 28,8 B) 32,4 C) 36,8 D) 38,4 E) 44,8

43. ABCD dik yamuğunda EF ⊥ CD,
$|AB| = 8$ cm,
$|AD| = 9$ cm ve
$|BC| = 7$ cm ise
A(AFED) kaç cm² dir?



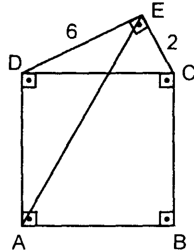
A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 12

44. ABCD paralelkenarında [AE] açıortay,
$|BF| = |FC|$ ve
AE ⊥ EF dir.
$A(\overset{\Delta}{AED}) = 24 \text{ cm}^2$ ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



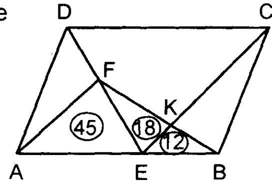
A) 60 B) 72 C) 84 D) 96 E) 108

45. ABCD kare ve
DE ⊥ CE dir.
$|DE| = 6$ cm ve
$|CE| = 2$ cm ise
$|AE|$ kaç cm dir?



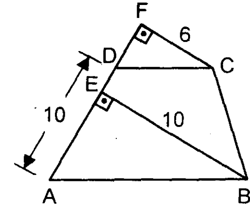
A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) 9 D) 10 E) $8\sqrt{2}$

46. ABCD paralelkenarında E ∈ [AB], F ∈ [DE] ve [EC] ∩ [FB] = {K} dır.
$A(\overset{\Delta}{AEF}) = 45 \text{ cm}^2$,
$A(\overset{\Delta}{FEK}) = 18 \text{ cm}^2$ ve
$A(\overset{\Delta}{EBK}) = 12 \text{ cm}^2$ ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



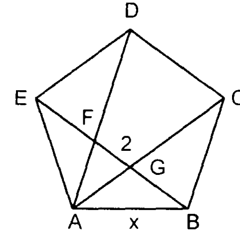
A) 180 B) 210 C) 250 D) 270 E) 300

47. ABCD yamuğunda AB // DC, BE ⊥ AD ve CF ⊥ AF dir.
$|AD| = |BE| = 10$ cm ve
$|CF| = 6$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



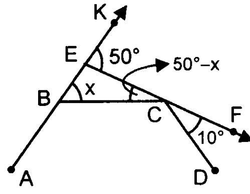
A) 60 B) 64 C) 72 D) 80 E) 90

48. ABCDE düzgün beşgendir.
$|FG| = 2$ cm ise
beşgenin bir kenarı kaç cm dir?



A) $\sqrt{3} + 3$ B) $\sqrt{3} + 5$ C) $\sqrt{5} + 1$
D) $\sqrt{5} + 2$ E) $\sqrt{5} + 3$

1. Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsünü bulursak çokgenin kenar sayısını da bulabiliriz.
B köşesindeki dış açının ölçüsü x olsun.



$m(\widehat{ECB}) = 50° - x$,
çokgenin B ve C köşelerindeki iç açılarının ölçüleri de sırasıyla $180° - x$ ve $120° + x$ olur.
$180° - x = 120° + x \Rightarrow x = 30°$ bulunur.

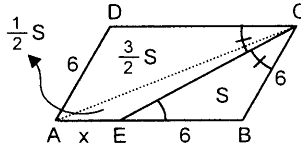
Öyleyse kenar sayısı $= \dfrac{360°}{30°} = 12$ dir.

2. "Bir çokgenin belli olması için, en az n–2 tanesi kenar olmak üzere 2n–3 elemanının belli olması gerekir."
Çokgenin, verilmesi gereken kenar sayısı x olsun. Çokgenin verilen elemanlarının toplam sayısı 13+x, kenar sayısı x+4 olur.

$$\left.\begin{array}{l} 2n-3=13+x \\ n-2=x+4 \end{array}\right\} \text{ denklem sisteminden}$$

$x = 4$ bulunur.

3. $\widehat{ECD} \cong \widehat{CEB}$ ve $\widehat{ECD} \cong \widehat{ECB}$ olduğundan, $\widehat{CEB} \cong \widehat{ECB}$ ve $|EB| = |BC| = 6$ cm olur.



Paralelkenarın [AC] köşegenini çizelim.
$A(ABCD) = 3A(\overset{\triangle}{BEC})$ verildiğinden
$A(\overset{\triangle}{BEC}) = S$ dersek $A(ABCD) = 3S$,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{3}{2}S$ ve $A(\overset{\triangle}{AEC}) = \dfrac{1}{2}S$ olur.

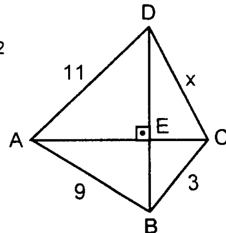
$$\frac{A(\overset{\triangle}{AEC})}{A(\overset{\triangle}{BEC})} = \frac{|AE|}{|EB|} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}S}{S} = \frac{x}{6}$$

$\Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

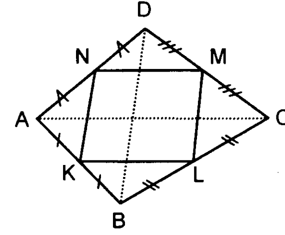
4. $|AB|^2 + |DC|^2 = |AD|^2 + |BC|^2$

$\Rightarrow 9^2 + x^2 = 11^2 + 3^2$

$\Rightarrow x = 7$ cm olur.



5. ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktaları K, L, M ve N olsun.
[AC] ve [BD] köşegenlerini çizelim.

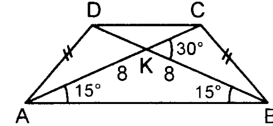


$MN \parallel AC \parallel KL$ ve $|MN| = |KL| = \dfrac{|AC|}{2}$;

$KN \parallel BD \parallel ML$ ve $|KN| = |ML| = \dfrac{|BD|}{2}$ olur.

Demek ki, KLMN dörtgeni her durumda en azından bir paralelkenardır. KLMN dörtgeninin eşkenar dörtgen olması için $|KL| = |KN|$, bunun için de $|AC| = |BD|$ olması gerekir.

6. ABCD ikizkenar yamuğunun [BD] köşegenini de çizelim.
$|BD| = |AC| = 8$ cm,



$m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{DBA}) = 15°$ ve $m(\widehat{CKB}) = 30°$ olur.

$A(ABCD) = \dfrac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| \cdot \sin 30°$

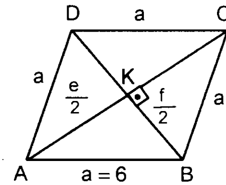
$\Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 16 \text{ cm}^2$ dir.

7. $4a = 24 \Rightarrow a = 6$ cm
ve KAB dik üçgeninde

$\left(\dfrac{e}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{f}{2}\right)^2 = 36$

$\Rightarrow e^2 + f^2 = 144$ dür.



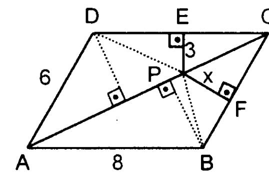
$e + f = 16 \Rightarrow (e+f)^2 = 16^2$

$\Rightarrow e^2 + f^2 + 2ef = 256 \Rightarrow 144 + 2ef = 256$

$\Rightarrow ef = 56$ olup

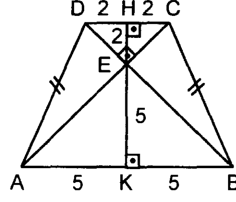
$A(ABCD) = \dfrac{e \cdot f}{2} = 28 \text{ cm}^2$ bulunur.

8. PBC ve PDC üçgenlerinin [PC] kenarına ait yükseklikleri eşit olduğundan
$A(\overset{\triangle}{PBC}) = A(\overset{\triangle}{PCD})$



$\Rightarrow \dfrac{6 \cdot x}{2} = \dfrac{8 \cdot 3}{2} \Rightarrow x = 4$ cm olur.

9. Yamuğun yüksekliğini E noktasından geçirelim. EDC ve EAB ikizkenar dik üçgenlerinde

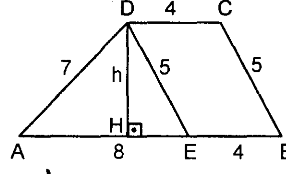


$|DH| = |HC| = |HE| = 2$ cm,

$|AK| = |KB| = |KE| = 5$ cm

ve $|HK| = 2+5 \Rightarrow |HK| = 7$ cm bulunur.

10. DE // BC çizersek



$|EB| = 4$ cm,

$|AE| = 8$ cm ve

$|DE| = 5$ cm olur.

DAE üçgeni ile ABCD yamuğuna ait [DH] yüksekliğinin uzunluğu, DAE üçgeninde alan formülleri yardımıyla bulunur.

DAE üçgeninde $2u = 7+5+8 \Rightarrow u = 10$ cm,

$$A(\overset{\Delta}{DAE}) = \frac{8 \cdot h}{2} = \sqrt{10 \cdot (10-8)(10-5)(10-7)}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm olur.}$$

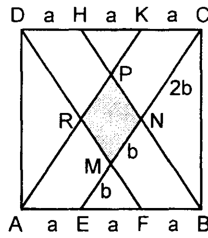
$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot h}{2}$$

$$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{(12+4) \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\Rightarrow A(ABCD) = 20\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

11. MNPR dörtgeninin paralelkenar olduğunu görünüz.

[AB] ve [CD] üzerindeki eşit parçaların uzunluklarını a ile gösterirsek Thales Teoremleri yardımıyla



$|EM| = |MN| = b$ ve $|NC| = 2b$ diyebiliriz.

Yükseklikleri eşit olduğundan

$$\frac{A(AECK)}{A(ABCD)} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \quad \text{ve } ①$$

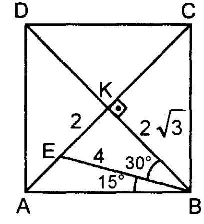
$$\frac{A(MNPR)}{A(AECK)} = \frac{b}{4b} = \frac{1}{4}, \quad ②$$

① ve ② taraf tarafa çarpılırsa

$$\frac{A(MNPR)}{A(ABCD)} = \frac{1}{12} \text{ bulunur.}$$

12. Karenin [BD] köşegenini çizelim. $BD \perp AC$ ve $m(\widehat{EBK}) = 30°$ olur.

KEB dik üçgeninde



$$|KE| = \frac{|BE|}{2} = 2 \text{ cm ve}$$

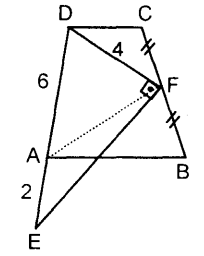
$|BK| = \sqrt{3}|KE| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

$|BD| = |AC| = 4\sqrt{3}$ cm ve

$$A(ABCD) = \frac{|BD| \cdot |AC|}{2} \Rightarrow A(ABCD) = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow A(ABCD) = 24$ cm^2 bulunur.

13. DEF dik üçgeninde



$|EF|^2 = 8^2 - 4^2$

$\Rightarrow |EF| = 4\sqrt{3}$ cm ve

$$A(\overset{\Delta}{DEF}) = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{DEF}) = 8\sqrt{3}$ cm^2 dir.

[DA] ve [DE] tabanlarına ait yükseklikleri eşit olduğundan,

$$\frac{A(\overset{\Delta}{DAF})}{A(\overset{\Delta}{DEF})} = \frac{|DA|}{|DE|} \Rightarrow \frac{A(\overset{\Delta}{DAF})}{8\sqrt{3}} = \frac{6}{8}$$

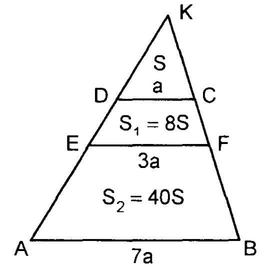
$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{DAF}) = 6\sqrt{3}$ cm^2 olur.

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\Delta}{DAF})$ olduğundan

$A(ABCD) = 12\sqrt{3}$ cm^3 bulunur.

14. I. YOL :

$[AD \cap [BC = \{K\}$ olsun.



$$\frac{|AB|}{7} = \frac{|EF|}{3} = |CD|$$

verildiğinden

$|CD| = a$ dersek

$|EF| = 3a$ ve

$|AB| = 7a$ olur.

$$\overset{\Delta}{KDC} \sim \overset{\Delta}{KEF} \Rightarrow \frac{A(\overset{\Delta}{KDC})}{A(\overset{\Delta}{KEF})} = \left(\frac{a}{3a}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$$\overset{\Delta}{KDC} \sim \overset{\Delta}{KAB} \Rightarrow \frac{A(\overset{\Delta}{KDC})}{A(\overset{\Delta}{KAB})} = \left(\frac{a}{7a}\right)^2 = \frac{1}{49}$$

olduğundan $A(\overset{\triangle}{KDC}) = S$ dersek

$A(\overset{\triangle}{KEF}) = 9S$, $A(EFCD) = S_1 = 8S$,

$A(\overset{\triangle}{KAB}) = 49S$ ve $A(ABFE) = S_2 = 40S$ olur.

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{8S}{40S} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{5}$ bulunur.

II. YOL :

$|DC| = a$ dersek

$|EF| = 3a$ ve $|AB| = 7a$

olur.

$\frac{|DE|}{|EA|} = \frac{3a-a}{7a-3a}$

$\Rightarrow \frac{|DE|}{|EA|} = \frac{1}{2}$ olur.

Buna göre, EFCD yamuğunun yüksekliğine h, ABFE yamuğunun yüksekliğine 2h diyebiliriz.

$S_1 = \frac{(3a+a)h}{2} = 2ah$,

$S_2 = \frac{(7a+3a)\cdot 2h}{2} = 10ah$ ve

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2ah}{10ah} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{5}$ bulunur.

15. $2|AB| = 3|EF| = 5|LK|$

verildiğinden

$|AB| = 15k$ dersek

$|EF| = 10k$ ve

$|LK| = 6k$ olur.

ABCD paralelkenarı ile EFKL yamuğunun yüksekliği h olsun.

$A(ABCD) = 15k \cdot h = 120\ cm^2$

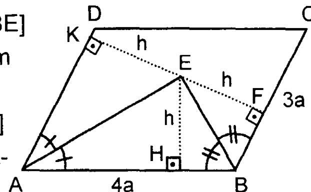
$\Rightarrow k \cdot h = 8\ cm^2$ ve

$A(EFKL) = \frac{(10k+6k)\cdot h}{2}$

$\Rightarrow A(EFKL) = 8kh$

$\Rightarrow A(EFKL) = 64\ cm^2$ bulunur.

16. E noktası [AE] ve [BE] açıortaylarının kesim noktası olduğundan [EH], [EF] ve [EK] dikmelerinin uzunlukları eşittir.



$|EH| = |EF| = |EK| = h$ olsun.

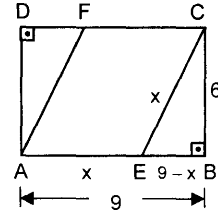
$A(\overset{\triangle}{ABE}) = \frac{4a \cdot h}{2} = 12\ cm^2$

$\Rightarrow a \cdot h = 6\ cm^2$,

$A(ABCD) = 3a \cdot 2h = 6 \cdot a \cdot h$

$\Rightarrow A(ABCD) = 36\ cm^2$ bulunur.

17. Eşkenar dörtgenin bir kenarının uzunluğu x olsun.



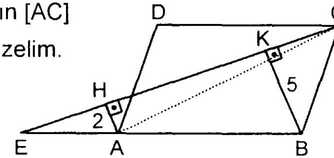
$|EB| = 9 - x$ olur.

EBC dik üçgeninde

$|CE|^2 = |EB|^2 + |BC|^2$

$\Rightarrow x^2 = (9-x)^2 + 6^2 \Rightarrow x = \frac{13}{2}$ cm bulunur.

18. Paralelkenarın [AC] köşegenini çizelim.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{EBC}) - A(\overset{\triangle}{EAC})$

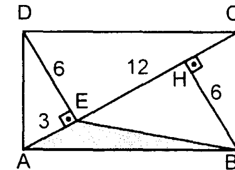
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{12 \cdot 5}{2} - \frac{12 \cdot 2}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 18\ cm^2$ olur.

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ABC})$

$\Rightarrow A(ABCD) = 36\ cm^2$ bulunur.

19. DAC dik üçgeninde Euclid Teoremine göre,



$|DE|^2 = |AE| \cdot |EC|$

$\Rightarrow |DE|^2 = 3 \cdot 12$

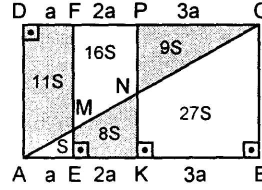
$\Rightarrow |DE| = 6$ cm olur.

ABC ve CDA üçgenleri eş olduğundan bunların [AC] hipotenüsüne ait yükseklikleri de eşittir.

Buna göre $|BH| = |DE| = 6$ cm olur.

$A(\overset{\triangle}{AEB}) = \frac{3 \cdot 6}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{AEB}) = 9\ cm^2$ bulunur.

20. AC nin, EF ve KP yi kestiği noktalar M ve N olsun.



$|AE| = a$ dersek

$|EK| = 2a$ ve

$|KB| = 3a$ olur.

AEM, AKN ve ABC üçgenleri benzer olduğundan

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{AEM})}{a^2} = \dfrac{A(\overset{\triangle}{AKN})}{9a^2} = \dfrac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{36a^2}$ dir.

$A(\overset{\triangle}{AEM}) = S$ dersek

$A(\overset{\triangle}{AKN}) = 9S \Rightarrow A(EKNM) = 8S$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 36S \Rightarrow A(KBCN) = 27S$ olur.

CPN, CFM ve CDA üçgenleri benzer olduğundan

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{CPN})}{9a^2} = \dfrac{A(\overset{\triangle}{CFM})}{25a^2} = \dfrac{A(\overset{\triangle}{CDA})}{36a^2}$ dir.

$\overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{CDA}$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{CDA}) = A(\overset{\triangle}{ABC}) = 36S$,

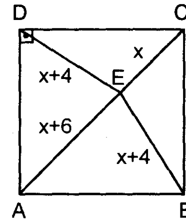
$A(\overset{\triangle}{CFM}) = 25S \Rightarrow A(MFDA) = 11S$,

$A(\overset{\triangle}{CPN}) = 9S \Rightarrow A(MNPF) = 16S$ olur.

$\dfrac{\text{Taralı alan}}{\text{Dikdörtgenin alanı}} = \dfrac{11S + 8S + 9S}{72S} = \dfrac{7}{18}$

bulunur.

21. I. YOL :



$\overset{\triangle}{EBC} \cong \overset{\triangle}{EDC}$ olduğundan

$|ED| = |EB| = x + 4$ olur.

Bir karede (veya dikdörtgende)

$|EB|^2 + |ED|^2 = |EA|^2 + |EC|^2$

$\Rightarrow (x+4)^2 + (x+4)^2 = (x+6)^2 + x^2$

$\Rightarrow 16x + 32 = 12x + 36$

$\Rightarrow x = 1$ cm olur.

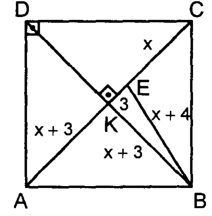
Karenin köşegen uzunluğu

$|AC| = 2x + 6 = 8$ cm ve karenin alanı

$A(ABCD) = \dfrac{8 \cdot 8}{2} \Rightarrow A(ABCD) = 32\ cm^2$

bulunur.

II. YOL :



Karenin [BD] köşegenini çizelim.

$AC \perp BD$ ve

$|AK| = |KC| = |BK| = |KD|$

olur.

$|AC| = x + 6 + x \Rightarrow |KC| = x + 3$

$\Rightarrow |KE| = 3$ ve $|KB| = x + 3$ olur.

KBE dik üçgeninde

$|BE|^2 = |KB|^2 + |KE|^2$

$(x+4)^2 = (x+3)^2 + 3^2 \Rightarrow x = 1$ cm olur.

$|AC| = |BD| = 8$ cm olacağından

$A(ABCD) = \dfrac{8 \cdot 8}{2} \Rightarrow A(ABCD) = 32\ cm^2$ bulunur.

22. AB // CD ve AF // BC olduğundan

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{FBC}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{AFB}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{BEC}) = \alpha$ olur.

$\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{2}{3}$ olduğundan

$|AD| = 2a$ dersek $|AB| = 3a$, $|BC| = 2a$, $|EC| = 2a$,

$|DE| = a$ ve $|DF| = a$ olur.

$A(ABCD) = 2a \cdot 3a \cdot \sin\beta = 72\ cm^2$

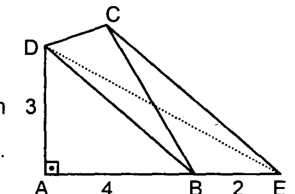
$\Rightarrow a^2 \sin\beta = 12\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{FDC}) = \dfrac{1}{2} a \cdot 3a \cdot \sin\beta = \dfrac{3}{2} \cdot 12$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{FDC}) = 18\ cm^2$ olup $\dfrac{A(\overset{\triangle}{FEC})}{A(\overset{\triangle}{FDC})} = \dfrac{|EC|}{DC} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{A(\overset{\triangle}{FEC})}{18} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{FEC}) = 12\ cm^2$ bulunur.

23. [DE] yi çizelim. [BD] tabanına ait yükseklikleri eşit olduğundan $A(\overset{\triangle}{CDB}) = A(\overset{\triangle}{EDB})$ dir.



$A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{CDB})$

$\Rightarrow A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{EDB})$

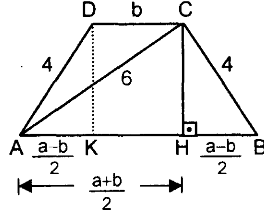
$\Rightarrow A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{EDA}) \Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{6 \cdot 3}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 9\ cm^2$ olur.

24. $CH \perp AB$ çizilirse

$|HB| = \dfrac{a-b}{2}$ ve

$|AH| = \dfrac{a+b}{2}$ olur.



ACH ve BCH dik üçgenlerinde

$|CH|^2 = 6^2 - \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$ ① ve

$|CH|^2 = 4^2 - \left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2$ ② dir.

① ve ② den

$6^2 - \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 = 4^2 - \left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2$

$\Rightarrow 36 - \dfrac{a^2}{4} - \dfrac{ab}{2} - \dfrac{b^2}{4} = 16 - \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{ab}{2} + \dfrac{b^2}{4}$

$\Rightarrow a \cdot b = 20$ birimkare olur.

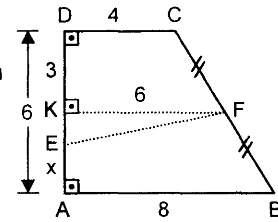
25. FK // AB // DC çizelim.

$FK \perp AD$ ve ABCD yamuğunda [FK] ortataban olduğundan

$|FK| = 6$ cm,

$|DK| = |KA| = 3$ cm ve

$|EK| = 3 - x$ cm olur.



$A(ABCD) = \dfrac{(|AB| + |CD|) \cdot |AD|}{2} = \dfrac{(8+4) \cdot 6}{2} = 36\ cm^2,$

$A(EFCD) = \dfrac{A(ABCD)}{2} = 18\ cm^2,$

$A(KFCD) = \dfrac{(|KF| + |DC|) \cdot |KD|}{2} = \dfrac{(6+4) \cdot 3}{2} = 15\ cm^2$

ve $A(\overset{\triangle}{KEF}) = A(EFCD) - A(KFCD)$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{KEF}) = 18 - 15 = 3\ cm^2$ dir.

$A(\overset{\triangle}{KEF}) = \dfrac{|EK| \cdot |KF|}{2} = 3$

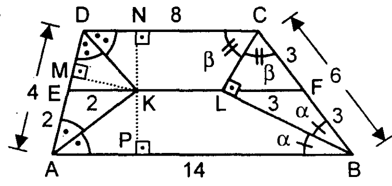
$\Rightarrow \dfrac{(3-x) \cdot 6}{2} = 3 \Rightarrow x = 2$ cm olur.

26. $KL \cap AD = \{E\}$ ve

$KL \cap BC = \{F\}$

olsun.

K noktası açıortayların kesim noktası olduğundan



[KM], [KN] ve [KP] dikmeleri birbirine eştir. Demek ki, K noktası [AB] ve [CD] tabanlarından eşit uzaklıktadır. Aynı şekilde, L noktasının da [AB] ve [CD] tabanlarından eşit uzaklıkta olduğu gösterilebilir. Öyleyse [EF], ABCD yamuğunun orta tabanıdır. AB // CD olduğundan

$m(\widehat{ABL}) = m(\widehat{LBC}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{DCL}) = m(\widehat{LCB}) = \beta$ dersek

$2\alpha + 2\beta = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$ olur.

Demek ki, BLC ve aynı şekilde AKD üçgenleri birer dik üçgen; [LF] ve [KE] bunların hipotenüslerine ait kenarortaylarıdır.

O halde

$|EK| = \dfrac{|AD|}{2} = 2$ cm ve $|LF| = \dfrac{|BC|}{2} = 3$ cm dir.

$|EF| = \dfrac{|AB| + |CD|}{2} = \dfrac{14+8}{2} = 11$ cm olduğundan

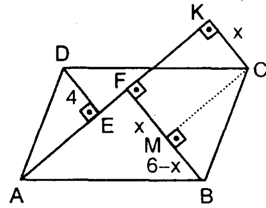
$|KL| = 11 - (2+3) \Rightarrow |KL| = 6$ cm bulunur.

27. CM // AK çizersek,

MCKF dikdörtgeninde

$|MF| = x$ ve buradan

$|BM| = 6 - x$ olur.



$\overset{\triangle}{BMC} \cong \overset{\triangle}{DEA}$ (A.K.A)

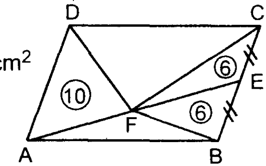
$\Rightarrow |BM| = |DE| \Rightarrow 6 - x = 4$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

28. [BF] yi çizelim.

$A(\overset{\triangle}{FBE}) = A(\overset{\triangle}{FEC}) = 6\ cm^2$

olur.

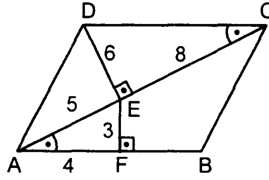


$A(ABCD) = 2 \cdot [A(\overset{\triangle}{DAF}) + A(\overset{\triangle}{FBC})]$

$A(ABCD) = 2 \cdot (10 + 12)$

$A(ABCD) = 44\ cm^2$ bulunur.

29. AEF dik üçgeninde



$|AF|^2 = 5^2 - 3^2$

$|AF| = 4$ cm dir.

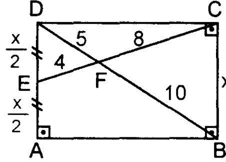
$\overset{\Delta}{AFE} \sim \overset{\Delta}{CED}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AF|}{|CE|} = \dfrac{|FE|}{|ED|} \Rightarrow \dfrac{4}{|CE|} = \dfrac{3}{6} \Rightarrow |CE| = 8$ cm olur.

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\Delta}{ACD}) = 2 \cdot \dfrac{13 \cdot 6}{2}$

$A(ABCD) = 78$ cm^2 bulunur.

30. II. Thales Teoremine göre



$\dfrac{|EF|}{|FC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{|EF|}{8} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow |EF| = 4$ cm ve

$\dfrac{|DF|}{|FB|} = \dfrac{|DE|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{|DF|}{10} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow |DF| = 5$ cm olur.

DEC dik üçgeninde, $|DC|^2 = 12^2 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2$ ve ①

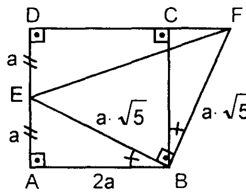
DBC dik üçgeninde, $|DC|^2 = 15^2 - x^2$ ② dir.

① ve ② den,

$12^2 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = 15^2 - x^2 \Rightarrow 144 - \dfrac{x^2}{4} = 225 - x^2$

$\Rightarrow \dfrac{3x^2}{4} = 81 \Rightarrow x = 6\sqrt{3}$ cm bulunur.

31. Kenarları ikişer ikişer dik açılar olduğundan



$\widehat{ABE} \cong \widehat{CBF}$ ve

$[AB] \cong [BC]$ olduğundan

$\overset{\Delta}{ABE} \cong \overset{\Delta}{CBF}$ dir. (A.K.A.)

$|AE| = |CF| = a$ dersek,

$|ED| = a$, $|AB| = 2a$ ve

ABE dik üçgeninde,

$|BE|^2 = a^2 + (2a)^2 \Rightarrow |BE| = \sqrt{5} \cdot a$ olur.

$|BE| = |BF| = \sqrt{5} \cdot a$ olduğundan,

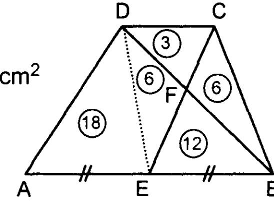
$A(\overset{\Delta}{EBF}) = \dfrac{\sqrt{5}a \cdot \sqrt{5}a}{2} = 100$ cm^2

$\Rightarrow a^2 = 40$ cm^2 ve

$A(ABCD) = (2a)^2 = 4a^2$

$\Rightarrow A(ABCD) = 160$ cm^2 bulunur.

32. [DE] yi çizelim.



EBCD yamuğunda

$A(\overset{\Delta}{DEF}) = A(\overset{\Delta}{FBC}) = 6$ cm^2 olur.

Buradan

$A(\overset{\Delta}{ADE}) = 24 - 6$

$A(\overset{\Delta}{ADE}) = 18$ cm^2 ve

$A(\overset{\Delta}{ADE}) = A(\overset{\Delta}{DEB}) = 18$ cm^2 olduğundan

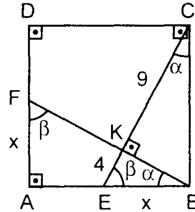
$A(\overset{\Delta}{FEB}) = 12$ cm^2 bulunur.

$\dfrac{A(\overset{\Delta}{FEB})}{A(\overset{\Delta}{DEF})} = \dfrac{|BF|}{|FD|} = \dfrac{A(\overset{\Delta}{FBC})}{A(\overset{\Delta}{DFC})}$

$\Rightarrow \dfrac{12}{6} = \dfrac{6}{A(\overset{\Delta}{DFC})}$ $A(DFC) = 3$ cm^2 olur.

Öyleyse, $A(ABCD) = 45$ cm^2 dir.

33. $\overset{\Delta}{ABF} \cong \overset{\Delta}{BCE}$ (A.K.A)



$\Rightarrow |AF| = |BE| = x$ olur.

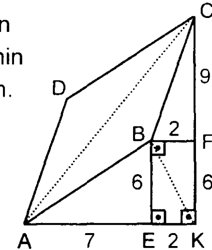
BEC dik üçgeninde Euclid Teoremine göre

$|BE|^2 = |EK| \cdot |EC|$

$\Rightarrow x^2 = 4 \cdot 13$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{13}$ cm bulunur.

34. ABCD eşkenar dörtgeninin [AC] ve EKFB dikdörtgeninin [KB] köşegenlerini çizelim.



ABE ve BCF dik üçgenlerinde,

$|AB|^2 = 7^2 + 6^2$,

$|BC|^2 = 2^2 + |CF|^2$ ve

$|AB|^2 = |BC|^2$ olduğundan

$7^2 + 6^2 = 2^2 + |CF|^2 \Rightarrow |CF| = 9$ cm olur.

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = A(\overset{\Delta}{AKC}) - [A(\overset{\Delta}{BAK}) + A(\overset{\Delta}{BKC})]$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = \dfrac{9 \cdot 15}{2} - \left(\dfrac{9 \cdot 6}{2} + \dfrac{15 \cdot 2}{2}\right)$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = \dfrac{51}{2}$ cm^2 ve

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\Delta}{ABC})$ olduğundan

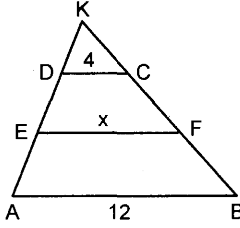
$A(ABCD) = 51$ cm^2 bulunur.

35. [AD ∩ [BC = {K} olsun.

$\overset{\triangle}{KDC} \sim \overset{\triangle}{KAB}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{A(K\overset{\triangle}{D}C)}{A(K\overset{\triangle}{A}B)} = \left(\dfrac{|DC|}{|AB|}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{A(K\overset{\triangle}{D}C)}{A(K\overset{\triangle}{A}B)} = \dfrac{1}{9}$ olur.



$A(\overset{\triangle}{KDC}) = S$ dersek $A(\overset{\triangle}{KAB}) = 9S$ ve

$A(ABFE) = A(EFCD) = 4S$ olur.

$\overset{\triangle}{KDC} \sim \overset{\triangle}{KEF}$ (A.A.A.)

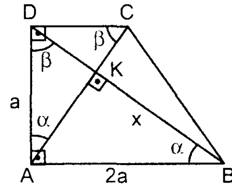
$\Rightarrow \dfrac{A(K\overset{\triangle}{D}C)}{A(K\overset{\triangle}{E}F)} = \left(\dfrac{|DC|}{|EF|}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{S}{5S} = \left(\dfrac{4}{x}\right)^2$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{5}$ cm bulunur.

36. $\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{DAC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|DA|} = \dfrac{|BD|}{|AC|}$

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|DA|} = \dfrac{20}{10}$ dur.



$|AD| = a$ dersek, $|AB| = 2a$ olur.

ABD dik üçgeninde,

$|AB|^2 + |AD|^2 = |BD|^2$

$\Rightarrow (2a)^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 80$ ve

Euclid Teoremine göre

$|AB|^2 = |BK| \cdot |BD| \Rightarrow (2a)^2 = x \cdot 20$

$\Rightarrow 4 \cdot 80 = x \cdot 20 \Rightarrow x = 16$ cm bulunur.

37. $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAD}) = \alpha$ ve

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{EDA}) = \beta$

dersek,

$2\alpha + 2\beta = 180°$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 90°$

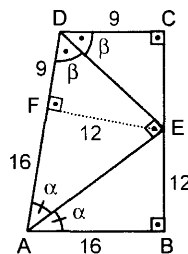
$\Rightarrow m(\widehat{DEA}) = 90°$ olur.

EF ⊥ AD çizelim.

[AE] açıortay olduğundan,

$|EB| = |EF| = 12$ cm ve

$|AB| = |AF| = 16$ cm olur.



AED dik üçgeninde Euclid Teoremine göre,

$|EF|^2 = |DF| \cdot |FA|$

$\Rightarrow 12^2 = |DF| \cdot 16 \Rightarrow |DF| = 9$ cm ve

[DE] açıortay olduğundan,

$|EF| = |CE| = 12$ cm, $|DF| = |DC| = 9$ cm olur.

$A(ABCD) = \dfrac{(|AB| + |CD|) \cdot |BC|}{2}$

$\Rightarrow A(ABCD) = \dfrac{(16+9) \cdot 24}{2}$

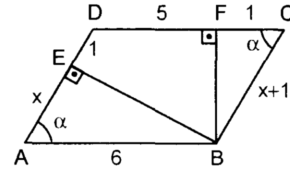
$\Rightarrow A(ABCD) = 300\ cm^2$ bulunur.

38. $|AE| = x$ dersek

$|BC| = x + 1$ olur.

$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{CBF}$

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|CB|} = \dfrac{|AE|}{|CF|}$



$\Rightarrow \dfrac{6}{x+1} = \dfrac{x}{1}$

$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

$|BC| = x + 1 = 3$ cm olur.

FBC dik üçgeninde

$|BF|^2 = 3^2 - 1^2 \Rightarrow |BF| = 2\sqrt{2}\ cm^2$ ve

$A(ABDC) = |AB| \cdot |BF| \Rightarrow A(ABCD) = 12\sqrt{2}\ cm^2$

bulunur.

39. DK ⊥ EC çizelim.

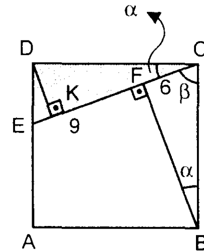
$\overset{\triangle}{DKC} \cong \overset{\triangle}{CFB}$ (A.K.A.)

$\Rightarrow |DK| = |CF| = 6$ cm olur.

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = \dfrac{|EC| \cdot |DK|}{2} = \dfrac{15 \cdot 6}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DEC}) = 45\ cm^2$

bulunur.



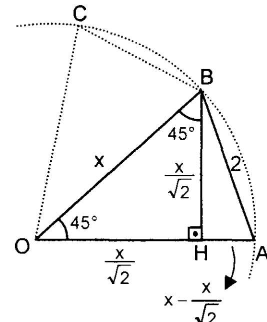
40. Düzgün sekizgenin merkezi O, bir kenarı [AB] ve alanı S olsun.

$m(\widehat{AOB}) = \dfrac{360°}{8} = 45°$

ve $S = 8 \cdot A(\overset{\triangle}{AOB})$ dir.

BH ⊥ OA çizelim.

$|OA| = |OB| = x$ dersek



$|OH| = |BH| = \frac{x}{\sqrt{2}}$ ve $|HA| = x - \frac{x}{\sqrt{2}}$ olur.

BHA dik üçgeninde, $|BH|^2 + |HA|^2 = |AB|^2$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(x - \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2^2$

$\Rightarrow \frac{x^2}{2} + x^2 - \sqrt{2}x^2 + \frac{x^2}{2} = 4 \Rightarrow x^2 = 4 + 2\sqrt{2}$ olur.

$A(A\overset{\Delta}{O}B) = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 45° = \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$A(A\overset{\Delta}{O}B) = \frac{\sqrt{2}}{4}(4 + 2\sqrt{2})$ ve $S = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}(4 + 2\sqrt{2})$

$\Rightarrow S = 8\sqrt{2} + 8 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow S = 8(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}^2$ bulunur.

41. [AK] tabanına ait yükseklikleri eşit olduğundan

$A(E\overset{\Delta}{A}K) = A(F\overset{\Delta}{A}K)$ ve

$A(D\overset{\Delta}{A}K) = A(B\overset{\Delta}{A}K)$

$\Rightarrow A(D\overset{\Delta}{E}K) = A(B\overset{\Delta}{F}K) = 10 \text{ cm}^2$ dir.

DEK ikizkenar dik üçgeninde,

$|DE| = |EK| = a$ olsun.

$A(D\overset{\Delta}{E}K) = \frac{a \cdot a}{2} = 10 \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$ cm,

$\frac{A(D\overset{\Delta}{E}K)}{A(A\overset{\Delta}{E}K)} = \frac{|DE|}{|EA|} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{|EA|}$

$\Rightarrow |EA| = \sqrt{5}$ cm ve AEK dik üçgeninde,

$|AK|^2 = |EA|^2 + |EK|^2 \Rightarrow |AK|^2 = (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2$

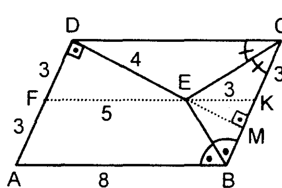
$\Rightarrow |AK| = 5$ cm olur.

I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AK|}{|AC|} = \frac{|AE|}{|AD|} \Rightarrow \frac{5}{|AC|} = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$

$\Rightarrow |AC| = 15$ cm bulunur.

42. AB // CD olduğundan [BE] ve [CE] nin birbirine dik olduğunu ve E noktasının [AB], [BC] ve [CD] kenarlarından eşit uzaklıkta bulunduğunu görünüz.



E noktasından

FK // AB // CD çizersek

$|DF| = |FA| = |CM| = |KB| = 3$ cm olur.

BEC dik üçgeninde

$|EK| = \frac{|BC|}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow |EK| = 3$ cm dir.

Buradan $|EF| = 5$ cm ve DEF üçgeninde

$|DE|^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow |DE| = 4$ cm olur.

$[DE \cap [BC = \{M\}$ olsun.

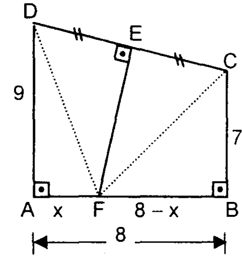
I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|EM|}{|ED|} = \frac{|EK|}{|EF|} \Rightarrow \frac{|EM|}{4} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow |EM| = 2{,}4$ cm ve

$A(ABCD) = 6 \cdot 6{,}4 = 38{,}4 \text{ cm}^2$ bulunur.

43. [CF] ve [DF] yi çizerek $|AF| = x$ diyelim.



$|FB| = 8 - x$ olur.

DAF ve BCF dik üçgenlerinde

$|DF|^2 = 9^2 + x^2$ ve

$|CF|^2 = 7^2 + (8 - x)^2$ dir.

[EF], [DC] nin orta dikmesi olduğundan

$|DF| = |CF|$

$\Rightarrow 9^2 + x^2 = 7^2 + (8 - x)^2$

$\Rightarrow x = 2$ cm olur.

$A(ABCD) = \frac{(9 + 7) \cdot 8}{2} = 64 \text{ cm}^2$,

$A(D\overset{\Delta}{A}F) = \frac{9 \cdot 2}{2} = 9 \text{ cm}^2$ ve

$A(B\overset{\Delta}{C}F) = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21 \text{ cm}^2$ olup

$A(D\overset{\Delta}{F}C) = 64 - (9 + 21) = 34 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow A(D\overset{\Delta}{E}F) = \frac{34}{2} = 17 \text{ cm}^2$ olur.

Buradan da

$A(AFED) = A(D\overset{\Delta}{A}F) + A(D\overset{\Delta}{E}F) = 9 + 17$

$\Rightarrow A(AFED) = 26 \text{ cm}^2$ bulunur.

44. **I. YOL :**

$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{DAE}) = \alpha$ dersek,

$m(\widehat{AED}) = \alpha$,

$m(\widehat{FEC}) = 90° - \alpha$,

$m(\hat{C}) = 2\alpha$ ve

$m(\widehat{EFC}) = 90° - \alpha$ olur.

$|BF| = |FC| = a$ dersek,

$|EC| = a$, $|AD| = 2a$ ve $|DE| = 2a$ olur.

$A(\overset{\triangle}{DAE}) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin\hat{D} = 24 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow a^2 \cdot \sin D = 12 \text{ cm}^2$ olup

$A(ABCD) = 2a \cdot 3a \cdot \sin D = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

II. YOL :

$EF \cap [AD = \{K\}$ ve

$EF \cap [AB = \{L\}$ olsun.

$|AD| = |DE|$ olduğunu görünüz.

$|BF| = |FC| = a$ dersek

$|AD| = |DE| = 2a$ olur.

$\overset{\triangle}{EFC} \cong \overset{\triangle}{LFB}$

olduğundan

$|EF| = |LF| = b$ diyebiliriz.

KAL üçgeninde [AE] hem açıortay hem yükseklik olduğundan $|KE| = |EL| = 2b$ olur.

I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|FE|}{|EK|} = \frac{|EC|}{|DE|} \Rightarrow \frac{b}{2b} = \frac{|EC|}{2a}$

$\Rightarrow |EC| = a$ olur.

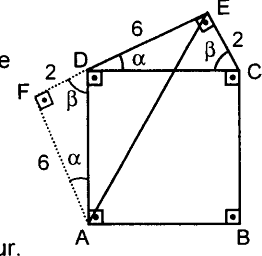
$\frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{A(\overset{\triangle}{ADC})} = \frac{2a}{3a} \Rightarrow \frac{24}{A(ADC)} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ADC}) = 36 \text{ cm}^2$ dir.

Buradan

$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{ADC}) = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

45. $[AF] \perp [ED$ çizelim.



$\overset{\triangle}{AFD} \cong \overset{\triangle}{DEC}$ (A.K.A)

$\Rightarrow |AF| = |DE| = 6$ cm ve

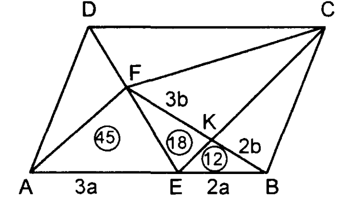
$|FD| = |EC| = 2$ cm olur.

FAE dik üçgeninde

$|AE|^2 = 6^2 + 8^2$

$\Rightarrow |AE| = 10$ cm bulunur.

46. [FC] yi çizelim.



$\frac{A(F\overset{\triangle}{A}E)}{A(F\overset{\triangle}{E}B)} = \frac{|AE|}{|EB|}$

$\Rightarrow \frac{45}{30} = \frac{|AE|}{|EB|}$;

$\frac{A(D\overset{\triangle}{A}E)}{A(C\overset{\triangle}{E}B)} = \frac{|AE|}{|EB|} \Rightarrow \frac{A(D\overset{\triangle}{A}E)}{A(C\overset{\triangle}{E}B)} = \frac{45}{30}$ dur.

$A(\overset{\triangle}{DAE}) = 3S$ dersek $A(\overset{\triangle}{CEB}) = 2S$,

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = 5S$ ve $A(ABCD) = 10S$ olur.

$\frac{A(B\overset{\triangle}{E}K)}{A(F\overset{\triangle}{E}K)} = \frac{|BK|}{|KF|} \Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{|BK|}{|KF|}$ dir.

$\frac{A(B\overset{\triangle}{E}C)}{A(F\overset{\triangle}{E}C)} = \frac{|BK|}{|KF|} \Rightarrow \frac{2S}{A(F\overset{\triangle}{E}C)} = \frac{12}{18}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{FEC}) = 3S$ ve

$A(\overset{\triangle}{DFC}) = A(\overset{\triangle}{DEC}) - A(\overset{\triangle}{FEC})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DFC}) = 5S - 3S$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DFC}) = 2S$ olur.

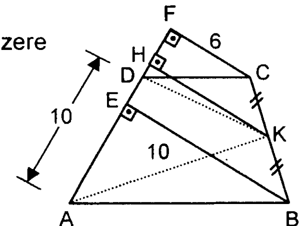
$A(\overset{\triangle}{DFC}) + A(\overset{\triangle}{FAB}) = \frac{1}{2} A(ABCD)$

$\Rightarrow 2S + 75 = 5S$

$\Rightarrow S = 25 \text{ cm}^2$

ve $A(ABCD) = 250 \text{ cm}^2$ bulunur.

47. $|BK| = |KL|$ olmak üzere $KH \perp AF$ çizelim.



EBCF yamuğunda [KH] orta taban olduğundan

$|KH| = \dfrac{|EB| + |FC|}{2} = \dfrac{10+6}{2} = 8$ cm olur.

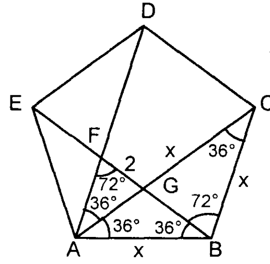
$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{DAK})$

$\Rightarrow \quad A(ABCD) = 2 \cdot \dfrac{|AD| \cdot |HK|}{2} = 10 \cdot 8$

$\Rightarrow \quad A(ABCD) = 80 \text{ cm}^2$ bulunur.

48. $|AB| = x$ dersek

FAB ikizkenar üçgeninde,



$|AB| = |BF|$

$\Rightarrow \quad x = 2 + |GB|$

$\Rightarrow \quad |GB| = x - 2$;

GAB ikizkenar üçgeninde

$|GA| = |GB| = x - 2$ ve buradan

$|AC| = 2x - 2$ olur.

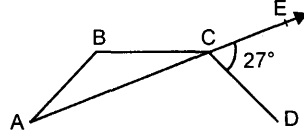
$\overset{\triangle}{GAB} \sim \overset{\triangle}{BAC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \quad \dfrac{|GA|}{|BA|} = \dfrac{|AB|}{|AC|}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{x-2}{x} = \dfrac{x}{2x-2} \quad \Rightarrow \quad x^2 - 6x + 4 = 0$

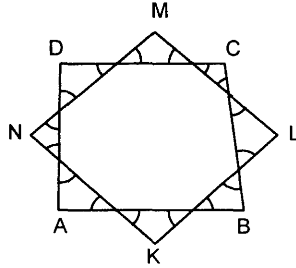
$\Rightarrow \quad x = 3 + \sqrt{5}$ cm bulunur.

1. A, B, C, D bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. A, C, E noktaları doğrusal ve $m(\widehat{DCE}) = 27°$ ise bu çokgen kaç kenarlıdır?



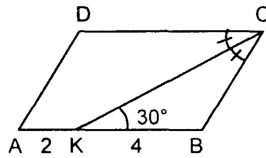
A) 20 B) 24 C) 30 D) 36 E) 40

2. ABCD ve KLMN dörtgenlerinin kesişmesiyle oluşan, şekilde işaretlenmiş açıların toplamı kaç derecedir?



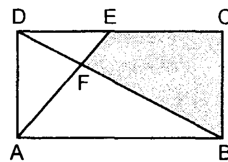
A) 360 B) 450 C) 540 D) 630 E) 720

3. ABCD paralelkenarında [CK] açıortaydır. $|AK| = 2$ cm, $|KB| = 4$ cm ve $m(\widehat{BKC}) = 30°$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



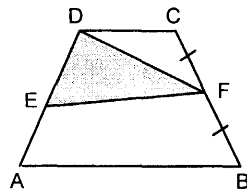
A) 24 B) $6\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) 12 E) $12\sqrt{3}$

4. ABCD dikdörtgeninde $E \in [DC]$, $[BD] \cap [AE] = \{F\}$ ve $|BF| = 2|DF|$ dir. $A(ABCD) = 96$ cm^2 ise A(BCEF) kaç cm^2 dir?



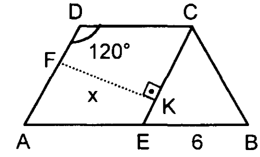
A) 8 B) 16 C) 32 D) 40 E) 42

5. ABCD yamuğunda $3|AE| = 2|ED|$ ve $|BF| = |FC|$ dir. $A(\overset{\triangle}{DEF}) = 9$ cm^2 ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



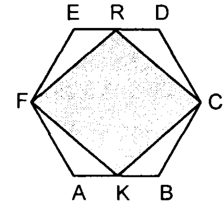
A) 21 B) 24 C) 30 D) 36 E) 39

6. ABCD ikizkenar yamuk, AECD eşkenar dörtgendir. $FK \perp EC$, $|EB| = 6$ cm ve $m(\widehat{ADC}) = 120°$ ise $|FK| = x$ kaç cm dir?



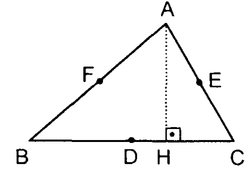
A) 3 B) 4 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

7. ABCDEF düzgün altıgeninde $K \in [AB]$ ve $R \in [DE]$ dir. $|AB| = 4$ cm ise A(FKCR) kaç cm^2 dir?



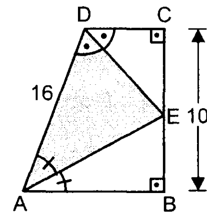
A) $12\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$
D) $20\sqrt{3}$ E) $21\sqrt{3}$

8. ABC üçgeninde D, E, F kenarların orta noktaları, H yükseklik ayağıdır. D, H, E, F noktaları hangi dörtgenin köşeleridir?



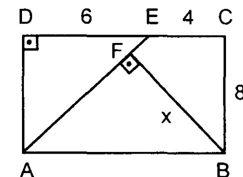
A) Yamuk
B) Herhangi bir dörtgen
C) İkizkenar yamuk
D) Paralelkenar
E) Teğetler dörtgeni

9. ☑ ABCD dik yamuğunda [AE] ve [DE] açıortaydır. $|BC| = 10$ cm ve $|AD| = 16$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ADE})$ kaç cm^2 dir?



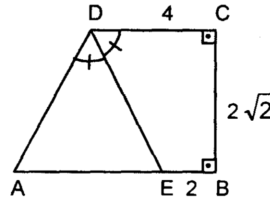
A) 36 B) 40 C) 48 D) 52 E) 60

10. ABCD dikdörtgeninde $AE \perp BF$ dir. $|DE| = 6$ cm, $|EC| = 4$ cm ve $|BC| = 8$ cm ise $|BF| = x$ kaç cm dir?



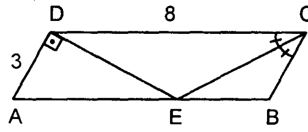
A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

11. ABCD dik yamuğunda [DE] açıortaydır.
$|EB| = 2$ cm,
$|BC| = 2\sqrt{2}$ cm ve
$|DC| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



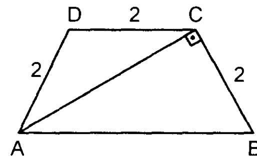
A) $8\sqrt{2}$ B) $9\sqrt{2}$ C) $10\sqrt{2}$
D) $11\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{2}$

12. ABCD paralelkenarında [CE] açıortay ve DE ⊥ AD dir.
$|AD| = 3$ cm ve
$|CD| = 8$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



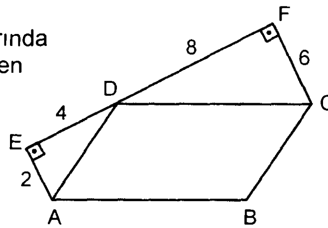
A) 14,4 B) 16,8 C) 19,2 D) 21,6 E) 24

13. ABCD yamuğunda
$|AD| = |DC| = |CB| = 2$ cm
ve AC ⊥ BC ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



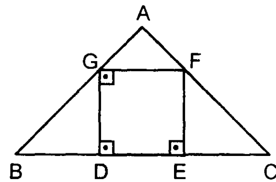
A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{3}$

14. ABCD paralelkenarında [AE] ve [CF] D den geçen EF ye diktir.
$|AE| = 2$ cm,
$|ED| = 4$ cm,
$|DF| = 8$ cm ve
$|FC| = 6$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



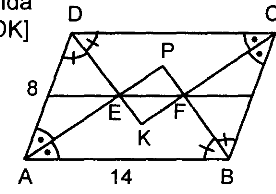
A) 36 B) 40 C) 48 D) 60 E) 64

15. ABC ikizkenar üçgeninin içine DEFG karesi şekildeki gibi yerleştirilmiştir.
$|AB| = |AC| = 10$ cm
ve $|BC| = 12$ cm ise
karenin bir kenarı kaç cm dir?



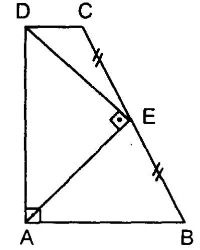
A) 4,2 B) 4,8 C) 5,4 D) 6 E) 6,4

16. ABCD paralelkenarında [AP], [BP], [CK] ve [DK] açıortaydır.
$|AB| = 14$ cm ve
$|AD| = 8$ cm ise
$|EF|$ kaç cm dir?



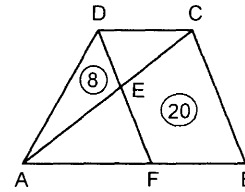
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

17. ABCD dik yamuğunda
$|BE| = |EC|$,
AE ⊥ ED,
$|AB| = 3|CD|$ ve
$|BC| = 8\sqrt{5}$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



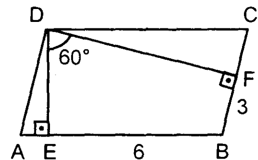
A) 72 B) 88 C) 96 D) 112 E) 128

18. ABCD yamuğunda
☑ AB // DC ve
BC // DF dir.
$A(\overset{\triangle}{ADE}) = 8$ cm² ve
A(FBCE) = 20 cm²
ise A(ABCD) kaç cm² dir?



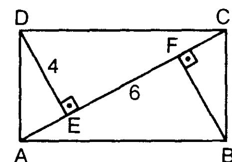
A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 56

19. ABCD paralelkenarında, [DE] ve [DF] yükseklikleri arasındaki açı 60° dir.
☑ $|EB| = 6$ cm ve
$|BF| = 3$ cm olduğuna göre paralelkenarın çevresi kaç cm dir?



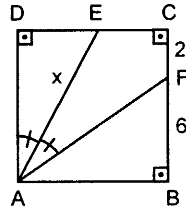
A) 27 B) 30 C) 36 D) 45 E) 54

20. ABCD dikdörtgendir.
DE ⊥ AC, BF ⊥ AC,
$|DE| = 4$ cm ve
$|EF| = 6$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



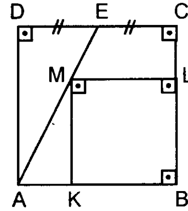
A) 32 B) 36 C) 40 D) 48 E) 56

21. ABCD karesinde
$\widehat{DAE} \cong \widehat{EAF}$ dir.
$|BF| = 6$ cm ve
$|FC| = 2$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



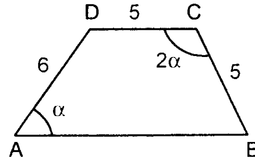
A) $6\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{5}$ C) 9 D) $4\sqrt{6}$ E) 10

22. ABCD ve KBLM
☑ birer karedir.
$|DE| = |EC|$,
$M \in [AE]$ ve
$A(ABCD) = 45$ cm^2
İse A(KBLM) kaç cm^2 dir?



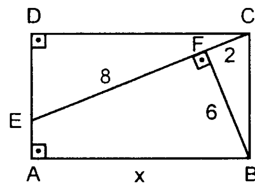
A) 20 B) 24 C) 25 D) 30 E) 36

23. ABCD yamuğunda
☑ $m(\hat{C}) = 2m(\hat{A})$ dır.
$|AD| = 6$ cm,
$|DC| = 5$ cm ve
$|BC| = 5$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



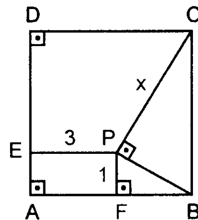
A) 30 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

24. ABCD dikdörtgen
☑ ve $BF \perp CE$ dir.
$|EF| = 8$ cm,
$|FC| = 2$ cm ve
$|BF| = 6$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



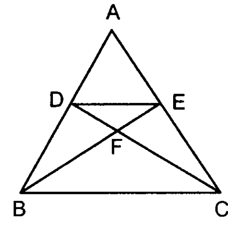
A) $3\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{6}$ C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) $3\sqrt{10}$

25. ABCD kare ve
☑ AFPE dikdörtgendir.
$PB \perp PC$,
$|PE| = 3$ cm ve
$|PF| = 1$ cm ise
$|PC| = x$ kaç cm dir?



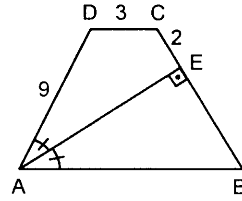
A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{3}$

26. ABC üçgeninde
$E \in [AC]$, $D \in [AB]$ ve
$[BE] \cap [CD] = \{F\}$ dir.
$A(\overset{\triangle}{ADE}) = 8$ cm^2,
$A(\overset{\triangle}{DFE}) = 4$ cm^2 ve
$A(\overset{\triangle}{DBF}) = 6$ cm^2 ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



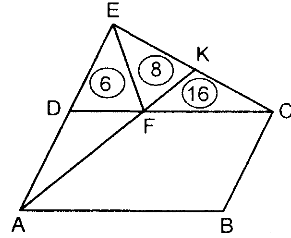
A) 70 B) 84 C) 90 D) 96 E) 100

27. ABCD yamuğunda
☑ [AE] açıortay ve
$AE \perp BC$ dir.
$|AD| = 9$ cm,
$|DC| = 3$ cm ve
$|CE| = 2$ cm ise
yamuğun çevresi kaç cm dir?



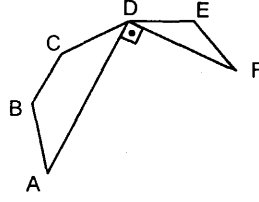
A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

28. ABCD paralelkenar,
☑ $E \in [AD$, $F \in [DC]$
ve $EC \cap AF = \{K\}$ dır.
$A(\overset{\triangle}{EDF}) = 6$ cm^2,
$A(\overset{\triangle}{EFK}) = 8$ cm^2 ve
$A(\overset{\triangle}{KFC}) = 16$ cm^2 ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



A) 60 B) 72 C) 78 D) 84 E) 90

1. $m(\widehat{ADF}) = 90°$ olduğuna göre ardışık köşeleri A, B, C, D, E, F olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

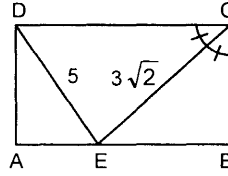


A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. Bir onikigenin iç açılarından en az kaç tanesi geniş açıdır?

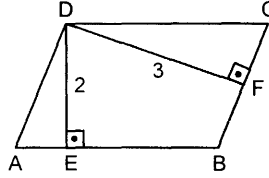
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. ABCD dikdörtgeninde [CE] açıortaydır. $|DE| = 5$ cm ve $|CE| = 3\sqrt{2}$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



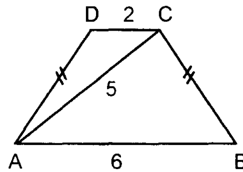
A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21

4. ABCD paralelkenarında DE ⊥ AB ve DF ⊥ BC dir. $|AB| + |BC| = 10$ cm, $|DE| = 2$ cm ve $|DF| = 3$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



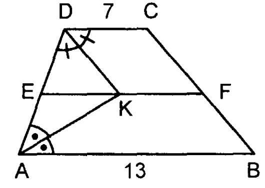
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

5. ABCD ikizkenar yamuğunda AB // CD ve $|AD| = |BC|$ dir. $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 5$ cm ve $|DC| = 2$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



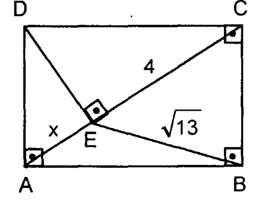
A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

6. ABCD yamuğunda [AK] ve [DK] açıortay, DKFC paralelkenardır. $|DC| = 7$ cm ve $|AB| = 13$ cm ise $|AD|$ kaç cm dir?



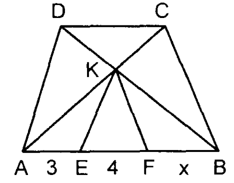
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. ABCD dikdörtgeninde DE ⊥ AC, $|EC| = 4$ cm, $|BE| = \sqrt{13}$ cm ve $|BC| = x$ cm ise x aşağıdakilerden hangisi olabilir?



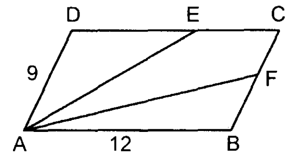
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

8. ABCD yamuğunda $[AC] \cap [BD] = \{K\}$, KE // AD ve KF // BC dir. $|AE| = 3$ cm ve $|EF| = 4$ cm olduğuna göre $|FB| = x$ kaç cm dir?



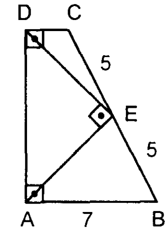
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. ABCD paralelkenarını [AE] ile [AF] üç eşit alana ayırmaktadır. $|AB| = 12$ cm ve $|AD| = 9$ cm ise $\frac{|EC|}{|FC|}$ oranı nedir?



A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

10. ☑ ABCD dik yamuğunda AE ⊥ DE, $|AB| = 7$ cm ve $|BE| = |EC| = 5$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



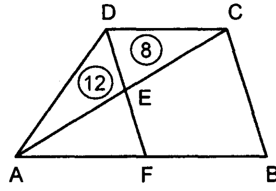
A) 32 B) 36 C) 42 D) 48 E) 56

11. ABCD yamuğunda AB // DC ve BC // DF dir.

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = 12$ cm² ve

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = 8$ cm²

ise A(ABCD) kaç cm² dir?



A) 60 B) 64 C) 70 D) 72 E) 84

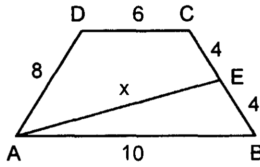
12. ABCD ikizkenar yamuğunda

$|AB| = 10$ cm,

$|BE| = |EC| = 4$ cm

ve $|CD| = 6$ cm

ise $|AE| = x$ kaç cm dir?



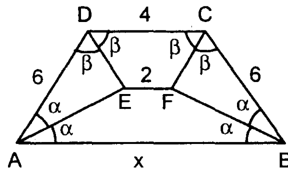
A) $4\sqrt{3}$ B) 7 C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) $4\sqrt{6}$

13. ABCD ikizkenar yamuğunda iç açıortaylar E ve F de kesişiyor.

$|DC| = 4$ cm,

$|AD| = 6$ cm ve

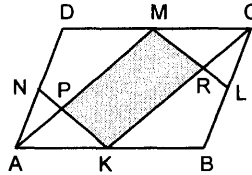
$|EF| = 2$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 18

14. ABCD paralelkenarında K, L, M, N kenarların orta noktalarıdır.

A(PKRM) = 12 cm² ise A(ABCD) kaç cm² dir?



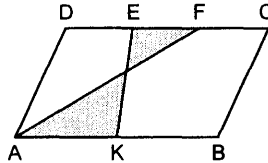
A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 54

15. ABCD paralelkenar,

☑ $|DE| = |EF| = |FC|$,

$|AK| = |KB|$ ve taralı alanlar toplamı 26 cm²

ise A(ABCD) kaç cm² dir?



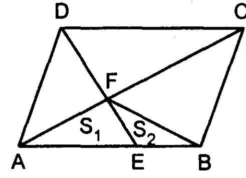
A) 78 B) 91 C) 114 D) 120 E) 130

16. ABCD paralelkenarında $[AC] \cap [DE] = \{F\}$ dir.

$A(\overset{\triangle}{AEF}) = S_1 = 12$ cm²

ve $A(\overset{\triangle}{BEF}) = S_2 = 6$ cm²

ise (ABCD) kaç cm² dir?



A) 72 B) 78 C) 84 D) 90 E) 96

17. ABCD dikdörtgen,

E ∈ [DC ve

F ∈ [BC dir.

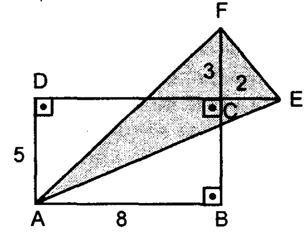
$|AB| = 8$ cm,

$|AD| = 5$ cm,

$|CE| = 2$ cm ve

$|CF| = 3$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{AEF})$ kaç cm² dir?



A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 25

18. ABCD karesinde

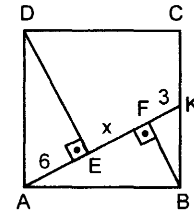
DE ⊥ AK ve

BF ⊥ AK dır.

$|AE| = 6$ cm ve

$|FK| = 3$ cm ise

$|EF| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

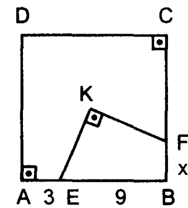
19. ABCD karesinde K köşegenlerin kesim noktasıdır.

EK ⊥ FK,

$|AE| = 3$ cm ve

$|EB| = 9$ cm ise

$|BF| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

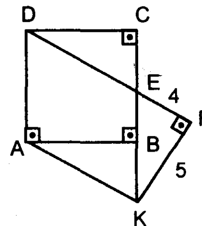
20. Şekilde ABCD karedir.

AK // DF, DF ⊥ FK,

$|FK| = 5$ cm ve

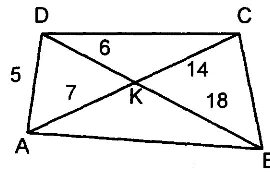
$|EF| = 4$ cm ise

A(AKFD) kaç cm² dir?



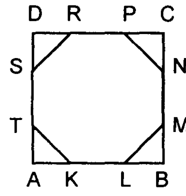
A) 29 B) 39 C) 41 D) 51 E) 61

21. ABCD dörtgeninin köşegenleri K da kesişmektedir. Şekilde verilenlere göre A(ABCD) kaç birimkaredir?



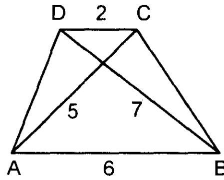
A) $64\sqrt{6}$ B) $72\sqrt{6}$ C) $78\sqrt{6}$
D) $84\sqrt{6}$ E) 252

22. ABCD kare ve KLMNPRST düzgün sekizgendir. Karenin bir kenarı 3 cm ise sekizgenin bir kenarı kaç cm dir?



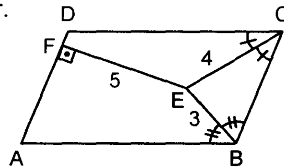
A) $3(\sqrt{2}-1)$ B) $2(\sqrt{2}+1)$ C) $\sqrt{3}$
D) 1 E) $\frac{1}{2}$

23. ABCD yamuğunda
☑ $|AB| = 6$ cm,
$|BD| = 7$ cm,
$|AC| = 5$ cm ve
$|DC| = 2$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



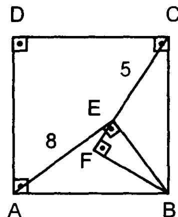
A) $8\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $10\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{6}$ E) $6\sqrt{6}$

24. ABCD paralelkenarında
☑ [BE ve [CE açıortaydır.
EF ⊥ AD,
$|BE| = 3$ cm,
$|CE| = 4$ cm ve
$|EF| = 5$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



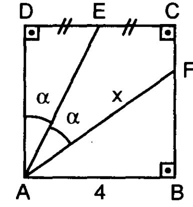
A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

25. ABCD karesinde
☑ AE ⊥ BE ve CF ⊥ BF dir.
$|AE| = 8$ cm ve
$|EC| = 5$ cm ise
$|EF|$ kaç cm dir?



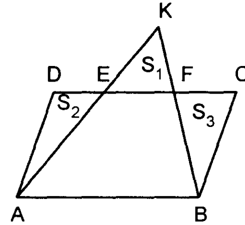
A) 3 B) 3,3 C) 3,6 D) 3,9 E) 4

26. ABCD karesinin
☑ bir kenarı 4 cm dir.
$\widehat{DAE} \cong \widehat{EAF}$ ve
$|DE| = |EC|$ ise
$|AF| = x$ kaç cm dir?



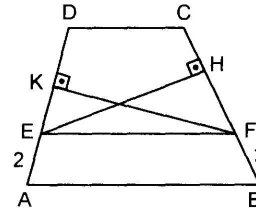
A) $\frac{40}{9}$ B) 5 C) 6 D) $\frac{20}{3}$ E) $3\sqrt{2}$

27. ABCD paralelkenardır.
☑ $A(\overset{\triangle}{KEF}) = S_1 = 16$ cm²,
$A(\overset{\triangle}{ADE}) = S_2$,
$A(\overset{\triangle}{BCF}) = S_3$ ve
$S_2 + S_3 = 36$ cm² ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



A) 92 B) 100 C) 108 D) 120 E) 132

28. ABCD yamuğunda
☑ AB // EF // CD,
EH ⊥ BC ve
FK ⊥ AD dir.
$|AE| = 2$ cm,
$|BF| = 3$ cm ve
$|EH| = 6$ cm ise
$|FK|$ kaç cm dir?

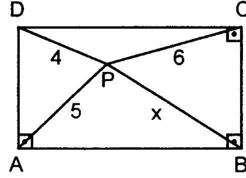


A) 4 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

1. Kenar sayısı ile köşegen sayısı toplamı 36 olan düzgün çokgenin bir dış açısı kaç derecedir?

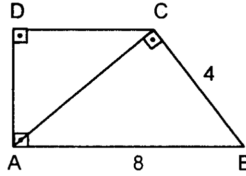
A) 24 B) 30 C) 36 D) 40 E) 45

2. Şekilde ABCD dikdörtgeninin içindeki P noktasının üç köşeye uzaklıkları verilmiştir.
$|PB| = x$ kaç birimdir?



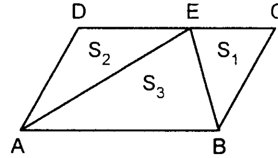
A) $3\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

3. ABCD dik yamuğunda
$AC \perp BC$,
$|AB| = 8$ cm ve
$|BC| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



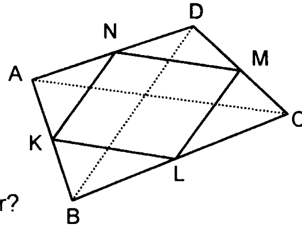
A) $12\sqrt{3}$ B) 16 C) $14\sqrt{3}$ D) 18 E) $16\sqrt{3}$

4. ABCD paralelkenarında S_1, S_2 ve S_3, içinde bulundukları bölgelerin alanlarıdır.
$\frac{S_1}{S_3} = \frac{4}{9}$ ise
$\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?



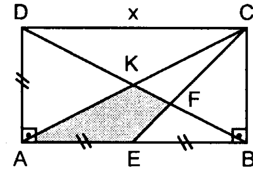
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{9}$

5. ABCD dörtgeninde K, L, M, N, ait oldukları kenarların orta noktalarıdır.
$|AC| + |BD| = 15$ cm
ise, KLMN dörtgeninin çevresi kaç cm dir?



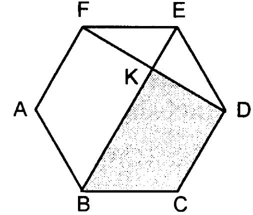
A) 15 B) 18 C) 20 D) 30 E) 32

6. ABCD dikdörtgeninde
$|AD| = |AE| = |EB|$,
$[AC] \cap [BD] = \{K\}$ ve
$[CE] \cap [BD] = \{F\}$ dir.
A(AEFK) = 12 cm²
ise $|DC| = x$ kaç cm dir?



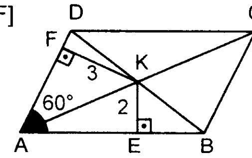
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

7. ABCDEF düzgün altıgeninde
$[BE] \cap [DF] = \{K\}$ dır.
Altıgenin alanı 96 cm²
ise taralı alan kaç cm²
cm² dir?



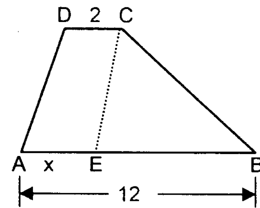
A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 45

8. ABCD paralelkenarının köşegenlerinin K kesim noktasından, [AB] ve [AD] kenarlarına [KE] ve [KF] dikmeleri çizilmiştir.
$|KE| = 2$ cm,
$|KF| = 3$ cm ve
$m(\widehat{BAD}) = 60°$ ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



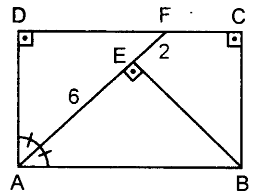
A) $12\sqrt{3}$ B) 24 C) $16\sqrt{3}$ D) 36 E) $24\sqrt{3}$

9. [CE], ABCD yamuğunu eşit alanlı iki parçaya ayırmaktadır.
$|AB| = 12$ cm ve
$|CD| = 2$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



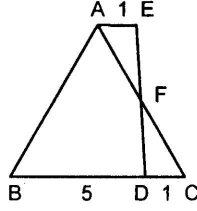
A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

10. ABCD dikdörtgeninde
[AF açıortay ve
$BE \perp AF$ dir.
$|AE| = 6$ cm ve
$|EF| = 2$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



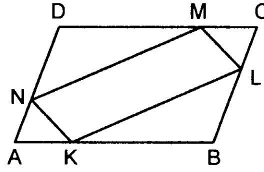
A) 42 B) 48 C) 54 D) 60 E) 64

11. ABC eşkenar üçgen, BDEA yamuktur.
$|BD| = 5$ cm ve
$|DC| = |AE| = 1$ cm
olduğuna göre
$|DE|$ kaç cm dir?



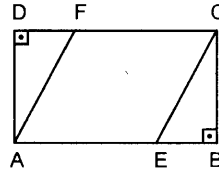
A) 5 B) $2\sqrt{7}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $2\sqrt{13}$

12. ABCD ve KLMN paralelkenardır.
$|AB| = 4|AK|$ ve
$|AD| = 3|AN|$ ise
KLMN nin alanının ABCD nin alanına oranı nedir?



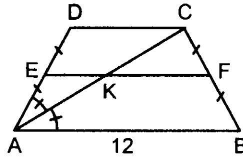
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{12}$

13. ABCD dikdörtgen ve AECF eşkenar dörtgendir.
A(ABCD) = 36 cm^2 ve
A(AECF) = 24 cm^2 ise
eşkenar dörtgenin bir kenarı kaç cm dir?



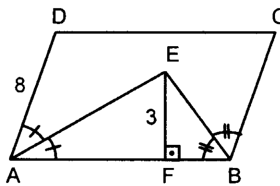
A) $3 \cdot \sqrt[4]{2}$ B) $3 \cdot \sqrt[4]{3}$ C) $3 \cdot \sqrt[4]{6}$
D) $4 \cdot \sqrt[4]{2}$ E) $4 \cdot \sqrt[4]{3}$

14. ABCD ikizkenar yamuk, [EF] ortataban ve [AC], A açısının açıortayıdır.
$3|EK| = 2|KF|$ ve
$|AB| = 12$ cm ise
ABCD yamuğunun çevresi kaç cm dir?



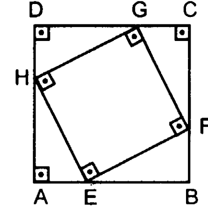
A) 32 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

15. ABCD paralelkenarında [AE ve [BE açıortaydır.
EF ⊥ AB,
$|AD| = 8$ cm ve
$|EF| = 3$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



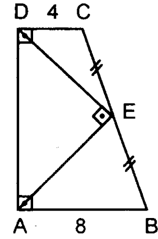
A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

16. ABCD karesinin içine EFGH karesi şekildeki gibi yerleştirilmiştir.
$|EB| = 3|AE|$ ise
karelerin alanlarının oranı nedir?



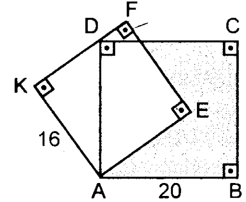
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

17. ABCD dik yamuğunda
$|BE| = |EC|$ ve
AE ⊥ DE dir.
$|AB| = 8$ cm ve
$|CD| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



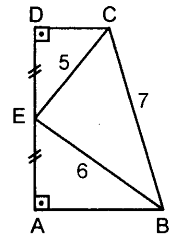
A) 64 B) 72 C) 96 D) 108 E) 120

18. Şekilde ABCD ve AEFK dörtgenleri birer karedir.
$|AB| = 20$ cm ve
$|AK| = 16$ cm
olduğuna göre
taralı alan kaç cm^2 dir?



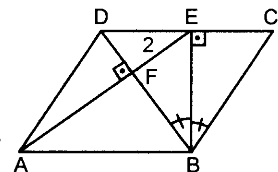
A) 226 B) 234 C) 246 D) 258 E) 272

19. ABCD dik yamuğunda
$|DE| = |EA|$ dır.
$|BC| = 7$ cm,
$|BE| = 6$ cm ve
$|CE| = 5$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



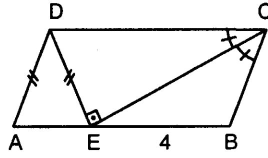
A) $6\sqrt{6}$ B) $8\sqrt{6}$ C) $9\sqrt{6}$ D) $10\sqrt{6}$ E) $12\sqrt{6}$

20. ABCD paralelkenar,
☑ $\widehat{DBE} \cong \widehat{EBC}$,
BE ⊥ DC, AE ⊥ BD
ve $|EF| = 2$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



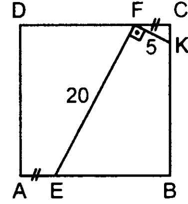
A) 12 B) $12\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{3}$ D) 16 E) $16\sqrt{3}$

21. ABCD paralelkenarında
☑ [CE] açıortay, DE ⊥ CE
ve |AD| = |DE| dir.
|EB| = 4 cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



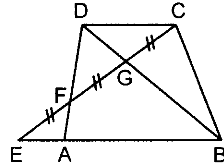
A) $12\sqrt{3}$ B) 18 C) $16\sqrt{3}$ D) 24 E) $20\sqrt{3}$

22. ABCD karesinde
|AE| = |FC| ve
EF ⊥ FK dır.
|EF| = 20 cm ve
|FK| = 5 cm ise
karenin bir kenarı
kaç cm dir?



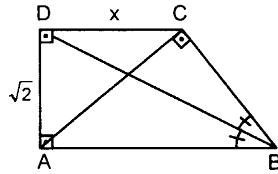
A) $5\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{5}$ C) $8\sqrt{5}$ D) $9\sqrt{5}$ E) $10\sqrt{5}$

23. ABCD yamuk,
☑ [BA ∩ [CF = {E},
|EF| = |FG| = |GC|
ve AB // CD dir.
ABCD yamuğunun
alanı FEA üçgeninin alanının kaç katıdır?



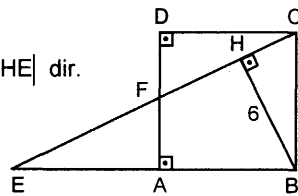
A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

24. ABCD dik yamuğunda
[BD] açıortaydır.
AC ⊥ BC ve
|AD| = $\sqrt{2}$ cm ise
|DC| = x kaç cm dir?



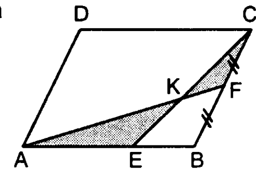
A) $\sqrt{3}$ B) $1+\sqrt{3}$ C) $\sqrt{1+\sqrt{3}}$
D) $1+\sqrt{5}$ E) $\sqrt{1+\sqrt{5}}$

25. ABCD kare,
☑ E ∈ [BA ,
BH ⊥ CE ve |CH| < |HE| dir.
|BH| = 6 cm ve
|CE| = 20 cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



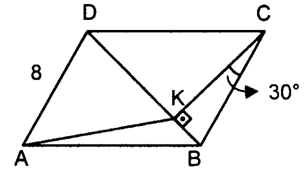
A) 37 B) 40 C) 45 D) 52 E) 60

26. ABCD paralelkenarında
☑ |AE| = 2|EB| ve
|BF| = |FC| dir.
Taralı alanlar toplamı 22 cm² ise A(ABCD) kaç cm² dir?



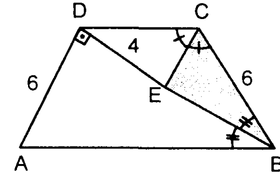
A) 99 B) 110 C) 120 D) 132 E) 140

27. ABCD paralelkenarının içine, şekilde görüldüğü gibi DAK eşkenar üçgeni ve KBC dik üçgeni çizilmiştir.
☑ m($\widehat{BCK}$) = 30° ve
|AD| = 8 cm ise
A($\overset{\triangle}{KCD}$) kaç cm² dir?



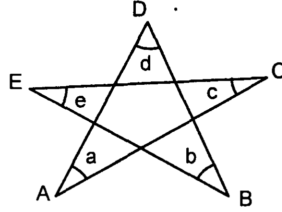
A) 16 B) $12\sqrt{3}$ C) 18 D) $16\sqrt{3}$ E) 24

28. ABCD ikizkenar
☑ yamuğunda [BE ve [CE açıortaydır.
ED ⊥ AD,
|AD| = |BC| = 6 cm
ve |DE| = 4 cm ise
A($\overset{\triangle}{BEC}$) kaç cm² dir?



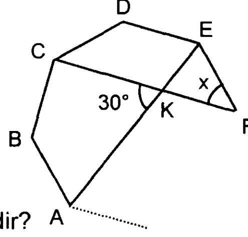
A) 7,2 B) 8,4 C) 9,6 D) 10,8 E) 12

1. ABCDE yıldızı, bir beşgenin kenarlarının uzatılmasıyla elde edilmiştir. a+b+c+d+e toplamı kaç derecedir?



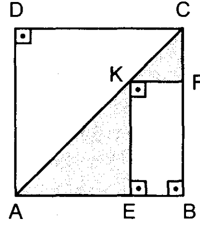
A) 180 B) 270 C) 360 D) 450 E) 540

2. A, B, C, D, E, F noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. $[AE] \cap [CF] = \{K\}$ ve $m(\widehat{AKC}) = 30°$ ise $m(\widehat{KFE}) = x$ kaç derecedir?



A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

3. ABCD kare, $K \in [AC]$ ve EBFK dikdörtgendir. $|AK| = 3|KC|$ ve taralı alanların toplamı 20 cm^2 ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?

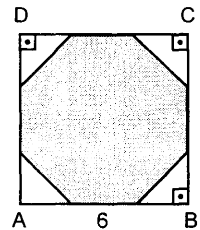


A) 60 B) 64 C) 72 D) 80 E) 84

4. Uzunluğu x metre olan bir tel bükülerek bir düzgün altıgen yapılıyor. Eğer aynı tel bükülerek bir eşkenar üçgen yapılsaydı, altıgenin alanının eşkenar üçgenin alanına oranı ne olurdu?

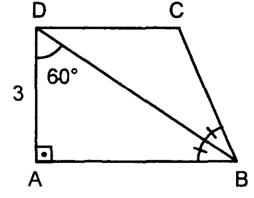
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

5. Bir kenarı 6 birim olan ABCD karesinin köşelerinden eş ikizkenar üçgenler kesilip atılıyor. Geriye kalan sekizgenin alanı, karenin alanının $\frac{2}{3}$ ü ise kesilen dik üçgenlerin hipotenüsleri kaç birimdir?



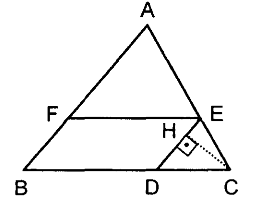
A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

6. ABCD dik yamuğunda [BD] açıortaydır. $m(\widehat{ADB}) = 60°$ ve $|AD| = 3$ cm ise ABCD yamuğunun çevresi kaç cm dir?



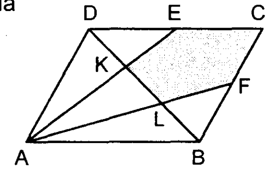
A) $3 + 7\sqrt{3}$ B) $6 + 5\sqrt{3}$ C) $7+3\sqrt{3}$
D) 15 E) 18

7. BDEF paralelkenar, $|BA| = |BC|$, $|FA| = 12$ cm ve $|CH| = 3$ cm ise A(BDEF) kaç cm^2 dir?



A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

8. ABCD paralelkenarında $|BF| = |FC|$ ve $|DE| = |EC|$ dir. Taralı alan 18 cm^2 ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?

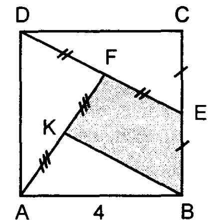


A) 40 B) 44 C) 48 D) 54 E) 60

9. Bir kenar uzunluğu 10 cm ve yüksekliği 8 cm olan eşkenar dörtgenin büyük köşegeninin uzunluğu kaç cm dir?

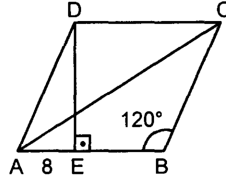
A) $6\sqrt{5}$ B) 16 C) $8\sqrt{5}$ D) 18 E) $9\sqrt{5}$

10. ABCD bir kare ve E, F, K ait oldukları kenarların orta noktalarıdır. $|AB| = 4$ cm ise taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



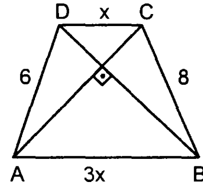
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

11. ABCD eşkenar dörtgen
DE ⊥ AB,
$|AE| = 8$ cm ve
$m(\widehat{ABC}) = 120°$
ise $|AC|$ kaç cm dir?



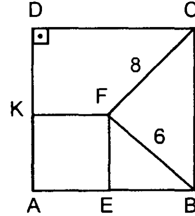
A) $4\sqrt{3}$ B) 8 C) $8\sqrt{3}$ D) 16 E) $16\sqrt{3}$

12. ABCD yamuğunun köşegenleri birbirine diktir. $|AD| = 6$ cm,
$|BC| = 8$ cm ve
$|AB| = 3x$ cm ise
$|CD| = x$ kaç cm dir?



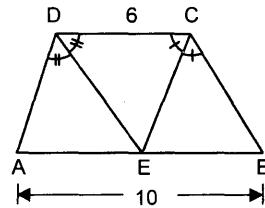
A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{6}$

13. ABCD ve AEFK birer karedir.
$|BF| = 6$ cm ve
$|FC| = 8$ cm ise
küçük karenin bir kenarı kaç cm dir?



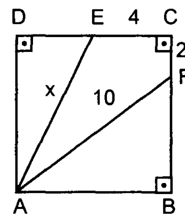
A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) 4

14. ABCD yamuğunda
[CE] ve [DE] açıortay,
E ∈ [AB] dir.
AB // CD,
$|AB| = 10$ cm ve
$|CD| = 6$ cm ise
yamuğun çevresi kaç cm dir?



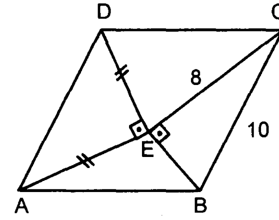
A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

15. ABCD karedir.
$|AF| = 10$ cm,
$|FC| = 2$ cm ve
$|EC| = 4$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?



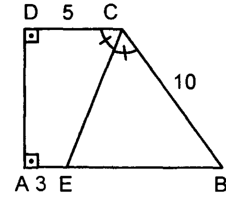
A) $6\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{5}$ C) 9 D) $4\sqrt{6}$ E) 10

16. ABCD paralelkenar
☑ BE ⊥ EC,
AE ⊥ ED ve
$|AE| = |ED|$ dir.
$|BC| = 10$ cm ve
$|EC| = 8$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{DEC})$ kaç cm^2 dir?



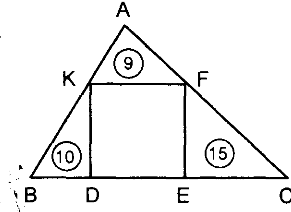
A) 24 B) $16\sqrt{3}$ C) 28 D) $20\sqrt{2}$ E) 32

17. ABCD dik yamuğunda
[CE] açıortay,
$|AE| = 3$ cm,
$|BC| = 10$ cm ve
$|CD| = 5$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



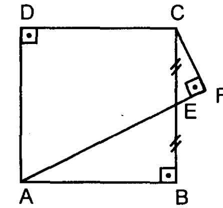
A) 42 B) 48 C) 54 D) 60 E) 64

18. DEFK karesi ABC üçgeni içine şekildeki gibi yerleştirilmiştir.
$A(\overset{\triangle}{AKF}) = 9$ cm^2,
$A(\overset{\triangle}{KBD}) = 10$ cm^2 ve
$A(\overset{\triangle}{FEC}) = 15$ cm^2 ise
karenin bir kenarı kaç cm dir?



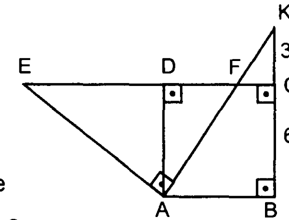
A) $\sqrt{15}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 5 D) $\sqrt{30}$ E) $2\sqrt{10}$

19. ABCD karesinde
$|BE| = |EC|$ ve
AF ⊥ CF ise
$\frac{|AE|}{|EF|}$ oranı nedir?



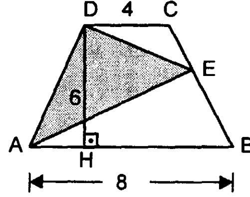
A) 3 B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) 6

20. ABCD kare,
☑ K ∈ [BC ,
E ∈ [CD ve
EA ⊥ AK dır.
$|BC| = 6$ cm ve
$|KC| = 3$ cm ise
$|EC|$ kaç cm dir?



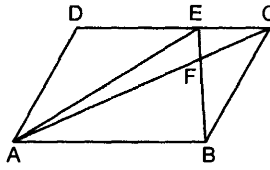
A) 13 B) 15 C) 16 D) 18 E) 21

21. ABCD yamuğunun tabanları, $|AB| = 8$ cm, $|CD| = 4$ cm ve yüksekliği 6 cm dir. $|BE| = 3|EC|$ ise $A(\overset{\triangle}{ADE})$ kaç cm² dir?



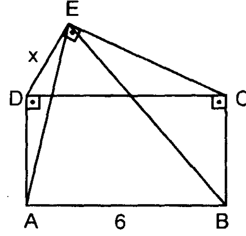
A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

22. ABCD paralelkenarında [AC] bir köşegen ve E ∈ [CD] dir. $A(\overset{\triangle}{ABE}) = 60$ cm² ve $A(\overset{\triangle}{ADE}) = 40$ cm² ise $A(\overset{\triangle}{ABF})$ kaç cm² dir?



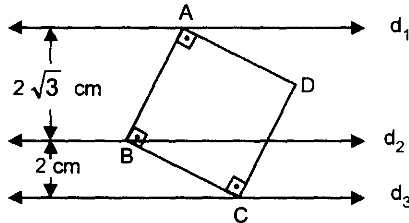
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

23. ABCD dikdörtgen ve
☑ DE ⊥ CE dir. $|EA| = 7$ cm, $|AB| = 6$ cm ve $|EB| = 9$ cm ise $|DE| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

24.

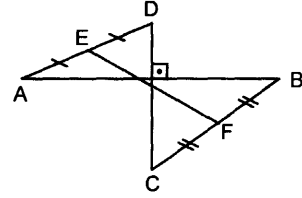


ABCD karesinin A, B ve C köşelerinden birbirine paralel d_1, d_2 ve d_3 doğruları çizilmiştir.

d_1 ve d_2 arasındaki uzaklık $2\sqrt{3}$ cm, d_2 ve d_3 arasındaki uzaklık 2 cm olduğuna göre karenin alanı kaç cm² dir?

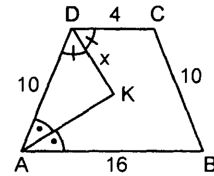
A) 16 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

25. Şekilde
☑ AB ⊥ CD, [AD] nin ortası E ve [BC] nin ortası F dir. $|AB| = 8$ cm ve $|CD| = 4$ cm ise $|EF|$ kaç cm dir?



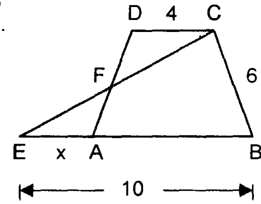
A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) 6

26. ABCD ikizkenar yamuğunda
☑ [AK ve [DK açıortaydır. $|AD| = |BC| = 10$ cm, $|AB| = 16$ cm ve $|DC| = 4$ cm ise $|DK| = x$ kaç cm dir?



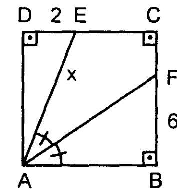
A) $\sqrt{10}$ B) 4 C) $2\sqrt{5}$ D) 6 E) $2\sqrt{10}$

27. ABCD ikizkenar yamuk,
☑ EBC ikizkenar üçgendir. $|EB| = |EC| = 10$ cm, $|BC| = |AD| = 6$ cm ve $|DC| = 4$ cm ise $|EA| = x$ kaç cm dir?



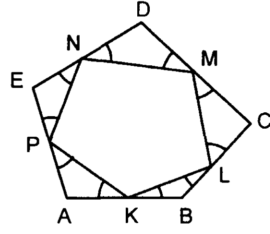
A) 1 B) 1,8 C) 2,4 D) 2,8 E) 3,2

28. ABCD karesinde
☑ [AF], BAE açısının açıortayıdır. $|BF| = 6$ cm ve $|DE| = 2$ cm ise $|AE| = x$ kaç cm dir?



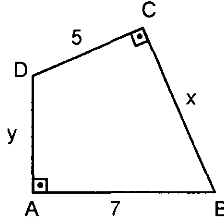
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

1. KLMNP beşgeninin köşeleri ABCDE beşgeninin kenarları üzerindedir. Buna göre işaretli açıların ölçüleri toplamı kaç derecedir?



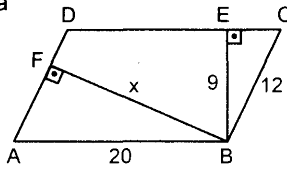
A) 180 B) 270 C) 360 D) 450 E) 540

2. ABCD dörtgeninde
AB ⊥ AD,
BC ⊥ CD dir.
$|AB| = 7$ cm,
$|CD| = 5$ cm ve
$x + y = 6$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



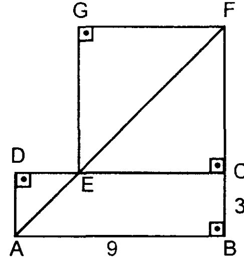
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. ABCD paralelkenarında
BF ⊥ AD,
BE ⊥ CD dir.
$|AB| = 20$ cm,
$|BC| = 12$ cm ve
$|BE| = 9$ cm ise $|BF| = x$ kaç cm dir?



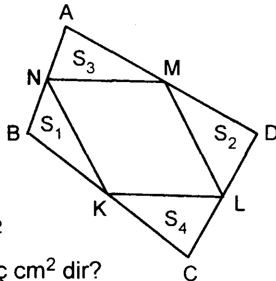
A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

4. ABCD dikdörtgen,
ECFG kare ve
A, E, F noktaları doğrusaldır.
$|AB| = 9$ cm ve
$|BC| = 3$ cm ise
A(ECFG) kaç cm^2 dir?



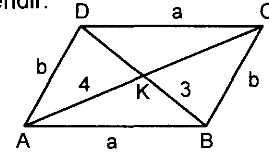
A) 27 B) 36 C) 42 D) 49 E) 64

5. Şekilde K, L, M, N noktaları, ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktaları ve S_1, S_2, S_3, S_4 içine yazıldıkları bölgelerin alanlarıdır.
$S_1 = 10$ cm^2, $S_2 = 16$ cm^2
ve $S_3 = 9$ cm^2 ise S_4 kaç cm^2 dir?



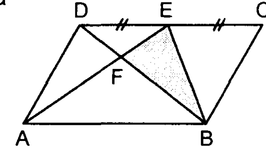
A) 14 B) 15 C) 17 D) 19 E) 20

6. ABCD paralelkenarında [AC] ve [BD] köşegendir.
$|AK| = 4$ cm,
$|KB| = 3$ cm,
$|AB| = a$ cm ve
$|BC| = b$ cm ise
$a^2 + b^2$ kaç cm^2 dir?



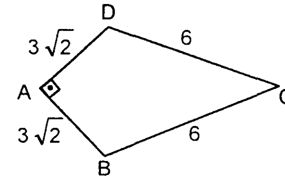
A) 25 B) 40 C) 50 D) 60 E) 100

7. ABCD paralelkenarında
$|DE| = |EC|$ ve
$[AE] \cap [BD] = \{F\}$ dir.
$A(ABCD) = 36$ cm^2 ise
$A(\overset{\triangle}{BEF})$ kaç cm^2 dir?



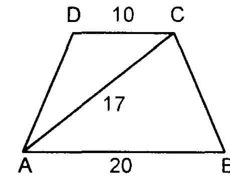
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

8. Şekildeki verilere göre deltoitin uzun köşegeninin uzunluğunun, kısa köşegeninin uzunluğuna oranı nedir?



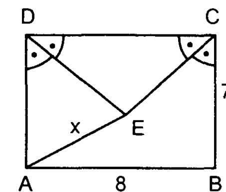
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$

9. ABCD ikizkenar yamuk,
$|AB| = 20$ cm
$|AC| = 17$ cm ve
$|CD| = 10$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



A) 60 B) 80 C) 108 D) 120 E) 128

10. ABCD dikdörtgeninde [EC ve [ED açıortaydır.
$|AB| = 8$ cm ve
$|BC| = 7$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?

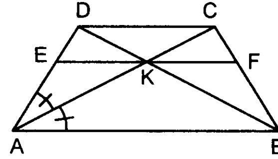


A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

11. İkizkenar yamuğun iç açılarının açıortaylarının kesim noktalarının oluşturduğu dörtgen aşağıdakilerden hangisi olur?

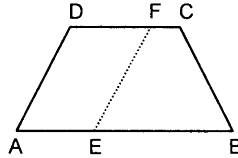
A) Yamuk B) İkizkenar yamuk
C) Paralelkenar D) Deltoid
E) Herhangi bir dörtgen

12. ABCD ikizkenar yamuğunda, [AC] köşegeni A açısının açıortayıdır. AB // EF // CD, $|DC| = 6$ cm ve $|EF| = 8$ cm olduğuna göre yamuğun çevresi kaç cm dir?



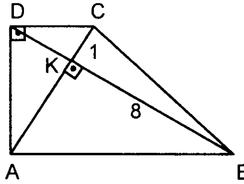
A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

13. ABCD yamuğunu [EF] iki eşit alana ayırmaktadır. EF // AD ve $|DF| = 4|FC|$ ise $\frac{|AE|}{|EB|}$ oranı nedir?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{4}{7}$

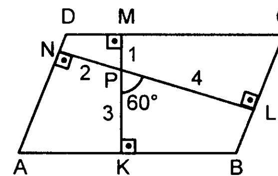
14. ABCD dik yamuğunda AC ⊥ BD, $|KB| = 8$ cm ve $|KC| = 1$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



A) 20 B) 25 C) 28 D) 32 E) 36

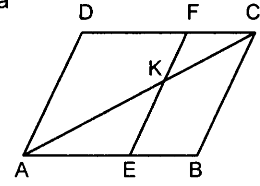
15. ABCD paralelkenarında, P noktasının kenarlara uzaklıkları $|PM| = 1$ cm, $|PN| = 2$ cm, $|PK| = 3$ cm ve $|PL| = 4$ cm dir.

$m(\widehat{KPL}) = 60°$ ise A(ABCD) kaç cm² dir?



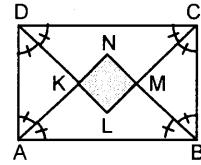
A) $12\sqrt{3}$ B) $14\sqrt{3}$ C) $15\sqrt{3}$
D) $16\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

16. ABCD paralelkenarında EF // BC ve [EF] ∩ [AC] = {K} dir. $A(\overset{\triangle}{KCF}) = 2$ cm² ve $A(\overset{\triangle}{KAE}) = 8$ cm² olduğuna göre A(ABCD) kaç cm² dir?



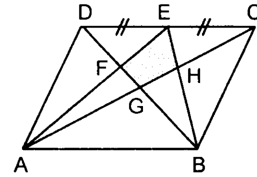
A) 30 B) 36 C) 42 D) 48 E) 60

17. ABCD dikdörtgeninde, açıortayların belirlediği KLMN dörtgeninin alanı 8 cm² ve dikdörtgenin çevresi 24 cm olduğuna göre A(ABCD) kaç cm² dir?



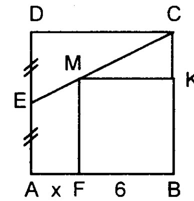
A) 20 B) 27 C) 32 D) 35 E) 36

18. ABCD paralelkenar, [AC] ∩ [BD] = {G}, $|DE| = |EC|$, A, F, E ve B, H, E noktaları doğrusaldır. ABCD nin alanı EFGH nin alanının kaç katıdır?



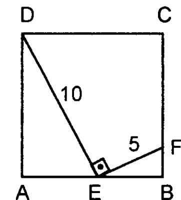
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

19. ABCD ve FBKM birer kare olup E, AD nin orta noktasıdır. $|FB| = 6$ cm ise $|AF| = x$ kaç cm dir?



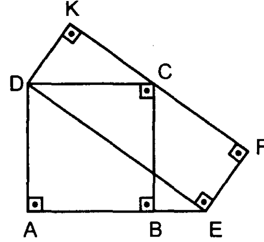
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) 3

20. ABCD karesinde DE ⊥ EF dir. $|DE| = 10$ cm ve $|EF| = 5$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



A) 45 B) 60 C) 75 D) 80 E) 90

21. ABCD kare, DEFK dikdörtgen ve E ∈ [AB dir. Karenin bir kenarı 6 cm ve dikdörtgenin uzun kenarı 12 cm ise dikdörtgenin kısa kenarı kaç cm dir?

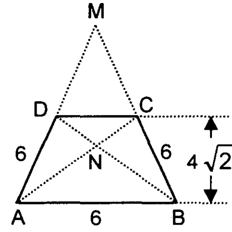


A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. ABCD ikizkenar yamuğunda köşegenler N de, yan kenar doğruları M de kesişiyor.

$|AB| = |AD| = |BC| = 6$ cm

ve yamuğun yüksekliği $4\sqrt{2}$ cm olduğuna göre $|MN|$ kaç cm dir?



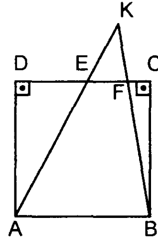
A) $2\sqrt{2}$ B) $2+\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $3+\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

23. ABCD karesinde

$|DC| = 3|EF|$ dir.

$A(\overset{\triangle}{KAB}) = 54$ cm^2 ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



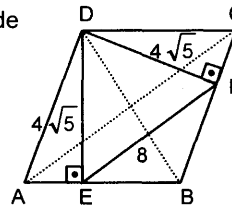
A) 60 B) 64 C) 72 D) 80 E) 84

24. ABCD eşkenar dörtgeninde DE ⊥ AB ve DF ⊥ BC dir.

$|DE| = |DF| = 4\sqrt{5}$ cm

ve $|EF| = 8$ cm ise

$|AC|$ kaç cm dir?



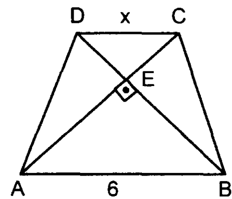
A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

25. ABCD yamuğunda AB // CD ve AC ⊥ BD dir.

$|AB| = |AC| = 6$ cm

ve $|BD| = 8$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

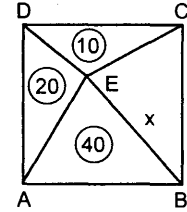
26. E noktası ABCD karesinin iç bölgesindedir.

$A(\overset{\triangle}{ECD}) = 10$ cm^2

$A(\overset{\triangle}{EAD}) = 20$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{EAB}) = 40$ cm^2 ise

$|BE| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

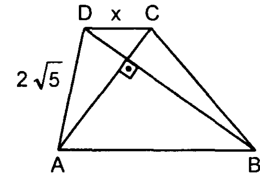
27. ABCD yamuğunda AB // CD ve AC ⊥ BD dir.

$|AC| = 5$ cm,

$|BD| = 10$ cm ve

$|AD| = 2\sqrt{5}$ cm ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{2}$

28. [EF] doğru parçası, D den [BC] ye çizilen paralel üzerindedir.

AB ⊥ BC, $|AD| = 3$ birim,

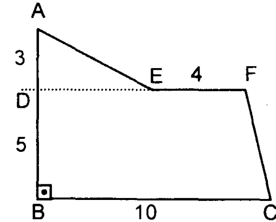
$|DB| = 5$ birim,

$|BC| = 10$ birim ve

$|EF| = 4$ birim olduğuna

göre, $|AE| + |EF| + |FC|$

toplamı en az kaç birim olabilir?



A) $2\sqrt{41}$ B) 13 C) 14 D) $5+\sqrt{61}$ E) 18

1. Bir çokgen 3 açısı ve 12 kenar uzunluğu ile belirtilmiştir. Bu çokgen, yeteri kadar açı yanında, en az kaç kenar uzunluğu ile belirtilebilirdi?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. ABCD kare ve ABFE dikdörtgendir.

$\dfrac{\text{Çevre(ABCD)}}{\text{Çevre(ABFE)}} = \dfrac{3}{2}$

ise $\dfrac{|DE|}{|AE|}$ oranı nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) $\frac{3}{2}$

3. ABCD dörtgeninin kenarlarının orta noktaları K, L, M, N dir.

$A(\overset{\triangle}{ANK}) = 20\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{MLC}) = 25\ cm^2$ ise

A(KLMN) kaç cm^2 dir?

A) 40 B) 45 C) 60 D) 80 E) 90

4. Çevresi 50 cm olan paralelkenarda, köşegenlerin ayırdığı üçgenlerden bitişik iki tanesinin çevreleri farkı 5 cm olduğuna göre, paralelkenarın uzun kenarı kaç cm dir?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

5. Şekilde ABCD kare, EAB eşkenar üçgen ve EF ⊥ BC dir.

$A(\overset{\triangle}{BFE}) = 8\sqrt{3}\ cm^2$ ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 25 B) 36 C) 49 D) 64 E) 81

6. Şekilde ABCD paralelkenar, DAE herhangi bir üçgendir.

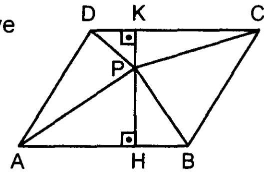
$|AB| = 2|BE|$ ve

$A(\overset{\triangle}{FBE}) = 3\ cm^2$ ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 20 C) 24 D) 32 E) 36

7. ABCD paralelkenar, PH ⊥ AB, PK ⊥ CD ve $|PH| = 2|PK|$ dır.



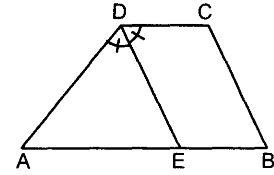
$A(\overset{\triangle}{PAD}) = 15\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{PBC}) = 21\ cm^2$ ise

$A(\overset{\triangle}{PAB})$ kaç cm^2 dir?

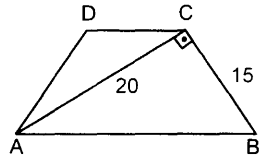
A) 18 B) 20 C) 21 D) 24 E) 27

8. ABCD yamuğunda [DE] açıortaydır. AB // CD, DE // BC, $|AB| = 10$ cm ve $|BC| = 6$ cm ise yamuğun çevresi kaç cm dir?



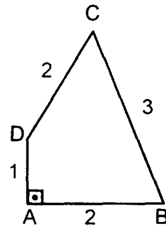
A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

9. ABCD ikizkenar yamuğunda AC ⊥ BC dir. $|AC| = 20$ cm ve $|BC| = 15$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



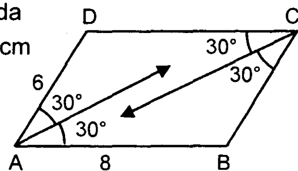
A) 180 B) 192 C) 204 D) 216 E) 228

10. ABCD dörtgeninde AB ⊥ AD, $|AD| = 1$ cm, $|AB| = |CD| = 2$ cm ve $|BC| = 3$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



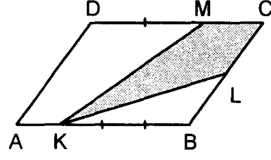
A) $\sqrt{5} + 1$ B) $\sqrt{5} - 1$ C) $\sqrt{3} + 1$ D) $\sqrt{3} - 1$ E) 3

11. ABCD paralelkenarında $|AB| = 8$ cm, $|AD| = 6$ cm ve $m(\hat{A}) = 60°$ olduğuna göre $\hat{A}$ ve $\hat{C}$ açılarının açıortayları arasındaki uzaklık kaç cm dir?



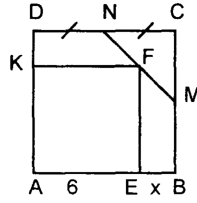
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

12. ABCD paralelkenar,
$|KB| = 3|AK|$,
$|BL| = |LC|$ ve
$|DM| = 2|MC|$ dir.
Taralı alanın ABCD nin alanına oranı nedir?



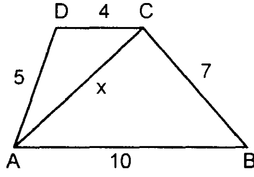
A) $\frac{13}{50}$ B) $\frac{17}{48}$ C) $\frac{17}{50}$ D) $\frac{13}{34}$ E) $\frac{13}{36}$

13. ABCD ve AEFK birer kare olup M ve N, ait oldukları kenarların orta noktalarıdır.
$|AE| = 6$ cm ise
$|EB| = x$ kaç cm dir?



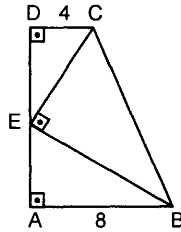
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) 3

14. ABCD yamuğunda
$|AB| = 10$ cm,
$|BC| = 7$ cm,
$|CD| = 4$ cm ve
$|AD| = 5$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



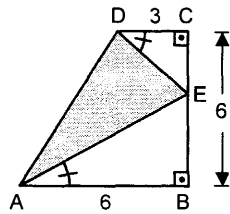
A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 7 E) 8

15. ABCD dik yamuk, BEC ikizkenar dik üçgendir.
$|AB| = 8$ cm ve
$|CD| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



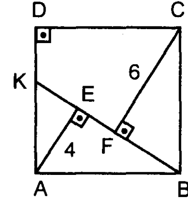
A) 66 B) 72 C) 78 D) 84 E) 90

16. ABCD dik yamuğunda
$\widehat{BAE} \cong \widehat{CDE}$ dir.
$|AB| = |BC| = 6$ cm ve
$|CD| = 3$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{AED})$ kaç cm² dir?



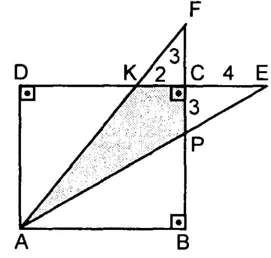
A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

17. ABCD karesinde
$AE \perp BK$ ve
$CF \perp BK$ dır.
$|AE| = 4$ cm ve
$|CF| = 6$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



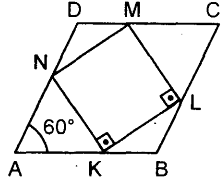
A) 42 B) 48 C) 52 D) 56 E) 64

18. ABCD dikdörtgen,
$[AF] \cap [DE] = \{K\}$ ve
$[BF] \cap [AE] = \{P\}$ dir.
$|KC| = 2$ cm,
$|FC| = 3$ cm,
$|CE| = 4$ cm ve
$|CP| = 3$ cm ise
A(APCK) kaç cm² dir?



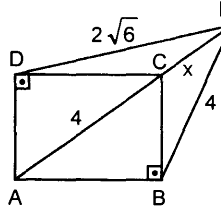
A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

19. Bir kenarı 4 cm ve bir dar açısı 60° olan ABCD eşkenar dörtgeninin içine şekildeki gibi çizilen karenin bir kenar uzunluğu kaç cm olur?



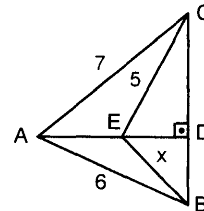
A) $2\sqrt{3} - 2$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{2} - 1$
D) $6 - 3\sqrt{2}$ E) $6 - 2\sqrt{3}$

20. ABCD dikdörtgen ve
$E \in [AC$ dir.
$|AC| = |BE| = 4$ cm ve
$|DE| = 2\sqrt{6}$ cm ise
$|CE| = x$ kaç cm dir?



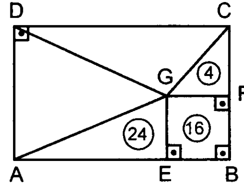
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

21. Şekilde
$AD \perp BC$,
$|AB| = 6$ cm,
$|AC| = 7$ cm ve
$|CE| = 5$ cm ise
$|BE| = x$ kaç cm dir?



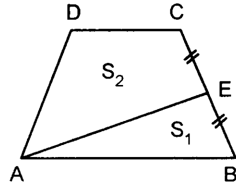
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

22. ABCD ve EBFG dikdörtgendir.
$A(\overset{\triangle}{GAE}) = 24 \text{ cm}^2$,
$A(EBFG) = 16 \text{ cm}^2$
ve $(\overset{\triangle}{CGF}) = 4 \text{ cm}^2$
ise $A(\overset{\triangle}{DAG})$ kaç cm^2 dir?



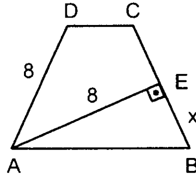
A) 32 B) 36 C) 40 D) 48 E) 54

23. ABCD yamuğunda S_1 ve S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanlarıdır.
$\dfrac{|AB|}{|CD|} = \dfrac{11}{6}$ ise
$\dfrac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?



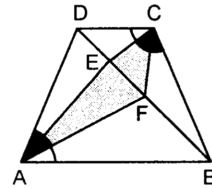
A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{2}{5}$ C) $\dfrac{12}{25}$ D) $\dfrac{11}{25}$ E) $\dfrac{11}{23}$

24. ABCD ikizkenar yamuk,
☑ $AE \perp BC$,
$|AB| = 5|CD|$ ve
$|AD| = |AE| = |BC| = 8$ cm
ise $|BE| = x$ kaç cm dir?



A) $\dfrac{8}{5}$ B) 2 C) $\dfrac{8}{3}$ D) 3 E) 4

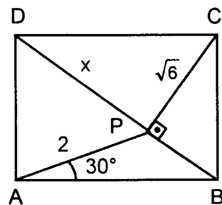
25. ABCD ikizkenar yamuğunda
☑ AB // CD, [BD] köşegen ve
$\dfrac{|AB|}{7} = \dfrac{|BC|}{5} = |CD|$ dir.
$\widehat{DAF} \cong \widehat{FAB}$, $\widehat{BCE} \cong \widehat{DCE}$



ve $A(AFCE) = 6 \text{ cm}^2$ ise $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

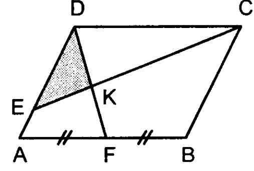
A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 42

26. ABCD dikdörtgendir.
$PB \perp PC$,
$m(\widehat{BAP}) = 30°$,
$|PA| = 2$ cm ve
$|PC| = \sqrt{6}$ cm ise
$|PA| = x$ kaç cm dir?



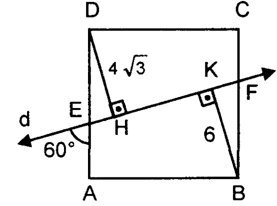
A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{7}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

27. ABCD paralelkenarında
$|DE| = 2|EA|$ ve
$|AF| = |FB|$ dir.
$A(\overset{\triangle}{DEK}) = 6 \text{ cm}^2$ ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



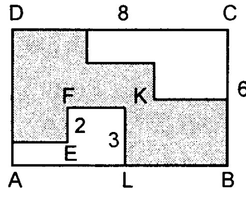
A) 48 B) 54 C) 60 D) 66 E) 72

28. ABCD karesinin [AD]
☑ kenarı ile 60° lik açı yapan d doğrusu, B köşesinden 6 cm, D köşesinden $4\sqrt{3}$ cm uzaklıktadır.
Buna göre karenin bir kenarı kaç cm dir?



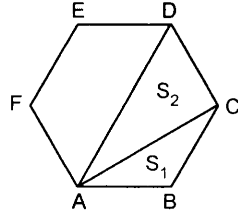
A) $6 + \sqrt{3}$ B) $6 + 2\sqrt{3}$ C) $4 + 4\sqrt{3}$
D) $6 + 3\sqrt{3}$ E) $8 + \sqrt{3}$

1. ABCD dikdörtgeninde her doğru parçası [AB] veya [AD] ye paraleldir.
$|BC| = 6$ cm,
$|DC| = 8$ cm,
$|EF| = 2$ cm ve
$|KL| = 3$ cm olduğuna göre taralı bölgenin çevresi kaç cm dir?



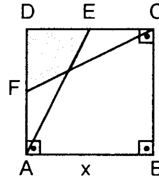
A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

2. ABCDEF düzgün altıgendir.
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = S_1$ ve
$A(\overset{\triangle}{ACD}) = S_2$ ise
$\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?



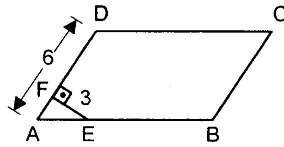
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

3. ABCD karesinde E ve F kenarların orta noktalarıdır.
Taralı alan 12 cm^2 ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



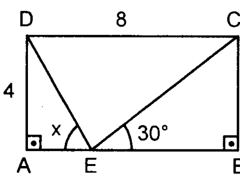
A) $6\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{2}$ C) 12 D) $12\sqrt{2}$ E) 13

4. ABCD paralelkenarında
$|AB| = 3|AE|$ ve
EF ⊥ AD dir.
$|AD| = 6$ cm ve
$|EF| = 3$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



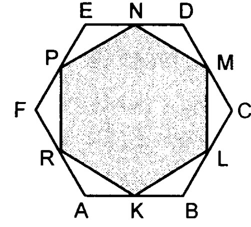
A) 36 B) 45 C) 54 D) 72 E) 90

5. ABCD dikdörtgeninde E ∈ [AB] dir.
$m(\widehat{BEC}) = 30°$,
$|AB| = 4$ cm ve
$|DC| = 8$ cm ise
$m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?



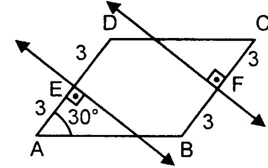
A) 45 B) 60 C) 67,5 D) 75 E) 80

6. K, L, M, N, P ve R, ABCDEF düzgün altıgeninin kenarlarının orta noktalarıdır.
A(ABCDEF) = 72 cm^2 ise A(KLMNPR) kaç cm^2 dir?



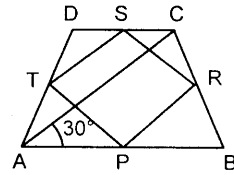
A) 36 B) 42 C) 48 D) 54 E) 60

7. ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenarı 6 cm ve bir dar açısı 30° dir. [AD] ve]BC] kenarlarının orta dikmeleri arasındaki uzaklık kaç cm dir?



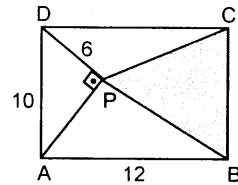
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} + 1$
D) $\sqrt{3} + 2$ E) $\sqrt{3} + 3$

8. ABCD ikizkenar yamuğunda
$|AC| = 8$ cm ve
$m(\widehat{CAB}) = 30°$ dir.
P, R, S ve T kenarların orta noktaları ise A(PRST) kaç cm^2 dir?



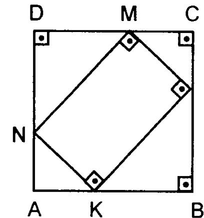
A) $8\sqrt{2}$ B) 16 C) 8 D) $8\sqrt{3}$ E) 24

9. ABCD dikdörtgeninde
AP ⊥ DP,
$|AB| = 12$ cm,
$|AD| = 10$ cm ve
$|DP| = 6$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{PBC})$ kaç cm^2 dir?



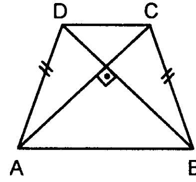
A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

10. Bir kenarı 4 cm olan ABCD karesinin içine şekildeki gibi KLMN dikdörtgeni yerleştirilmiştir.
$|KL| = 3|KN|$ ise
A(KLMN) kaç cm^2 dir?



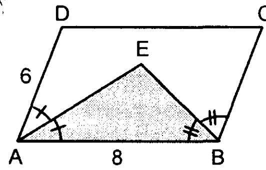
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) 8

11. ABCD ikizkenar yamuğunda
AB // CD ve
AC ⊥ BD dir.
$|AB| + |CD| = 12$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



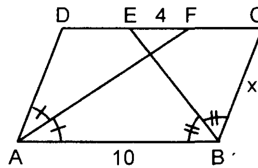
A) 25 B) 32 C) 36 D) 48 E) 50

12. ABCD paralelkenarında
[AE ve [BE açıortaydır.
$|AB| = 8$ cm,
$|AD| = 6$ cm ve
$A(\overset{\triangle}{ABE}) = 12$ cm² ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



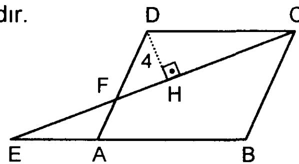
A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

13. ABCD paralelkenarında
[AF ve [BE açıortaydır.
$|AB| = 10$ cm ve
$|EF| = 4$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



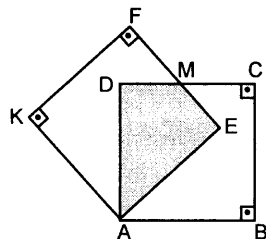
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. ABCD paralelkenardır.
DH ⊥ CE,
$|CE| = 12$ cm ve
$|DH| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?



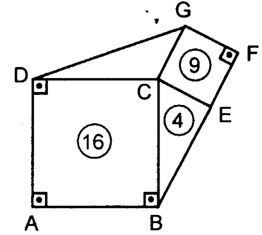
A) 36 B) 48 C) 54 D) 60 E) 72

15. ABCD ve AEFK özdeş karelerinin kenarları 6 şar cm dir.
Taralı bölgenin alanı 12 cm² ise çevresi kaç cm dir?



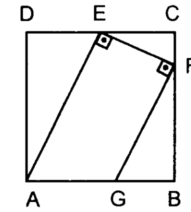
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

16. ABCD ve CEFG birer karedir.
A(ABCD) =16 cm²,
$A(\overset{\triangle}{BEC}) = 4$ cm² ve
A(CEFG) = 9 cm² ise
$A(\overset{\triangle}{DCG})$ kaç cm² dir?



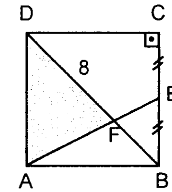
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

17. ABCD karedir.
$|DE| = |EC|$,
EF ⊥ AE ve
FG ⊥ EF ise
$\dfrac{|GA|}{|GB|}$ oranı nedir?



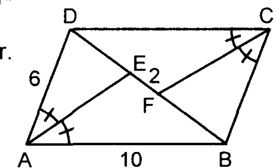
A) $\dfrac{4}{3}$ B) $\dfrac{3}{2}$ C) $\dfrac{5}{3}$ D) $\dfrac{11}{6}$ E) 2

18. ABCD karesinde
$|BE| = |EC|$ ve
$[AE] \cap [BD] = \{F\}$ dir.
$|DF| = 8$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{DAF})$ kaç cm² dir?



A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

19. ABCD paralelkenarında
☑ A ve C açılarının açıortayları BD köşegenini E ve F de kesmektedir.
$|AB| = 10$ cm,
$|AD| = 6$ cm ve
$|EF| = 2$ cm ise
A(ABCD) kaç cm² dir?

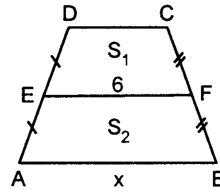


A) 48 B) 50 C) 52 D) 54 E) 56

20. Çevresi 2p, alanı $\dfrac{3}{16}p^2$ olan bir dikdörtgenin köşegenleri arasındaki açının sinüsü aşağıdakilerden hangisidir?

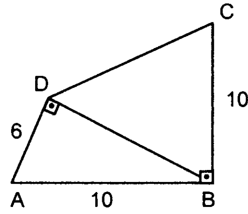
A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\dfrac{3}{5}$ D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\dfrac{4}{5}$

21. ABCD yamuğunda
☑ [EF] orta tabanının ayırdığı alanlar S_1 ve S_2 olup $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$ dir.
$|EF| = 6$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



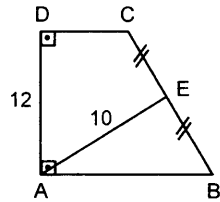
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

22. ABCD dörtgeninde
AB ⊥ BC ve
AD ⊥ BD dir.
$|AB| = |BC| = 10$ cm ve
$|AD| = 6$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



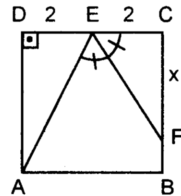
A) 52 B) 56 C) 60 D) 64 E) 72

23. ABCD dik yamuğunda
☑ $|BE| = |EC|$ dir.
$|AD| = 12$ cm ve
$|AE| = 10$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



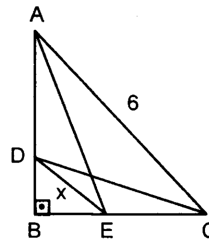
A) 60 B) 72 C) 84 D) 96 E) 108

24. ABCD karedir.
$|DE| = |EC| = 2$ cm ve
$\widehat{AEF} \cong \widehat{FEC}$ ise
$|CF| = x$ kaç cm dir?



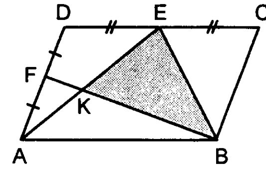
A) $\sqrt{5} - 1$ B) $\sqrt{6} - 1$ C) $\sqrt{3} + 1$
D) $\sqrt{5} + 1$ E) $\sqrt{6} + 1$

25. Şekilde
AB ⊥ BC
$|AC| = 6$ cm,
$|AE| = 4$ cm ve
$|CD| = 5$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



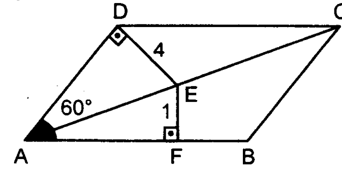
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

26. ABCD paralelkenarında
$|DE| = |EC|$,
$|AF| = |FD|$ ve
$[AE] \cap [BF] = \{K\}$ dır.
$A(\overset{\triangle}{KEB}) = 12$ cm^2 ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



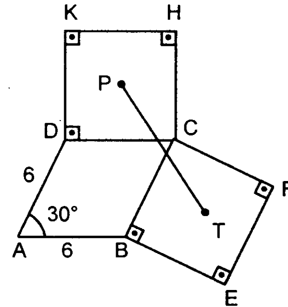
A) 36 B) 40 C) 42 D) 45 E) 48

27. ABCD paralelkenar
☑ E ∈ [AC],
ED ⊥ AD ve
EF ⊥ AB dir.
$m(\widehat{BAD}) = 60°$,
$|EF| = 1$ cm ve
$|ED| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



A) $16\sqrt{3}$ B) $20\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$
D) $28\sqrt{3}$ E) $32\sqrt{3}$

28.



ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenarı 6 cm, bir dar açısı 30° dir. Buna göre, [BC] ve [CD] kenarları üzerine oturtulan karelerin merkezleri arasındaki uzaklık kaç cm olur?

A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{6}$

10. Bölüm

ÇEMBER VE DAİRE

10.1 ÇEMBER VE DAİRENİN TANIMI

TANIM 10.1

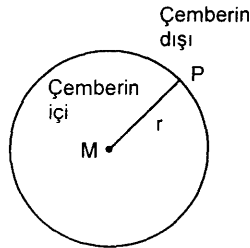
Düzlemde, sabit (değişmez) bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine **çember**;

çember ile içinin birleşimine **çembersel bölge** ya da **daire**;

sabit noktaya **çemberin merkezi**;

merkez ile çemberin bir noktasını birleştiren doğru parçasına çemberin **yarıçapı** denir.

Şekilde M değişmez bir nokta ve r bilinen bir uzunluk olmak üzere, $|MP| = r$ koşuluna uyan P noktalarının geometrik yeri (M; r) çemberidir.



$[MP]$ çemberin bir yarıçapı ve r yapıçapın uzunluğudur.

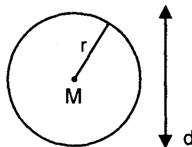
Düzlemde değişen bir K noktası için $|KM| < r$ ise K çemberin içinde ve $|KM| > r$ ise K çemberin dışındadır.

NOT : Çemberin düzlemdeki konumu, M merkezi ve r yarıçap uzunluğu ile belli olduğundan çember (M; r) ikilisi ile gösterilir.

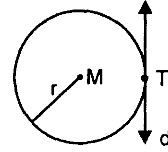
10.2 ÇEMBERDE KESEN, KİRİŞ, TEĞET VE ÖZELİKLERİ

Bir (M; r) çemberi ile bir d doğrusu, düzlemde birbirlerine göre üç farklı konumda bulunabilirler.

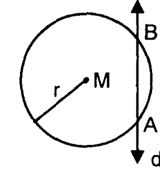
1. Doğru ile çemberin ortak noktaları yoktur.



2. Doğru ile çemberin yalnız bir ortak noktası vardır.



3. Doğru ile çemberin iki ortak noktaları vardır.



TANIM 10.2

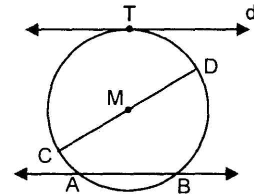
Bir çember ile yalnız bir ortak noktası bulunan doğruya çemberin **teğeti**;

bir çember ile iki ortak noktası bulunan doğruya çemberin **keseni**;

kesen ile çemberin ortak noktalarının belirttiği doğru parçasına çemberin **kirişi**;

çemberin merkezinden geçen kirişe çemberin **çapı** denir.

Şekilde AB doğrusu çemberin bir keseni, $[AB]$ bir kirişi, $[CD]$ bir çapı ve d doğrusu bir teğetidir.



Teğet ile çemberin T ortak noktasına **değme noktası** denir.

AKSİYOM 10.1

Bir çemberde veya eş çemberlerde;

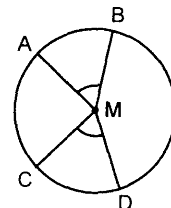
a) Köşesi merkezde olan iki açı eş ise bu açıların içinde kalan yaylar eştir ve dışında kalan yaylar eştir.

b) Eş yaylar, merkezden eş açılarla görülürler.

Şekilde

$\widehat{AMB} \cong \widehat{CMD}$ ise $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$;

$\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$ ise $\widehat{AMB} \cong \widehat{CMD}$ dır.



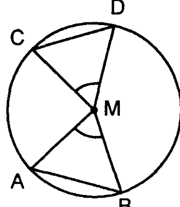
TEOREM 10.1

Bir çemberde veya eş çemberlerde;

a) Eş yaylara ait kirişler eştir.

b) Eş kirişlere ait yaylar eştir.

İSPAT :



a) $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$ verilmiş ise $[AB] \cong [CD]$ olduğunu göstereceğiz.

Aksiyom 10.1 gereğince

$\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD} \Rightarrow \widehat{AMB} \cong \widehat{CMD}$ dir.

Bu eşlik $\overset{\triangle}{MAB} \cong \overset{\triangle}{MCD}$ (K.A.K.) eşliğini,

bu da $[AB] \cong [CD]$ eşliğini gerektirir.

b) $[AB] \cong [CD] \Rightarrow \overset{\triangle}{MAB} \cong \overset{\triangle}{MCD}$ (K.K.K.)

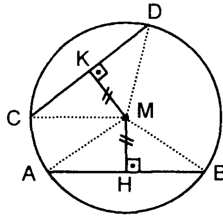
$\Rightarrow \widehat{AMB} \cong \widehat{CMD} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$

TEOREM 10.2

Bir çemberde, ya da eş çemberlerde;

a) Merkezden eşit uzaklıktaki kirişler eştir.

b) Eş kirişler merkezden eşit uzaklıktadır.



$MH \perp AB$ ve $MK \perp CD$ ise

$|MH| = |MK| \Leftrightarrow [AB] \cong [CD]$ dir.

Üçgenlerin eşliğinden yararlanarak, teoremi siz ispatlayınız.

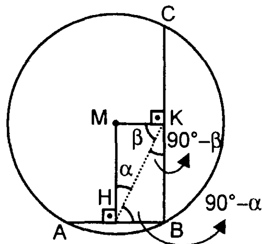
TEOREM 10.3

Bir çemberde, ya da eş çemberlerde;

a) İki kirişten, büyük olanı merkeze daha yakındır.

b) İki kirişten, merkeze yakın olanı daha büyüktür.

İSPAT :



a) M, çemberin merkezi ve $[AB]$ ile $[CD]$, kirişleri olmak üzere, $MH \perp AB$, $MK \perp BC$ ve $|AB| < |BC|$ ise $|MH| > |MK|$ olduğunu göstereceğiz.

$[HK]$ yı çizelim.

$m(\widehat{MHK}) = \alpha$ ve $m(\widehat{MKH}) = \beta$ dersek

$m(\widehat{BHK}) = 90° - \alpha$ ve $m(\widehat{BKH}) = 90° - \beta$ olur.

Çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme, o kirişi ortalayacağından,

$|AB| < |BC| \Rightarrow \frac{1}{2}|AB| < \frac{1}{2}|BC| \Rightarrow |HB| < |BK|$ olur.

$\overset{\triangle}{BHK}$ üçgeninde,

$|HB| < |BK| \Rightarrow 90° - \beta < 90° - \alpha \Rightarrow \alpha < \beta$

olur ki, bu da $\overset{\triangle}{MHK}$ üçgeninde $|MK| < |MH|$ olmasını gerektirir.

b) Aynı yolla, siz ispatlayınız.

TEOREM 10.4

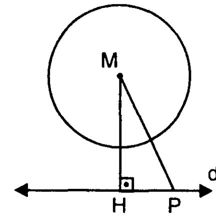
Düzlemde bir (M; r) çemberi ve bir d doğrusu verilmiş olsun. Çemberin M merkezinden d doğrusuna çizilen dikmenin ayağı H olmak üzere;

a) H noktası çemberin dışında ise doğrunun her noktası çemberin dışında olur.

b) H noktası çemberin bir noktası ise doğru çembere H noktasında teğettir. Doğrunun H dan başka bütün noktaları çemberin dışındadır.

c) H noktası çemberin içinde ise doğru çemberi iki noktada keser. H noktası, bu iki kesim noktasının belirlediği doğru parçasının orta noktasıdır.

İSPAT :



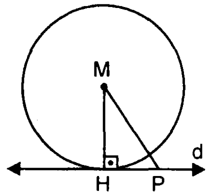
a) H noktası (M; r) çemberinin dışında ise $|KH| > r$ dir.

$\forall P \in d$ noktası için

$\overset{\triangle}{MHP}$ dik üçgeninde

$|MP| \geq |MH| > r$ olacağından

d doğrusunun her noktası çemberin dışında kalır.



b) $H \in (M; r)$ ise $|MH| = r$ dir.

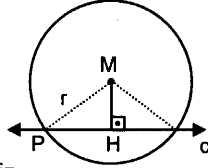
d doğrusunun H dan farklı her P noktası için

$|MP| > |MH| = r$ olacağından,

d doğrusunun H dan farklı her noktası çemberin dışında kalır.

Öyleyse, doğru çembere H noktasında teğettir.

c) H noktası (M; r) çemberinin içinde, M den farklı bir nokta olsun. Bu durumda d doğrusunun (M; r) çemberini iki noktada kestiğini göstereceğiz.



d doğrusunun (M; r) çemberine ait bir noktası P olsun. $\overset{\triangle}{MPH}$ dik üçgeninde

$|HP|^2 = r^2 - |MH|^2 \Rightarrow |HP| = \sqrt{r^2 - |MH|^2}$ olur.

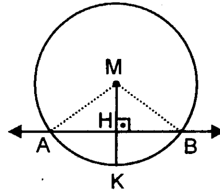
Demek ki, H noktasından $|HP| = \sqrt{r^2 - |MH|^2}$ kadar uzaktaki P noktası çember üzerindedir. d doğrusu üzerinde H noktasından $\sqrt{r^2 - |MH|^2}$ uzaklığında, H noktasının iki farklı tarafında yalnız iki nokta vardır (Nokta Yerleştirme Teoremi). H noktası, bu iki noktanın belirlediği doğru parçasının (kirişin) orta noktasıdır.

SONUÇLAR :

1. Bir çemberde, merkezden bir kirişe indirilen dikme, o kirişi ve o kirişe ait yayı ortalar.

İSPAT :

Çemberin bir kirişi [AB] olsun
MH ⊥ AB çizilirse
H noktası çember içinde kalacağından (Neden?)



Teorem 10.4 gereğince $|HA| = |HB|$ olur.

$[MH \cap (M; r) = \{K\}$ olsun.

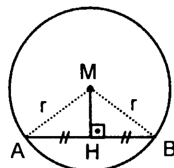
$\overset{\triangle}{MAH} \cong \overset{\triangle}{MBH}$ (K.K.K.)

$\Rightarrow \widehat{KMA} \cong \widehat{KMB} \Rightarrow \overset{\frown}{AK} \cong \overset{\frown}{BK}$ dır.

2. Bir çemberde, bir kirişin orta noktasını merkeze birleştiren doğru, o kirişe diktir.

İSPAT :

[AB], (M; r) çemberinin bir kirişi ve H noktası [AB] nin ortası olsun.



$\overset{\triangle}{MAH} \cong \overset{\triangle}{MBH}$ (K.K.K.) olduğunu görünüz.

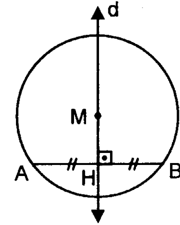
Buna göre, $\widehat{MHA} \cong \widehat{MHB}$ olup bu açılar doğrusal çift oluşturduğundan $m(\widehat{MHA}) = m(\widehat{MHB}) = 90°$ olur.

NOT : İspatı Teorem 10.4'e dayanarak da yapabilirdik : MH $\not\perp$ AB olduğunu varsayarak MH′ ⊥ AB çizersek H′ noktası [AB] nin ortası olur. [AB] nin ortası bir tane olduğundan H′ ile H çakışıktır.

3. Bir çemberde, herhangi bir kirişin orta dikmesi çemberin merkezinden geçer.

İSPAT :

(M; r) çemberinin [AB] kirişinin orta dikmesi, [AB] nin H ortasından geçen d doğrusu olsun. d doğrusunun M den geçmediğini varsayalım.



Çemberin M merkezini, [AB] nin H ortasına birleştirelim. MH doğrusu da Teorem 10.4 gereğince AB ye diktir.

Bu durumda AB ye H noktasından, biri d doğrusu diğeri MH doğrusu olmak üzere iki dikme çizilmiş olur ki, bu da d ile MH doğrusunun çakışık olmasını gerektirir.

4. Bir çemberde, teğetin değme noktasından teğete çizilen dikme çemberin merkezinden geçer.
Siz ispatlayınız.

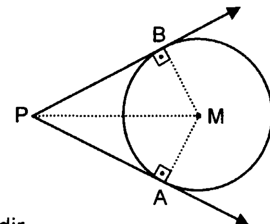
5. Bir çemberde bir yarıçapa, çember üzerindeki noktasında dik olan doğru çembere teğettir.
Siz ispatlayınız.

TEOREM 10.5

Bir çembere, dışındaki bir noktadan çizilen teğetlerin uzunlukları birbirine eşittir.

İSPAT :

P noktasından, çembere çizilen teğetlerin değme noktaları A ve B olsun. PA ve PB teğetlerinin uzunlukları $|PA|$ ve $|PB|$ dir.



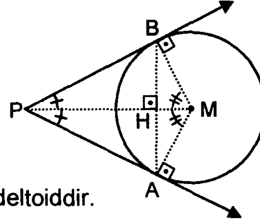
[MA], [MB] ve [MP] yi çizelim.

$\overset{\triangle}{MAP} \cong \overset{\triangle}{MBP}$ (K.K.A.) olur.

Bu eşlik, $|PA| = |PB|$ eşitliğini gerektirir.

SONUÇ :

M merkezli çembere, dışındaki P noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları A ve B ise PAMB dörtgeni bir deltoiddir.



Buna göre,

1. [PM , teğetler arasındaki açının açıortayıdır.
2. [MP , $\widehat{AMB}$ açısının açıortayıdır.
3. $PM \perp AB$ dir.
4. $|HA| = |HB|$ dir.

TANIM 10.3

Çembere, dışındaki bir noktadan çizilen teğetlerin değme noktalarının belirttiği doğru parçasına, çemberin **değme kirişi** denir.

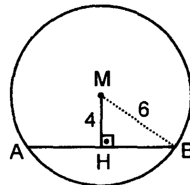
[PA ve [PB teğetlerinin değme noktaları A ve B ise, [AB] değme kirişidir.

ÖRNEK 10.1

Yarıçapı 6 cm olan bir çemberde, merkezden 4 cm uzaktaki kirişin uzunluğu kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

Çemberin M merkezinden 4 cm uzaktaki kiriş [AB] olsun.



$|MH| = 4$ cm, $|MB| = 6$ cm ve

$|AH| = |HB|$ dir.

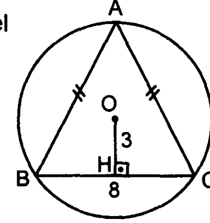
$\overset{\triangle}{MHB}$ dik üçgeninde

$|HB|^2 = 6^2 - 4^2 \Rightarrow |HB| = 2\sqrt{5}$ cm ve buradan

$|AB| = 4\sqrt{5}$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.2

$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O dur.



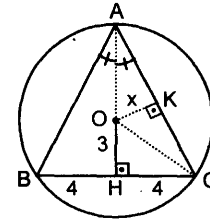
$|AB| = |AC|$, $|BC| = 8$ cm ve

O nun BC ye uzaklığı,

$|OH| = 3$ cm ise O nun eşit kenarlara olan uzaklığı kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

[AB] ve [AC] eş kirişler olduğundan, O noktası bu kirişlerden eşit uzaklıkta olup $\hat{A}$ açısının açıortayı üzerinde bulunur.



İkizkenar üçgende tepeden geçen açıortay aynı zamanda yükseklik ve kenarortay olduğundan, H noktası [AO üzerinde ve $|BH| = |HC| = 4$ cm dir.

Buna göre, $\overset{\triangle}{OHC}$ dik üçgeninde

$|OC|^2 = |OH|^2 + |HC|^2 \Rightarrow |OC|^2 = 3^2 + 4^2$

$\Rightarrow |OC| = 5$ cm olur.

Buradan, $|OA| = 5$ cm, $|AH| = 8$ cm,

$\overset{\triangle}{AHC}$ dik üçgeninde $|AC|^2 = 8^2 + 4^2 \Rightarrow |AC| = 4\sqrt{5}$ cm,

$|AK| = |KC| = 2\sqrt{5}$ cm ve sonunda $\overset{\triangle}{OKA}$ dik üçgeninde

$|OK|^2 = |OA|^2 - |AK|^2 \Rightarrow |OK|^2 = 5^2 - (2\sqrt{5})^2$

$\Rightarrow |OK| = \sqrt{5}$ cm bulunur.

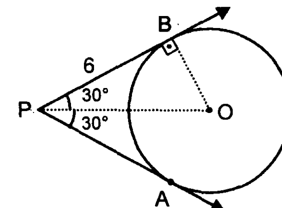
ÖRNEK 10.3

Bir çembere, dışındaki bir P noktasından çizilen teğetler arasındaki açı 60° ve teğetlerin uzunlukları 6 cm dir.

Buna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

Teğetlerin değme noktaları A ile B ve çemberin merkezi O ise $OB \perp PB$ ve



$m(\overset{\triangle}{OPB}) = 30°$ olur. $\overset{\triangle}{PBO}$ dik üçgeninde,

$|OB| = r = \frac{|PB|}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{6}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.4

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde, içteğet çemberin değme noktalarının, kenarları ayırdığı parçaların uzunluklarını üçgenin kenar uzunlukları cinsinden bulunuz.

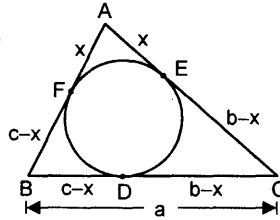
ÇÖZÜM :

$|AE| = x$ dersek $|AF| = x$,

$|BF| = |BD| = c - x$ ve

$|CE| = |CD| = b - x$

olur.



$|BC| = |BD| + |DC| \Rightarrow a = c - x + b - x$

$\Rightarrow 2x = b + c - a$ ve iki tarafa 2a eklersek

$2x + 2a = b + c + a \Rightarrow 2x + 2a = 2u$

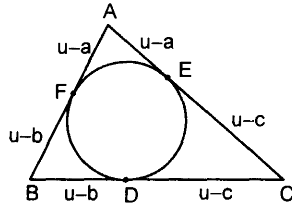
$\Rightarrow x = u - a$ bulunur.

Aynı şekilde,

$|BD| = |BF| = u - b$,

$|CD| = |CE| = u - c$

elde edilir.

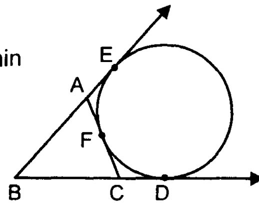


ÖRNEK 10.5

Şekildeki çember, üçgenin kenar doğrularına D, E, F de teğettir.

$|AB| = 11$ cm,

$|BC| = 9$ cm ve $|AC| = 8$ cm ise $|BD|$ kaç cm dir?

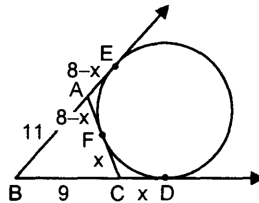


ÇÖZÜM :

$|CD| = |CF| = x$ dersek

$|AE| = |AF| = 8 - x$

olur.



$|BD| = |BE| \Rightarrow 9 + x = 11 + 8 - x$

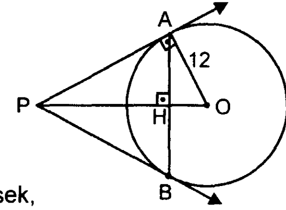
$2x = 10$ cm $\Rightarrow x = 5$ cm ve $|BD| = 14$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.6

Yarıçapı 12 cm olan çemberin, merkezinden 20 cm uzaktaki bir P noktasından çizilen teğetlerinin değme kirişinin uzunluğunu bulunuz.

ÇÖZÜM :

O merkezli çembere P den çizilen teğetlerin değme noktaları A ve B olsun.



[PO] ve [OA] yı çizersek,

$OA \perp PA$ ve $PO \perp AB$ olur. (Neden?)

$\overset{\triangle}{POA}$ dik üçgeninde

$|PA|^2 = |PO|^2 - |OA|^2 \Rightarrow |PA|^2 = 20^2 - 12^2$

$\Rightarrow |PA| = 16$ cm,

$|PO| \cdot |AH| = |PA| \cdot |AO| \Rightarrow 20 \cdot |AH| = 16 \cdot 12$

$\Rightarrow |AH| = 9{,}6$ cm ve buradan

$|AB| = 2|AH| \Rightarrow |AB| = 19{,}2$ cm bulunur.

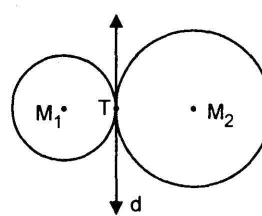
10.3 İKİ ÇEMBERİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

TANIM 10.4

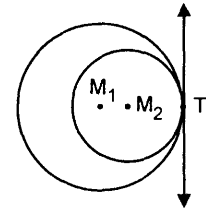
Düzlemde, bir doğruya aynı noktada teğet olan çemberlere **teğet çemberler** denir.

Çemberler teğet doğrunun farklı taraflarında ise bu çemberlere **dıştan teğet çemberler**, aynı tarafında ise bu çemberlere **içten teğet çemberler** denir.

İki çemberin merkezlerinin belirttiği doğruya **merkezler doğrusu** adı verilir.



Dıştan teğet çemberler



İçten teğet çemberler

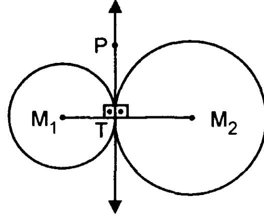
TEOREM 10.6

Teğet çemberlerin değme noktası, merkezler doğrusu üzerindedir.

İSPAT :

$m(\widehat{M_1TP}) = 90°$ ve

$m(\widehat{M_2TP}) = 90°$

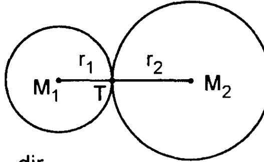


olduğundan M_1, T, M_2 noktaları doğrusaldır.

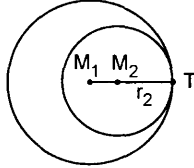
Çemberlerin içten teğet olduğu durumda da ispat aynıdır.

SONUÇLAR :

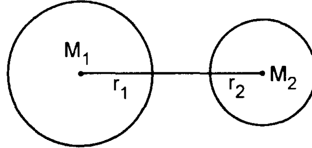
1. (M_1, r_1) ve (M_2, r_2) çemberleri dıştan teğet ise $|M_1M_2| = r_1 + r_2$ dir.



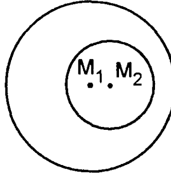
2. (M_1, r_1) ve (M_2, r_2) çemberleri içten teğet ise $|M_1M_2| = r_1 - r_2$ dir.



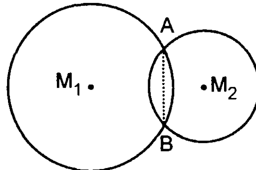
3. (M_1, r_1) çemberi ile (M_2, r_2) çemberi birbirlerinin dış bölgelerinde ise $|M_1M_2| > r_1 + r_2$ dir.



4. (M_2, r_2) çemberi (M_1, r_1) çemberinin iç bölgesinde ise $|M_1M_2| < r_1 - r_2$ dir.



5. (M_1, r_1) ve (M_2, r_2) çemberleri A ve B gibi iki noktada kesişiyorsa $|r_1 - r_2| < |M_1M_2| < r_1 + r_2$ dir.

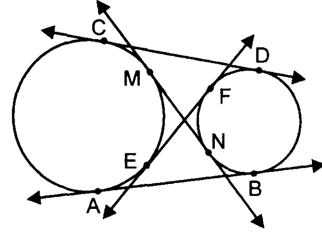


[AB] çemberlerin **ortak kiriş**idir.

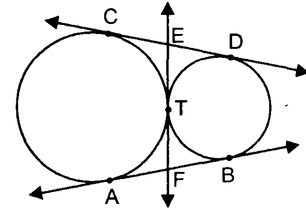
TANIM 10.5

Düzlemde, iki çembere teğet olan doğrulara, bu çemberlerin **ortak teğetleri** denir.

Şekildeki çemberlerin dört ortak teğetleri vardır. AB ile CD, ortak **dıştan teğetler**; EF ile MN, ortak **içten teğetler**dir.



İki çember dıştan teğet ise bunların, şekildeki gibi ancak üç ortak teğeti çizilebilir.



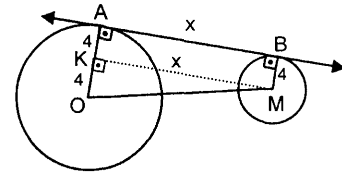
İki çemberin iki ortak teğetinin ve bir ortak teğetinin çizilebildiği durumlar ile hiç ortak teğetinin çizilemediği durumları siz gösteriniz.

ÖRNEK 10.7

(O; R) ve (M, r) çemberlerinin merkezler arası uzaklığı 13 cm dir. $R = 8$ cm ve $r = 4$ cm olduğuna göre bu çemberlerin ortak dıştan teğetlerinin ve ortak içten teğetlerinin uzunluklarını bulunuz.

ÇÖZÜM :

Ortak dıştan teğetlerden birinin değme noktaları A ve B olsun.



[OA] yı, [MB] yi ve M den AB ye MK paralelini çizelim.

KMBA bir dikdörtgen olup

$|BM| = |KA| = 4$ cm, $|OK| = 4$ cm ve $|OM| = 13$ cm dir.

$\overset{\triangle}{KOM}$ dik üçgeninde

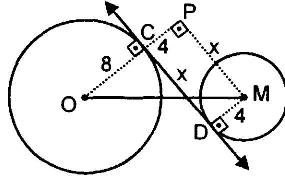
$|KM|^2 = |OM|^2 - |OK|^2 \Rightarrow |KM|^2 = 13^2 - 4^2$

$\Rightarrow |KM| = 3\sqrt{17}$ cm ve $|AB| = |KM| = 3\sqrt{17}$ cm bulunur.

Ortak içten teğetlerden birinin değme noktaları C ve D olsun.

[OC] yi ve

[MD] yi çizelim.



M den CD ye çizilen paralel, [OC yi P de kessin.

DMPC bir dikdörtgen olup $|DM| = |PC| = 4$ cm dir.

$\overset{\triangle}{POM}$ dik üçgeninde,

$|PM|^2 = |OM|^2 - |OP|^2 \Rightarrow |PM|^2 = 13^2 - 12^2$

$\Rightarrow |PM| = 5$ cm ve $|CD| = 5$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.8

(O; 6 cm) çemberi ile (M; r) çemberi veriliyor.

$|OM| = 8$ cm ise r nin hangi değerleri için;

a) Çemberler birbirini kesmez?

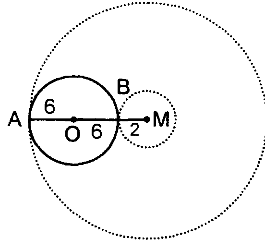
b) Çemberler birbirine dıştan teğettir?

c) Çemberler birbirine içten teğettir?

d) Çemberler birbirini iki noktada keser?

ÇÖZÜM :

Çemberlerin dıştan teğet olduğu ve içten teğet olduğu durumları gösterirsek, soruları kolayca cevaplayabiliriz. Şekli inceleyiniz.



a) $r < 2$ cm için çemberler birbirinin dışında ve

$r > 14$ cm için (O; 6 cm) çemberi (M; r) çemberinin içinde olup çemberler kesişmez.

b) $r = 2$ cm ise çemberler birbirine dıştan teğettir.

c) $r = 14$ cm ise çemberler birbirine içten teğettir.

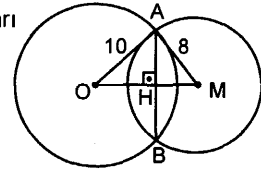
d) 2 cm < r < 14 cm ise çemberler iki noktada kesişirler.

ÖRNEK 10.9

(O; 10 cm) ve (M; 8 cm) çemberlerinin merkezler arası uzaklığı 12 cm ise, ortak kirişlerinin uzunluğu kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

Çemberlerin kesim noktaları A ile B ve $AB \cap OM = \{H\}$ olsun. $AB \perp OM$ ve $|AH| = |HB|$ olacaktır.



$\overset{\triangle}{AOM}$ üçgeninde $2u = 10 + 8 + 12 \Rightarrow u = 15$ cm olup

$A(\overset{\triangle}{AOM}) = \dfrac{12 \cdot |AH|}{2} = \sqrt{15 \cdot (15-12) \cdot (15-8) \cdot (15-10)}$

$\Rightarrow |AH| = \dfrac{5\sqrt{7}}{2} \Rightarrow |AB| = 5\sqrt{7}$ cm bulunur.

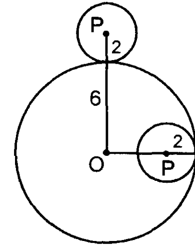
ÖRNEK 10.10

(O; 6 cm) çemberini kesecek şekilde değişen (P; 2 cm) çemberlerinin, P merkezlerinin geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM :

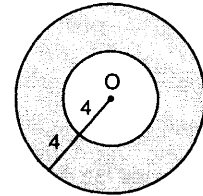
(P; 2 cm) çemberi (O; 6 cm) çemberine içten teğet olduğunda $|OP| = 6 - 2 \Rightarrow |OP| = 4$ cm;

dıştan teğet olduğunda $|OP| = 6 + 2 \Rightarrow |OP| = 8$ cm olur.



Öyleyse, 4 cm $\leq |OP| \leq 8$ cm iken çemberler en az bir noktada kesişecektir.

Buna göre, P noktalarının geometrik yeri (O; 4 cm) ve (O; 8 cm) çemberlerinin sınırladığı bölgedir.



10.4 ÇEMBERLER VE ÇOKGENLER

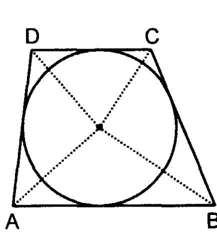
TANIM 10.6

Kenarları bir çembere teğet olan çokgene **teğetler çokgeni**;

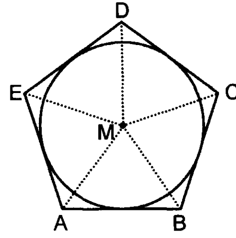
köşeleri bir çember üzerinde bulunan çokgene **kirişler çokgeni**;

teğetler çokgeninin teğet olduğu çembere, o çokgenin **içteğet çemberi**;

kirişler çokgeninin, köşelerinin üzerinde bulunduğu çembere, o çokgenin **çevrel çemberi** denir.

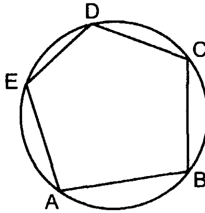


Teğetler dörtgeni

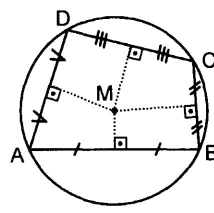


Teğetler beşgeni

Teğetler çokgenlerinde, her iç açının açıortayının çemberin merkezinden geçtiğini görünüz.



Kirişler beşgeni



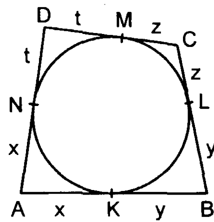
Kirişler dörtgeni

Kirişler çokgenlerinde, kenarların orta dikmelerinin çokgenin merkezinden geçeceği açıktır.

TEOREM 10.7

Bir teğetler dörtgeninde, karşılıklı kenarların uzunluklarının toplamı birbirine eşittir.

İSPAT :



Teorem 10.5 gereğince,

$|AK| = |AN| = x$,

$|BK| = |BL| = y$,

$|CL| = |CM| = z$ ve

$|DM| = |DN| = t$ dersek,

$|AB| + |CD| = x + y + z + t$ ① ve

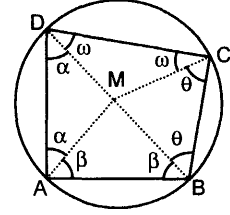
$|BC| + |AD| = x + y + z + t$ ② olup ① ve ② den

$|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$ bulunur.

TEOREM 10.8

Bir kirişler dörtgeninde, karşılıklı açıların ölçülerinin toplamı 180° dir.

İSPAT :



M noktası, ABCD kirişler dörtgeninin çevrel çemberinin merkezi olsun.

$|MA| = |MB| = |MC| = |MD|$

olduğundan

$m(\widehat{MAD}) = m(\widehat{MDA}) = \alpha$,

$m(\widehat{MAB}) = m(\widehat{MBA}) = \beta$,

$m(\widehat{MBC}) = m(\widehat{MCB}) = \theta$,

$m(\widehat{MCD}) = m(\widehat{MDC}) = \omega$ diyelim.

ABCD dörtgeninde

$2\alpha + 2\beta + 2\theta + 2\omega = 360°$

$\Rightarrow \underbrace{\alpha + \beta} + \underbrace{\theta + \omega} = 180°$

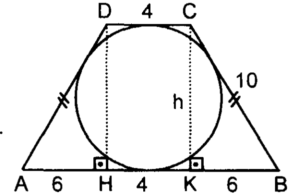
$\Rightarrow m(\hat{A}) + m(\hat{C}) = 180°$ bulunur. Buna göre,

$m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 180°$ olduğu da açıktır.

ÖRNEK 10.11

Taban uzunlukları 16 cm ve 4 cm olan ABCD ikizkenar yamuğu, bir teğetler dörtgenidir. Yamuğun yüksekliği kaç cm dir?

ÇÖZÜM :



Teğetler dörtgeninde

$|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$

$\Rightarrow |BC| + |AD| = 16 + 4$ tür.

$|BC| = |AD|$ olduğundan

$|BC| = |AD| = 10$ cm olur.

$DH \perp AB$ ve $CK \perp AB$ çizelim.

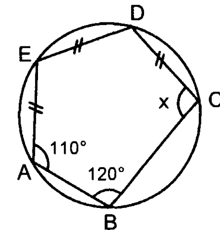
$|HK| = 4$ cm ve $|AH| = |KB| = 6$ cm olup

$\overset{\Delta}{CKB}$ dik üçgeninde

$|CK|^2 = |BC|^2 - |KB|^2 \Rightarrow h^2 = 10^2 - 6^2$

$\Rightarrow h = 8$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.12



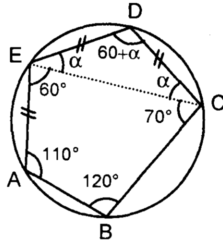
ABCDE bir kirişler beşgenidir.

$|AE| = |ED| = |DC|$,

$m(\hat{A}) = 110°$ ve

$m(\hat{B}) = 120°$ ise $m(\hat{C}) = x$ kaç derecedir?

ÇÖZÜM :



$[EC]$ yi çizelim.

ABCE kirişler dörtgeninde

$m(\hat{B}) + m(\widehat{AEC}) = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{AEC}) = 60°$ ve

$m(\hat{A}) + m(\widehat{BCE}) = 180° \Rightarrow m(\widehat{BCE}) = 70°$ dir.

$\overset{\triangle}{DEC}$ ikizkenar üçgeninde taban açılarının ölçüleri α olsun.

$|AB| = |ED| = |DC| \Rightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{ED} \cong \overset{\frown}{DC}$ olduğundan

$\overset{\frown}{ABCD} \cong \overset{\frown}{EABC} \Rightarrow m(\widehat{AED}) = m(\widehat{EDC})$

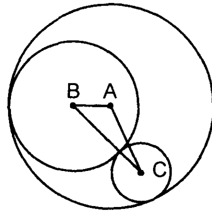
$\Rightarrow m(\widehat{EDC}) = 60 + \alpha$ dır.

$\overset{\triangle}{DEC}$ üçgeninde

$60 + \alpha + \alpha + \alpha = 180° \Rightarrow \alpha = 40°$ ve

$m(\hat{C}) = 70° + 40° \Rightarrow m(\hat{C}) = 110°$ bulunur.

ÖRNEK 10.13

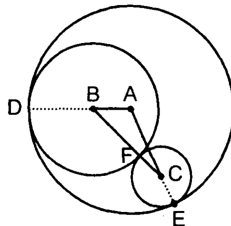


A, B ve C merkezli çemberler, şekildeki gibi ikişer ikişer teğettir.

$|AB| = 3$ cm, $|AC| = 5$ cm

ve $|BC| = 6$ cm ise çemberlerin yarıçapları kaçar cm dir?

ÇÖZÜM :



$[AB \cap (A; r_A) = \{D\}$,

$[AC \cap (A; r_A) = \{E\}$ ve

$[BC] \cap (B; r_B) = \{F\}$ ise

çemberlerin değme noktaları D, E, F dir.

Buna göre

$r_A - r_B = |AB| \Rightarrow r_A - r_B = 3$, ①

$r_B + r_C = |BC| \Rightarrow r_B + r_C = 6$, ②

$r_A - r_C = |AC| \Rightarrow r_A - r_C = 5$ ③

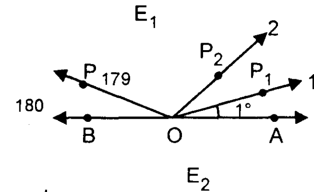
olup ①, ②, ③ taraf tarafa toplanırsa

$2r_A = 14 \Rightarrow r_A = 7$ cm olur.

Buradan $r_B = 4$ cm ve $r_C = 2$ cm bulunur.

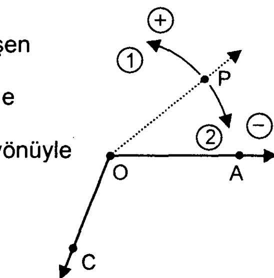
10.5 ÇEMBERDE AÇILAR

Bu kısma, açı kavramını biraz genişleterek başlayalım.



2. bölümde Pergel Aksiyomu'na göre, E_1 yarı düzleminin AB kenar doğrusu üzerindeki bir O noktasından, eşit açıklıklarla $[OP_1$, $[OP_2$, ... $[OP_{179}$ ışınlarını çizerek, yarı düzlemi 180 parçaya bölmüş ve ardışık iki ışının belirttiği açının ölçüsüne 1 derece (1°) demiştik. Eşit açıklıkları nasıl elde edebileceğimiz konusunda da, bir yol önermiştik.

Şimdi, E_2 yarı düzleminde de aynı bölme işlemini yapalım. Düzlemi eşit açıklıklı $[OP_1$, $[OP_2$, ... $[OP_{179}$, $[OP_{180}$, $[OP_{181}$ ... ışınları ile 360 eşit parçaya bölmüş oluruz.

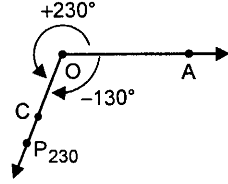


$[OA$ ile çakışık, değişen bir $[OP$ ışınını $[OC$ ile çakışık konuma, ① yönüyle ya da ② yönüyle döndürerek getirmek mümkündür. Bu iki durumda, katedilen eşit açıklık (1°) adedinin farklı olacağı açıktır.

Bu farklı dönme miktarları farklı sayılarla ifade edilmelidir.

İşte, düzlemi $[OP_1$, $[OP_2$ ... $[OP_{359}$ eşit açıklıklı ışınlarıyla bölerek biz bu imkanı elde etmiş olduk.

Örneğin, $[OC$ ışını $[OP_{230}$ ışını ile çakışık ise ① yönündeki açının ölçüsü 230°, ② yönündeki açının ölçüsü 130° olacaktır.



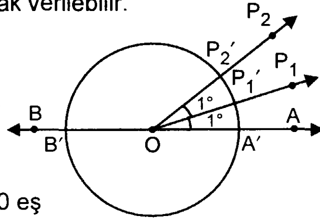
① yönündeki dönmeyi (+)

② yönündeki dönmeyi (–) ile ifade edeceğiz. Buna göre $\widehat{AOP}$ açısının ölçüsü,

$m(\widehat{AOP}) = +230°$ ya da

$m(\widehat{AOP}) = -130°$ olarak verilebilir.

Düzlemi 360 parçaya bölen 1° açıklıklı $[OA$, $[OP_1$, $[OP_2$ ... ışınları bir (O; r) çemberini 360 eş parçaya ayırır. (Aksiyom 10.1)



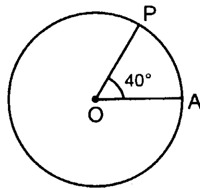
TANIM 10.7

Bir yayın derece cinsinden ölçüsü, merkezden bu yayı gören açının ölçüsüdür.

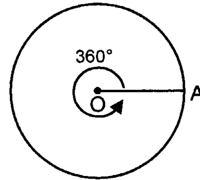
Örneğin, $m(\widehat{O}) = 40°$ ise

$m(\overset{\frown}{AP}) = 40°$ dir.

Buna göre, çemberin tamamı 360° dir.



Köşesi merkezde olan ve çemberin tamamını gören açıya **tam açı** denir.



Aksiyom 10.1 ve Tanım 10.7 gereğince, ölçüleri eşit olan yayların eş olacağı açıktır.

NOT : Yarıçap uzunlukları farklı olan çemberlerde, derece cinsinden ölçüleri aynı olan yayların uzunluklarının farklı olacağına dikkat ediniz.

TANIM 10.8

Bir çemberde;

köşesi merkezde olan açıya **merkez açı**;

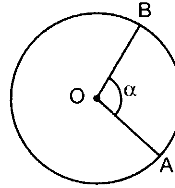
köşesi çember üzerinde ve kenarları çemberi kesen açıya **çevre açı**;

bir teğet ile teğetin değme noktasından geçen bir kirişin belirttiği açılardan herbirine **teğet-kiriş açı**;

çemberin içinde kesişen iki kesenin belirttiği açılardan herbirine **iç açı**;

çemberin dışında kesişen iki kesenin (bir teğetle bir kesenin, ya da iki teğetin) belirttiği açıya **dış açı** denir.

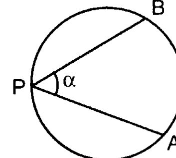
Şekilleri inceleyiniz.



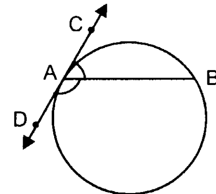
$\widehat{AOB}$, merkez açıdır.

Tanım 10.7 gereğince

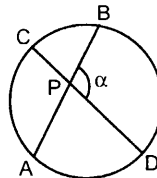
$m(\widehat{AOB}) = m(\overset{\frown}{AB})$ dır.



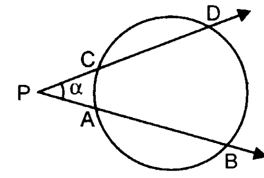
$\widehat{APB}$, bir çevre açıdır.



$\widehat{CAB}$ ve $\widehat{DAB}$, birer teğet-kiriş açıdır.



$\widehat{BPD}$, bir iç açıdır.



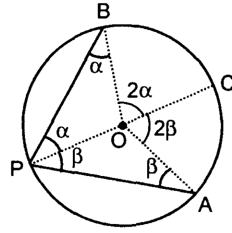
$\widehat{BPD}$, bir dış açıdır.

TEOREM 10.9

Bir çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

İSPAT :

$\widehat{APB}$ bir çevre açı ve O, çemberin merkezi olsun.



[OA], [OB] ve [OP] yarıçaplarını çizelim.

[PO , çemberi C de kessin.

$\overset{\Delta}{OPB}$ ikizkenar üçgeninde

$|OB| = |OP|$ olduğundan,

$m(\widehat{OPB}) = m(\widehat{PBO}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{BOC}) = 2\alpha$;

$\overset{\Delta}{OPA}$ ikizkenar üçgeninde

$|OA| = |OP|$ olduğundan,

$m(\widehat{OPA}) = m(\widehat{PAO}) = \beta \Rightarrow m(\widehat{AOC}) = 2\beta$ olur.

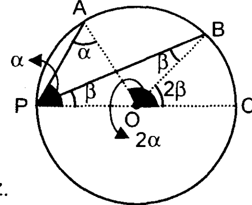
Buradan,

$m(\widehat{APB}) = \alpha + \beta$ ①, $m(\widehat{AOB}) = 2\alpha + 2\beta$, ②

$m(\widehat{AOB}) = m(\overset{\frown}{AB})$ ③ olup

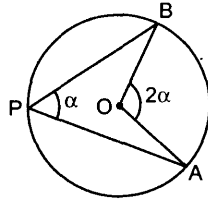
①, ② ve ③ ten $m(\widehat{APB}) = \frac{1}{2} m(\overset{\frown}{AB})$ bulunur.

Şekli inceleyerek, O merkezinin $\widehat{APB}$ açısının dış bölgesinde bulunduğu durumda, ispatı siz yapınız.

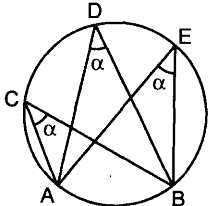


SONUÇLAR :

1. Bir çevre açının ölçüsü, aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.



2. Aynı yayı (ya da eş yayları) gören çevre açılar eştir.



3. Bir çemberde, paralel kirişler arasında kalan yaylar eştir.

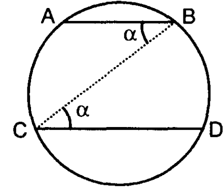
İSPAT :

AB // CD ise,

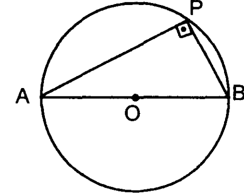
içters açılar olduklarından

$\widehat{ABC} \cong \widehat{DCB}$ olup

bu eşlik $\overset{\frown}{AC} \cong \overset{\frown}{BD}$ eşliğini gerektirir.



4. Çapı gören çevre açı 90° dir.

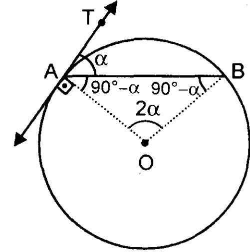


TEOREM 10.10

Bir teğet-kiriş açının ölçüsü, iç bölgesinde kalan yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

İSPAT :

[AB], çemberin kirişi ve AT teğeti olmak üzere $\widehat{TAB}$, bir teğet-kiriş açı olsun.



[OA] ve [OB] yi çizelim.

$OA \perp AT$ ve $|OA| = |OB|$ olduğundan

$m(\widehat{TAB}) = \alpha$ dersek, $\overset{\Delta}{OAB}$ üçgeninde

$m(\widehat{OAB}) = m(\widehat{OBA}) = 90° - \alpha$ ve

$m(\widehat{OAB}) = 180° - (90° - \alpha + 90° - \alpha)$

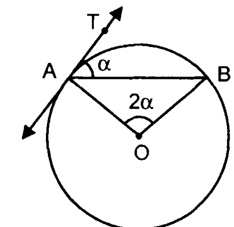
$\Rightarrow m(\widehat{AOB}) = 2\alpha$ olur.

Buradan, $m(\overset{\frown}{AB}) = 2\alpha$ ve

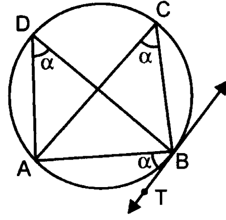
$m(\widehat{TAB}) = \frac{1}{2} m(\overset{\frown}{AB})$ bulunur.

SONUÇLAR :

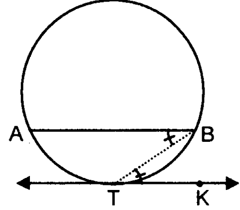
1. Bir teğet-kiriş açının ölçüsü, aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.



2. Aynı yayı gören teğet-kiriş açı ile çevre açılar eştir.



3. Birbirine paralel bir kiriş ile bir teğet arasındaki yaylar, eştir.



İSPAT :

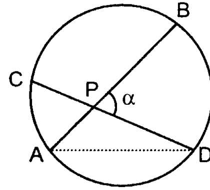
$AB \parallel TK \Rightarrow \widehat{ABT} \cong \widehat{BTK} \Rightarrow \overset{\frown}{AT} \cong \overset{\frown}{TB}$

TEOREM 10.11

Çemberde bir iç açının ölçüsü, kenarlarının ayırdığı yayların ölçülerinin toplamının yarısına eşittir.

İSPAT :

P de kesişen iki kiriş $[AB]$ ve $[CD]$ olmak üzere, $\overset{\triangle}{BPD}$ bir iç açı olsun.



$[AD]$ yi çizersek

$m(\hat{A}) = \frac{1}{2} m(\overset{\frown}{BD})$ ve $m(\hat{D}) = \frac{1}{2} m(\overset{\frown}{AC})$ olur.

$\overset{\triangle}{PAD}$ üçgeninde

$m(\widehat{BPD}) = m(\hat{A}) + m(\hat{D})$

$\Rightarrow m(\widehat{BPD}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AC}) + m(\overset{\frown}{BD})}{2}$ bulunur.

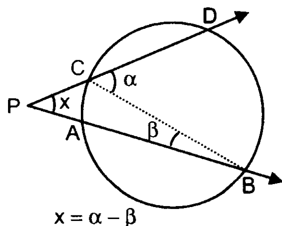
TEOREM 10.12

Çemberde bir dış açının ölçüsü, kenarlarının ayırdığı yayların ölçülerinin farkının yarısına eşittir.

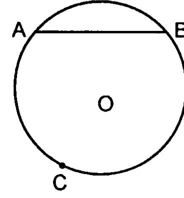
Şekli inceleyerek

$m(\hat{P}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{BD}) - m(\overset{\frown}{AC})}{2}$

olduğunu siz gösteriniz.

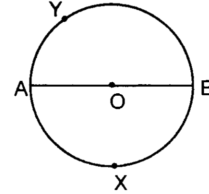


NOT : Çemberde bir $[AB]$ kirişi iki yay ayırır. $\overset{\frown}{AB}$ yayı denildiğinde bunlardan küçüğü anlaşılır. Büyük yay belirtilmek isteniyorsa üçüncü bir nokta kullanılır. $\overset{\frown}{ACB}$ yayı gibi. Çemberin çapının ayırdığı yaylara **yarı çember** denir.



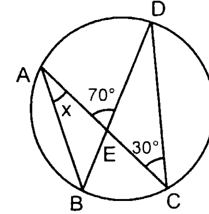
Yarı çemberi belirtmek için de, uç noktalarından başka, üçüncü bir nokta daha kullanılır.

$\overset{\frown}{AXB}$ yarı çemberi,
$\overset{\frown}{AYB}$ yarı çemberi
gibi.



ÖRNEK 10.14

Şekilde,
$m(\hat{C}) = 30°$ ve
$m(\widehat{AED}) = 70°$ ise
$m(\hat{A})$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$\overset{\triangle}{DEC}$ üçgeninde

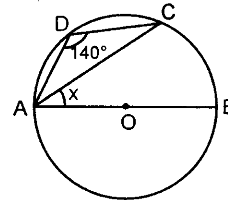
$m(\hat{D}) = 70 - 30° = 40°$ dir.

Aynı yayı gören çevre açılar olduklarından,

$m(\hat{A}) = m(\hat{D}) = 40°$ olur.

ÖRNEK 10.15

$[AB]$ çemberin çapıdır.
$m(\widehat{ADC}) = 140°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$m(\hat{D}) = 140° \Rightarrow m(\overset{\frown}{ABC}) = 280°$

$\Rightarrow m(\overset{\frown}{BC}) = 280° - 180° \Rightarrow m(\overset{\frown}{BC}) = 100°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 50°$ dir.

ÖRNEK 10.16

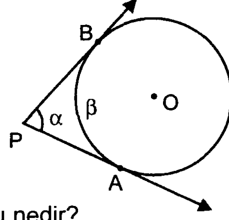
[PA ve [PB ,

O merkezli çemberin

A ve B deki teğetleridir.

$m(\hat{P}) = \alpha$ ve $m(\overset{\frown}{AB}) = \beta$

ise α ile β arasındaki bağıntı nedir?



ÇÖZÜM :

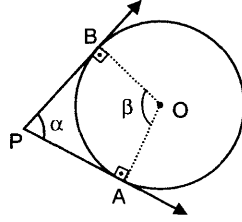
[OA] ile [OB] yi çizelim.

OA ⊥ PA, OB ⊥ PB ve

$m(\widehat{AOB}) = \beta$ olur.

PAOB dörtgeninde

$\alpha + \beta = 180°$ bulunur.



ÖRNEK 10.17

d_1 doğrusu A da,

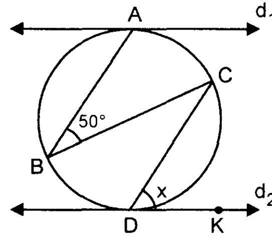
d_2 doğrusu D de

çembere teğettir.

$d_1 // d_2$ ve

$m(\hat{B}) = 50°$ ise

$m(\widehat{CDK})$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$d_1 // d_2 \Rightarrow m(\overset{\frown}{ABD}) = m(\overset{\frown}{ACD}) = 180°$ ve

$m(\hat{B}) = 50° \Rightarrow m(\overset{\frown}{AC}) = 100°$ olduğundan

$m(\overset{\frown}{CD}) = 80° \Rightarrow m(\widehat{CDK}) = 40°$ bulunur.

ÖRNEK 10.18

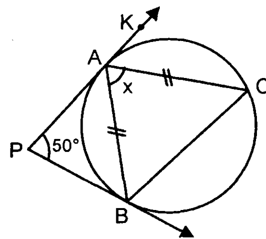
[PA ve [PB ,

çembere A ve

B de teğettir.

$|AB| = |AC|$ ve

$m(\hat{P}) = 50°$ ise $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$|PA| = |PB|$ olacağından

$m(\widehat{PAB}) = m(\widehat{PBA}) = 65°$ ve

$|AB| = |AC| \Rightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC}$ olur.

Eş yayları gören teğet-kiriş açılar olduklarından,

$m(\widehat{PAB}) = m(\widehat{KAC}) = 65°$ dir.

$m(\widehat{PAB}) + m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{KAC}) = 180°$

$\Rightarrow 65° + m(\widehat{BAC}) + 65° = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 50°$ bulunur.

ÖRNEK 10.19

P den geçen kesenler,

çemberi A, B, C, D

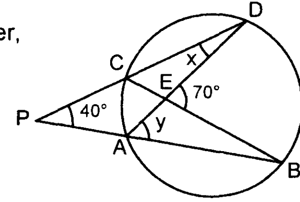
noktalarında

kesmektedir.

$AD \cap BC = \{E\}$,

$m(\widehat{BED}) = 70°$ ve $m(\hat{P}) = 40°$ ise

$m(\widehat{PDA}) = x$ ve $m(\widehat{BAD}) = y$ ölçüleri nedir?



ÇÖZÜM :

Verilere göre, $m(\overset{\frown}{AC}) = 2x$ ve $m(\overset{\frown}{BD}) = 2y$ dir.

$\widehat{BED}$ bir iç açı ve $\hat{P}$ bir dış açı olduğundan

$m(\widehat{BED}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AC}) + m(\overset{\frown}{BD})}{2} \Rightarrow 70° = \dfrac{2x + 2y}{2}$, ①

$m(\hat{P}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{BD}) - m(\overset{\frown}{AC})}{2} \Rightarrow 40° = \dfrac{2y - 2x}{2}$ ② olup

① ve ② den x =15° ve y =55° bulunur.

ÖRNEK 10.20

P den geçen kesenler,

çemberi A, B, C, D

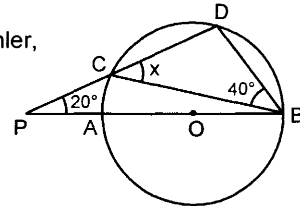
noktalarında

kesmektedir.

[AB] çaptır.

$m(\hat{P}) = 20°$ ve $m(\widehat{CBD}) = 40°$ ise $m(\widehat{BCD}) = x$

kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

Verilere göre, $m(\overset{\frown}{CD}) = 80°$ ve $m(\overset{\frown}{BD}) = 2x$ tir.

$m(\overset{\frown}{ACDB}) = 180°$ olduğundan

$m(\widehat{AC}) = 180° - (80° + 2x) = 100° - 2x$ olur.

$\hat{P}$ dış açı olduğundan

$$m(\hat{P}) = \frac{m(\widehat{BD}) - m(\widehat{AC})}{2}$$

$$\Rightarrow 20° = \frac{2x - (100° - 2x)}{2} \Rightarrow x = 35° \text{ bulunur.}$$

10.6 KESEN VE TEĞET TEOREMLERİ

TEOREM 10.13 (Kesen Teoremi)

Bir çemberin, bir P noktasından geçen kesenler üzerinde ayırdığı kirişler [AB] ve [CD] ise

$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$ dir.

İSPAT :

a) P noktası çemberin dışında ise :

$\overset{\triangle}{PAD} \sim \overset{\triangle}{PCB}$ (A.A.A.)

olduğunu görünüz.

Buna göre,

$$\frac{|PA|}{|PC|} = \frac{|PD|}{|PB|} \Rightarrow |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$

b) P noktası çemberin içinde ise :

$\overset{\triangle}{PAC} \sim \overset{\triangle}{PDB}$ (A.A.A.)

olduğunu görünüz.

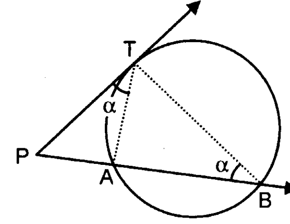
Buna göre,

$$\frac{|PA|}{|PD|} = \frac{|PC|}{|PB|} \Rightarrow |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$

TEOREM 10.14 (Teğet Teoremi)

Bir P noktasından bir çembere çizilen teğetin değme noktası T ve bu çemberin P den geçen bir kesen üzerinde ayırdığı kiriş [AB] ise $|PT|^2 = |PA| \cdot |PB|$ dir.

İSPAT :



$\overset{\triangle}{PAT} \sim \overset{\triangle}{PTB}$ (A.A.A.)

olduğunu görünüz.

Buna göre,

$$\frac{|PA|}{|PT|} = \frac{|PT|}{|PB|} \Rightarrow |PT|^2 = |PA| \cdot |PB| \text{ olur.}$$

TEOREM 10.15 (Kesen Teoremi'nin karşıtı)

P noktasında kesişen iki doğrudan biri üzerinde A ile B, diğeri üzerinde C ile D noktaları verildiğinde $|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$ ise A, B, C ve D noktaları aynı bir çember üzerinde bulunurlar.

İspat için, A, B, C noktalarından geçen çemberin, CD kesenini bir D′ noktasında kestiğini varsayarak D ile D′ noktalarının çakışık olması gerektiğini gösteriniz.

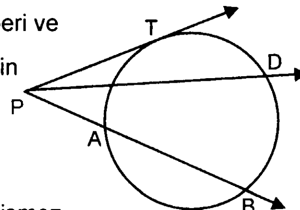
TEOREM 10.16 (Teğet Teoremi'nin karşıtı)

P noktasında kesişen iki doğrudan biri üzerinde P nin aynı tarafında A ile B gibi iki nokta, diğeri üzerinde bir T noktası verildiğinde $|PT|^2 = |PA| \cdot |PB|$ ise A, B, T noktalarından geçen çember PT doğrusuna T noktasında teğettir.

İspat için, A, B, T noktalarından geçen çemberin PT yi bir T′ noktasında kestiğini varsayarak, T ile T′ nün çakışık olması gerektiğini gösteriniz.

TANIM 10.9

Bir P noktasından çizilen kesenin bir çemberi kestiği noktalar A ve B ise, $|PA| \cdot |PB|$ çarpımına **P noktasının** bu **çembere göre kuvveti** denir. **p** ile gösterilir.



Verilen bir (O; r) çemberi ve verilen bir P noktası için

$p = |PA| \cdot |PB|$

çarpımının değeri kesenden kesene değişmez.

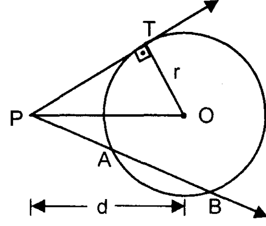
$p = |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| = |PT|^2$ olduğunu Teorem 10.13 ve Teorem 10.14 ile verip ispatladık.

P noktası çemberin dışında ise,

$|PO| = d$ olmak üzere,

$p = |PA| \cdot |PB| = |PT|^2$

$\Rightarrow \mathbf{p = d^2 - r^2}$ dir.

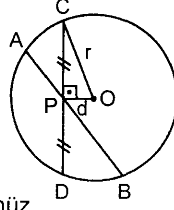


P noktası çemberin içinde ise,

$OP \perp PC$ olmak üzere

$p = |PA| \cdot |PB| = |PC|^2$

olduğunu, şekli inceleyerek görünüz.



P noktasının çember dışında olduğu durum ile çember içinde olduğu durumu birbirinden ayırmak için P nin çember içinde olduğu durumda kuvveti (–) alacağız.

$p = -|PC|^2 = d^2 - r^2$

NOT : Aslında, P nin çembere göre kuvveti $p = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ dir. Bu da, $\overrightarrow{PA}$ ve $\overrightarrow{PB}$ vektörlerinin skaler çarpımı demektir. P noktası çemberin içinde iken işaretin negatif olması buradan kaynaklanır. Biz, problem çözümlerinde işimize yarayacağı için, kuvvet tanımını eldeki bilgilerle yapmaya çalıştık.

TEOREM 10.17

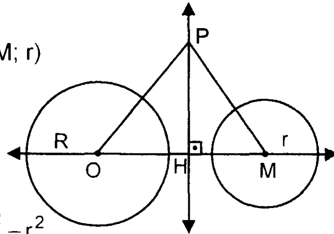
İki çembere göre aynı kuvvette olan noktaların kümesi, bu çemberlerin merkezler doğrusuna dik bir doğrudur. Bu doğruya bu çemberlerin **kuvvet ekseni** denir.

İSPAT :

P noktası (O; R) ve (M; r) çemberlerine göre aynı kuvvette olsun. Buna göre

$p = |PO|^2 - R^2 = |PM|^2 - r^2$

$\Rightarrow |PO|^2 - |PM|^2 = R^2 - r^2$ dir.



$PH \perp OM$ çizelim.

$\overset{\triangle}{POH}$ ve $\overset{\triangle}{PMH}$ dik üçgenlerinde,

$|PO|^2 = |OH|^2 + |PH|^2$ ① ve

$|PM|^2 = |HM|^2 + |PH|^2$ ② dir.

① ile ② taraf tarafa çıkarılırsa,

$|PO|^2 - |PM|^2 = |OH|^2 - |HM|^2$

$\Rightarrow R^2 - r^2 = (|OH| - |HM|)(|OH| + |HM|)$ olur.

$|OH| = x$, $|HM| = |OM| - x$ ve

$|OH| + |HM| = |OM|$ koyarsak

$R^2 - r^2 = (x - |OM| + x) \cdot |OM|$

$\Rightarrow x = \dfrac{R^2 - r^2 + |OM|^2}{2|OM|}$ bulunur.

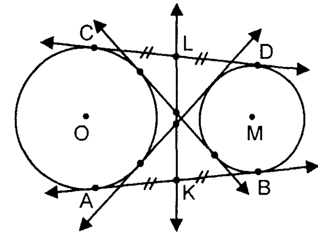
R, r ve $|OM|$ uzunlukları sabit olduğundan $|OH| = x$ sabittir. Bu bize, (O; R) ve (M; r) çemberlerine göre aynı kuvvette olan her P noktasının OM üzerindeki dik izdüşümünün aynı H noktası olduğunu gösterir.

Öyleyse, bu P noktaları OM ye H noktasında dik olan doğru üzerindedirler. Karşıt olarak, yukarıdaki yolla hesaplanan H noktasından OM ye çizilen dikme üzerindeki her noktanın verilen çemberlere göre aynı kuvvette olduğu gösterilebilir.

O halde, (O; R) ve (M; r) çemberlerine göre aynı kuvvette olan P noktalarının geometrik yeri, merkezler doğrusuna H noktasında dik olan bir doğrudur.

SONUÇLAR :

1. İki çemberin kuvvet ekseni, bunların ortak teğetlerinin orta noktalarından geçen bir doğrudur.



İSPAT :

Kuvvet tanımına göre, [AB] ve [CD] dıştan teğetlerinin K ve L ortaları iki çembere göre de aynı kuvvettedir.

Teorem 10.17 ye göre kuvvet ekseni bir doğru olduğundan, KL bu çemberlerin kuvvet eksenidir. İçten teğetlerin orta noktaları için de aynı ispat geçerlidir.

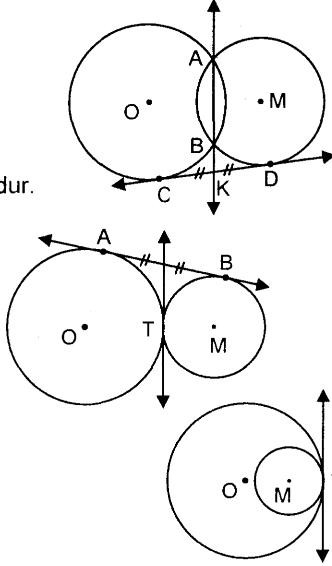
2. Kuvvet ekseni, çemberlerin ortak noktalarından geçer.

İSPAT :

Çemberlerin ortak noktalarının her iki çembere göre kuvvetleri, sıfır olup eşittir.

Buna göre;
A ve B de kesişen iki çemberin kuvvet ekseni AB doğrusudur.

T de teğet olan çemberlerin kuvvet ekseni, T deki ortak teğetleridir.

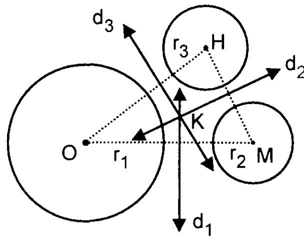


TEOREM 10.18

Merkezleri aynı doğru üzerinde olmayan üç çemberin ikişer ikişer kuvvet eksenleri, bu çemberlere göre aynı kuvvette olan bir noktada kesişirler.
Bu noktaya, bu çemberlerin **kuvvet merkezi** denir.

İSPAT :

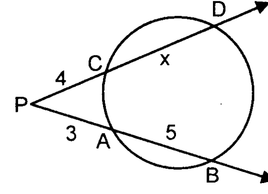
$(O; r_1)$ ve $(M; r_2)$ çemberlerinin kuvvet ekseni d_1, $(M; r_2)$ ve $(H; r_3)$ çemberlerinin kuvvet ekseni d_2, $(O; r_1)$ ve $(H; r_3)$ çemberlerinin kuvvet ekseni d_3 olsun.



$d_1 \cap d_2 = \{K\}$ ise, K noktası $(O; r_1)$ ve $(H; r_3)$ çemberlerine göre aynı kuvvette olacağından $K \in d_3$ olur..

ÖRNEK 10.21

Şekildeki verilere göre $|CD| = x$ kaç cm dir?



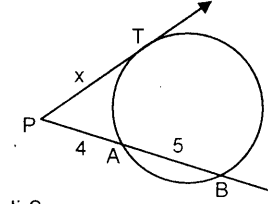
ÇÖZÜM :

$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \Rightarrow 3 \cdot 8 = 4 \cdot (4 + x)$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.22

PT, çemberin T deki teğetidir. Şekildeki verilere göre $|PT| = x$ kaç cm dir?



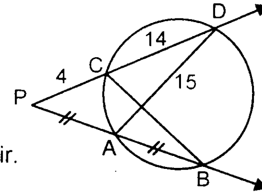
ÇÖZÜM :

$|PA| \cdot |PB| = |PT|^2 \Rightarrow 4 \cdot 9 = x^2$

$\Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.23

Şekilde P den geçen kesenler, çemberi A, B, C, D noktalarında kesmektedir. $|PA| = |AB|$, $|PC| = 4$ cm, $|CD| = 14$ cm ve $|AD| = 15$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

$|PA| = |AB| = a$ diyelim.

$\hat{D} \equiv \hat{B}$ ve $\overset{\triangle}{PAD} \sim \overset{\triangle}{PCB}$ (A.A.A.) olduğunu görünüz.

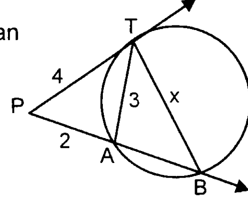
Buna göre,

$$\frac{|PA|}{|PC|} = \frac{|PD|}{|PB|} = \frac{|AD|}{|BC|} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{18}{2a} = \frac{15}{|BC|} \text{ olup}$$

$a = 6$ cm ve $|BC| = 10$ cm bulunur.

ÖRNEK 10.24

P den geçen doğrulardan biri T de teğettir, diğeri çemberi A ve B noktalarında kesmektedir.



$|PA| = 2$ cm, $|AT| = 3$ cm ve $|PT| = 4$ cm ise $|TB| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

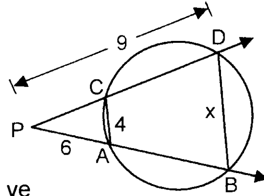
$\widehat{PTA} \equiv \hat{B}$ ve $\overset{\triangle}{PAT} \sim \overset{\triangle}{PTB}$ (A.A.A.) olduğunu görünüz.

Buna göre,

$$\frac{|PA|}{|PT|} = \frac{|AT|}{|TB|} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 6 \text{ cm dir.}$$

ÖRNEK 10.25

P den geçen kesenler, çemberi A, B, C, D noktalarında kesmektedir.



$|PA| = 6$ cm, $|AC| = 4$ cm ve $|PD| = 9$ cm ise $|BD| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$m(\hat{B}) + m(\widehat{ACD}) = 180°$, ① (Kirişler dörtgeni)

$m(\widehat{PCA}) + m(\widehat{ACD}) = 180°$ ② dir.

① ve ② den $\widehat{PCA} \equiv \hat{B}$ olur.

Buna göre, $\overset{\triangle}{PCA} \sim \overset{\triangle}{PBD}$ (A.A.A.) dir.

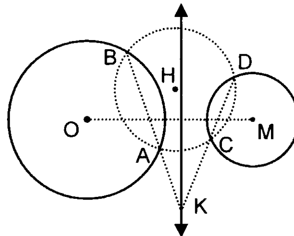
Bu benzerlik gereğince,

$$\frac{|CA|}{|BD|} = \frac{|PA|}{|PD|} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{6}{9} \Rightarrow x = 6 \text{ cm bulunur.}$$

ÖRNEK 10.26

Kesişmeyen (O; R) ve (M; r) çemberlerinin kuvvet eksenini çiziniz.

(O; R) ve (M; r) çemberleri şekildeki gibi verilmiş olsun.

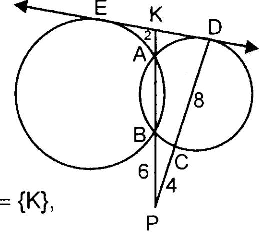


(O; R) çemberini A ile B ve (M; r) çemberini C ile D noktalarında kesen, H merkezli çemberi çizelim.

$AB \cap CD = \{K\}$ ise, K noktası bu üç çemberin kuvvet merkezi olur. Kuvvet ekseni merkezler doğrusuna dik olacağından K den OM ye çizilen dikme, verilen çemberlerin kuvvet ekseni olur.

ÖRNEK 10.27

[AB], çemberlerin ortak kirişi ve DE ortak teğetidir.



$DC \cap AB = \{P\}$, $DE \cap AB = \{K\}$,

$|PC| = 4$ cm, $|CD| = 8$ cm,

$|PB| = 6$ cm ve $|AK| = 2$ cm ise $|DE|$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$|PB| \cdot |PA| = |PC| \cdot |PD| \Rightarrow 6 \cdot |PA| = 4 \cdot 12$

$\Rightarrow |PA| = 8$ cm $\Rightarrow |AB| = 2$ cm ve

$|KA| \cdot |KB| = |KE|^2 \Rightarrow 2 \cdot 4 = |KE|^2$

$\Rightarrow |KE| = 2\sqrt{2}$ cm olur.

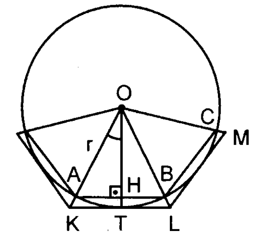
K noktası çemberlerin kuvvet ekseni üzerinde bulunduğundan $|KE| = |KD|$ olup $|DE| = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

10.7 YAY UZUNLUĞU

9. bölümde bir düzgün çokgenin kenarlarının orta dikmelerinin aynı noktada kesiştiğini ve bu noktanın aynı zamanda, açıortayların da kesim noktası olduğunu göstermiştik. Buna göre her düzgün çokgen, hem bir kirişler çokgeni hem de bir teğetler çokgenidir.

Burada, çember yayının uzunluğunu hesaplamada, çemberin n kenarlı düzgün kirişler çokgeni ile n kenarlı düzgün teğetler çokgeninin çevrelerinden yararlanacağız.

ABC ..., çokgeni, (O; r) çemberinin n kenarlı düzgün kirişler çokgeni; KLM ..., çokgeni de n kenarlı düzgün teğetler çokgeni olsun.



$m(\widehat{AOB}) = \frac{360°}{n}$ ve $m(\widehat{AOH}) = \frac{180°}{n}$ dir.

$\overset{\triangle}{OAH}$ dik üçgeninde, $\sin\frac{180°}{n} = \frac{|AH|}{r}$

$\Rightarrow |AH| = r \cdot \sin\frac{180°}{n} \Rightarrow |AB| = 2 \cdot \sin\frac{180°}{n} \cdot r$

ve kirişler dörtgeninin çevresi,

$Ç(ABC...) = 2 \cdot n \cdot \sin\frac{180°}{n} \cdot r$ olur.

$\overset{\triangle}{OKT}$ dik üçgeninde

$\tan\frac{180°}{n} = \frac{|KT|}{r} \Rightarrow |KT| = r \cdot \tan\frac{180°}{n}$

$\Rightarrow |KL| = 2 \cdot r \cdot \tan\frac{180°}{n}$

ve teğetler çokgeninin çevresi de

$Ç(KLM...) = 2 \cdot n \cdot \tan\frac{180°}{n} \cdot r$ olarak bulunur.

Ç(ABC...)< çemberin uzunluğu < Ç(KLM...)

olduğunu ve çokgenlerin n kenar sayısı arttıkça, Ç(ABC...) ile Ç(KLM...) değerlerinin birbirine yaklaşacağını görünüz.

Biz bunu, n'in bazı değerleri için hesaplanmış sonuçları vererek gösterelim.

n	Kirişler çokgeninin çevresi = $2(n \cdot \sin\frac{180°}{n})r$	Teğetler çokgeninin çevresi = $2(n \cdot \tan\frac{180°}{n})r$
3	2(2,59875)r	2(5,19750)r
6	2(3,00000)r	2(3,46500)r
45	2(3,13902)r	2(3,14672)r
90	2(3,14096)r	2(3,14287)r
180	2(3,14143)r	2(3,14191)r
540	2(3,14158)r	2(3,14163)r
1080	2(3,14159)r	2(3,14160)r

Tablodan, n değeri sınırsız arttırıldıkça $n \cdot \sin\frac{180°}{n}$ ve $n \cdot \tan\frac{180°}{n}$ ifadelerinin, 3,14159 ile 3,14160 arasında bir sayıya yaklaştığı anlaşılır. İleri matematik derslerinde, bu ifadelerin **n sonsuza giderkenki limiti** (yaklaştığı sınır değer) diyeceğimiz bu sayı π(pi) ile adlandırılır.

Bu irrasyonel sayının virgülden sonraki binlerce basamağı belirlenmiştir.

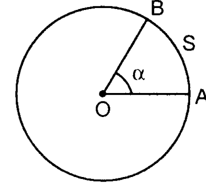
Buna göre, n sonsuz arttığında

Ç(ABC...) ≤ çemberin uzunluğu ≤ Ç(KLM...)

$\Rightarrow 2\pi r \leq$ çemberin uzunluğu $\leq 2\pi r$ olup çemberin uzunluğu Ç ise,

Ç = $2\pi r$ bulunur.

Bir çember yayının uzunluğu, bu yayı gören merkez açı ile orantılı olacağından, merkezden $\alpha°$ açısı ile görülen $\overset{\frown}{AB}$ yayının uzunluğu $2\pi r$ nin $\frac{\alpha}{360}$ ıdır.



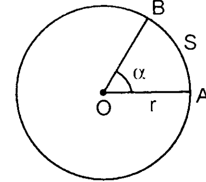
Buna göre, $|\overset{\frown}{AB}| = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r$ dir.

TANIM 10.9

Bir çember yayının uzunluğunun, bu çemberin yarıçapına bölümünden elde edilen sayıya, bu yayı gören merkez açının **radyan** cinsinden değeri denir..

Şekilde, $|\overset{\frown}{AB}| = s$ ve çemberin yarıçap uzunluğu r ise

$\alpha(rad) = \frac{s}{r}$ dir.

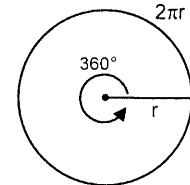


Örneğin, s = 3 cm ve r = 4 cm ise

$\alpha = \frac{3\text{ cm}}{4\text{ cm}} \Rightarrow \alpha = 0{,}75$ radyan olur.

Bu tanıma göre, 1 radyanlık açı, yarıçap uzunluğundaki yayı gören merkez açıdır.

360° lik açı $2\pi r$ uzunluğundaki çember yayını gördüğünden



$360° = \frac{2\pi r}{r} \Rightarrow 360° = 2\pi$ radyandır.

Buradan, $180° = \pi$ radyan

$\Rightarrow\ 1^\circ = \dfrac{\pi}{180}$ radyan

$\Rightarrow\ D^\circ = \dfrac{\pi}{180}\cdot D$ radyan

olup D° nin radyan cinsinden eşitine R dersek

$R = \dfrac{\pi}{180}\cdot D \Rightarrow \dfrac{\mathbf{D}}{\mathbf{180}} = \dfrac{\mathbf{R}}{\pi}$

çevirme formülünü elde ederiz.

ÖRNEK 10.28

40° lik açı kaç radyandır?

ÇÖZÜM :

$\dfrac{40}{180} = \dfrac{R}{\pi} \Rightarrow R = \dfrac{2\pi}{9}$ radyan olur.

ÖRNEK 10.29

1 radyanlık açı kaç derecedir?

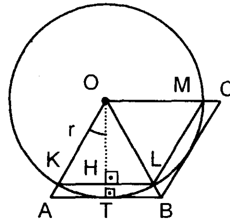
ÇÖZÜM :

$\dfrac{D}{180} = \dfrac{1}{\pi} \Rightarrow D = \dfrac{180}{\pi}$ derece olur.

10.8 DAİRENİN ALANI

Dairenin alanını bulmak için de, yay uzunluğunu hesaplamada olduğu gibi, çemberin n kenarlı düzgün kirişler çokgeni ile n kenarlı düzgün teğetler çokgeninden yararlanacağız.

O merkezli ve r yarıçaplı çemberin n kenarlı düzgün kirişler çokgeni KLM ... ve n kenarlı düzgün teğetler çokgeni ABC ... olsun.



$m(\widehat{KOL}) = \dfrac{360^\circ}{n}$ ve $|OK| = |OL| = r$ olduğundan

$A(KLM\ ...) = \dfrac{1}{2}\cdot n\cdot r^2\cdot \sin\dfrac{360^\circ}{n}$ dir.

$m(\widehat{AOT}) = \dfrac{180^\circ}{n}$, $\tan\dfrac{180^\circ}{n} = \dfrac{|AT|}{r}$

$\Rightarrow |AT| = r\cdot\tan\dfrac{180^\circ}{n} \Rightarrow |AB| = 2r\cdot\tan\dfrac{180^\circ}{n}$

ve $m(\widehat{AOB}) = \dfrac{|AB|\cdot r}{2}$ olduğundan

$A(ABC\ ...) = n\cdot r^2\cdot\tan\dfrac{180^\circ}{n}$ olur.

A(KLM ...) < Dairenin alanı < A(ABC ...)

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}n\cdot\sin\dfrac{360^\circ}{n}r^2 <$ Dairenin alanı $< n\cdot\tan\dfrac{180^\circ}{n}\cdot r^2$

olduğu açıktır.

n sınırsız arttıkça $n\cdot\tan\dfrac{180^\circ}{n}$ değerinin π sayısına yaklaştığını biliyorsunuz. $\dfrac{1}{2}n\cdot\sin\dfrac{360^\circ}{n}$ değerinin de π sayısına yaklaştığını biz söyleyelim.

n sınırsız arttıkça, kirişler çokgeni ile teğetler çokgeninin alanları, biri artarak diğeri azalarak πr^2 değerine yaklaşmaktadır. İşte bu değer dairenin alanıdır.

Dairenin alanı $= \pi\cdot r^2$ dir.

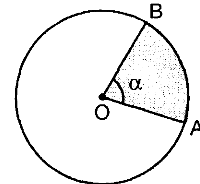
TANIM 10.11

Bir merkez açının çember içinde kalan kısmı ile bu açının gördüğü yayın sınırladığı bölgeye **daire dilimi** ya da **daire kesmesi**;

bir kiriş ile bu kirişe ait yayın sınırladığı bölgeye **daire parçası**;

eş merkezli iki çemberin sınırladığı bölgeye **daire halkası** ya da sadece **halka** denir.

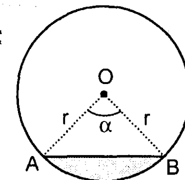
■ **Daire diliminin alanı :**



O, çemberin merkezi ise $\overset{\triangle}{OAB}$ bir daire dilimidir.

$\mathbf{A(\overset{\triangle}{AOB}) = \dfrac{\alpha}{360^\circ}\cdot \pi r^2}$ dir. (Neden?)

■ **Daire parçasının alanı :**



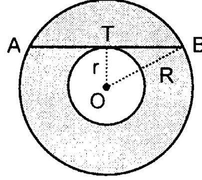
Şekildeki taralı bölge bir daire parçasıdır.

Daire parçasının alanı S_T ise,

$$S_T = \frac{\alpha}{360^\circ}\cdot \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin\alpha$$ dir. (Neden?)

■ **Halkanın alanı :**

Çemberler eş merkezli ise, şekildeki taralı bölge bir halkadır. halkanın alanına S_T dersek,



$$S_T = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$ dir.

R yarıçaplı çemberin, r yarıçaplı çembere T de teğet olan kirişi [AB] ve $|AB| = p$ olsun.

$\overset{\triangle}{TOB}$ dik üçgeninde

$$|TB|^2 = R^2 - r^2 \Rightarrow \left(\frac{p}{2}\right)^2 = R^2 - r^2$$ olup

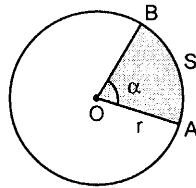
$$S_T = \pi \cdot \frac{p^2}{4}$$ bulunur.

TEOREM 10.19

Bir daire diliminin alanı, bu dilime ait yayın uzunluğu ile yarıçap uzunluğunun çarpımının yarısına eşittir.

İSPAT :

Bir dairede, eş merkez açılı dilimler eş ve bunların alanları eşit olacağından bir dilimin alanı, dilime ait merkez açının ölçüsü ile orantılıdır.



2π radyanlık merkez açıya ait dilimin, dairenin kendisi olup alanının πr^2 olduğunu biliyoruz. Biz, merkez açısı $\alpha = \frac{S}{r}$ radyan olan dilimin alanını arıyoruz.

Buna göre, $$\frac{A(\overset{\triangle}{AOB})}{\frac{S}{r}} = \frac{\pi r^2}{2\pi}$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AOB}) = \frac{S \cdot r}{2}$$ bulunur.

TEOREM 10.20

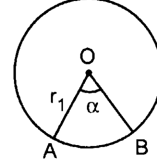
İki çemberde, eş merkez açılı dilimler benzerdir.

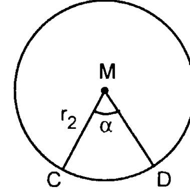
Bu teoremi ispatsız kabul ediyoruz.

Buna göre, $(O; r_1)$ ve $(M; r_2)$ çemberlerinde $\widehat{AOB} \cong \widehat{CMD}$ ise

$$\frac{|\overset{\frown}{AB}|}{|\overset{\frown}{CD}|} = \frac{r_1}{r_2},$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{AOB})}{A(\overset{\triangle}{CMD})} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$ dir.



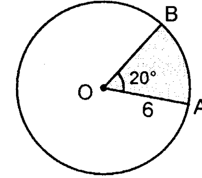


ÖRNEK 10.30

O noktası çemberin merkezidir.

$|OA| = 6$ cm ve

$m(\hat{O}) = 20^\circ$ ise $\overset{\triangle}{AOB}$ diliminin alanı kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

$$A(\overset{\triangle}{AOB}) = \frac{20^\circ}{360^\circ}\cdot \pi \cdot 6^2$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AOB}) = 2\pi \text{ cm}^2$$ olur.

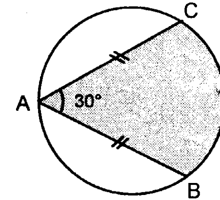
ÖRNEK 10.31

Şekilde

$|AB| = |AC|$

ve $m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$ dir.

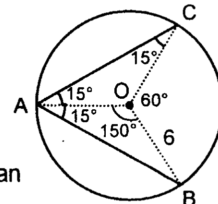
Çemberin yarıçapı 6 cm ise taralı alan kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

Çemberin merkezi O ise $m(\widehat{BOC}) = 60^\circ$ dir.

Eş kirişler merkezden eşit uzaklıkta bulunacağından [AO , $\widehat{BAC}$ nın açıortayıdır.



Öyleyse, $m(\widehat{OAB}) = m(\widehat{OAC}) = 15°$ ve

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AOC}) = 150°$ olur.

Buna göre taralı alan S_T ise,

$S_T = A(\overset{\triangle}{OAB}) + A(\overset{\triangle}{OAC}) + A(\overset{\triangle}{BOC})$

$\Rightarrow S_T = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 6\cdot \sin 150° + \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 6\cdot \sin 150° + \frac{60°}{360°}\cdot \pi \cdot 6^2$

$\Rightarrow S_T = 18 + 6\pi \ cm^2$ bulunur.

ÖRNEK 10.32

Çemberler eş merkezlidir.

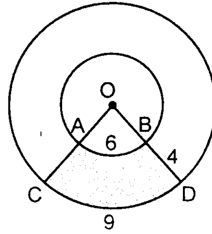
$C \in [OA$, $D \in [OB$,

$|BD| = 4$ cm,

$\overset{\frown}{AB}$ yayının uzunluğu 6 cm ve

$\overset{\frown}{CD}$ yayının uzunluğu 9 cm ise

Taralı alan kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

Eş merkez açılı dilimler benzer olduğundan

$$\frac{|OB|}{|OB|+4} = \frac{\overset{\frown}{AB} \text{ nın uzunluğu}}{\overset{\frown}{CD} \text{ nın uzunluğu}}$$

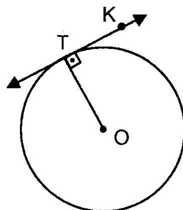
$$\Rightarrow \frac{|OB|}{|OB|+4} = \frac{6}{9} \Rightarrow |OB| = 8 \text{ cm olur.}$$

$$S_T = A(\overset{\triangle}{OCD}) - A(\overset{\triangle}{OAB}) = \frac{12\cdot 9}{2} - \frac{8\cdot 6}{2}$$

$\Rightarrow S_T = 30 \ cm^2$ dir.

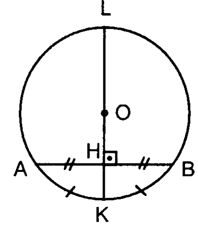
10. BÖLÜMÜN ÖZETİ

Bir çemberde teğet, değme noktasına ait yarıçapa diktir.



Bir çemberde, merkezden bir kirişe indirilen dikme, bu kirişi ve bu kirişe ait yayları ortalar.

$OH \perp AB \Leftrightarrow |AH| = |HB|$

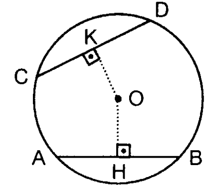


$OH \perp AB$ ve $OK \perp CD$

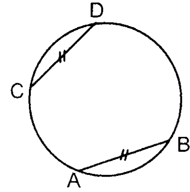
olmak üzere,

$|OH| = |OK| \Leftrightarrow |AB| = |CD|$

ve $OH < OK \Leftrightarrow AB > CD$ dir.



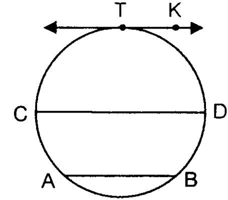
$[AB] \cong [CD] \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$



AB // CD // TK ise

$\overset{\frown}{AC} \cong \overset{\frown}{BD}$ ve

$\overset{\frown}{TC} \cong \overset{\frown}{TD}$ dır.

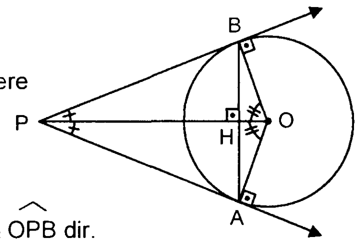


$[PA$ ile $[PB$,

O merkezli çembere teğet ise

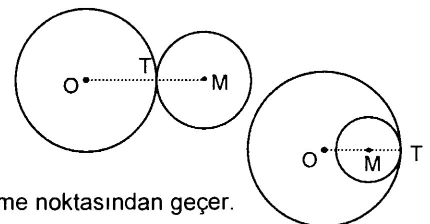
$|PA| = |PB|$,

$AB \perp PO$, $\widehat{OPA} \cong \widehat{OPB}$ dir.



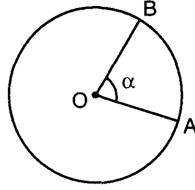
Kısaca, PAOB eşit açıları dik açı olan bir deltoiddir.

Teğet çemberlerde merkezler doğrusu değme noktasından geçer.





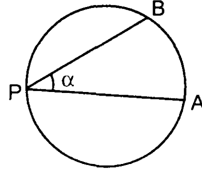
O, çemberin merkezi ise $\widehat{AOB}$ merkez açı ve $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AB})$ dır.





$\widehat{APB}$ çevre açı ve

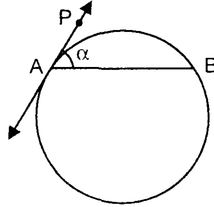
$m(\widehat{APB}) = \frac{1}{2} m(\widehat{AB})$ dır.





AP doğrusu A da teğet ise $\widehat{PAB}$ teğet-kiriş açı ve

$m(\widehat{PAB}) = \frac{1}{2} m(\widehat{AB})$ dır.

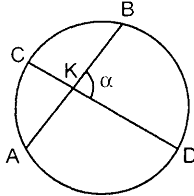




$AB \cap CD = \{K\}$ ise

$\widehat{BKD}$ iç açı ve

$m(\widehat{BKD}) = \frac{m(\widehat{AC}) + m(\widehat{BD})}{2}$ dir.

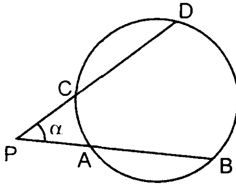




$AB \cap CD = \{P\}$ ise

$\hat{P}$ dış açı ve

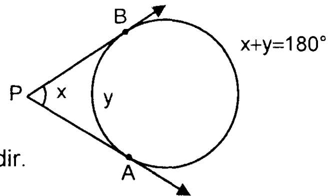
$m(\hat{P}) = \frac{m(\widehat{BD}) - m(\widehat{AC})}{2}$ dir.





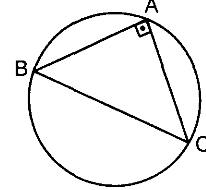
$[PA$ ve $[PB$ teğet ise

$m(\hat{P}) + m(\widehat{AB}) = 180°$ dir.





$[BC]$ çap $\Leftrightarrow AB \perp AC$



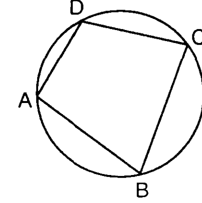


ABCD kirişler dörtgeni ise

$m(\hat{A}) + m(\hat{C}) = 180°$ ve

$m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 180°$ dir.

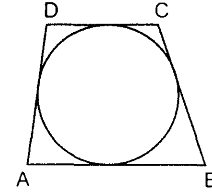
Bunun karşıtı da doğrudur.





ABCD teğetler dörtgeni ise

$|AB| + |CD| = |AD| + |BC|$ dir.

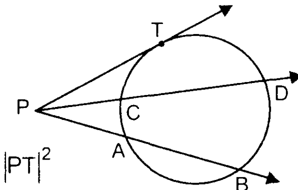




PAB, PCD birer kesen ve PT bir teğet ise

$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| = |PT|^2$

dir.



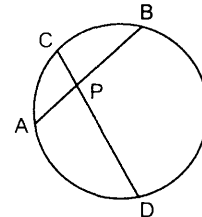
$p = |PA| \cdot |PB|$ çarpımı P noktasının çembere göre kuvvetidir.



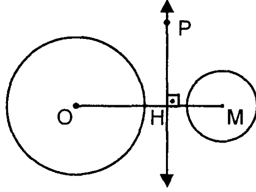
$AB \cap CD = \{P\}$ ise

$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$

dir.



İki çembere göre aynı kuvvette olan noktaların kümesi, merkezler doğrusuna dik bir doğrudur. Bu doğruya kuvvet ekseni denir.

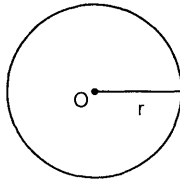


(O; r) çemberinin uzunluğu

Ç(O; r) = $2\pi r$ ve

(O; r) dairesinin alanı

A(O; r) = πr^2 dir.



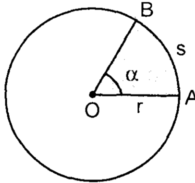
(O; r) çemberinde

AB yayının uzunluğu s ise,

$s = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$,

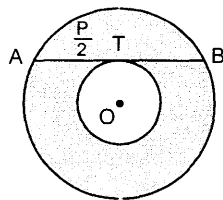
$A(OAB) = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$ ve

$A(OAB) = \frac{s \cdot r}{2}$ dir.



O merkezli çemberlerden büyüğünün [AB] kirişi küçüğüne teğet ve $|AB| = \alpha$ ise halkanın alanı,

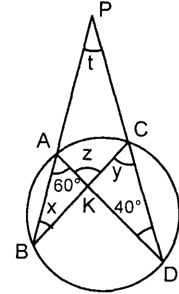
$S_T = \frac{1}{4}\pi a^2$ dir.



10. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. Şekilde, çemberin [AB] ve [CD] kirişlerinin uzantıları P de, [AD] ve [BC] kirişleri K de kesişmektedir.

x, y, z, t, üzerine yazıldıkları açıların ölçüleri, $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{ADC}) = 40^\circ$ ise x, y, z, t değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM :

$\overset{\frown}{AC}$ yayını gören çevre açılar olduklarından

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) \Rightarrow x = 40^\circ$,

$\overset{\frown}{BD}$ yayını gören çevre açılar olduklarından

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{BAD}) \Rightarrow y = 60^\circ$,

$\overset{\triangle}{ABK}$ üçgeninde dış açı olduğundan

$m(\widehat{AKC}) = x + 60^\circ \Rightarrow z = 100^\circ$ ve $\overset{\triangle}{PAD}$ üçgeninde

$m(\hat{P}) = m(\widehat{BAD}) - m(\hat{D}) \Rightarrow t = 60^\circ - 40^\circ$

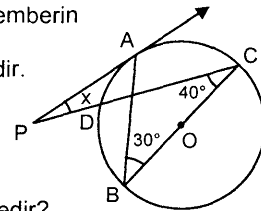
$\Rightarrow t = 20^\circ$ bulunur.

2. [BC], O merkezli çemberin çapı ve [PA bir teğetidir.

$m(\widehat{PCB}) = 40^\circ$ VE

$m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ ise

$m(\widehat{APC}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

$m(\overset{\frown}{AC}) = 60^\circ$, $m(\overset{\frown}{BD}) = 80^\circ$ ve [BC] çap olduğundan

$m(\overset{\frown}{BD}) + m(\overset{\frown}{AD}) + m(\overset{\frown}{AC}) = 180^\circ$

$\Rightarrow 80^\circ + m(\overset{\frown}{AD}) + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow m(\overset{\frown}{AD}) = 40^\circ$ dir.

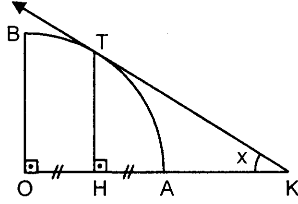
Buna göre,

$m(\hat{P}) = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) - m(\overset{\frown}{AD})}{2} \Rightarrow x = \frac{60^\circ - 40^\circ}{2}$

$\Rightarrow x = 10^\circ$ bulunur.

3. O merkezli çeyrek çember yayının T deki teğeti, [OA yı K da kesmektedir.

TH ⊥ OA ve $|OH| = |HA|$



ise $m(\hat{K}) = x$ kaç derecedir?

ÇÖZÜM :

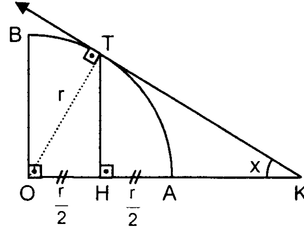
[OT] yi çizelim.

$|OT| = r$ ise

$|OH| = \frac{r}{2}$ ve $\overset{\Delta}{TOH}$ dik üçgeninde

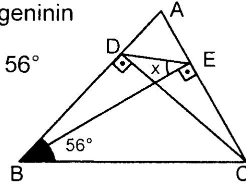
$m(\widehat{OTH}) = 30°$ olur.

OT ⊥ TK olduğundan



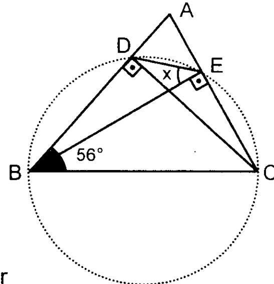
$m(\widehat{HTK}) = 60°$ ve $m(\hat{K}) = 30°$ bulunur.

4. [BE] ve [CD], ABC üçgeninin yükseklikleridir. $m(\widehat{ABC}) = 56°$ ise $m(\widehat{BED}) = x$ kaç derecedir?



ÇÖZÜM :

[BC] kenarını 90° lik açı altında gören D ve E noktaları [BC] çaplı çember üzerinde bulunurlar.



Buna göre, BCED kirişler dörtgeninde $m(\widehat{CBD}) + m(\widehat{CED}) = 180°$

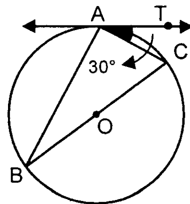
$\Rightarrow 56° + 90° + x = 180° \quad \Rightarrow x = 34°$ bulunur.

5. AT, [BC] çaplı çembere A da teğettir.

$m(\widehat{TAC}) = 30°$ ve

$|AC| = 4$ cm ise

$A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm² dir?



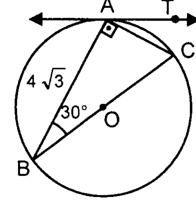
ÇÖZÜM :

$m(\hat{B}) = m(\widehat{CAT}) = 30°$

ve $m(\widehat{BAC}) = 90°$ dir.

$\overset{\Delta}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm olup



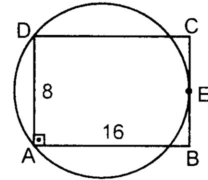
$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{|AB| \cdot |AC|}{2} \Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = 8\sqrt{3}$ cm³ bulunur.

6. ABCD dikdörtgeninin A ve D köşelerinden geçen çember [BC] ye E de teğettir.

$|AB| = 16$ cm ve $|AD| = 8$ cm

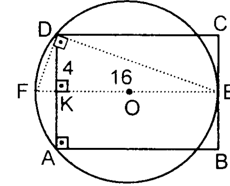
ise çemberin çapı kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Çemberin E den geçen [FE] çapı [AD] ye diktir ve onu ortalar.

$\widehat{FDE}$ açısı çapı gören çevre açı olduğundan dik açıdır.

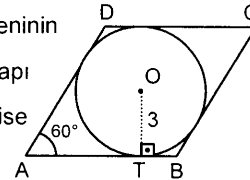


Buna göre $\overset{\Delta}{DFE}$ dik üçgeninde,

$|DK|^2 = |FK| \cdot |KE| \Rightarrow 4^2 = |FK| \cdot 16$

$\Rightarrow |FK| = 1$ cm ve $|FE| = 17$ cm olur.

7. ABCD eşkenar dörtgeninin içteğet çemberinin yarıçapı 3 cm dir. $m(\widehat{BAD}) = 60°$ ise A(ABCD) kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :

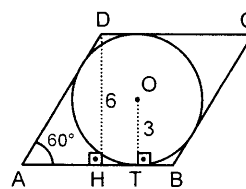
DH ⊥ AB çizersek

$|DH| = 6$ cm ve

DAH dik üçgeninde

$|AD| = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$

olacağını görünüz.



Buna göre, $|AB| = |AD| = 4\sqrt{3}$ cm olacağından

$A(ABCD) = |AB| \cdot |DH| \Rightarrow A(ABCD) = 4\sqrt{3} \cdot 6$

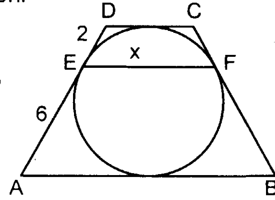
$\Rightarrow A(ABCD) = 24\sqrt{3}$ cm^2 olur.

8. ABCD teğetler dörtgeni bir ikizkenar yamuktur. E ve F değme noktaları,

$|DE| = 2$ cm ve

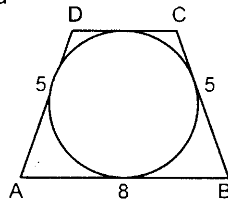
$|EA| = 6$ cm ise

$|EF| = x$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Yamuğun tabanlarının çembere değdiği noktalar K ve T olsun.



$|AE| = |BF| = |AT| = |TB| = 6$

ve $|DE| = |DK| = |KC| = |CF| = 2$ cm

olduğunu görünüz. Buna göre,

$$\frac{|DE|}{|EA|} = \frac{|EF| - |DC|}{|AB| - |EF|} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x-4}{12-x}$$

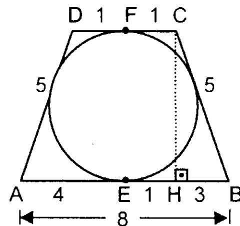
$\Rightarrow x = 6$ cm bulunur.

9. ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir.

$|AB| = 8$ cm ve

$|AD| = |BC| = 5$ cm ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

ABCD teğetler dörtgeninde

$|AB| + |CD| = |AD| + |BC|$

$\Rightarrow 8 + |CD| = 5 + 5$

$\Rightarrow |CD| = 2$ cm dir.

$|AE| = |EB| = 4$ cm ve $|DF| = |FC| = 1$ cm olduğunu görünüz.

CH ⊥ AB çizersek $|EH| = 1$ cm, $|HB| = 3$ cm ve

$\overset{\triangle}{CHB}$ dik üçgeninde $|CH| = 4$ cm olur.

Buna göre,

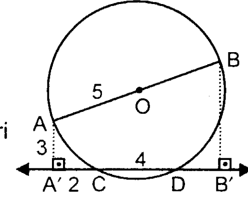
$$A(ABCD) = \frac{|AB| + |CD|}{2} \cdot |CH| \Rightarrow A(ABCD) = \frac{8+2}{2} \cdot 4$$

$\Rightarrow A(ABCD) = 20$ cm^2 bulunur.

10. (O; 5 cm) çemberinin [AB] çapının A ve B uçlarının, CD keseni üzerindeki dik izdüşümleri A′ ve B′ dür.

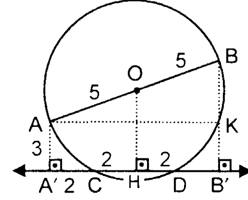
$|AA'| = 3$ cm, $|AC'| = 2$ cm ve

$|CD| = 4$ cm ise $|BB'|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

OH ⊥ CD çizilirse H noktası hem [CD] nin hem de [A′B′] nün ortası olur. (Neden?)



Buna göre $|DB'| = 2$ cm $\Rightarrow |A'B'| = 8$ cm dir.

AK ⊥ BB′ çizilirse $|AK| = |A'B'| = 8$ cm ve

$\overset{\triangle}{AKB}$ dik üçgeninde

$|BK|^2 = |AB|^2 - |AK|^2 \Rightarrow |BK|^2 = 10^2 - 8^2$

$\Rightarrow |BK| = 6$ cm olur.

$|AA'| = |KB'| = 3$ cm olduğundan

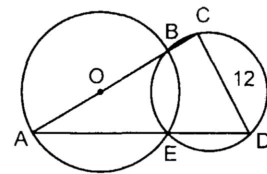
$|BB'| = 3 + 6 \Rightarrow |BB'| = 9$ cm bulunur.

11. [AB], O merkezli çemberin çapıdır.

$|AC| = 16$ cm ve

$|CD| = 12$ cm ise

çemberlerin merkezleri arasındaki uzaklık kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

[AB], O merkezli çemberin çapı ise $BE \perp AD$ olacağından [BD] de C ve D den geçen çemberin çapı olur. O halde $AC \perp CD$ dir.

$\overset{\triangle}{ACD}$ dik üçgeninde $|AD|^2 = |AC|^2 + |CD|^2$

$\Rightarrow |AD|^2 = 16^2 + 12^2 \Rightarrow |AD| = 20$ cm ve

[BD] çaplı çemberin merkezi K ise

$|OK| = \dfrac{|AD|}{2} \Rightarrow |OK| = 10$ cm bulunur.

12. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevrel çemberinin C deki teğeti [BA yı D de kesiyor.

$|BC| = |CD| = 6$ cm ve

$|AD| = 4$ cm ise $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevresi kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\frown}{AC}$ yayını gören çevre açı ve teğet-kiriş açılar olduklarından $\hat{B} \cong \overset{\frown}{ACD}$ ① ve $|BC| = |CD| \Rightarrow \hat{B} \cong \hat{D}$ ② dır.

① ve ② den $\overset{\frown}{ACD} \cong \hat{D}$ olur.

Bu eşliğe göre $|AC| = |AD| = 4$ cm dir.

Diğer taraftan,

$|DA| \cdot |DB| = |DC|^2 \Rightarrow 4 \cdot |DA| = 6^2$

$\Rightarrow |DA| = 9$ cm $\Rightarrow |AB| = 5$ cm dir.

Öyleyse, üçgenin çevresi

$Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 6 + 4 + 5 \Rightarrow Ç(\overset{\triangle}{ABC}) = 15$ cm olur.

13. [AB], yarıçemberin çapı [BC] teğetidir.

$|DE| = |EC|$, $|AE| = 7$ cm ve çemberin yarıçapı $2\sqrt{3}$ cm olduğuna göre

$|BC| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$|DE| = |EC| = a$ diyelim.

$BD \perp AC$ ve $AB \perp BC$ olacağından $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|AB|^2 = |AD| \cdot |AC|$

$\Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = (7-a)(7+a)$

$\Rightarrow a = 1$ cm ve

$|BC|^2 = |CD| \cdot |CA| \Rightarrow x^2 = 2 \cdot 8$

$\Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

14. P noktası, $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgeninin çevrel çemberinin $\overset{\frown}{BC}$ yayı üzerindedir.

$|PB| = 3$ cm ve $|PC| = 5$ cm ise $|PA| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

$\overset{\frown}{BAP} \cong \overset{\frown}{BCP}$ olduğunu görünüz.

$\overset{\frown}{ABK} \cong \overset{\frown}{PBC}$ olacak biçimde $K \in AP$ alınırsa

$\overset{\triangle}{ABK} \cong \overset{\triangle}{CBP}$ (A.K.A.) olur.

Buna göre, $m(\overset{\frown}{AKB}) = m(\overset{\frown}{CPB}) = 120°$,

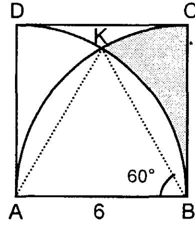
$m(\overset{\frown}{BKP}) = 60°$ ve $|AK| = |PC| = 5$ cm dir.

$m(\overset{\frown}{BPA}) = m(\overset{\frown}{BCA}) = 60°$ olduğu da görülürse $\overset{\triangle}{KBP}$ üçgeni eşkenar ve $|KP| = 3$ cm olur.

Böylece $|AP| = 8$ cm bulunur.

15. Bir kenarı 6 cm olan ABCD karesinde (A; 6 cm) ve (B; 6 cm) yayları K noktasında kesişmektedir. Buna göre taralı alan kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :



$S_T = A(\overset{\triangle}{KBC}) - A(\overset{\frown}{KB})$

ve $A(\overset{\frown}{KB}) = A(\overset{\triangle}{KAB}) - A(\overset{\triangle}{KAB})$

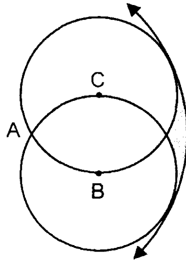
olduğundan

$S_T = A(\overset{\triangle}{KBC}) - A(\overset{\triangle}{KAB}) + A(\overset{\triangle}{KAB})$

$\Rightarrow S_T = \dfrac{30°}{360°}\cdot\pi\cdot 6^2 - \dfrac{60°}{360°}\cdot\pi\cdot 6^2 + \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4}$

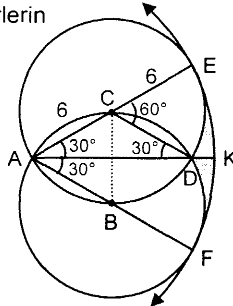
$\Rightarrow S_T = 9\sqrt{3} - 3\pi$ cm² bulunur.

16. B ve C merkezli çemberlerin yarıçapları 6 şar cm dir. A merkezli çember yayı çemberlere teğettir. Buna göre taralı alan kaç cm² dir?



ÇÖZÜM :

B ve C merkezli çemberlerin kesim noktaları A ve D, çemberlerin değme noktaları E ve F olsun. [AD , $\overset{\frown}{EF}$ yayını K noktasında kessin. Teğet çemberlerin merkezlerini birleştiren doğru değme noktasından geçeceği için [AC] E den, [AB] F den geçer.



$\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgen ve AK simetri ekseni olacağından

$m(\widehat{EAF}) = 60°$, $m(\widehat{EAK}) = 30°$ ve $m(\widehat{DCE}) = 60°$ olur.

Buna göre taralı alan,

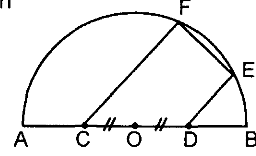
$S_T = 2\cdot[A(\overset{\triangle}{AEK}) - A(\overset{\triangle}{CDE}) - A(\overset{\triangle}{ACD})]$

$\Rightarrow S_T = 2\cdot\left(\dfrac{30°}{360°}\cdot\pi\cdot 12^2 - \dfrac{60°}{360°}\cdot\pi\cdot 6^2 - \dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 6\cdot\sin 120°\right)$

$\Rightarrow S_T = 2\left(12\pi - 6\pi - 9\sqrt{3}\right)$

$\Rightarrow S_T = \left(12\pi - 18\sqrt{3}\right)$ cm² bulunur.

17. Şekildeki yarı çemberin merkezi O dur. $|OC| = |OD|$ ve CF // DE ise CDEF dörtgeninin bir dik yamuk olduğunu gösteriniz.

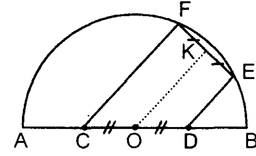


ÇÖZÜM :

[EF] nin ortası K olsun.

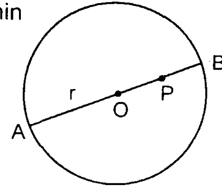
OK // DE // CF ve

OK ⊥ EF olacağından



$m(\hat{E}) = m(\hat{F}) = 90°$ olup CDEF dik yamuktur.

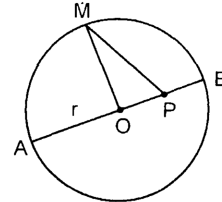
18. P noktası, (O; r) çemberinin iç bölgesindedir. OP nin çemberi kestiği noktalar A ile B ve P noktası O ile B arasında ise çemberin P den en uzak noktasının A, P ye en yakın noktasının B olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM :

(O; r) çemberi üzerindeki herhangi bir nokta M olsun.

$|PA| > |PM|$ ve $|PB| < |PM|$ olduğunu göstereceğiz.



$|PA| = |PO| + |OA| \Rightarrow |PA| = |PO| + r$ ① ve

$|PM| < |PO| + |OM| \Rightarrow |PM| < |PO| + r$ ② dir.

① ve ② den $|PA| > |PM|$ olur.

Benzer şekilde,

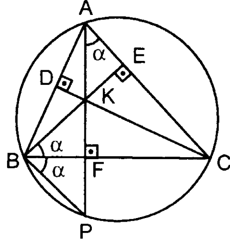
$|PB| = |OB| - |OP| \Rightarrow |PB| = r - |OP|$ ③ ve

$|PM| > |OM| - |OP| \Rightarrow |PM| > r - |OP|$ ④ olup

③ ve ④ ten $|PB| < |PM|$ bulunur.

19. Bir üçgende, yüksekliklerin kesim noktasının kenarlara göre simetriklerinin, çevrel çember üzerinde olacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM :



$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin [BE] ve [CD] yükseklikleri K da; K dan BC ye indirilen dikme BC yi F de ve çevrel çemberi P de kessin.

İspat için $|KF| = |FP|$ olduğunu göstermemiz yetecektir.

Üçgende yükseklikler bir noktada kesişeceğinden, FK üçgenin A köşesinden geçer.

$m(\widehat{PAC}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{AKE}) = m(\widehat{BKP}) = 90° - \alpha$ ve buradan

$m(\widehat{KBC}) = \alpha$ olur.

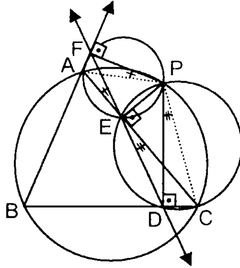
Diğer taraftan, $\overset{\frown}{PC}$ yayını gördüklerinden

$m(\widehat{PBC}) = m(\widehat{PAC}) = \alpha$ dır.

O halde, $\overset{\Delta}{BKF} \cong \overset{\Delta}{BPF}$ (A.K.A.) $\Rightarrow |KF| = |PF|$ olur.

20. Bir üçgenin çevrel çemberi üzerindeki bir noktadan üçgenin kenarlarına indirilen dikmelerin ayaklarının aynı bir doğru üzerinde olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :



$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin çevrel çemberi üzerindeki nokta P, P den kenarlara indirilen dikmelerin ayakları D, E, F olsun.

D, E, F noktalarının aynı doğru üzerinde olacağını göstereceğiz. Bunun için $\widehat{AEF} \cong \widehat{CED}$ olduğunu göstermemiz gerekir.

D ile E noktaları [PC] çaplı, E ile F noktaları [PA] çaplı çemberler üzerindedir. (Neden?)

[PA] çaplı çemberde $\widehat{APF} \cong \widehat{AEF}$, [PC] çaplı çemberde $\widehat{CPD} \cong \widehat{CED}$ dir. (Neden?)

$\widehat{APF}$ açısının tümleri $\widehat{FAP}$ ve $\widehat{CPD}$ açısının tümleri $\widehat{DCP}$ açısıdır.

Hem $\widehat{FAP}$, hem de $\widehat{DCP}$ açılarının bütünleri $\widehat{PAB}$ açısıdır. (Neden?)

O halde, $\widehat{FAP} \cong \widehat{DCP}$

$\Rightarrow \widehat{APF} \cong \widehat{CPD}$

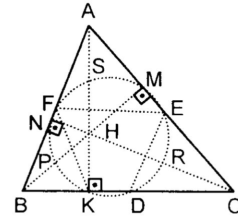
$\Rightarrow \widehat{AEF} \cong \widehat{CED}$ dır.

Bu da D, E, F nin doğrusal olduğunu gösterir.

NOT : Bu doğruya **Simson Doğrusu** denir.

21. Bir üçgende kenarların orta noktaları ile yüksekliklerin ayaklarının aynı çember üzerinde olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :



$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde kenarların orta noktaları D, E, F; yüksekliklerin ayakları K, M, N ve yüksekliklerin kesim noktası H olsun.

FE // BC, $|FK| = \frac{1}{2}|AB|$ ve $|DE| = \frac{1}{2}|AB|$ olduğundan KDEF bir ikizkenar yamuk olup bir kirişler dörtgenidir.

Aynı şekilde, DEMF ile DEFN dörtgenlerinin de birer kirişler dörtgeni olduğu gösterilebilir. D, E, F noktaları bir çember belirlediğine göre bu kirişler dörtgenlerine ait çemberler aynı çemberdir.

NOT : $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeni için çözdüğümüz bu problemi $\overset{\Delta}{HBC}$ üçgenine uygulayalım. $\overset{\Delta}{HBC}$ üçgeninde de yüksekliklerin ayakları K, M, N olduğundan K, M, N noktalarından geçen çember, üçgenin kenarlarını ortalamalıdır. Buna göre P noktası [HB] nin, R noktası da [HC] nin ortası olmalıdır. Aynı şekilde $\overset{\Delta}{HAB}$ üçgeninde de S noktası [HA] nın ortasıdır.

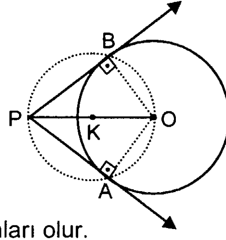
Demek ki bir $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninde yüksekliklerin ayakları K, M, N, kenarların orta noktaları D, E, F ve [HA], [HB], [HC] nin orta noktaları S, P, R ise, bu dokuz nokta aynı çember üzerindedir.

Bu çembere **Euler Çemberi** ya da **Dokuz Nokta Çemberi** denir.

22. Bir (O; R) çemberinin, dışındaki bir P noktasından geçen teğetlerini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Bir teğet, değme noktasına ait yarıçapa dik olacağından, teğetlerin A ve B değme noktaları, [OP] çaplı çember ile (O; R) çemberinin kesim noktaları olur.

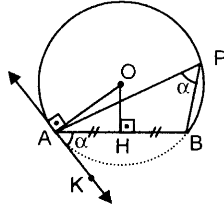


Buna göre çizim şöyle yapılır : [OP] nin K orta noktası bulunur. Pergel |KO| kadar açılarak çizilen K merkezli yayın, (O; R) çemberini kestiği noktalar A ve B değme noktalarıdır. [PA ve [PB istenen teğetlerdir.

23. Verilen bir [AB] doğru parçasını verilen bir α açısı altında gören noktaların geometrik yerini çiziniz.

ÇÖZÜM :

$m(\widehat{KAB}) = \alpha$ olacak biçimde AK doğrusu çizilir. A'dan AK ya çizilen dikme ile [AB] nin orta dikmesinin kesim noktası O olsun.



$\widehat{KAB}$ açısı, O merkezli [OA] yarıçaplı çemberin, $\overset{\frown}{AB}$ yayını gören bir teğet kiriş açısıdır. Çemberin, $\widehat{KAB}$ açısının dışında kalan yayı üzerindeki her P noktası için $\widehat{APB}$ açısı, $\overset{\frown}{AB}$ yayını gören çevre açı olacağından $m(\widehat{APB}) = \alpha$ olur.

Öyleyse aranan geometrik yer, O merkezli [OA] yarıçaplı çemberin, $\widehat{KAB}$ açısının dışında kalan yayıdır.

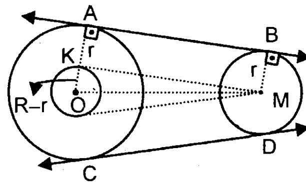
24. Verilen iki çemberin;

a) Ortak dıştan teğetlerini çiziniz.

b) Ortak içten teğetlerini çiziniz.

ÇÖZÜM :

a) Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen (O; R) ve (M; r) çemberlerinin ortak dıştan teğetlerinden birinin değme noktaları A ile B olsun. [OA]yı, [MB]yi ve MK // AB yi çizersek KMBA bir dikdörtgen ve $\overset{\triangle}{OKM}$ bir dik üçgen olur.

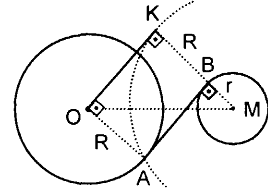


Buna göre, |KA| = |MB| = r ve |OK| = R – r dir.

Öyleyse, çizim şöyle yapılır :

M den (O; R – r) çemberine MK teğeti çizilir. [OK nın (O; R) çemberini kestiği A noktası ile, M den OA ya çizilen paralelin (M; r) çemberini kestiği B noktası dıştan teğetlerden birinin değme noktalarıdır. CD teğeti de aynı şekilde çizilir.

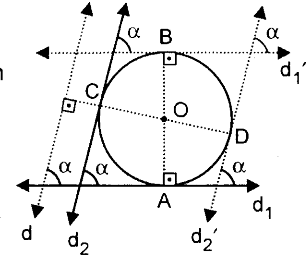
b) O dan (M; R + r) çemberine çizilen teğetin değme noktası K olsun. MK nın (M; r) çemberini kestiği B noktası ile O dan MK ya çizilen paralelin (O; R) çemberini kestiği A noktası, içten teğetlerden birinin değme noktalarıdır. Diğer içten teğet de aynı şekilde çizilir.



25. Bir (O; R) çemberinin, birbiri ile α açısı yapan teğetlerini çiziniz.

ÇÖZÜM :

(O; R) çemberinin bir [AB] çapının uçlarından d_1 ve d_1' teğetleri çizilir. d_1 ile α açısı yapan herhangi bir d doğrusu çizilir.

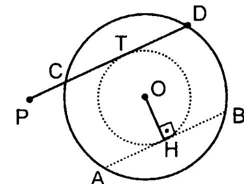


d doğrusuna dik olan [CD] çapının uçlarından çizilen d_2 ve d_2' teğetleri, d_1 ve d_1' ile α açısı yaparlar.

26. Bir (O; R) çemberi ile dışında bir P noktası veriliyor. P den geçen öyle bir kesen çiziniz ki bu çember, bu kesen üzerinde bilinen bir m uzunluğunda bir kiriş ayırsın.

ÇÖZÜM :

(O; R) çemberinin, m uzunluğunda herhangi bir [AB] kirişi çizilir. OH ⊥ AB ise,

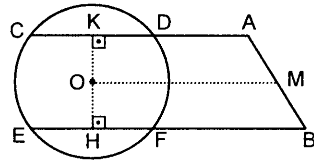


P den O merkezli $|OH|$ yarıçaplı çembere çizilen PT teğetinin (O; R) çemberinin içinde kalan kısmının uzunluğu, $|CD| = |AB| = m$ olur.

27. Bir (O; r) çemberi ile A ve B gibi iki nokta veriliyor. Bu iki noktadan, birbirine paralel öyle iki kesen çiziniz ki çemberin bu kesenler üzerinde ayırdığı kirişler eş olsun.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. (O; r) çemberinin, A dan ve B den geçen birbirine paralel kesenler üzerinde ayırdığı eş kirişler [CD] ve [EF] olsun.



$OH \perp EF$ ve $OK \perp CD$ çizelim.

Eş kirişler merkezden eşit uzaklıkta bulunacağından,

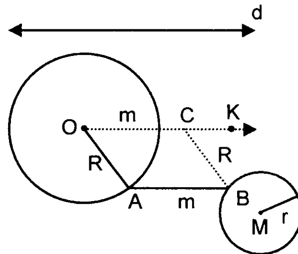
$|OH| = |OK|$ olup O noktası HBAK yamuğunda [KH] yan kenarının ortasıdır. [AB] nin ortası da M ise OM doğrusu çizimi istenen kesenlere paralel olur.

Buna göre, OM ye A ve B den çizilecek paraleller çizimi istenen kesenlerdir.

28. Verilen iki çember arasına doğrultusu ve uzunluğu belli olan bir doğru parçası yerleştiriniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen iki çember (O; R) ile (M; r), bunların arasına yerleştirilen, d doğrusuna paralel ve uzunluğu m olan doğru parçası [AB] olsun.



O dan d ye çizilen paralel doğru üzerinde $|OC| = m$ olacak biçimde bir C noktası alırsak, ABCO bir paralelkenar ve $|CB| = R$ olur.

Öyleyse çizim şöyle yapılır :

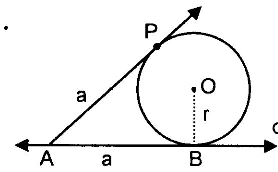
[OK // d çizilir.

Bu paralel üzerinde $|OC| = m$ olacak biçimde bir C noktası alınır. (C; R) yayının (M; r) çemberini kestiği nokta [AB] nin B ucu olur. B den d ye bir paralel çizilerek A ucu da bulunur.

29. Bir d doğrusu üzerinde A ve B noktaları veriliyor. d doğrusuna B de teğet olan çemberlere, A dan çizilen teğetlerin değme noktalarının geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM :

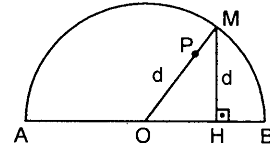
d doğrusuna B de teğet olan çemberlerden biri (O; r), A dan bu çembere çizilen teğetin değme noktası P olsun.



$|AB| = a$ ise $|AP| = a$ olacaktır.

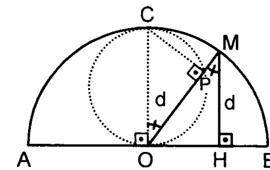
A noktası ve $|AB| = a$ uzunluğu sabit olduğundan P nin geometrik yeri (A; a) çemberidir.

30. O merkezli, [AB] çaplı yarıçember üzerindeki, değişen bir M noktasının [AB] ye uzaklığı $|MH| = d$ olsun. OM üzerinde $|OP| = d$ olacak biçimde alınan P noktalarının geometrik yerini bulunuz.



ÇÖZÜM :

Yarıçemberin [AB] ye dik olan [OC] yarıçapını çizelim.



$\widehat{COM} \cong \widehat{HMO}$ (içters)

ve buradan $\overset{\Delta}{PCO} \cong \overset{\Delta}{HOM}$ (K.A.K.) olur.

Bu eşlik $\widehat{OPC} \cong \widehat{MHO}$ eşliğini gerektirir.

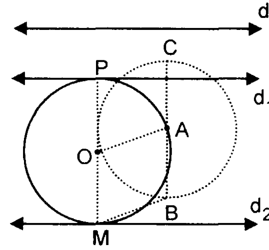
Buna göre $m(\widehat{OPC}) = 90°$ olup P noktası [OC] çaplı çember üzerindedir. [OC] çaplı çember üzerindeki her P noktası için, [OP nin yarıçemberi kestiği nokta M ve $MH \perp AB$ olmak üzere, $|OP| = |MH|$ olacağını da siz gösteriniz. O halde P noktalarının geometrik yeri [OC] çaplı çemberdir.

NOT : Geometrik yer problemlerinde, geometrik yerin ne olacağını tahmin edebilmek için, konumu değişen noktanın özel konumlarını inceleyiniz.
Örneğin, bu problemde M yi B üzerinde alırsanız P noktası O üzerinde, M yi C üzerinde alırsanız P noktası C üzerinde ve M yi A üzerinde alırsanız P noktası yine O üzerinde olur. M nin rasgele birkaç farklı konumunu daha inceleyerek geometrik yerin [OC] çaplı çember olabileceği sezilir. Bundan sonra yukarıdaki çözüm yapılır.

31. r yarıçaplı bir çember, üzerindeki sabit bir A noktası etrafında, aynı düzlemde kalarak dönmektedir. Bu çemberin, sabit bir d doğrusuna paralel teğetlerinin değme noktalarının geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM :

(O; r) çemberinin r yarıçapı ile A noktası ve d doğrusu sabit olarak, şekildeki gibi verilmiş olsun.



$|OA| = r$ olduğundan, (O; r) çemberi A noktası etrafında dönerken O noktası sabit (A; r) çemberini çizer.

(O; r) çemberinin herhangi bir konumunda, d ye paralel olan d_1 ve d_2 teğetlerinin değme noktaları P ve M olsun. [PM] kirişi (O; r) nin d ye dik çapıdır. (Neden?)

Sabit (A; r) çemberinin [PM] ye paralel çapı [BC] ise MBCP bir paralelkenar olup $|MB| = |PC| = r$ olur.

Buna göre, değme noktalarından M nin geometrik yeri (B; r) çemberi, P nin geometrik yeri de (C; r) çemberidir.

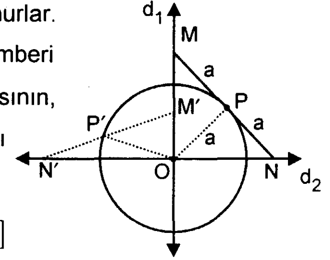
32. O noktasında kesişen ve birbirine dik olan d_1 ve d_2 doğruları ile uzunluğu 2a kadar olan [MN] doğru parçası veriliyor. M noktası d_1 üzerinde ve N noktası d_2 üzerinde değiştiğine göre, [MN] nin orta noktasının geometrik yerini bulunuz.

ÇÖZÜM :

[MN] nin ortası P olsun. $\overset{\triangle}{MON}$ dik üçgeninde

$|OP| = |MP| = |NP| = a$ olduğundan, P noktaları (O; a) çemberi üzerinde bulunurlar.

Karşıt olarak, (O; a) çemberi üzerindeki her P′ noktasının, uçları d_1 ve d_2 doğruları üzerinde bulunan ve uzunluğu 2a olan [M′N′] doğru parçasının ortası olacağını gösterelim.



$|OP'| = a$ ve $|M'N'| = 2a$ olduğundan

$\overset{\triangle}{M'N'O}$ dik üçgeninde [OP′] kenarortay olup

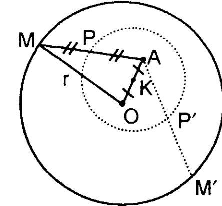
$|N'P'| = |P'M'| = a$ olacağından P′ noktası [M′N′] nün orta noktasıdır.

Öyleyse, P noktalarının geometrik yeri (O; a) çemberidir.

33. Bir (O; r) çemberinin üzerindeki noktaları bir A noktasına birleştiren doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?

ÇÖZÜM :

(O; r) çemberi ile A noktası şekildeki gibi verilmiş olsun. (O; r) çemberi üzerinde değişen bir nokta M,



[MA] nın ortası P ve [OA] nın ortası K ise

$|KP| = \frac{1}{2}|OM| \Rightarrow |KP| = \frac{r}{2}$ olur.

K noktası ile $|KP| = \frac{r}{2}$ sabit olduğundan, P noktaları $\left(K; \frac{r}{2}\right)$ çemberi üzerinde bulunurlar.

Karşıt olarak, A noktasının $\left(K; \frac{r}{2}\right)$ çemberi üzerindeki her P′ noktasına göre simetriği olan M′ noktalarının (O; r) çemberi üzerinde olacağını da siz gösteriniz. Öyleyse, P noktalarının geometrik yeri $\left(K; \frac{r}{2}\right)$ çemberidir.

NOT : A noktasının (O; r) çemberinin dışında olduğu durum için aynı çözümü yapınız.

34. [AB] çaplı, O merkezli yarıçemberin M deki teğeti ile AB nin kesim noktası C, $\widehat{MCO}$ açısının açıortayına O dan çizilen dikmenin bu açıortayı ve teğeti kestiği noktalar D ve P dir.

M noktası $\overset{\frown}{AB}$ yayı üzerinde değiştiğine göre P noktasının geometrik yeri ne olur?

ÇÖZÜM :

[PH] ⊥ AB ile [OM] yi çizelim.

$\overset{\triangle}{PHO} \cong \overset{\triangle}{OMP}$ (K.A.A.) olduğunu görünüz.

Buna göre, yarıçemberin yarıçapı r ise

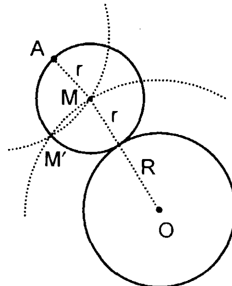
$|PH| = |OM| = r$ olur.

Demek ki, P noktalarının AB den uzaklığı r kadardır. Buna göre, P nin geometrik yeri, AB den r uzaklığındaki paralel doğru gibi gözükmektedir. Yalnız, M nin A ile ve B ile çakışık olduğu durumlar incelenerek, geometrik yerin [EF] doğru parçası olduğu anlaşılır. Öyle ki, CDFE bir dikdörtgendir.

35. Yarıçapı bilinen, verilen bir A noktasından geçen ve verilen bir (O; R) çemberine teğet olan çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM :

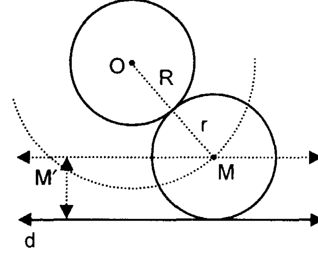
Çizilmesi istenen çemberin bilinen yarıçapı r ise bu çemberin M merkezi (A; r) çemberi ile (O; R + r) çemberlerinin kesim noktası olur.



36. Yarıçapı verilen ve verilen bir doğru ile verilen bir çembere teğet olan çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM :

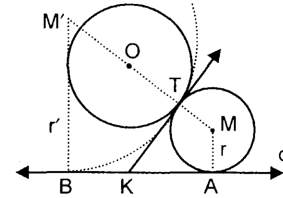
(O; R) çemberi ile d doğrusu verilmiş olsun. Çizimi istenen (M; r) çemberinin M merkezi, O noktasından R + r uzaklıktaki noktaların geometrik yeri ile d den r uzaklığındaki noktaların geometrik yerinin kesişimi olacaktır. Başka bir deyişle, (O; R + r) çemberi ile d ye r uzaklığından çizilen paralelin kesim noktası aranan çemberin merkezidir.



37. Bir (O; R) çemberi ile bir d doğrusuna teğet olan ve (O; R) üzerindeki T değme noktası bilinen çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. (O; R) ile dıştan teğet olan çember (M; r), içten teğet olan çember (M′, r′) ve bunların d doğrusuna değdiği noktalar A ile B olsun.



(O; r) ve (M; r) çemberlerinin T deki ortak teğeti d doğrusunu K noktasında kesiyorsa $|KA| = |KB| = |KT|$ olacağını görünüz.

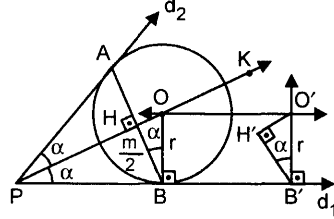
Öyleyse çizim şöyle yapılır :

T den OT ye bir dikme çizilir. Bu dikmenin d yi kestiği nokta K ise, d üzerinde $|KA| = |KB| = |KT|$ olacak biçimde A ve B noktaları işaretlenir. A dan d'ye çizilen dikmenin [OT yi kestiği nokta istenen dıştan teğet çemberin M merkezi; B den d'ye çizilen dikmenin [TO yu kestiği nokta istenen içten teğet çemberin M′ merkezi olur.

38. Kesişen iki doğruya teğet ve değme kirişi verilen bir m uzunluğunda olan çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.
d_1 ve d_2 ye teğet olan O merkezli çemberin [AB] değme kirişi için $|AB| = m$ olsun.



$AB \perp PO$, $|AH| = |HB| = \frac{m}{2}$ ve

$m(\widehat{APO}) = m(\widehat{BPO}) = m(\widehat{HBO}) = \alpha$

olduğunu görünüz.

Buna göre, $\overset{\triangle}{HOB}$ üçgenine eş olan $\overset{\triangle}{H'O'B'}$ üçgeni çizilip aranan çemberin $|OB| = |O'B'| = r$ yarıçapı bulunur.

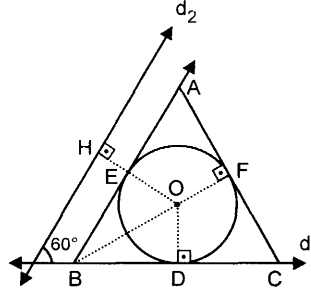
d_1 doğrusuna r uzaklığından çizilen paralelin [PK açıortayını kestiği nokta çemberin O merkezidir.

39. Kenarları, verilen bir çembere teğet olan eşkenar üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :

I. YOL :

O merkezli çember verilmiş olsun. Çember üzerinde bir D noktası alınıp $OD \perp d_1$ çizilir. d_1'in çemberin D deki teğeti olduğu açıktır.



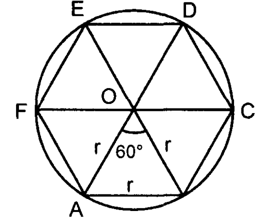
d_1 ile 60° lik açı yapan bir d_2 doğrusu çizilir. O dan d_2 ye çizilen dikmenin çemberi kestiği E noktasından d_2 ye çizilen paralelin d_1'i kestiği nokta, üçgenin bir köşesidir. Bu B köşesi olsun.

[BO nun çemberi kestiği F noktasından çembere çizilen teğetin, $\hat{B}$ açısının kenarlarını kestiği A ve C noktaları da üçgenin diğer köşeleri olur.

II. YOL :

Çemberi üç eş yaya ayıran D, E, F noktaları belirlenirse, D, E, F den çizilen teğetler üçgeni belirler.

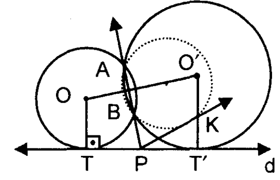
NOT : Pergel yarıçap uzunluğu kadar açılarak, çember üzerindeki bir A noktasından B, C, D, E, F noktaları kestirilirse A, C, E ya da B, D, F noktaları çemberi üç yaya ayıran noktalar olur.



40. Verilen iki noktadan geçen ve verilen bir doğruya teğet olan çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM :

A ve B noktaları ile d doğrusu verilmiş olsun. A ile B den geçen ve d doğrusuna teğet olan çemberi çizmemiz istenmektedir.



A ve B den geçen herhangi bir çember çizelim.

$AB \cap d = \{P\}$ ve P den, bu çembere çizeceğimiz teğetin değme noktası K olsun. P noktası çemberlere göre aynı kuvvette olacağından, istenen çemberlerin d doğrusuna değme noktaları,

$|PT| = |PK| = |PT'|$ koşuluna uyan T ve T′ noktaları olacaktır.

Öyleyse A, B, T ve A, B, T′ noktalarının belirttiği çemberler aranan çemberlerdir.

[AB] nin orta dikmesinin, T ve T′ den d ye çizilen dikmeleri kestiği O ve O′ noktaları çemberlerin merkezleri olur.

İrdeleme : A ile B, d nin aynı tarafında ve $AB \neq d$ ise iki çözüm vardır. AB // d ise yalnız bir, A ile B den biri d üzerinde ise yine yalnız bir çözüm vardır. (Bu durumları çizerek görünüz.) A ile B, d nin farklı taraflarında ise çözüm yoktur.

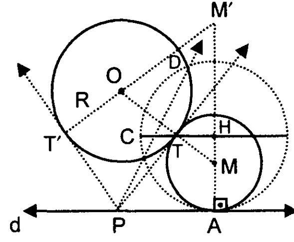
41. Bir d doğrusu ile bir (O; R) çemberine teğet olan ve d doğrusuna teğet olduğu A noktası bilinen çemberi çiziniz.

ÇÖZÜM :

I. YOL :

(O; R) çemberi ile d doğrusu ve üzerindeki A noktası verilmiş olsun.

d doğrusuna A da teğet olan ve (O; R) çemberini C ve D gibi iki noktada kesen $(H;|HA|)$ çemberini çizelim.



d doğrusu, çizimi istenen (M; r) çemberi ile $(H;|HA|)$ çemberinin kuvvet ekseni olur.

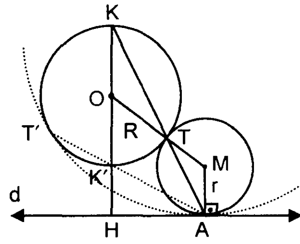
CD doğrusu da (O; R) ile $(H;|HA|)$ çemberlerinin kuvvet ekseni olduğundan, CD ile d nin kesiştiği P noktası üç çembere göre de aynı kuvvette olur.

Öyleyse, P den (O; R) çemberine çizilen teğetlerin T ve T′ değme noktaları, (M; r) çemberi ile (O; R) çemberinin de değme noktaları olur. OT (veya OT′) ile A dan d ye çizilen dikmenin kesim noktası, çizile-cek çemberin M (veya M′) merkezidir.

(M; r) çemberi, (O; R) ile dıştan teğet; (M′; r′) çemberi, (O; R) ile içten teğet olur.

II. YOL :

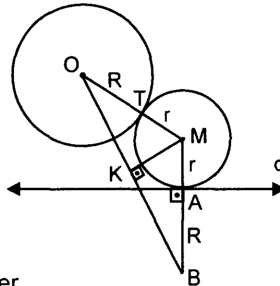
Problemi çözülmüş varsayalım. Çizimi istenen çember (M; r) olsun. OH ⊥ d çizelim. OH doğrusu (O; R) çemberini K ve K′ noktalarında kessin. Şekli inceleyerek [AK] nın, çemberlerin T değme noktasından geçtiğini görünüz.



NOT : Çemberlerin içten teğet olmaları durumunda, AK′ nün T′ değme noktasından geçeceğini gösteriniz.

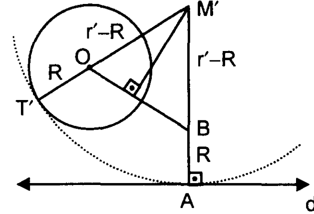
III. YOL :

Çizimi istenen çember (M; r) olsun. [MA üzerinde $|AB| = R$ olacak biçimde bir B noktası alırsak, [OB] nin orta dikmesi M den geçer.



Buna göre, çizim için A dan d ye bir dikme çizilerek üzerinde $|AB| = R$ olacak biçimde B noktası alınır. [OB] nin orta dikmesi ile [BA nın kesim noktası istenen çemberin M merkezi ve [MA] da yarıçapıdır.

NOT : Şekli inceleyerek, çemberlerin içten teğet olması durumunda çizimin nasıl yapılacağını açıklayınız.

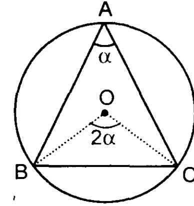


42. R, çevrel çemberin yarıçapının uzunluğu olmak üzere, $m(\hat{B})$, $m(\hat{C})$ ve R ölçüleri ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

$m(\hat{B})$ ve $m(\hat{C})$ belli olduğundan $m(\hat{A}) = \alpha$ bellidir.

O noktası çemberin merkezi ise $m(\widehat{BOC}) = 2\alpha$ olup [BC] çizilir.

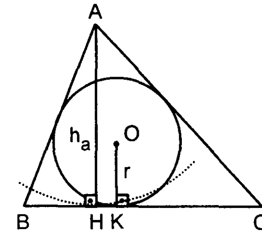


B köşesinden $m(\hat{B})$ alınarak A köşesi bulunur.

43. r, içteğet çemberin yarıçapı olmak üzere, $m(\hat{A})$, h_a, r ölçüleri bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. Verilen ölçülere uygun $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgen ve bunun içteğet çemberi (O; r) olsun.



BC nin, (O; r) ve (A; h_a) çemberlerinin ortak dıştan teğeti olduğunu görünüz.

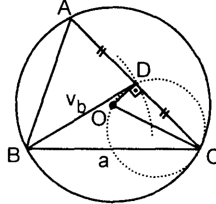
Buna göre çizim şöyle yapılır :

(O; r) çemberinin, birbiriyle $m(\hat{A})$ açısı yapan teğetleri çizilir. Bu teğetlerin kesim noktası A ise, (A, h_a)

ve (O; r) çemberlerinin ortak dıştan teğetinin, $\hat{A}$ açısının kenarlarını kestiği noktalar $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B ve C köşeleri olur.

44. R, çevrel çemberin yarıçapının uzunluğu olmak üzere a, v_b, R ölçüleri bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım.
Çizimi istenen üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ ve çevrel çemberinin merkezi O olsun.

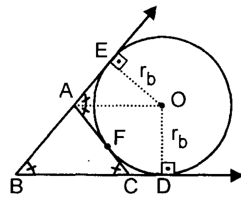
$|AD| = |DC| \Rightarrow OD \perp AC$ olduğundan, D noktası $[OC]$ çaplı çember üzerindedir.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

(O; R) çemberi, $|BC| = a$ olacak biçimde $[BC]$ kirişi ve $[OC]$ çaplı çember çizilir. B merkezli v_b yarıçaplı yayın $[OC]$ çaplı çemberi kestiği nokta, $[AC]$ nin D orta noktasıdır. $[CD$ nin çemberi kestiği nokta da üçgenin A köşesi olur.

45. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $|AB| = |AC|$ dir. Üçgenin yarıçevresi u ve dışteğet çemberin yarıçapı r_b bilindiğine göre bu üçgeni çiziniz.

ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım.
$\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgeninin bir dışteğet çemberi (O; r_b) olsun.

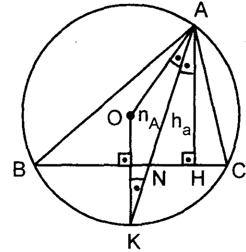
D ile E değme noktaları ise $|BD| = |BE| = u$, üçgenin A köşesindeki dış açıortayının $[AO$ ve AO // BD olduğunu görünüz.

Buna göre çizim şöyle yapılır :

(O; r_b) çemberinin bir D noktasındaki teğeti çizilerek, üzerinde $|DB| = u$ olacak biçimde B alınıp $[BE$ teğeti çizilir. O dan BD ye çizilen paralelin $[BE$ yi kestiği nokta, üçgenin A köşesidir. A dan çembere çizilen teğetin BD yi kestiği nokta da üçgenin C köşesi olur.

46. R, çevrel çemberin yarıçapının uzunluğu olmak üzere R, h_a, n_A elemanları ile verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım.
$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevrel çemberi (O; R) olsun.
$[AN$ açıortayı çemberi $\overset{\frown}{BC}$ yayının K orta noktasında keser.

$OK \perp BC$ ve $AH \perp BC$ olacağından

$\hat{K} \cong \widehat{OAK} \cong \widehat{KAH}$ olur.

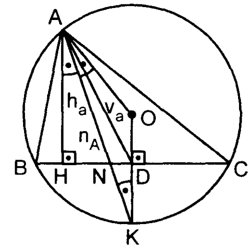
Buna göre çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{ANH}$ üçgeni çizilerek $\widehat{NAH}$, yani $\widehat{KAH}$ açısı elde edilir. (O; R) çemberinde, bir kenarı $[OK]$ olacak biçimde $\hat{K} \cong \widehat{KAH}$ çizilir. $\hat{K}$ açısının diğer kenarının çemberi kestiği nokta üçgenin A köşesidir. $[AK]$ üzerinde $|AN| = n_A$ olacak biçimde N noktası alınır.

N den OK ya çizilen dikmenin çemberi kestiği noktalar üçgenin B ve C köşeleri olur.

47. h_a, n_A, v_a ölçüleri bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :



Problemi çözülmüş varsayalım.
Verilen ölçülere uygun üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$ olsun.
Çizim için gerekli bilgileri elde etmede üçgenin çevrel çemberinden yararlanacağız.

$[AN$ açıortayı $\overset{\frown}{BC}$ yayını K orta noktasında keser.

Çemberin O merkezinden BC ye indirilen dikme $[BC]$ nin D orta noktası ile K dan geçer. AH // OK olacağından $\widehat{HAK} \cong \widehat{AKO} \cong \widehat{OAK}$ olur.

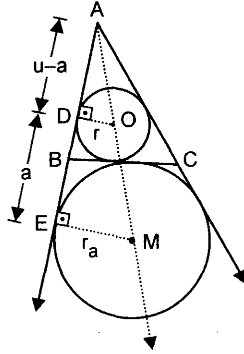
Buna göre, çizim şöyle yapılır :

$\overset{\triangle}{AHN}$ üçgeni çizilir. A merkezli v_a yarıçaplı yayın HN yi kestiği nokta [BC] nin D ortasıdır. D den BC ye çizilen dikmenin, [AH ın [AN ye göre simetriğini kestiği nokta çevrel çemberin O merkezidir. HN nın, O merkezli |OA| yarıçaplı çemberi kestiği noktalar $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin B ve C köşeleri olur.

48. r içteğet, r_a dış teğet çemberlerinin yarıçaplarının uzunluğu ile a kenarının uzunluğu verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.
İstenen üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$, bunun içteğet çemberi (O; r), dışteğet çemberi (M; r_a) ve çemberlerin AB ye değme noktaları D ile E olsun.



$|AD| = u - a$ ve $|AE| = u$ olduğunu hatırlayınız.

Buna göre $|DE| = a$ olur.

Öyleyse, çizim şöyle yapılır :

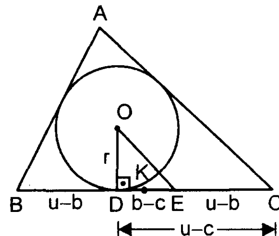
$|DE| = a$ olan [DE] çizilir. D ve E den DE ye çizilen dikmeler üzerinde $|DO| = r$ ve $|EM| = r_a$ olacak biçimde O ve M noktaları bulunur. (O; r) ve (M; r_a) çemberleri çizilir. Bu çemberlerin ortak dıştan teğetleri ile ortak içten teğetlerinin kesim noktaları $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin köşeleridir.

49. r içteğet çemberin yarıçapı olmak üzere,

a, $b - c$, r ölçüleri bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenini çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım.
İstenen üçgen $\overset{\triangle}{ABC}$, bunun içteğet çemberi (O; r) ve BC ye değme noktası D olsun.



$|BD| = u - b$ ve $|DC| = u - c$ olduğunu hatırlayınız.

Buna göre, [DC] üzerinde $|CE| = u - b$ olacak biçimde bir E noktası alınırsa $|DE| = b - c$ olur.

Öyleyse, çizim şöyle yapılır :

(O; r) çemberi çizilir. Bunun bir D noktasındaki teğeti üzerinde $|DE| = b - c$ olacak biçimde E noktası alınır.

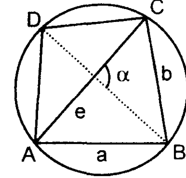
[DE] nin ortası K ise DE üzerinde $|KB| = |KC| = \frac{a}{2}$ olacak biçimde B ile C noktaları işaretlenir. (O; r) çemberine B ve C den çizilen teğetler üçgenin A köşesinde kesişir.

50. e ile f köşegen uzunlukları ve α köşegenler arasındaki açının ölçüsü olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD kirişler dörtgenlerini çiziniz.

1°) a, b, e, α **2°)** c, e, f, $m(\hat{A})$

ÇÖZÜM :

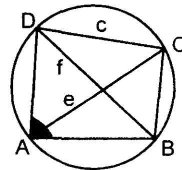
1°) $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeni ve bunun çevrel çemberi çizilir.
B den geçen ve AC ile α açısını yapan doğrunun çemberi kestiği nokta dörtgenin D köşesidir.



NOT : 1. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevrel çemberi şöyle çizilir : Kenarlardan ikisinin, örneğin [AB] ile [BC] nin kenar orta dikmeleri çizilir. Bunların kesim noktası O ise, O merkezli ve [OA] yarıçaplı çember çevrel çember olur.

2. B den geçen ve AC ile α açısı yapan doğruyu çizmek için önce AC ile α açısı yapan herhangi bir doğru çizilir; sonra buna B'den paralel çizilir.

2°) $m(\hat{A}) + m(\hat{C}) = 180°$ olduğundan $m(\hat{C})$ bellidir.
Buna göre, $\overset{\triangle}{BCD}$ üçgeni ve bunun çevrel çemberi çizilir.



C merkezli e yarıçaplı yayın, çemberi kestiği nokta A köşesi olur.

Çözümü irdeleyiniz.

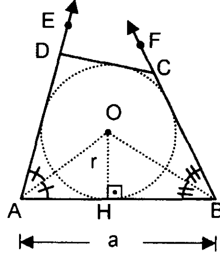
51. Aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD teğetler dörtgenlerini çiziniz.

1°) a, $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$, $m(\hat{C})$ **2°)** $a-b$, c, $m(\hat{C})$, $m(\hat{D})$

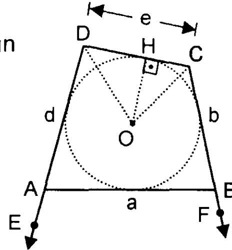
3°) $a+c$, b, e, $m(\hat{B})$

ÇÖZÜM :

1°) $[AB]$ ve $\hat{A}$ ile $\hat{B}$ açısı çizilir. $\hat{A}$ ve $\hat{B}$ açılarının açıortaylarının O kesim noktası içteğet çemberin merkezi, $OH \perp AB$ olmak üzere $|OH|$ yarıçapı olur. $(O;|OH|)$ çemberinin $[BF$ ile $m(\hat{C})$ açısı yapan teğeti $[AE$ ve $[BF$ yi D ve C köşelerinde keser.



2°) $[CD]$ ve $\hat{C}$ ile $\hat{D}$ açılarının açıortaylarının O kesim noktası içteğet çemberin merkezi, $OH \perp CD$ olmak üzere, $|OH|$ yarıçapı olur.

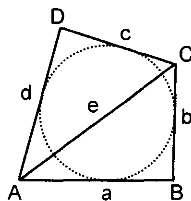


Teğetler dörtgeninde $a+c=b+d \Rightarrow a+c-b=d$ olduğundan $a-b$ ile c uzunluklarının toplamı bize d uzunluğunu verir.

Buna göre, $(O;|OH|)$ çemberi çizilir. $[DE$ üzerinde $|DA|=d$ olacak biçimde alınan A noktasından bu çembere çizilen teğetin $[CF$ yi kestiği nokta dörtgenin B köşesi olur.

3°) ABC üçgeni çizilir;

Böylece $|AB|=a$ uzunluğu belli olur. $a+c$ verildiğinden c; $a+c=b+d \Rightarrow d=a+c-b$ olduğundan d de bellidir.

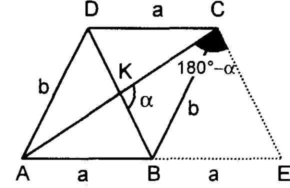


Buna göre, (A; d) yayı ile (C; c) yayının kesim noktası dörtgenin D köşesini verir.

52. Kenarlarının uzunlukları ile köşegenleri arasındaki açının ölçüsü bilinen paralelkenarı çiziniz.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. ABCD paralelkenarının kenar uzunlukları



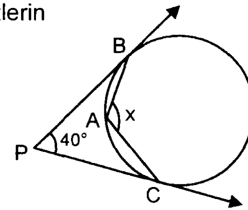
$|AB|=|CD|=a$, $|BC|=|AD|=b$ ve köşegenleri arasındaki açının ölçüsü α olsun. $[AB$ ışını C den BD ye çizilen paraleli E de kesiyorsa $|AE|=2a$ ve $m(\widehat{ACE})=180°-\alpha$ olur.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

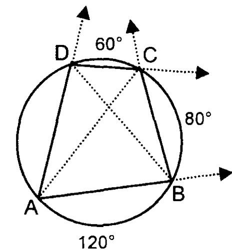
$|AE|=2a$ olmak üzere, $[AE]$ doğru parçasını $180°-\alpha$ açısı altında gören noktaların geometrik yeri olan çember yayı çizilir. $[AE]$ nin ortası B olmak üzere, (B; b) çemberinin önceki yayı kestiği nokta paralelkenarın C köşesi olur. A dan BC ye ve C den AB ye çizilen paralellerin kesim noktası da paralelkenarın D köşesidir.

10. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

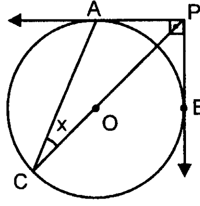
1. Şekilde, B ve C teğetlerin değme noktalarıdır. $m(\hat{P})=40°$ ise $m(\widehat{BAC})=x$ kaç derecedir?



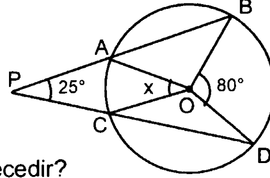
2. Şekildeki çemberde $m(\overset{\frown}{AB})=120°$, $m(\overset{\frown}{BC})=80°$ ve $m(\overset{\frown}{CD})=60°$ olduğuna göre, A, B, C, D noktalarının belirlediği bütün doğruların birbirleri ile yaptığı açıların ölçülerini bulunuz.



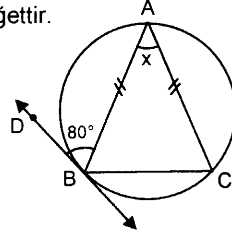
3. [PA ve [PB , O merkezli çemberin birbirine dik iki teğetidir. Buna göre $m(\widehat{PCA}) = x$ kaç derecedir?



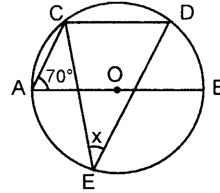
4. O noktası çemberin merkezidir. $m(\widehat{BOD}) = 80°$ ve $m(\widehat{BPD}) = 25°$ ise $m(\widehat{AOC}) = x$ kaç derecedir?



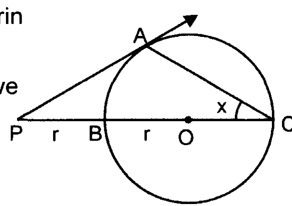
5. BD, çembere B de teğettir. $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{ABD}) = 80°$ ise $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?



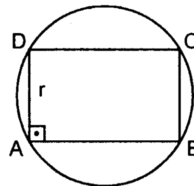
6. [AB] çaplı çemberde AB // CD ve $m(\widehat{BAC}) = 70°$ ise $m(\widehat{CED}) = x$ kaç derecedir?



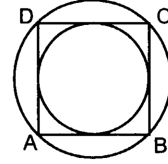
7. O merkezli çemberin yarıçapı r dir. [PA , A da teğet ve $[PB] = r$ ise $m(\widehat{ACP}) = x$ kaç derecedir?



8. ABCD dikdörtgeni bir kirişler dörtgenidir. Çemberin yarıçapının uzunluğu r birim ve $|AD| = r$ ise A(ABCD) kaç r^2 dir?



9. ABCD karesinin içteğet ve çevrel dairelerinin alanlarının oranı nedir?



10. Merkezinden 6 cm uzaktaki kirişinin uzunluğu, merkezinden 3 cm uzaktaki kirişinin uzunluğunun yarısı kadar olan çemberin yarıçapı kaç cm dir?

11. Bir çemberde, merkezden eşit uzaklıktaki iki kirişten birinin uzunluğu diğerinin uzunluğunun 3 katından 16 cm azdır. Çemberin çapı 10 cm olduğuna göre, bu kirişlerin merkezden uzaklığı kaç cm dir?

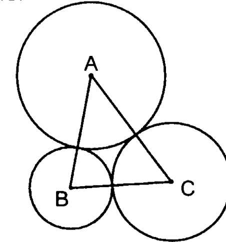
12. (O; 15 cm) çemberinin bir [AB] kirişinin uzunluğu 18 cm ise $\overset{\triangle}{OAB}$ üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

13. (O; 6 cm) çemberi ile (M; 8 cm) çemberi veriliyor. $|OM| = 18$ cm olduğuna göre çemberlerin,

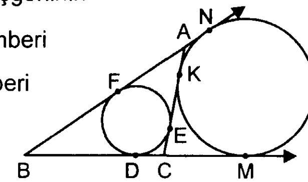
a) birbirine en yakın iki noktasının arasındaki uzaklık kaç cm dir?

b) birbirinden en uzak iki noktasının arasındaki uzaklık kaç cm dir?

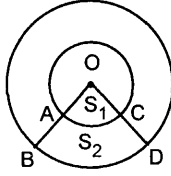
14. A, B, C merkezli çemberler birbirine ikişer ikişer dıştan teğettir. $|AB| = 11$ cm, $|AC| = 12$ cm ve $|BC| = 9$ cm ise çemberlerin yarıçapları kaçar cm dir?



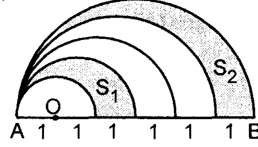
15. Şekilde, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin bir dışteğet çemberi ile içteğet çemberi çizilmiştir. $|AB| = 13$ cm, $|AC| = 11$ cm ve $|BC| = 10$ cm ise değme noktaları ile üçgenin köşelerinin belirttiği bütün doğru parçalarının uzunluklarını bulunuz.



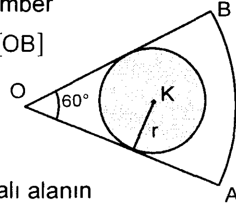
16. O merkezli çemberlerde $|AB| = 2|OA|$ dır. S_1, S_2 içinde bulundukları kapalı bölgelerin alanları ise $\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?



17. Şekildeki yarım daireler A noktasında teğet olup merkezleri [AB] üzerindedir. S_1, S_2 içinde bulundukları taralı bölgelerin alanları ise $\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?

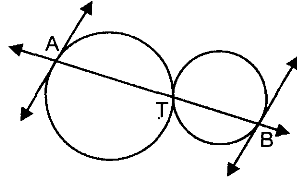


18. K merkezli r yarıçaplı çember OAB diliminin [OA] ve [OB] kollarına teğettir. $m(\widehat{AOB}) = 60°$ ve K nın AB yayına en küçük uzaklığı 2r ise taralı alanın taralı olmayan alana oranı nedir?

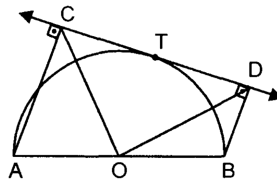


19. Bir ABC üçgeninde, [AB] ve [AC] çaplı çemberlerin BC üzerinde kesişeceğini gösteriniz.

20. T noktasında dıştan teğet iki çemberin T den geçen ortak keseni, çemberleri A ve B de kesmektedir. A ve B deki teğetlerin paralel olduğunu gösteriniz.

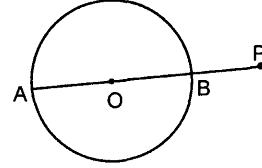


21. Şekilde, [AB] çaplı yarıçemberin T deki teğetine, AC ve BD dikmeleri çizilmiştir. O, çemberin merkezi ise $|OC| = |OD|$ olduğunu gösteriniz.



22. (O; 3 cm) çemberinin, birbiri ile 60° lik açı yapan teğetlerinin P kesim noktasının geometrik yerini bulunuz.

23. P noktası (O; r) çemberinin dış bölgesindedir. OP nin çemberi kestiği noktalar A ile B ve B noktası A ile P arasında ise çemberin P den en uzak noktasının A, P ye en yakın noktasının B olduğunu gösteriniz.

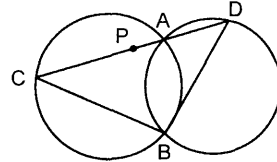


24. Bir [AB] doğru parçası veriliyor. B merkezli çemberlere A dan çizilen teğetlerin değme noktalarının geometrik yerini bulunuz.

25. Bir (O; r) çemberi ile bir A noktası veriliyor. Çemberin A dan geçen (veya uzantısı A dan geçen) kirişlerinin orta noktalarının geometrik yeri nedir?

26. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin A köşesi, [BC] ve $m(\widehat{A})$ sabit kalmak üzere değişmektedir. Üçgenin iç açıortaylarının kesim noktalarının geometrik yerini bulunuz.

27. A ve B de kesişen eş iki çemberin bir ortak keseni CAD dir.



a) $|BC| = |BD|$ olduğunu gösteriniz.

b) [CD] nin P orta noktasının geometrik yerini bulunuz.

28. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin yüksekliklerinin, $\overset{\triangle}{ABC}$ nin çevrel çemberini kestiği noktalar A′, B′, C′ ise bu yüksekliklerin A′B′C′ üçgeninin açıortayları olduğunu gösteriniz.

29. Bir d doğrusuna üzerindeki bir A noktasında teğet olan ve verilen bir B noktasından geçen çemberi çiziniz.

30. Bir (O; R) çemberine T noktasında teğet olan ve verilen bir A noktasından geçen çemberi çiziniz.

31. Yarıçapı verilen ve verilen iki doğruya teğet olan çemberi çiziniz.

32. Paralel iki doğruya teğet olan ve bu paraleller arasındaki bir A noktasından geçen çemberi çiziniz.

33. Aynı merkezli iki çembere teğet olan ve verilen bir A noktasından geçen çemberi çiziniz.

34. Verilen d_1 ve d_2 doğrularına teğet olan ve d_1 üzerindeki A değme noktası bilinen çemberi çiziniz.

35. Yarıçapı bilinen, verilen bir A noktasından geçen ve verilen bir d doğrusuna teğet olan çemberi çiziniz.

36. Yarıçapı bilinen ve verilen iki çembere teğet olan çemberi çiziniz.

37. Düzlemde (A; r), (B; r), (C; r) çemberleri veriliyor. Bunların üçüne de teğet olan çemberleri çiziniz.

38. Verilen iki noktadan geçen ve verilen bir çembere teğet olan çemberi çiziniz.

39. $(O_1; R_1)$ çemberine bir T noktasında olmak üzere, verilen $(O_1; R_1)$ ve (O_2, R_2) çemberlerine teğet olan çemberi çiziniz.

((O_1, R_1) e T de teğet olan herhangi bir çember çizerek kuvvet eksenlerinden yararlanınız.)

40. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin tepelerini merkez alarak, her biri diğer ikisine teğet olan üç çember çiziniz. (Üçgenin içteğet çemberinin değme noktalarının, köşelerden eşit uzaklıkta olduğunu hatırlayınız.)

41. Verilen iki çemberi öyle bir doğru ile kesiniz ki, çemberlerin bu doğru üzerinde ayırdıkları kirişler verilen m ve n uzunluklarında olsun.

42. Aynı merkezli olmayan iç içe iki çember veriliyor. İçteki çembere öyle bir teğet çiziniz ki, dıştaki çemberin bu teğet üzerinde ayırdığı kiriş verilen bir m uzunluğunda olsun.

43. R, çevrel çemberin ve r_b, $\hat{B}$ açısının içindeki dışteğet çemberin yarıçapının uzunluğu verilen $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar üçgenini çiziniz. $(|AB| = |AC|)$

44. R, çevrel çemberin yarıçapının uzunluğu olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen üçgenleri çiziniz.

1°) $m(\hat{A})$, h_a, R	2°) a, b, R
3°) $m(\hat{A})$, b, R	4°) a, h_b, R
5°) $m(\hat{A})$, V_a, R	6°) h_a, V_a, R

45. r, içteğet çemberin yarıçapı olduğuna göre, aşağıdaki ölçüleri bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenlerini çiziniz.

1°) $m(\hat{A})$, b, r	**2°)** $m(\hat{B})$, $m(\hat{C})$, r

46. r_a, dış teğet çemberin yarıçapı olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenlerini çiziniz.

1°) $m(\hat{B})$, $m(\hat{C})$, r_a	**2°)** $m(\hat{A})$, h_a, r_a

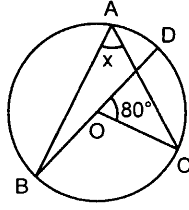
47. R çevrel çemberin yarıçapının uzunluğu, e ile f köşegen uzunlukları ve α köşegenler arasındaki açı olmak üzere, aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD kirişler dörtgenlerini çiziniz.

1°) a, b, c, R	**2°)** a, c, $m(\hat{A})$, R
3°) a, $m(\hat{B})$, $m(\hat{C})$, R	**4°)** a, b, f, R
5°) a, e, f, R	**6°)** a, e, $m(\hat{C})$, R
7°) a, e, α, R	**8°)** a, $m(\hat{A})$, α, R
9°) a, b, f, $m(\hat{B})$	**10°)** a, b, $m(\hat{C})$, $m(\hat{D})$
11°) a, b, e, f	**12°)** a, f, $m(\hat{C})$, $m(\hat{D})$

48. r içteğet çemberin yarıçapı ve e köşegen olduğuna göre aşağıdaki ölçüleri bilinen ABCD teğetler dörtgenlerini çiziniz.

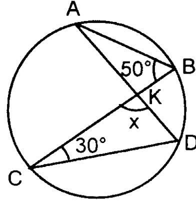
1°) a, b, $m(\hat{B})$, r	**2°)** a, e, $m(\hat{A})$, r
3°) $m(\hat{A})$, $m(\hat{B})$, $m(\hat{C})$, r	**4°)** a, b, c, $m(\hat{A})$

1. O noktası çemberin merkezi, [BD] çapıdır.
$m(\widehat{COD}) = 80°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$
kaç derecedir?



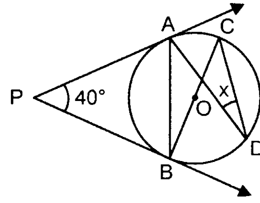
A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 70

2. Şekilde
$m(\widehat{ABC}) = 50°$ ve
$m(\widehat{BCD}) = 30°$ ise
$m(\widehat{CKD}) = x$
kaç derecedir?



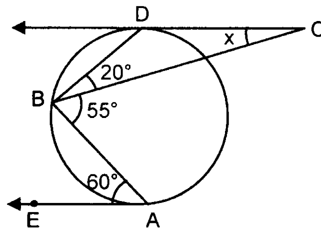
A) 40 B) 60 C) 80 D) 90 E) 100

3. [PA ve [PB, O merkezli çemberin teğetleri, [BC] çapıdır.
$m(\widehat{APB}) = 40°$ ise
$m(\widehat{CDA}) = x$
kaç derecedir?



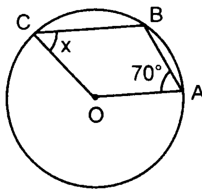
A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

4. [AE ve [CD, A ve D de teğettir.
$m(\widehat{DBC}) = 20°$,
$m(\widehat{CBA}) = 55°$ ve
$m(\widehat{BAE}) = 60°$ ise
$m(\widehat{DCB}) = x$
kaç derecedir?



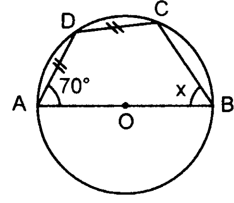
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 45

5. O merkezli çemberde
$m(\widehat{OAB}) = 70°$ ve
OA // CB ise
$m(\widehat{OCB}) = x$
kaç derecedir?



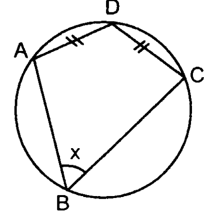
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

6. [AB] çaplı çemberde
$|AD| = |DC|$ ve
$m(\widehat{BAD}) = 70°$ ise
$m(\widehat{ABC}) = x$
kaç derecedir?



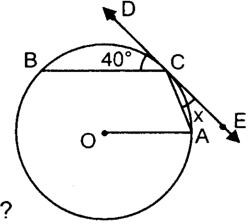
A) 20 B) 30 C) 35 D) 40 E) 50

7. Şekildeki çemberin yarıçapı r birimdir.
$|AD| = |DC| = r$ ise
$m(\widehat{ABC}) = x$
kaç derecedir?



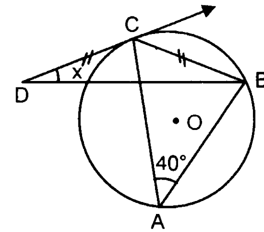
A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 80

8. DE, O merkezli çembere C de teğettir.
BC // OA ve
$m(\widehat{BCD}) = 40°$ ise
$m(\widehat{ACE}) = x$ kaç derecedir?



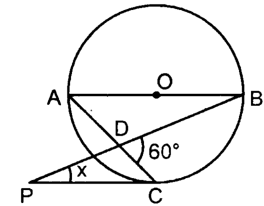
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

9. [DC çemberin C deki teğetidir.
$|DC| = |BC|$ ve
$m(\widehat{BAC}) = 40°$ ise
$m(\widehat{CDB}) = x$
kaç derecedir?



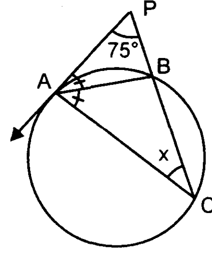
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

10. [PC, [AB] çaplı çembere C de teğettir.
PC // AB ve
$m(\widehat{BDC}) = 60°$ ise
$m(\widehat{BPC}) = x$
kaç derecedir?



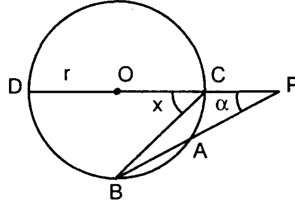
A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 45

11. [PA çembere A da teğettir.
$\widehat{PAB} \cong \widehat{CAB}$ ve
$m(\widehat{P}) = 75°$ ise
$m(\widehat{PCA}) = x$
kaç derecedir?



A) 15 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

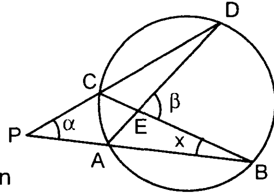
12. O merkezli çemberin yarıçapı r birimdir.
$|PA| = r$ ve
$m(\widehat{BPD}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{BCD}) = x$ nedir?



A) $\frac{\pi}{2} - \alpha$ B) $\frac{3}{2}\alpha$ C) $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$

D) 2α E) $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$

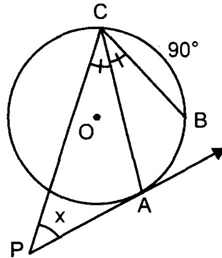
13. Şekilde
$m(\widehat{BPD}) = \alpha$,
$m(\widehat{BED}) = \beta$ ve
$m(\widehat{PBC}) = x$ ise
x'in α ve β cinsinden değeri nedir?



A) $\frac{\beta - \alpha}{2}$ B) $\beta - \frac{\alpha}{2}$ C) $\alpha - \frac{\beta}{2}$

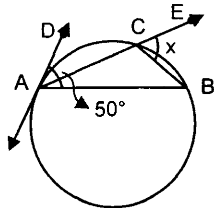
D) $\beta - \alpha$ E) $\frac{\alpha + \beta}{2}$

14. [PA, O merkezli çemberin bir teğeti, [CA], PCB açısının açıortayıdır.
$m(\overset{\frown}{BC}) = 90°$ ise
$m(\widehat{APC}) = x$ kaç derecedir?



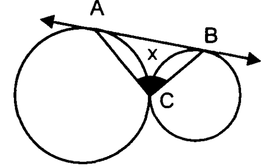
A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

15. AD çemberin A daki teğetidir.
$m(\widehat{BAD}) = 50°$ ise
$m(\widehat{BCE}) = x$
kaç derecedir?



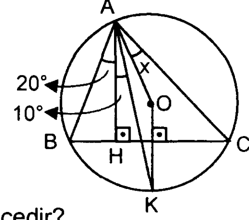
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

16. Ortak teğetleri AB olan çemberler C de birbirine teğettir.
A ve B değme noktaları ise $m(\widehat{ACB}) = x$
kaç derecedir?



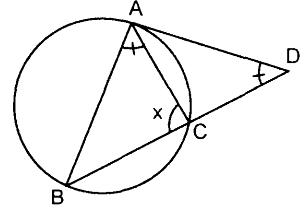
A) 120 B) 100 C) 90 D) 80 E) 60

17. ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O dur. AH ⊥ BC, OK ⊥ BC,
$m(\widehat{BAH}) = 20°$ ve
$m(\widehat{HAK}) = 10°$ ise
$m(\widehat{OAC}) = x$ kaç derecedir?



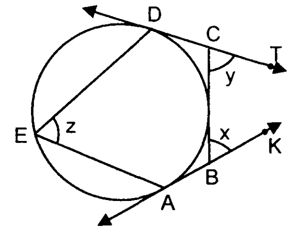
A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

18. [DA], çembere A da teğettir.
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADB})$
ise $m(\widehat{BCA}) = x$
kaç derecedir?



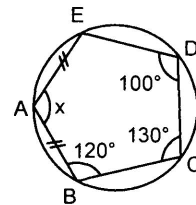
A) 45 B) 60 C) 75 D) 90 E) 120

19. AK, BC ve TD çembere teğettir.
$m(\widehat{KBC}) = x°$,
$m(\widehat{BCT}) = y°$ ve
$m(\widehat{AED}) = z°$ ise
aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



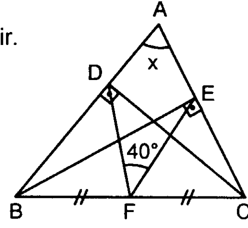
A) $x + y + z = 180$ B) $2z = x + y$
C) $x + y + 2z = 360$ D) $z = x + y$
E) $2x + 2y + z = 360$

20. ABCDE kirişler beşgeninde
$m(\widehat{ABC}) = 120°$,
$m(\widehat{BCD}) = 130°$ ve
$m(\widehat{CDE}) = 100°$ ise
$m(\widehat{BAE}) = x$
kaç derecedir?



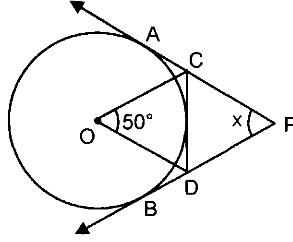
A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 110

21. [BE] ve [CD], ABC üçgeninin yükseklikleridir.
$|BF| = |FC|$ ve
$m(\widehat{DFE}) = 40°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$
kaç derecedir?



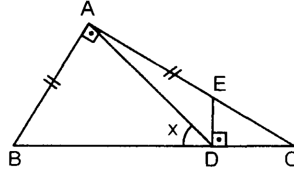
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

22. O noktası çemberin merkezi, [PA, [PB ve [CD] teğetleridir.
$m(\widehat{COD}) = 50°$ ise
$m(\widehat{APB}) = x$
kaç derecedir?



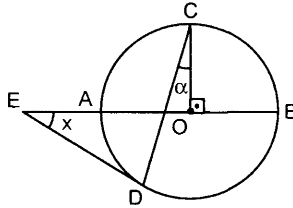
A) 50 B) 80 C) 90 D) 100 E) 130

23. ABC dik üçgeninde $AB \perp AC$,
$|AB| = |AE|$ ve
$DE \perp BC$ ise
$m(\widehat{BDA}) = x$
kaç derecedir?



A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

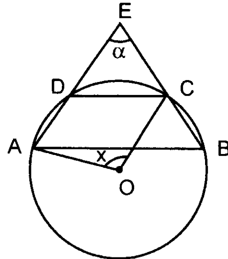
24. O merkezli çemberin bir kirişi [CD], bir teğeti [ED] dir.
$OC \perp EB$ ve
$m(\widehat{OCD}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{DEB}) = x$ nedir?



A) α B) $\frac{\pi}{2} - \alpha$ C) 2α

D) $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ E) $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$

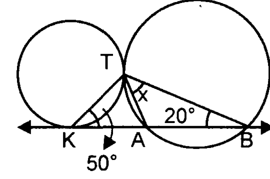
25. O merkezli çemberde ABCD kirişler dörtgeni bir yamuktur.
$m(\widehat{AEB}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{AOC}) = x$ nedir?



A) α B) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ C) 2α

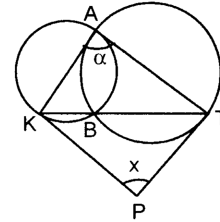
D) $\pi - 2\alpha$ E) $\pi - \alpha$

26. Çemberler T de teğet olup birinin K deki teğeti diğerini A ve B de kesmektedir.
$m(\widehat{TKB}) = 50°$ ve
$m(\widehat{KBT}) = 20°$ ise
$m(\widehat{ATB}) = x$
kaç derecedir?



A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

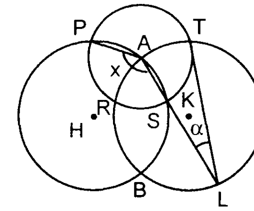
27. KBT, A ve B de kesişen çemberlerin ortak kirişidir. K ve T deki teğetler P de kesişmektedir.
$m(\widehat{KAT}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{KPT}) = x$ nedir?



A) α B) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ C) 2α

D) $\pi - 2\alpha$ E) $\pi - \alpha$

28. A ve B de kesişen H ve K merkezli eş çemberler, A merkezli üçüncü bir çemberle P, R, S ve T noktalarında kesişmektedir.
$m(\widehat{ALT}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{PAL}) = x$ nedir?



A) $\frac{\pi}{2} + 2\alpha$ B) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ C) 2α

D) $\pi - 2\alpha$ E) $\pi - \alpha$

ÇÖZÜM ANAHTARI 12

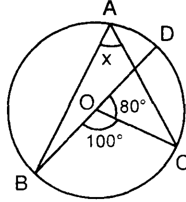
Özel noktaların, özel doğru ya da doğru parçalarının özeliklerinden yararlanınız. Bu amaçla, başka kolaylıklar göremediğiniz durumlarda;

- Teğetin değme noktasını çemberin merkezine birleştiriniz.
- Çemberin merkezinden verilen kirişe bir dikme indiriniz.
- Çember üzerinde verilen bir noktayı çemberin merkezine birleştiriniz.
- Birbirine teğet çemberlerin merkezlerini birleştiriniz.
- Birbirine teğet çemberlerin ortak teğetlerini çiziniz.
- Kesişen çemberlerin ortak kirişlerini çiziniz.
- Çapı gören çevre açıyı çiziniz.

1. $m(\widehat{BOC}) = 100°$ ve $\overset{\frown}{BC}$ yayını gören çevre açı, aynı yayı gören merkez açının yarısına eşit olacağından

$m(\widehat{BAC}) = \dfrac{100°}{2}$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 50°$ olur.



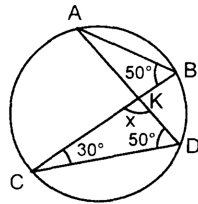
2. $\overset{\frown}{AC}$ yayını gören çevre açılar olduklarından

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ABC}) = 50°$

ve KCD üçgeninde

$x + 30° + 50° = 180°$

$\Rightarrow x = 100°$ olur.



3. $m(\hat{P}) + m(\overset{\frown}{AB}) = 180°$

$\Rightarrow 40° + m(\overset{\frown}{AB}) = 180°$

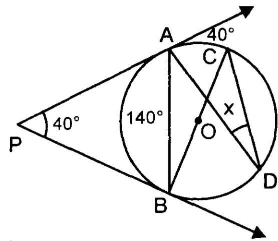
$\Rightarrow m(\overset{\frown}{AB}) = 140°$ dir.

[BC] çap olduğundan

$m(\overset{\frown}{AC}) = 40°$ ve

$\Rightarrow m(\widehat{ADC}) = \dfrac{40°}{2}$

$\Rightarrow m(\widehat{ADC}) = 20°$ olur.

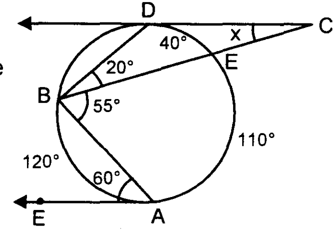


4. $m(\overset{\frown}{AB}) = 120°$,

$m(\overset{\frown}{AE}) = 110°$ ve

$m(\overset{\frown}{DE}) = 40°$

olduğundan



$m(\overset{\frown}{BD}) + 40° + 110° + 120° = 360°$

$m(\overset{\frown}{BD}) = 90°$ olur.

$m(\hat{C}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{BD}) - m(\overset{\frown}{DE})}{2} \Rightarrow m(\hat{C}) = \dfrac{90° - 40°}{2}$

$\Rightarrow m(\hat{C}) = 25°$ bulunur.

5. [OB] yi çizelim.

OAB ikizkenar üçgeninde

$m(\widehat{OBA}) = m(\widehat{OAB}) = 70°$

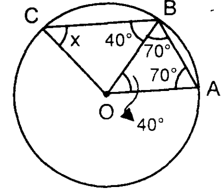
ve $m(\widehat{BOA}) = 40°$ olur.

CB // OA olduğundan

$m(\widehat{OBC}) = m(\widehat{BOA}) = 40°$

ve OBC ikizkenar üçgeninde

$m(\widehat{OCB}) = m(\widehat{OBC}) = 40°$ bulunur.



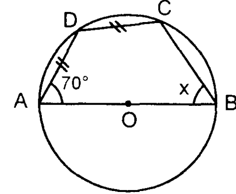
6. **I. YOL :**

$m(\overset{\frown}{BCD}) = 140°$ ve

[AB] çap olduğundan

$m(\overset{\frown}{AD}) = 40°$ ve

$m(\overset{\frown}{DC}) = 40°$ olur.



$m(\widehat{ABC}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{ADC})}{2} = \dfrac{80°}{2} = 40°$ bulunur.

II. YOL :

[BD] yi çizelim.

[AB] çap olduğundan

$m(\widehat{ADB}) = 90°$ ve

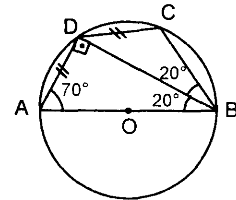
$m(\widehat{ABD}) = 20°$ olur.

Eş kirişlere ait yaylar eş olacağından

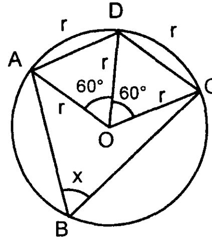
$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = 20°$

ve buradan

$m(\widehat{ABC}) = 40°$ bulunur.



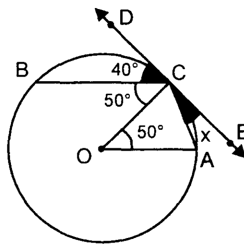
7. Çemberin O merkezini A, D ve C noktalarına birleştirirsek OAD ve OCD eşkenar üçgenleri elde edilir.



$m(\widehat{AOC}) = 120°$ ve

$m(\widehat{ABC}) = 60°$ bulunur.

8. [OC] yi çizelim.
DE çembere teğet olduğundan OC ⊥ DE dir.



$m(\widehat{OCB}) = 50°$ ve

BC // OA olduğundan

$m(\widehat{AOC}) = 50°$ olur.

ACE açısı $\overset{\frown}{AC}$ yayını gören teğet-kiriş açı olduğundan

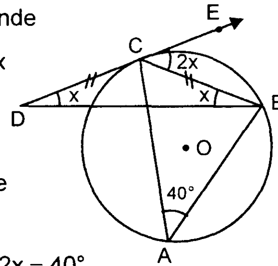
$m(\widehat{ACE}) = \dfrac{50°}{2} = 25°$ bulunur.

9. CDB ikizkenar üçgeninde

$m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{CBD}) = x$

ve $m(\widehat{ECB}) = 2x$ tir.

$\overset{\frown}{CB}$ yayını gören teğet-kiriş açı ve çevre açılar olduklarından



$m(\widehat{ECB}) = m(\hat{A}) \Rightarrow 2x = 40°$

$\Rightarrow x = 20°$ olur.

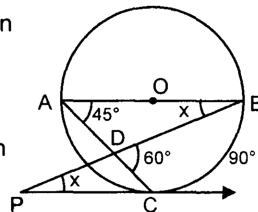
10. [AB] çap, [PC teğet ve AB // PC olduğundan

$m(\overset{\frown}{AC}) = m(\overset{\frown}{BC}) = 90°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 45°$ dir.

İçters açılar olduğundan

$m(\widehat{BPC}) = m(\widehat{ABP}) = x$



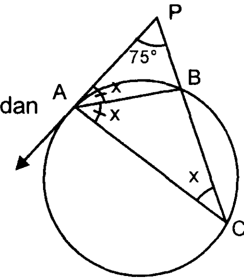
ve DAB üçgeninde

$x + 45° = 60° \Rightarrow x = 15°$ olur.

11. $\overset{\frown}{AB}$ yayını gören teğet-kiriş açı ve çevre açı olduklarından

$m(\widehat{PAB}) = m(\widehat{ACP}) = x$

ve [AB] açıortay olduğundan



$m(\widehat{BAC}) = x$ olur.

PAC üçgeninde

$2x + x + 75° = 180°$

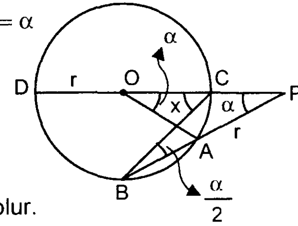
$\Rightarrow x = 35°$ bulunur.

12. [OA] yı çizelim.

$|OA| = |AP| = r$ olduğundan

$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{APD}) = \alpha$

ve AC yayını gördüklerinden



$m(\widehat{PBC}) = \dfrac{m(\widehat{AOC})}{2}$

$\Rightarrow m(\widehat{PBC}) = \dfrac{\alpha}{2}$ olur.

PBC üçgeninde

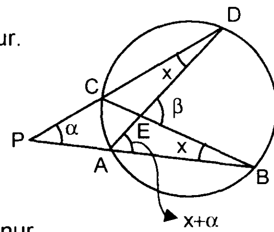
$x = \dfrac{\alpha}{2} + \alpha \Rightarrow x = \dfrac{3\alpha}{2}$ bulunur.

13. $\overset{\frown}{AC}$ yayını gördüklerinden

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = x$ olur.

PAD üçgeninde

$m(\widehat{BAD}) = \alpha + x$ ve



EAB üçgeninde

$\beta = \alpha + x + x$

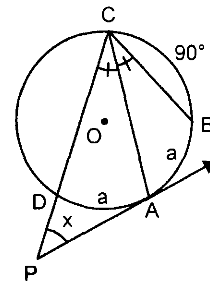
$\Rightarrow x = \dfrac{\beta - \alpha}{2}$ bulunur.

14. Bir çemberde eşit çevre açıları eşit yayları göreceğinden

$m(\overset{\frown}{DA}) = m(\overset{\frown}{AB}) = a$

diyebiliriz.

O halde P dış açısının ölçüsü

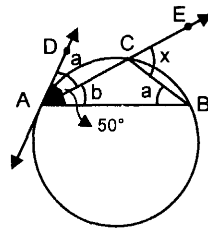


$m(\hat{P}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{CBA}) - m(\overset{\frown}{AD})}{2}$

$\Rightarrow m(\hat{P}) = \dfrac{90 + a - a}{2}$

$\Rightarrow m(\hat{P}) = 45°$ olur.

15. $\overset{\frown}{AC}$ yayını gören teğet-kiriş açı ve çevre açı olduklarından $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ABC}) = a$ diyebiliriz.

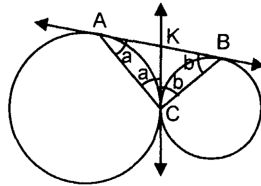


$m(\widehat{BAC}) = b$ olsun.

$a + b = 50°$ olur.

CAB üçgeninde $x = a + b \Rightarrow x = 50°$ bulunur.

16. Çemberlerin C noktasındaki ortak teğetleri AB ortak teğetini K noktasında kessin. Çemberlere K noktasından çizilen teğetlerin uzunlukları eşit olacağından

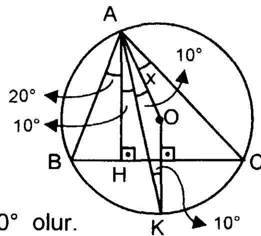


$|KA| = |KC| = |KB|$ olur.

ABC üçgeninde $|CK|$ kenarortay uzunluğu $|AB|$ nin yarısına eşit olduğundan ABC üçgeni dik üçgendir.

$m(\widehat{ACB}) = 90°$ olur.

17. Bir çemberde kirişe indirilen dikme, kirişin ayırdığı yayı iki eşit parçaya böler.



$\overset{\frown}{BK} \cong \overset{\frown}{KC}$ ve

$m(\widehat{KAC}) = m(\widehat{BAK}) = 30°$ olur.

İçters açılar olduğundan

$m(\widehat{OKA}) = m(\widehat{HAK}) = 10°$ ve

OAK ikizkenar üçgeninde

$m(\widehat{OAK}) = m(\widehat{OKA}) = 10°$ dir.

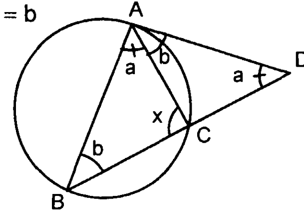
Buradan

$m(\widehat{OAC}) = m(\widehat{KAC}) - m(\widehat{OAK})$

$\Rightarrow m(\widehat{OAC}) = 30° - 10°$

$\Rightarrow m(\widehat{OAC}) = 20°$ bulunur.

18. $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADB}) = a$ ve $\overset{\frown}{AC}$ yayını gördüklerinden $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CAD}) = b$ olsun.



ABD üçgeninde

$2a + 2b = 180°$

$\Rightarrow a + b = 90°$

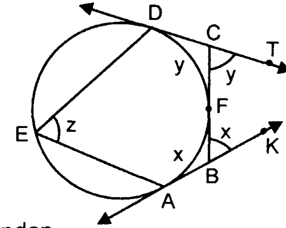
$\Rightarrow x = 90°$ olur.

19. $m(\overset{\frown}{AF}) + m(\widehat{ABF}) = 180°$ ve

$x + m(\widehat{ABF}) = 180°$

olduğundan

$m(\overset{\frown}{AF}) = x$;



aynı şekilde

$m(\overset{\frown}{DF}) = y$ olur.

$m(\overset{\frown}{AFD}) = 2z$ olduğundan

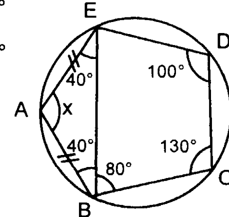
$x + y = 2z$ bulunur.

20. [BE] yi çizelim.

BCDE kirişler dörtgeninde

$m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{EDC}) = 180°$

$\Rightarrow m(\widehat{EBC}) + 100° = 180°$



$\Rightarrow m(\widehat{EBC}) = 80°$ olur.

Buradan

$m(\widehat{ABE}) = 120° - 80°$

$\Rightarrow m(\widehat{ABE}) = 40°$;

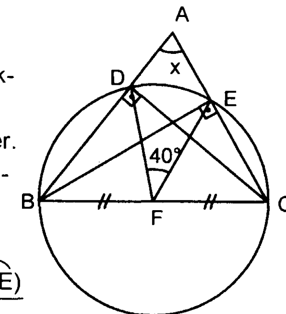
$|AB| = |AE|$ olduğundan

$m(\widehat{AEB}) = 40°$ ve

ABE üçgeninde

$x + 40° + 40° = 180° \Rightarrow x = 100°$ bulunur.

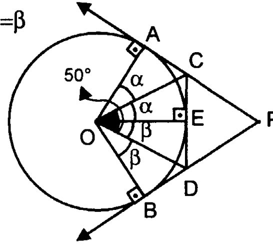
21. D ve E noktaları, [BC] doğru parçasını dik açı altında gördüklerinden, [BC] çaplı çember üzerindedirler. Çemberin A dış açısının ölçüsü,



$$m(\hat{A}) = \frac{m(\overset{\frown}{BC}) - m(\overset{\frown}{DE})}{2}$$

$$\Rightarrow m(\hat{A}) = \frac{180° - 40°}{2} \Rightarrow m(\hat{A}) = 70° \text{ olur.}$$

22. Teğetlerin değme noktalarını çemberin merkezine birleştirirsek $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{EOC}) = \alpha$ ve $m(\widehat{BOD}) = m(\widehat{DOE}) = \beta$ diyebiliriz.



$\alpha + \beta = 50°$

$\Rightarrow m(\widehat{AOB}) = 2\alpha + 2\beta$

$\Rightarrow m(\widehat{AOB}) = 100°$

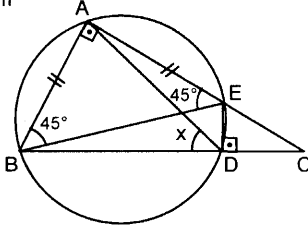
$\Rightarrow m(\overset{\frown}{AB}) = 100°$ olur.

$m(\overset{\frown}{AB}) + m(\widehat{P}) = 180°$ olduğundan

$100° + x = 180°$

$\Rightarrow x = 80°$ bulunur.

23. A ve D noktaları [BE] doğru parçasını dik açı altında gördüklerinden [BE] çaplı çember üzerindedirler. ABE ikizkenar dik üçgeninde $m(\widehat{AEB}) = 45°$ dir.



AB yayını gördüklerinden,

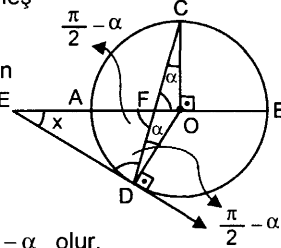
$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{AEB})$

$\Rightarrow x = 45°$ olur.

24. Teğetin D değme noktasını çemberin merkezine birleştirelim. $OD \perp ED$ ve $|OD| = |OC|$ olduğundan

$m(\widehat{OCD}) = m(\widehat{ODC}) = \alpha$,

$m(\widehat{EDF}) = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ve



$m(\widehat{CFO}) = m(\widehat{EFD}) = \frac{\pi}{2} - \alpha$ olur.

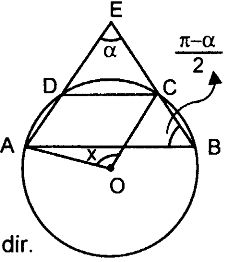
EDF üçgeninde

$x + \frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{2} - \alpha = \pi$

$\Rightarrow x = 2\alpha$ bulunur.

NOT : Cevaplar radyan cinsinden verildiğinden çözümdeki işlemler radyan cinsinden yapılmıştır.

25. Bir çemberde paralel kirişler arasındaki yaylar ve bu yaylara ait kirişler eş olduğundan ABCD ikizkenar yamuktur.

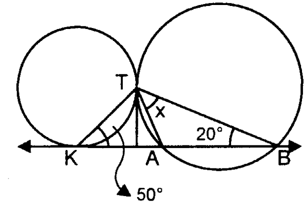


O halde

$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EBA}) = \frac{\pi - \alpha}{2}$ dir.

Aynı yayı gören merkez açı, çevre açının iki katı olduğundan $m(\widehat{AOC}) = \pi - \alpha$ olur.

26. Çemberlerin T noktasındaki [TP] ortak teğetlerini çizelim. KT yayını gören teğet-kiriş açılar olduklarından



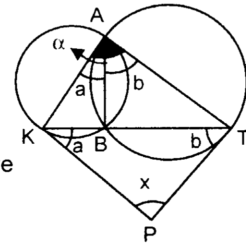
$m(\widehat{PTK}) = m(\widehat{PKT}) = 50°$ ve

AT yayını gören teğet-kiriş açı ve çevre açılar olduklarından $m(\widehat{PTA}) = m(\widehat{ABT}) = 20°$ olur.

TKB üçgeninde $50° + 50° + 20° + x + 20° = 180°$

$\Rightarrow x = 40°$ bulunur.

27. [AB] kirişini çizelim. Aynı yayı gören teğet-kiriş açı ve çevre açılar olduğundan



$m(\widehat{KAB}) = m(\widehat{PKT}) = a$ ve

$m(\widehat{TAB}) = m(\widehat{PTK}) = b$

diyebiliriz.

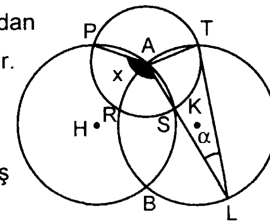
$a + b = \alpha$ olur.

PKT üçgeninde $x + a + b = \pi \Rightarrow x + \alpha = \pi$

$\Rightarrow x = \pi - \alpha$ bulunur.

28. A merkezli çemberin yarıçapları olduğundan $|AP| = |AS| = |AT|$ dir.

$m(\overset{\frown}{AT}) = 2\alpha$ ve eş çemberlerde eş kirişlere ait yaylar eş olacağından



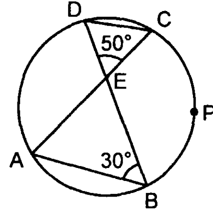
$m(\overset{\frown}{AP}) = m(\overset{\frown}{AS}) = 2\alpha$ olur

Buradan $m(\overset{\frown}{PBS}) = 2\pi - 4\alpha$

$\Rightarrow m(\widehat{PAS}) = \frac{2\pi - 4\alpha}{2}$

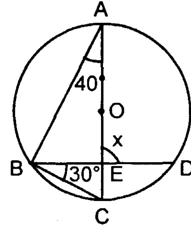
$\Rightarrow m(\widehat{PAS}) = \pi - 2\alpha$ bulunur.

1. Şekildeki çemberde $m(\widehat{ABD}) = 30°$ ve $m(\widehat{CED}) = 50°$ ise $m(\overset{\frown}{BPC})$ kaç derecedir?



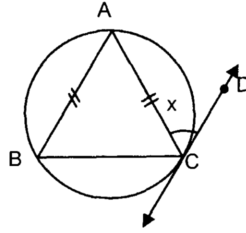
A) 210 B) 200 C) 190 D) 185 E) 180

2. O noktası çemberin merkezi, [AC] çapıdır. $m(\widehat{BAC}) = 40°$ ve $m(\widehat{CBD}) = 30°$ ise $m(\widehat{AED}) = x$ kaç derecedir?



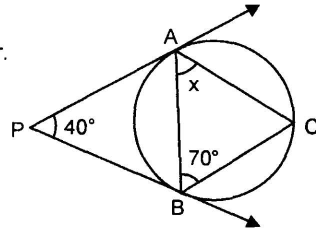
A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

3. CD, çembere C de teğettir. AB // CD ve $|AB| = |AC|$ ise $m(\widehat{ACD}) = x$ kaç derecedir?



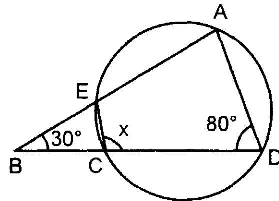
A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 80

4. [PA ve [PB, çemberin teğetleridir. $m(\widehat{APB}) = 40°$ ve $m(\widehat{ABC}) = 70°$ ve $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?



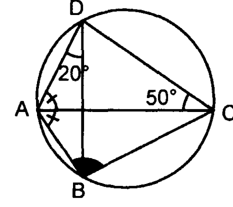
A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 70

5. Şekilde $m(\widehat{ABD}) = 30°$ ve $m(\widehat{BDA}) = 80°$ ise $m(\widehat{DCE}) = x$ kaç derecedir?



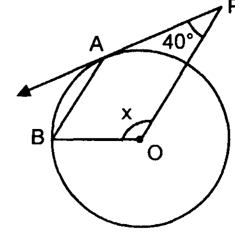
A) 120 B) 110 C) 100 D) 95 E) 90

6. ABCD kirişler dörtgeninde $\widehat{BAC} \cong \widehat{CAD}$, $m(\widehat{ADB}) = 20°$ ve $m(\widehat{ACD}) = 50°$ ise $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?



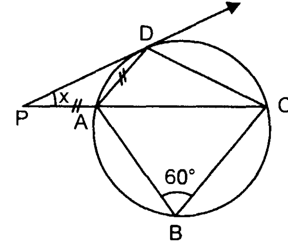
A) 105 B) 110 C) 120 D) 130 E) 135

7. [PA, O merkezli çemberin bir teğetidir. BA // OP ve $m(\widehat{APO}) = 40°$ ise $m(\widehat{POB}) = x$ kaç derecedir?



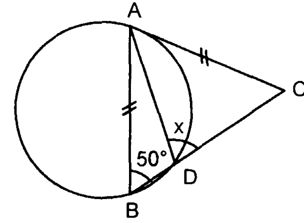
A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

8. [PD çemberin D deki teğeti ve PAC bir kesenidir. $|PA| = |AD|$ ve $m(\widehat{ABC}) = 60°$ ise $m(\widehat{CPD}) = x$ kaç derecedir?



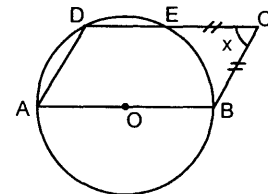
A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 30

9. [AC], çemberin A daki teğeti ve [AB] bir kirişidir. $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{ABC}) = 50°$ ise $m(\widehat{ADC}) = x$ kaç derecedir?



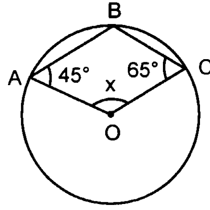
A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

10. [AB], O merkezli emberin çapıdır. ABCD paralelkenar ve $|BC| = |EC|$ ise $m(\widehat{BCE}) = x$ kaç derecedir?



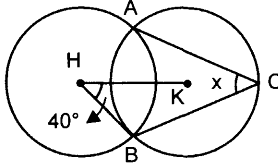
A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 72

11. O, çemberin merkezidir.
$m(\widehat{OAB}) = 45°$ ve
$m(\widehat{OCB}) = 65°$ ise
$m(\widehat{AOC}) = x$
kaç derecedir?



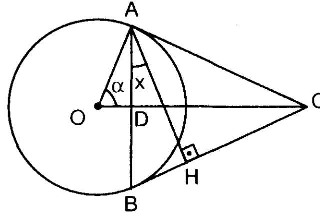
A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

12. H ve K merkezli eş çemberler A ve B noktalarında kesişiyor.
$m(\widehat{BHK}) = 40°$ ise
$m(\widehat{ACB}) = x$
kaç derecedir?



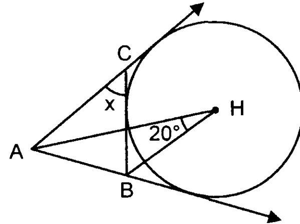
A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

13. [CA] ve [CB], O merkezli çembere A ve B de teğettir.
AH ⊥ BC ve
$m(\widehat{AOC}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{BAH}) = x$ nedir?



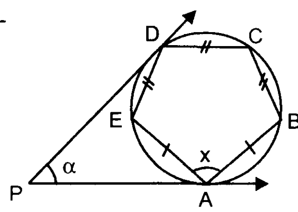
A) $\frac{\pi}{2} - \alpha$ B) $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ C) $\frac{\alpha}{2}$
D) α E) $\frac{3\alpha}{2}$

14. [AB, [AC ve [BC] H merkezli çemberin teğetleridir.
$m(\widehat{AHB}) = 20°$ ise
$m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?



A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

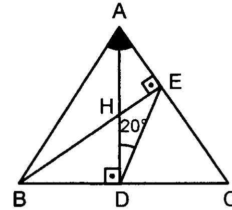
15. ABCDE kirişler beşgeninde A ve D köşelerindeki teğetler P noktasında kesişmektedir. $|AB| = |AE|$,
$|BC| = |CD| = |DE|$ ve



$m(\hat{P}) = \alpha°$ ise $m(\widehat{EAB}) = x$ in $\alpha°$ türünden değeri nedir?

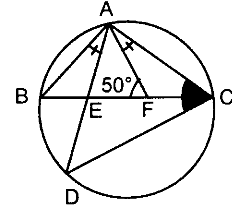
A) $180° - \alpha°$ B) $2\alpha°$ C) $3\alpha°$
D) $4\alpha°$ E) $90° + \alpha°$

16. ABC üçgeninde yükseklikler H noktasında kesişmektedir.
$m(\widehat{ADE}) = 20°$
ise $m(\widehat{BAC})$
kaç derecedir?



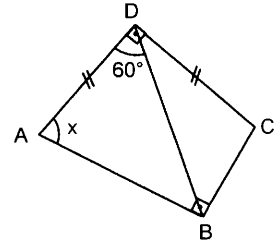
A) 80 B) 70 C) 60 D) 50 E) 40

17. Şekilde
☑ $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{FAC})$
ve $m(\widehat{BFA}) = 50°$
olduğuna göre
$m(\widehat{ACD})$
kaç derecedir?



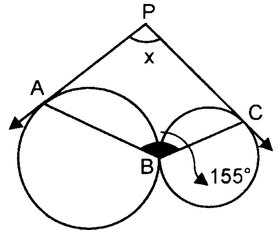
A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

18. Şekilde
☑ AD ⊥ DC, AB ⊥ BC,
$|AD| = |DC|$ ve
$m(\widehat{ADB}) = 60°$
ise $m(\widehat{BAD}) = x$
kaç derecedir?



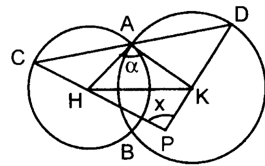
A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60

19. Birbirlerine B de teğet
☑ olan çemberlere [PA ve [PC teğetleri çizilmiştir. A ve C değme noktalarıdır.
$m(\widehat{ABC}) = 155°$ ise
$m(\widehat{APC}) = x$
kaç derecedir?



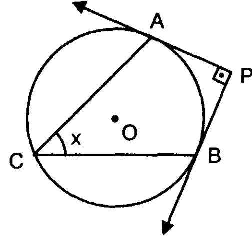
A) 25 B) 40 C) 45 D) 50 E) 65

20. A ve B de kesişen
☑ H ve K merkezli çemberlerin CAD kirişi çizilmiştir.
$[CH \cap [DK = \{P\}$ ve
$m(\widehat{HAK}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{CPD}) = x$ nedir?



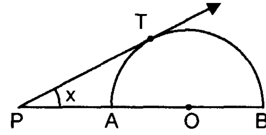
A) α B) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ C) 2α
D) $\pi - 2\alpha$ E) $\pi - \alpha$

1. O merkezli çemberin [PA ve [PB teğetleri birbirine diktir.
Buna göre
$m(\widehat{ACB}) = x$
kaç derecedir?



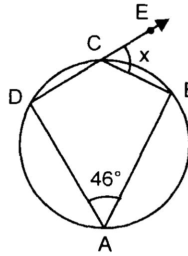
A) 30 B) 45 C) 50 D) 60 E) 90

2. [PT, O merkezli yarım çembere T de teğettir.
$\frac{m(\widehat{AT})}{m(\widehat{BT})} = \frac{2}{3}$ ise
$m(\widehat{BPT}) = x$
kaç derecedir?



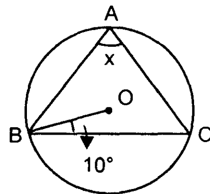
A) 36 B) 30 C) 24 D) 18 E) 15

3. Şekildeki çemberde
$m(\widehat{BAD}) = 46°$ ise
$m(\widehat{ACD}) = x$
kaç derecedir?



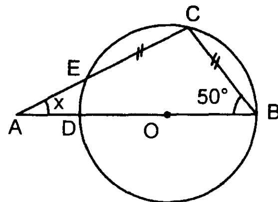
A) 34 B) 44 C) 46 D) 54 E) 67

4. O merkezli çemberde
$m(\widehat{CBO}) = 10°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$
kaç derecedir?



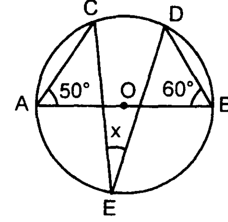
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

5. O noktası çemberin merkezidir.
$|BC| = |CE|$ ve
$m(\widehat{ABC}) = 50°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$
kaç derecedir?



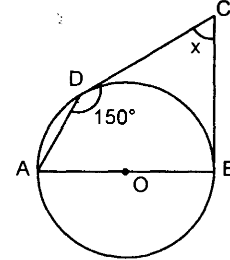
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

6. [AB] çaplı çemberde
$m(\widehat{BAC}) = 50°$ ve
$m(\widehat{ABD}) = 60°$ ise
$m(\widehat{CED}) = x$
kaç derecedir?



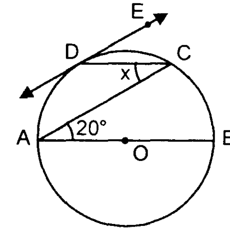
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

7. [CD ve [CB, O merkezli çemberin teğetleri, [AB] çapıdır.
$m(\widehat{ADC}) = 150°$ ise
$m(\widehat{BCD}) = x$
kaç derecedir?



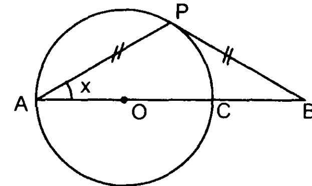
A) 40 B) 45 C) 60 D) 75 E) 80

8. [AB] çemberin çapı, DE, D deki teğetidir.
AC // DE ve
$m(\widehat{BAC}) = 20°$ ise
$m(\widehat{ACD}) = x$
kaç derecedir?



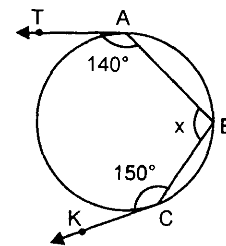
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

9. [BP], [AC] çaplı çembere P de teğettir.
$|PA| = |PB|$ ise
$m(\widehat{BAP}) = x$
kaç derecedir?



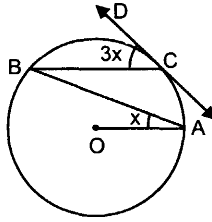
A) 60 B) 45 C) 40 D) 30 E) 20

10. [AT, A da ve [CK, C de çembere teğettir.
$m(\widehat{BAT}) = 140°$ ve
$m(\widehat{BCK}) = 150°$ ise
$m(\widehat{ABC}) = x$
kaç derecedir?



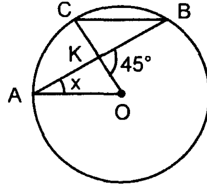
A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

11. CD, O merkezli çembere C de. teğettir.
m($\widehat{BCD}$) = 3x,
m($\widehat{OAB}$) = x ve
BC // OA ise x
kaç derecedir?



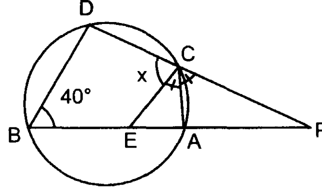
A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 30

12. O merkezli çemberde
AO // CB ve
m($\widehat{OKB}$) = 45° ise
m($\widehat{BAO}$) = x
kaç derecedir?



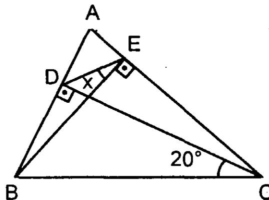
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

13. [PB, çemberi A ve B de, [PD, C ve D de kesiyor.
$\widehat{ECA} \cong \widehat{ACP}$ ve
m($\widehat{PBD}$) = 40° ise
m($\widehat{DCE}$) = x
kaç derecedir?



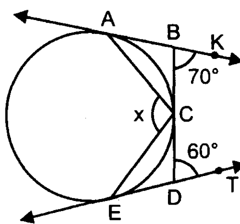
A) 50 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

14. ABC üçgeninde
[BE] ile [CD] yüksekliklerdir.
m($\widehat{BCD}$) = 20° ise
m($\widehat{BED}$) = x kaç derecedir?



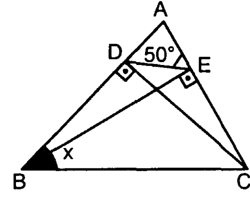
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

15. AK, BD ve TE, çembere A, C ve E noktalarında teğettir.
m($\widehat{KBD}$) = 70° ve
m($\widehat{TDB}$) = 60° ise
m($\widehat{ECA}$) = x
kaç derecedir?



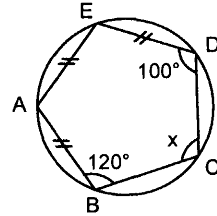
A) 115 B) 120 C) 125 D) 130 E) 135

16. [BE] ve [CD], ABC üçgeninin yükseklikleridir.
m($\widehat{DEA}$) = 50°
ise m($\widehat{ABC}$) = x
kaç derecedir?



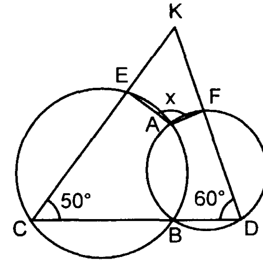
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

17. ABCDE kirişler beşgeninde
|BA| = |AE| = |ED|,
m($\widehat{ABC}$) = 120°
ve m($\widehat{CDE}$) = 100°
ise m($\widehat{BCD}$) = x
kaç derecedir?



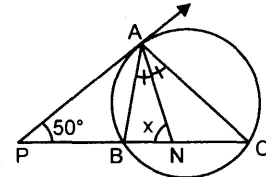
A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

18. A ve B de kesişen çemberlerin bir ortak kirişi CBD dir.
m($\widehat{KCD}$) = 50° ve
m($\widehat{CDK}$) = 60° ise
m($\widehat{EAF}$) = x
kaç derecedir?



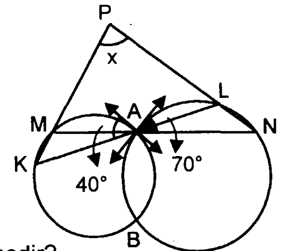
A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

19. ☑ [PA çemberin bir teğeti ve [AN], BAC açısının açıortayıdır.
m($\widehat{APC}$) = 50° ise
m($\widehat{PNA}$) = x
kaç derecedir?



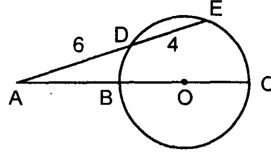
A) 40 B) 50 C) 60 D) 65 E) 75

20. ☑ A ve B de kesişen çemberlerin A dan geçen [MN] ve [KL] kirişleri çizilmiştir.
Çemberlere A dan çizilen teğetler [MN] kirişi ile 40° ve 70° lik açılar yaptığına göre
m($\widehat{KPN}$) = x kaç derecedir?



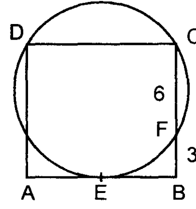
A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

1. O merkezli çemberde
$|AD| = 6$ cm,
$|DE| = 4$ cm ve
$|AC| = 15$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



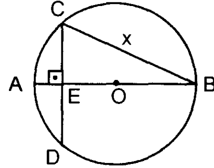
A) 4,5 B) 5,5 C) 6 D) 6,4 E) 6,8

2. ABCD dikdörtgeninin C ve D köşeleri çemberin üzerinde olup [AB] çembere E noktasında teğettir.
$|BF| = 3$ cm ve
$|FC| = 6$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



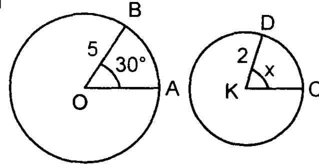
A) 4,5 B) 5 C) 6 D) 6,5 E) 7

3. [AB], O merkezli çemberin çapıdır.
CD ⊥ AB,
$|AE| = 9$ cm ve
$|CD| = 24$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



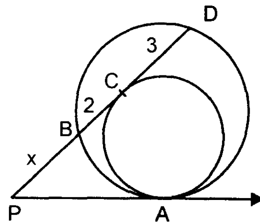
A) 12 B) 15 C) 16 D) 20 E) 25

4. O merkezli çemberin yarıçapı 5 birim, K merkezli çemberin yarıçapı 2 birimdir.
$m(\widehat{AOB}) = 30°$ ve
AB yayının uzunluğu CD yayının uzunluğuna eşitse $m(\widehat{CKD}) = x$ kaç derecedir?



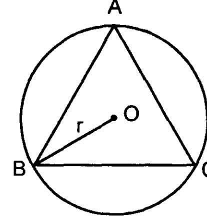
A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 90

5. [PA çemberlerin A daki teğetidir.
[PD] küçük çembere C de teğettir.
$|BC| = 2$ cm ve
$|CD| = 3$ cm ise
$|PB| = x$ kaç cm dir?



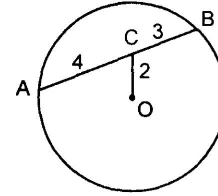
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. ABC eşkenar üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı r = 2 cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



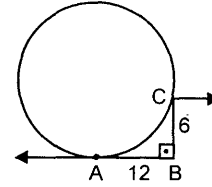
A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

7. [AB], O merkezli çemberin bir kirişidir.
$|AC| = 4$ cm,
$|CB| = 3$ cm ve
$|OC| = 2$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



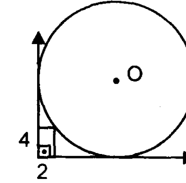
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) 5

8. [BA, çembere A da teğettir.
AB ⊥ BC,
$|AB| = 12$ cm ve
$|BC| = 6$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



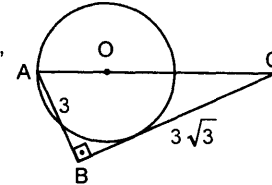
A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

9. Bir köşesi, O merkezli çember üzerinde, iki kenarı çemberin iki dik teğeti üzerinde bulunan dikdörtgenin boyutları 2 birim ve 4 birimdir. Buna göre çemberin yarıçapı kaç birimdir?



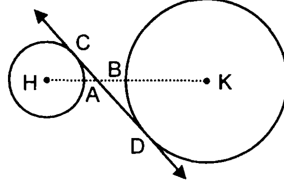
A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

10. Şekildeki çemberin merkezi, ABC dik üçgeninin hipotenüsü üzerindedir. Çember, [BC] kenarına teğet olup A köşesinden geçmektedir.
$|AB| = 3$ cm ve
$|BC| = 3\sqrt{3}$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



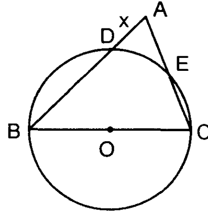
A) $\frac{3}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\sqrt{2}$

11. CD, H ve K merkezli çemberlerin ortak teğetidir. [HK], çemberleri A ve B de kesmektedir. $|CD| = 8$ cm ve çemberlerin yarıçapları toplamı 6 cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



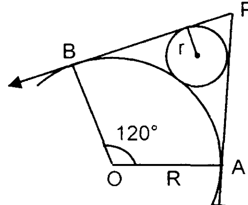
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. [BC] çemberin çapıdır. $|AB| = |BC| = 18$ cm ve $|AC| = 12$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



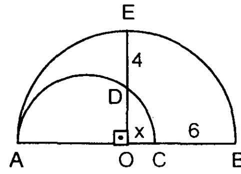
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. O merkezli, R yarıçaplı AB yayının A ve B deki teğetleri P noktasında kesişmektedir. r yarıçaplı çember [PA] ve [PB] teğetleri ile AB yayına teğettir. $m(\widehat{AOB}) = 120°$ olduğuna göre $\frac{R}{r}$ oranı kaçtır?



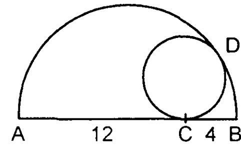
A) 4 B) 3 C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

14. [AB] ile [AC] yarı çemberlerin çapları ve O, büyük yarı çemberin merkezidir. $|CB| = 6$ cm ve $|DE| = 4$ cm ise $|OC| = x$ kaç cm dir?



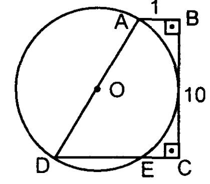
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

15. Küçük çember [AB] çaplı çembere D de, [AB] çapına C de teğettir. $|AC| = 12$ cm ve $|BC| = 4$ cm ise küçük çemberin yarıçapı kaç cm dir?



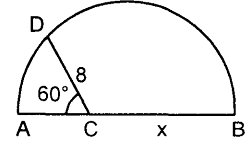
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) 5

16. [AD] çemberin çapı, BC bir teğetidir. $AB \perp BC$, $DC \perp BC$, $|AB| = 1$ cm ve $|BC| = 10$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



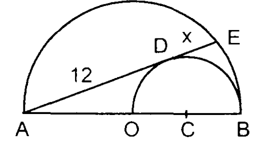
A) 7 B) 8 C) 11 D) 13 E) 20

17. Şekildeki yarıçemberin [AB] çapının uzunluğu 26 cm dir. $|CD| = 8$ cm ve $m(\widehat{ACD}) = 60°$ ise $|CB| = x$ kaç cm dir?



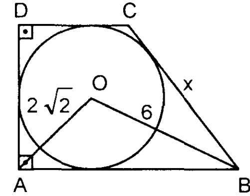
A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

18. O ile C, yarıçemberlerin merkezleridir. [AE], C merkezli çembere D de teğettir. $|AD| = 12$ cm ise $|DE| = x$ kaç cm dir?



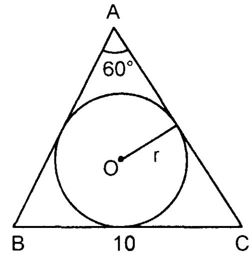
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19. ABCD dik yamuğu bir teğetler dörtgenidir. O noktası çemberin merkezi ve $|OA| = 2\sqrt{2}$ cm, $|OB| = 6$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



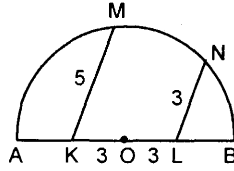
A) 6 B) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ C) $5\sqrt{2}$ D) 8 E) $\frac{11\sqrt{2}}{2}$

20. ABC üçgeninde $|AB| + |AC| = 16$ cm, $|BC| = 10$ cm ve $m(\widehat{A}) = 60°$ ise üçgenin içteğet çemberinin yarıçapı kaç cm dir?



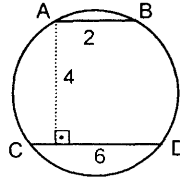
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

21. [AB] çaplı çemberde [KM] // [LN], $|KM| = 5$ cm, $|OK| = |OL| = |LN| = 3$ cm ise yarıçemberin yarıçapı kaç cm dir?



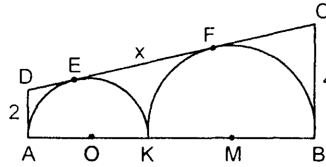
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $\sqrt{14}$

22. [AB] ve [CD] paralel kirişleri arasındaki uzaklık 4 cm dir. $|AB| = 2$ cm ve $|CD| = 6$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



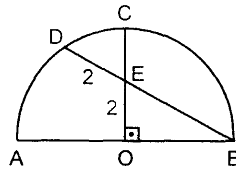
A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $\sqrt{15}$

23. Yarıçemberlerin merkezleri olan O ve M, [AB] üzerindedir. [AD], A da, [BC], B de, [DC], E ve F de teğettir. $|AD| = 2$ cm ve $|BC| = 4$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



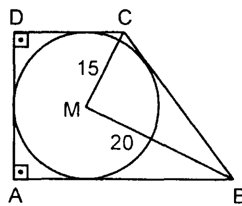
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

24. [AB] yarıçemberin çapı, O merkezidir. OC ⊥ AB, $[OC] \cap [BD] = \{E\}$ ve $|OE| = |ED| = 2$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



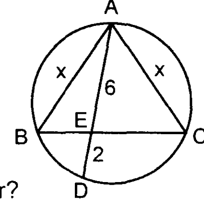
A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) $4\sqrt{6}$

25. ABCD dik yamuğu M merkezli çemberin teğetler dörtgenidir. $|MC| = 15$ cm ve $|MB| = 20$ cm ise yamuğun çevresi kaç cm dir?



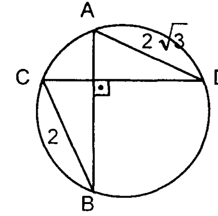
A) 70 B) 84 C) 98 D) 116 E) 129

26. [AD] ve [BC] kirişleri E de kesişmektedir. $|AE| = 6$ cm ve $|DE| = 2$ cm ise $|AB| = |AC| = x$ kaç cm dir?



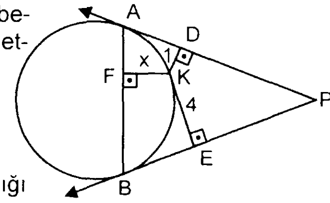
A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{15}$

27. AB ⊥ CD, $|CB| = 2$ cm ve $|AD| = 2\sqrt{3}$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



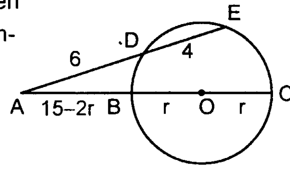
A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) $3\sqrt{2}$

28. Çember üzerindeki K noktasının çemberin [PA ve [PB teğetlerine uzaklıkları $|KD| = 1$ cm ve $|KE| = 4$ cm ise [AB] kirişine uzaklığı $|KF| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

1. ABC ve ADE kesenleri için A noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak

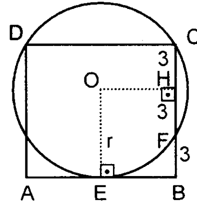


$|AB| \cdot |AC| = |AD| \cdot |AE|$

$(15-2r) \cdot 15 = 6 \cdot 10$

$\Rightarrow$ $r = 5{,}5$ cm olur.

2. Çemberin O merkezini teğetin E değme noktasına birleştirip $OH \perp CF$ çizelim.



$|CH| = |HF| = 3$ cm ve

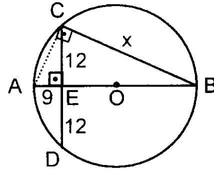
$|OE| = r$ olur.

OEBH dikdörtgeninde

$|OE| = |HB|$ $\Rightarrow$ $r = 6$ cm bulunur.

3. $AB \perp CD$ olduğundan $|CE| = |ED| = 12$ cm dir.

[AC] yi çizersek, [AB] çap olduğundan CAB dik üçgen olur.



Euclid Teoremi gereğince

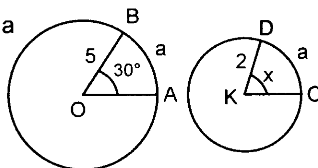
$|CE|^2 = |AE| \cdot |EB|$ $\Rightarrow$ $12^2 = 9 \cdot |EB|$

$\Rightarrow$ $|EB| = 16$ cm

ve $|CB|^2 = |BE| \cdot |BA|$ $\Rightarrow$ $x^2 = 16 \cdot 25$

$\Rightarrow$ $x = 20$ cm bulunur.

4. $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD}) = a$ olsun.



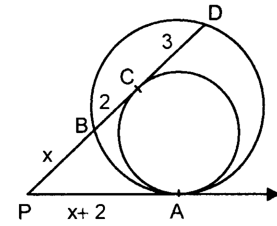
$30° = \frac{\pi}{6}$ radyan olduğuna göre

$\frac{a}{5} = \frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$ $a = \frac{5\pi}{6}$ birim,

$x = \frac{a}{2}$ rad. $\Rightarrow$ $x = \frac{5\pi}{12}$ rad.

$\Rightarrow$ $x = 75°$ bulunur.

5. Küçük çembere P den çizilen teğetlerin uzunlukları eşit olduğundan $|PA| = x + 2$ olur.



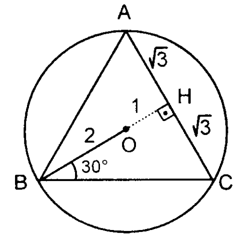
PA teğeti ve PBD keseni için A noktasının büyük çembere göre kuvvetini yazarsak

$|PA|^2 = |PB| \cdot |PD|$

$\Rightarrow$ $(x+2)^2 = x \cdot (x+5)$ $\Rightarrow$ $4x + 4 = 5x$

$\Rightarrow$ $x = 4$ cm bulunur.

6. Bir üçgenin çevrel çemberinin merkezi kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır. Eşkenar üçgende kenar orta dikmesi hem açıortay, hem kenarortay hem de yükseklik olduğundan çemberin merkezi üçgenin ağırlık merkezidir.



$[BO \cap [AC] = \{H\}$ olsun.

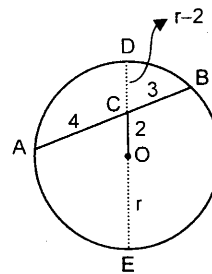
$|BD| = 2$ cm $\Rightarrow$ $|OH| = 1$ cm ve

BHC dik üçeninde $|HC| = \frac{|BH|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ cm olur.

Buradan $|AC| = 2\sqrt{3}$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{2\sqrt{3} \cdot 3}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

7. OC doğrusu çemberi D ve E de kessin.



$|CE| = r + 2$ ve

$|CD| = r - 2$ olur.

[AB] ve [DE] kesenleri için C noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak,

$|CD| \cdot |CE| = |CA| \cdot |CB|$

$\Rightarrow$ $(r-2)(r+2) = 4 \cdot 3$

$\Rightarrow$ $r = 4$ cm bulunur.

8. Çemberin merkezini A ve C noktalarına birleştirirsek, OABC dik yamuğu elde edilir.
CH ⊥ OA çizelim.
OHC dik üçgeninde

$|OC| = r$, $|OH| = r - 6$ ve

$|HC| = 12$ cm olduğundan Pythagoras Teoremine göre

$|OC|^2 = |OH|^2 + |HC|^2$

$\Rightarrow \quad r^2 = (r-6)^2 + 12^2$

$\Rightarrow \quad r = 15$ cm bulunur.

9. Çemberin merkezini, teğetlerin E ve F değme noktaları ile dikdörtgenin C köşesine birleştirirsek BFOC dik yamuğu elde edilir. CH ⊥ OF çizelim.
OCH dik üçgeninde

$|OC| = r$, $|CH| = r - 2$ ve

$|OH| = r - 4$ olduğundan

Pythagoras Teoremi'ne göre

$|OC|^2 = |CH|^2 + |OH|^2$

$\Rightarrow r^2 = (r-2)^2 + (r-4)^2$

$\Rightarrow \quad r^2 - 12r + 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = 10$ cm bulunur.

10. ABC dik üçgeninde

$|AC|^2 = 3^2 + (3\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow \quad |AC| = 6$ cm dir.

Çemberin merkezini teğetin değme noktasına birleştirirsek OD // AB,

$|OD| = |OA| = r$ ve $|OC| = 6 - r$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|CO|}{|CA|} = \dfrac{|OD|}{|AB|} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{6-r}{6} = \dfrac{r}{3}$

$\Rightarrow \quad r = 2$ cm bulunur.

11. [HC] ve [DK] yı çizelim.
[HC, K noktasından CD ye çizilen paraleli P noktasında kessin.
DKPC dikdörtgeninde

$|DK| = |PC| = R$ ve

$|PK| = |DC| = 8$ cm olur.

PHK dik üçgeninde

$|HK|^2 = |PH|^2 + |PK|^2$

$\Rightarrow \quad |HK|^2 = (R+r)^2 + 8^2 = 6^2 + 8^2$

$\Rightarrow \quad |HK| = 10$ cm olur.

$|AB| = |HK| - (R+r) = 10 - 6$

$\Rightarrow \quad |AB| = 4$ cm bulunur.

12. [BE] yi çizelim.
Çapı gören çevre açı dik açı olacağından BE ⊥ AC ve BCA üçgeni ikizkenar olduğundan

$|AE| = |EC| = 6$ cm olur.

ADB ve AEC kesenleri için A noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak,

$|AD| \cdot |AB| = |AE| \cdot |AC|$

$\Rightarrow \quad x \cdot 18 = 6 \cdot 12 \quad \Rightarrow \quad x = 4$ cm bulunur.

13. Teğet çemberlerin merkezlerini birleştiren doğru, çemberlerin değme noktasından ve ortak teğetlerin kesim noktasından geçer.

$m(\widehat{AOP}) = m(\widehat{BOP}) = 60°$

ve $m(\widehat{BPO}) = 30°$ dir.

KHP dik üçgeninde

$|KH| = r \quad \Rightarrow \quad |PH| = 2r$;

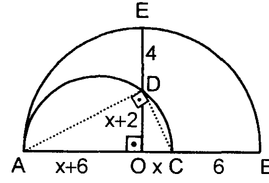
BOP dik üçgeninde

$|BO| = R \quad \Rightarrow \quad |OP| = 2R$ olur. Aynı zamanda

$|OP| = R + 3r$ olduğundan

$2R = R + 3r \quad \Rightarrow \quad \dfrac{R}{r} = 3$ bulunur.

14. [AD] ve [CD] yi çizelim. Çapı gören çevre açı olduğundan



$m(\widehat{ADC}) = 90°$ dir.

$|OC| = x$ dersek

$|AO| = x + 6$ ve

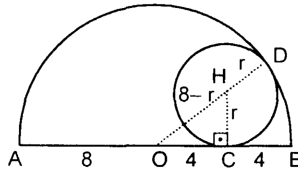
$|OD| = x + 2$ olur.

ADC dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|DO|^2 = |AO| \cdot |OC|$

$\Rightarrow \ (x+2)^2 = (x+6) \cdot x \ \Rightarrow \ x = 2$ bulunur.

15. Büyük çemberin merkezi O, küçük çemberin merkezi H olsun.



$|OC| = 4$ cm ve

$|OA| = 8$ cm olur.

[OH ışını çemberlerin D değme noktasından geçer. [HC] yi çizersek

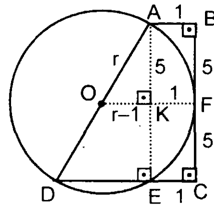
$|HD| = |HC| = r$ ve $|OH| = 8 - r$ olur.

OHC dik üçgeninde

$|OH|^2 = |OC|^2 + |HC|^2$

$\Rightarrow \ (8 - r)^2 = 4^2 + r^2 \ \Rightarrow \ r = 3$ cm bulunur.

16. [AE] yi çizersek, çapı gören çevre açı olduğundan



$m(\widehat{AED}) = 90°$ ve çemberin merkezini teğetin F değme noktasına birleştirirsek [OF], ABCD dik yamuğunun orta tabanı olur.

$[AE] \cap [OF] = \{K\}$ olsun.

$|BC| = 10$ cm olduğundan

$|BF| = |FC| = |AK| = 5$ cm ve

$|AB| = 1$ cm olduğundan

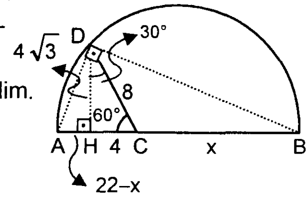
$|KF| = 1$ cm ve $|OK| = r - 1$ olur.

AOK dik üçgeninde

$|OA|^2 = |OK|^2 + |AK|^2$

$\Rightarrow \ r^2 = (r-1)^2 + 5^2 \ \Rightarrow \ r = 13$ cm bulunur.

17. D noktasını, çapın A ve B uçlarına birleştirelim ve [AB] ye [DH] dikmesini çizelim.



DHC dik üçgeninde

$|HC| = \dfrac{|CD|}{2}$

$\Rightarrow \ |HC| = 4$ cm,

$|DH| = \sqrt{3} \cdot |HC| \ \Rightarrow \ |DH| = 4\sqrt{3}$ cm ve

$|AB| = 26$ cm olduğundan

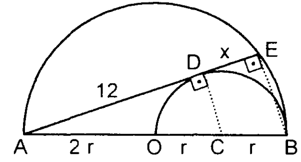
$|AH| = 22 - x$ olur.

DAB dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|DH|^2 = |AH| \cdot |HB| \ \Rightarrow \ (4\sqrt{3})^2 = (22 - x)(x + 4)$

$\Rightarrow \ x^2 - 18x - 40 = 0 \ \Rightarrow \ x = 20$ cm bulunur.

18. Küçük çemberin yarıçap uzunluğuna r dersek $|AC| = 3r$



ve $|CB| = r$ olur.

[CD] ve [BE] yi çizelim.

$CD \perp AE$ ve $BE \perp AE$ olacağından

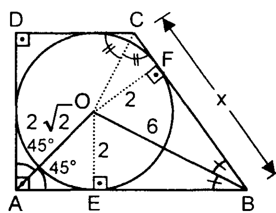
CD // BE olur.

I. Thales teoremine göre

$\dfrac{|AD|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|CB|} \ \Rightarrow \ \dfrac{12}{x} = \dfrac{3r}{r}$

$\Rightarrow \ x = 4$ cm bulunur.

19. Çemberin merkezini, E ve F değme noktalarına birleştirirsek



$OE \perp AB$ ve $OF \perp BC$ olur. [AO] açıortay olduğundan

$m(\widehat{OAE}) = 45°$ ve

$|OK| = 2$ cm dir.

[BO] ve [CO] da açıortay ve AB//CD olduğundan

$m(\widehat{BOC}) = 90°$ ve $|OF| = |OE| = 2$ cm olur.

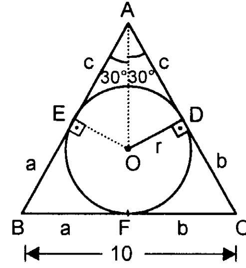
BOF dik üçgeninde

$|BF|^2 = 6^2 - 2^2 \ \Rightarrow \ |BF| = 4\sqrt{2}$ cm;

BOC dik üçgeninde $|OB|^2 = |BF| \cdot |BC|$

$\Rightarrow \ 6^2 = 4\sqrt{2} \cdot x \ \Rightarrow \ x = \dfrac{9\sqrt{2}}{2}$ cm bulunur.

20. ABC üçgeninde içteğet çemberin değme noktaları D, E ve F olsun.



$|BE| = |BF| = a$,

$|CF| = |CD| = b$ ve

$|AE| = |AD| = c$ dersek

$a + b = 10$ cm ve

$|AB| = |AC| = 16$ cm

$\Rightarrow\ a + b + 2c = 16$ cm $\Rightarrow\ c = 3$ cm olur.

[AO] açıortay olduğundan $m(\widehat{OAD}) = 30°$ ve AOD dik üçgeninde

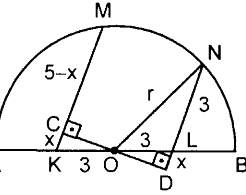
$|OD| = \dfrac{|AD|}{\sqrt{3}}\ \Rightarrow\ r = \dfrac{3}{\sqrt{3}}\ \Rightarrow\ r = \sqrt{3}$ cm bulunur.

21. I. YOL :

$OC \perp KM$ ve

$OD \perp LN$ çizersek

$\overset{\Delta}{CKO} \equiv \overset{\Delta}{DLO}$ olur.



$|CK| = x$ dersek,

$|DL| = x$, $|CM| = 5 - x$

ve $|DN| = x + 3$ olur.

Merkezden eşit uzaklıktaki kirişlerin yarıları da eş olacağından, $5 - x = x + 3\ \Rightarrow\ x = 1$ cm;

DOL dik üçgeninde

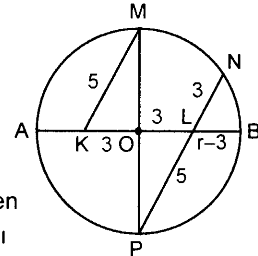
$|OD|^2 = 3^2 - 1^2\ \Rightarrow\ |OD| = 2\sqrt{2}$ cm ve

DON dik üçgeninde $|ON|^2 = |OD|^2 + |DN|^2$

$\Rightarrow\ r^2 = 8 + 16\ \Rightarrow\ r = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

II. YOL :

Çemberde merkezden eşit uzaklıktaki paralel kirişlerin uç noktaları bir dikdörtgenin köşeleri olacağından ve bu dikdörtgenin köşegeni merkezden geçeceğinden $[MO \cap [NL = \{P\}$ noktası çember üzerindedir.



$\overset{\Delta}{KOM} \equiv \overset{\Delta}{LOP}$ (K.A.K.)

$\Rightarrow\ |LP| = |KM| = 5$ cm dir.

Diğer taraftan, yarıçap uzunluğuna r dersek

$|AL| = r + 3$ ve $|LB| = r - 3$ olur.

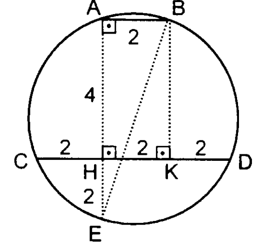
ALB ve PLN kesenleri için L noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak

$|AL| \cdot |LB| = |PL| \cdot |LN|$

$\Rightarrow\ (r + 3)(r - 3) = 5 \cdot 3\ \Rightarrow\ r = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

22. I. YOL :

$AH \perp CD$ ve $BK \perp CD$ çizelim. [AH çemberi E noktasında kessin.



$|HK| = 2$ cm ve

$|CH| = |KD| = 2$ cm olur.

[AE] ve [CD] kesenleri için H noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak,

$|HE| \cdot |HA| = |HC| \cdot |HD|$

$\Rightarrow\ |HE| \cdot 4 = 2 \cdot 4\ \Rightarrow\ |HE| = 2$ cm ve

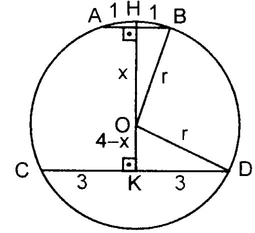
ABE dik üçgeninde

$|BE|^2 = |AE|^2 + |AB|^2\ \Rightarrow\ |BE|^2 = 6^2 + 2^2$

$\Rightarrow\ |BE| = 2\sqrt{10}\ \Rightarrow\ r = \sqrt{10}$ cm olur.

II. YOL :

Çemberin merkezinden kirişlere [OH] ve [OK] dikmelerini indirelim; [OB] ve [OD] yi çizelim.



$|AH| = |HB| = 1$ cm,

$|CK| = |KD| = 3$ cm,

$|OB| = |OD| = r$ ve

$|OH| = x$ dersek $|OK| = 4 - x$ olur.

HOB ve KOD dik üçgenlerinde

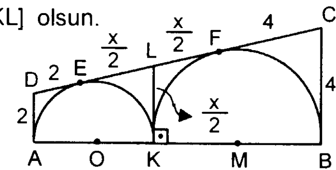
$r^2 = x^2 + 1$ ① ve $r^2 = (4 - x)^2 + 3^2$ ②;

① ve ② den

$x^2 + 1 = (4 - x)^2 + 3^2\ \Rightarrow\ x = 3$ cm

$\Rightarrow\ r^2 = 3^2 + 1\ \Rightarrow\ r = \sqrt{10}$ cm bulunur.

23. Çemberlerin K noktasındaki ortak teğetleri [KL] olsun.



$|EF| = x$ ise $|LE| = |LF| = |LK| = \dfrac{x}{2}$ olur.

$|DA| = |DE| = 2$ cm, $|CF| = |CB| = 4$ cm ve

AD // KL // BC olduğundan Thales Teoremleri yardımıyla

$$\frac{|KL| - |AD|}{|BC| - |KL|} = \frac{|DL|}{|LC|}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{2} - 2}{4 - \frac{x}{2}} = \frac{2 + \frac{x}{2}}{4 + \frac{x}{2}} \Rightarrow \frac{x-4}{8-x} = \frac{4+x}{8+x}$$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

24. [AD] yi çizelim.

$\overset{\triangle}{DAE} \cong \overset{\triangle}{OAE}$ (K.K.A)

$\Rightarrow |AO| = |AD| = r$ olur.

$\overset{\triangle}{BOE} \sim \overset{\triangle}{BDA}$ (A.A.A.)

$$\Rightarrow \frac{|BE|}{|BA|} = \frac{|OE|}{|DA|}$$

$$\Rightarrow \frac{|BE|}{2r} = \frac{2}{r} \Rightarrow |BE| = 4 \text{ cm};$$

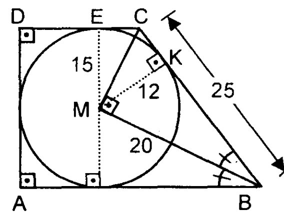
BOE dik üçgeninde

$|BO|^2 = r^2 = 4^2 - 2^2 \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$ cm ve

$|AB| = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

NOT : $|OE| \neq |ED|$ olsaydı; $|BE| = \sqrt{r^2 + 4}$ diyerek yine $\overset{\triangle}{BOE} \sim \overset{\triangle}{BDA}$ benzerliğini kullanacaktık.

25. AB // CD ve [BM] ile [CM] açıortay olduğundan BM ⊥ CM olur. Çemberin E, F, K değme noktalarını merkeze birleştirelim.



BMC dik üçgeninde Pythagoras ve Euclid Teoremleri ile $|BC| = 25$ cm

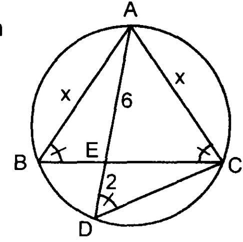
ve çemberin yarıçapı,

$|MK| = 12$ cm bulunur.

$|DA| = 2r = 24$ cm olduğundan

$|AD| + |BC| = 24 + 25 = 49$ cm ve bir teğetler dörtgeni olan yamuğun çevresi, 98 cm olarak bulunur.

26. [DC] yi çizelim.



AC yayını gördüklerinden

$\widehat{ABC} \cong \widehat{ADC}$ ve

$|AB| = |AC|$ olduğundan

$\widehat{ABC} \cong \widehat{ACB}$ dir.

Buradan

$\widehat{ADC} \cong \widehat{ACB}$ olur.

Öyleyse,

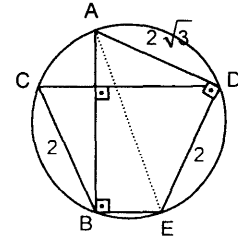
$\overset{\triangle}{ADC} \sim \overset{\triangle}{ACE}$ (A.A.A.)

$$\Rightarrow \frac{|AD|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|AE|} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{x}{6}$$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{3}$ cm olur.

O halde, r = 2 cm dir.

27. BE // CD çizelim;



E noktası ile A ve D yi birleştirelim.

BE ⊥ AB olacağından [AE] çemberin çapı ve AD ⊥ DE olur.

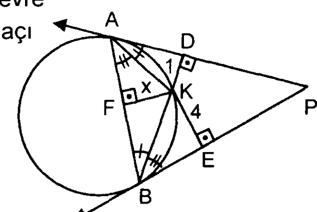
BE // CD

$\Rightarrow \overset{\frown}{BC} \cong \overset{\frown}{DE} \Rightarrow |BC| = |DE| = 2$ cm dir.

ADE dik üçgeninde $|AE|^2 = |AD|^2 + |DE|^2$

$\Rightarrow |AE|^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 \Rightarrow |AE| = 4$ cm bulunur.

28. Aynı yayı gören çevre açı ve teğet-kiriş açı olduklarından



$\widehat{ABK} \cong \widehat{DAK}$ ve

$\widehat{BAK} \cong \widehat{EBK}$ dır.

O halde,

$\overset{\triangle}{DAK} \sim \overset{\triangle}{FBK}$ (A.A.A.)

$$\Rightarrow \frac{|AK|}{|BK|} = \frac{|DK|}{|FK|} \Rightarrow \frac{|AK|}{|BK|} = \frac{1}{x} \quad ①$$

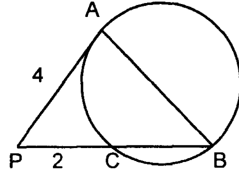
ve $\overset{\triangle}{FAK} \sim \overset{\triangle}{EBK}$ (A.A.A.)

$$\Rightarrow \frac{|AK|}{|BK|} = \frac{|FK|}{|EK|} \Rightarrow \frac{|AK|}{|BK|} = \frac{x}{4} \quad ② \text{ olup}$$

① ve ② den

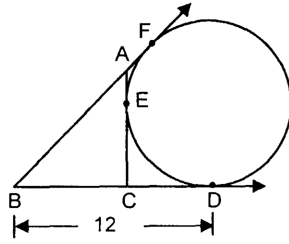
$$\frac{1}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2 \text{ cm bulunur.}$$

1. [PA, [AB] çaplı çembere A da teğettir.
$|PA| = 4$ cm ve
$|PC| = 2$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



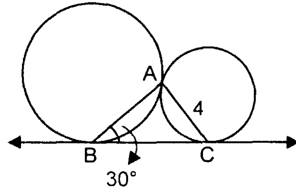
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 4

2. ABC üçgeninin dış teğet çemberinin değme noktaları D, E, F dir.
$|BD| = 12$ cm ise
ABC üçgeninin çevresi kaç cm dir?



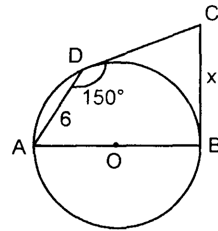
A) 18 B) 20 C) 21 D) 24 E) 27

3. BC, A da teğet olan çemberlerin ortak teğetidir.
$m(\widehat{ABC}) = 30°$ ve
$|AC| = 4$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



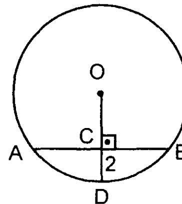
A) 6 B) $6\sqrt{3}$ C) $7\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) 12

4. [CD ve [CB, O merkezli çemberin teğetleri, [AB] çapıdır.
$m(\widehat{ADC}) = 150°$ ve
$|AD| = 6$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



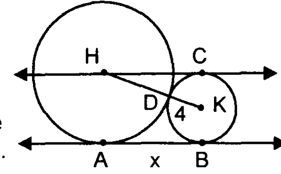
A) $6\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 9 D) 10 E) 12

5. O merkezli çemberde OD ⊥ AB,
$|AB| = 12$ cm ve
$|CD| = 2$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



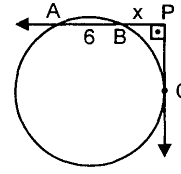
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

6. H ve K merkezli çemberler D de teğet, A, B, C noktaları AB ve HC nin çemberlere değdiği noktalardır.
HC // AB ve
$|DK| = 4$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



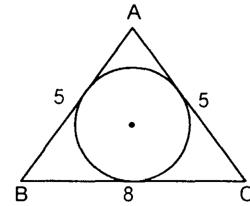
A) $8\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{7}$ E) $10\sqrt{7}$

7. [PC, çembere C de teğettir. PA ⊥ PC,
$|AB| = 6$ cm ve
çemberin yarıçapı 5 cm ise $|PB| = x$
kaç cm dir?



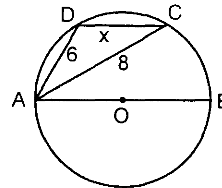
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

8. ABC üçgeninde
$|AB| = |AC| = 5$ cm
ve $|BC| = 8$ cm ise
üçgenin içteğet çemberinin yarıçapı kaç cm dir?



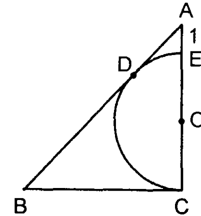
A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

9. [AB] O merkezli çemberin bir çapı, [DC] bir kirişidir.
DC // AB,
$|AD| = 6$ cm ve
$|AC| = 8$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



A) 2,4 B) 2,8 C) 3 D) 3,2 E) 3,6

10. [AB] , D noktasında ve [BC], C noktasında O merkezli yarı çembere teğettir.
$|AC| = |BC|$ ve
$|AE| = 1$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



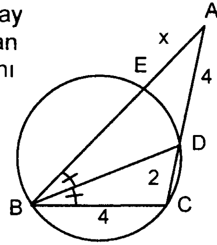
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}-1$ D) 2 E) $\sqrt{2}+1$

11. ABC üçgeninde [BD] açıortay olup B, C ve D noktalarından geçen çember [AB] kenarını E de kesmektedir.

$|AD| = 4$ cm, $|DC| = 2$ cm

ve $|BC| = 4$ cm ise

$|AE| = x$ kaç cm dir?



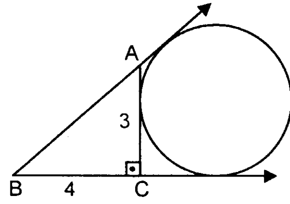
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) $\sqrt{13}$

12. ABC dik üçgeninde

$|AC| = 3$ cm ve

$|BC| = 4$ cm ise

üçgenin şekildeki dış teğet çemberinin yarıçapı kaç cm dir?



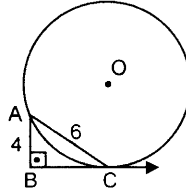
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

13. [BC, O merkezli çemberin C deki teğeti, [AC], bir kirişidir.

AB ⊥ BC, $|AB| = 4$ cm

ve $|AC| = 6$ cm ise

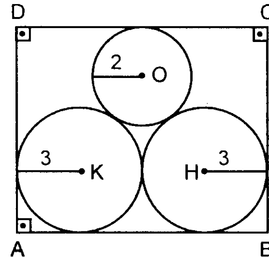
çemberin çapı kaç cm dir?



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

14. O, K ve H merkezli çemberler birbirlerine ikişer ikişer teğet olup yarıçapları sırasıyla 2, 3 ve 3 birimdir. ABCD dikdörtgeni üç çembere de şekildeki gibi teğet ise

$|BC|$ kaç birimdir?

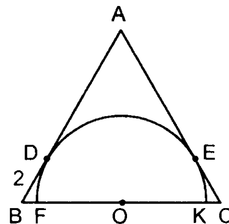


A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

15. [FK] çaplı yarıçember ABC eşkenar üçgeninin kenarlarına D ve E de teğettir.

$|BD| = 2$ cm ise

$|BF|$ kaç cm dir?



A) $2(2-\sqrt{3})$ B) $\sqrt{3}$ C) $2(\sqrt{3}-1)$

D) $2-\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}-1$

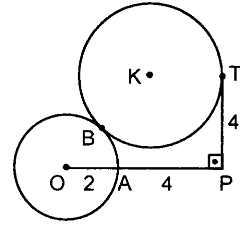
16. O ve K merkezli çemberler B de ve [PT], K merkezli çembere T de teğettir.

OP ⊥ PT, $|OA| = 2$ cm,

$|AP| = 4$ cm ve

$|PT| = 4$ cm ise

K merkezli çemberin yarıçapı kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{3}$ D) 3 E) $3\sqrt{2}$

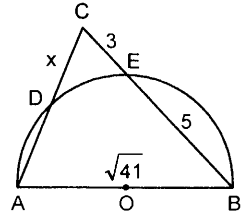
17. [AB], yarıçemberin çapıdır.

$|CE| = 3$ cm,

$|EB| = 5$ cm ve

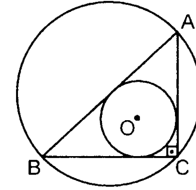
$|AB| = \sqrt{41}$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



A) 4,8 B) 4 C) 3,6 D) 3 E) 2,4

18. ABC dik üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı 1 cm, çevrel çemberinin yarıçapı 4 cm dir.
ABC dik üçgeninin çevresi kaç cm dir?



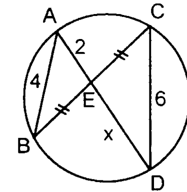
A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

19. [AD] ve [BC] çemberin iki kirişidir. $|BE| = |EC|$,

$|AE| = 2$ cm, $|AB| = 4$ cm

ve $|CD| = 6$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 6

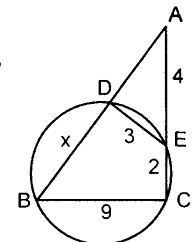
20. ABC üçgeninde

$|AE| = 4$ cm, $|EC| = 2$ cm,

$|DE| = 3$ cm ve

$|BC| = 9$ cm ise

$|BD| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) $\frac{17}{2}$ C) 9 D) 10 E) $\frac{21}{2}$

21. ABC üçgeninde K noktası, iç açıortayların kesim noktasıdır.

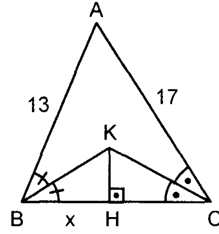
$|AB| = 13$ cm,

$|AC| = 17$ cm,

$|BC| = 8$ cm ve

$KH \perp BC$ ise

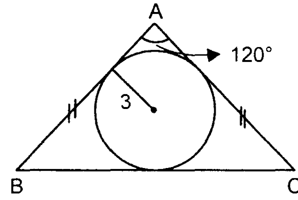
$|BH| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. ABC ikizkenar üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı 3 cm dir.

$m(\hat{A}) = 120°$ ise üçgenin çevresi kaç cm dir?



A) $12+6\sqrt{3}$ B) $16+8\sqrt{3}$ C) $18+10\sqrt{3}$ D) $20+12\sqrt{3}$ E) $24+14\sqrt{3}$

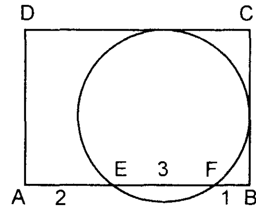
23. ABCD dikdörtgeninin [BC] ve [CD] kenarlarına teğet olan çember AB kenarını E ve F noktalarında kesmektedir.

$|AE| = 2$ cm,

$|EF| = 3$ cm ve

$|FB| = 1$ cm ise

ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?



A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

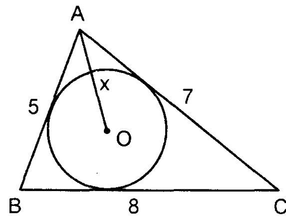
24. ABC üçgeninin içteğet çemberinin merkezi O noktasıdır.

$|AB| = 5$ cm,

$|AC| = 7$ cm ve

$|BC| = 8$ cm ise

$|AO| = x$ kaç cm dir?



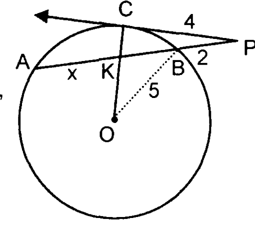
A) $\sqrt{7}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{11}$

25. [PC, O merkezli çemberin bir teğeti, [PA bir kesenidir. Çemberin yarıçapı 5 cm,

$|PC| = 4$ cm ve

$|PB| = 2$ cm ise

$|AK| = x$ kaç cm dir?



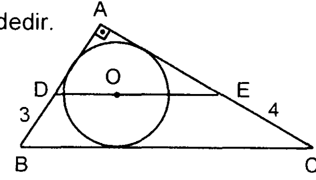
A) 3,5 B) 3,6 C) 3,7 D) 3,8 E) 3,9

26. ABC dik üçgeninin içteğet çemberinin merkezi [DE] üzerindedir. DE // BC,

$|BD| = 3$ cm ve

$|CE| = 4$ cm ise

BCED dörtgeninin çevresi kaç cm dir?



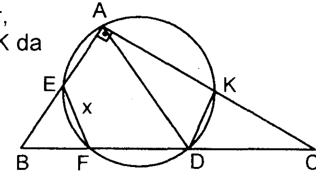
A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

27. [AD], ABC dik üçgeninin kenarortayıdır. [AD] çaplı çember, kenarları E, F ve K da kesmektedir.

$|AB| = 6$ cm ve

$|AC| = 8$ cm ise

$|EF| = x$ kaç cm dir?



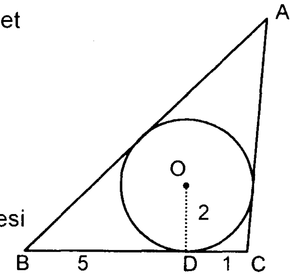
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

28. ABC üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı 2 cm olup D değme noktasıdır.

$|BD| = 5$ cm ve

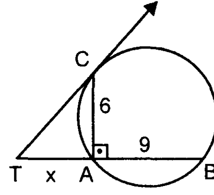
$|DC| = 1$ cm ise

ABC üçgeninin çevresi kaç cm dir?



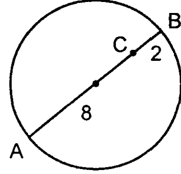
A) 42 B) 46 C) 54 D) 60 E) 72

1. [TC, çembere C de teğettir.
AC ⊥ TB,
|AC| = 6 cm ve
|AB| = 9 cm ise
|TA| = x kaç cm dir?



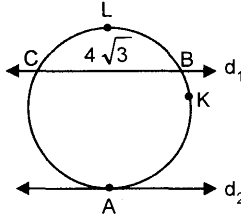
A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

2. [AB] çaplı çemberde
|AC| = 8 cm ve
|CB| = 2 cm ise
C den geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç cm dir?



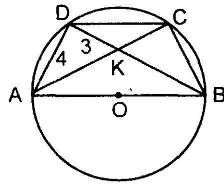
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

3. $d_1 // d_2$,
$m(\overset{\frown}{BLC}) = m(\overset{\frown}{AKB})$
ve $|CB| = 4\sqrt{3}$ cm
ise A noktasının d_1 doğrusuna uzaklığı kaç cm dir?



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

4. [AB] çaplı çemberde
[DC] // [AB],
|AD| = 4 cm ve
|DK| = 3 cm ise
$A(\overset{\triangle}{KAB})$ kaç cm^2 dir?



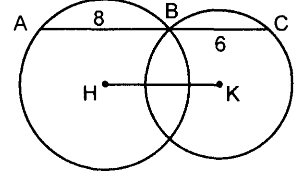
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

5. Çevresi 24 birim olan düzgün altıgenin iç teğet çemberinin yarıçapı r_1, çevrel çemberinin yarıçapı r_2 olduğuna göre $\frac{r_2}{r_1}$ oranı nedir?

A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

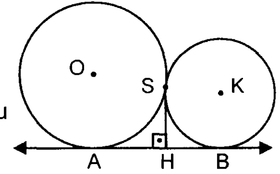
D) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ E) $2\sqrt{3}$

6. H ve K, çemberlerin merkezleridir.
AC // HK,
|AB| = 8 cm,
|BC| = 6 cm ve
büyük çemberin yarıçapı 5 cm ise
küçük çemberin yarıçapı kaç cm dir?



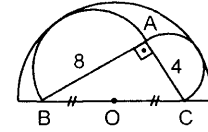
A) 3 B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

7. O ve K merkezli çemberler S de teğet olup yarıçapları 8 cm ve 2 cm dir. S den AB ortak teğetine indirilen [SH] dikmesinin uzunluğu kaç cm dir?



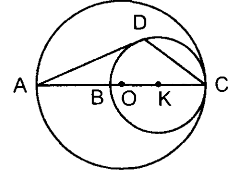
A) 2,4 B) 3,2 C) 3,6 D) 4 E) 4,8

8. ABC dik üçgeninde [AB] ve [AC] çaplı yarıçemberler çizilmiştir.
|AB| = 8 cm ve
|AC| = 4 cm olup O noktası [BC] nin ortasıdır.
Bu yarıçemberlere teğet olan O merkezli yarıçemberin yarıçapı kaç cm dir?



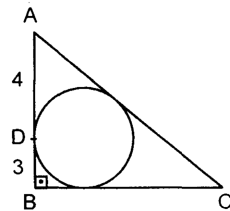
A) $2\sqrt{5}$ B) 5 C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$

9. O ve K merkezli çemberler C de; [AD] küçük çembere D de teğettir. Çemberlerin yarıçapları 2 cm ve 3 cm ise $A(\overset{\triangle}{ADC})$ kaç cm^2 dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{2}$

10. ABC dik üçgeninin içteğet çemberi, [AB] kenarına D noktasında teğettir.
|BD| = 3 cm ve
|AD| = 4 cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



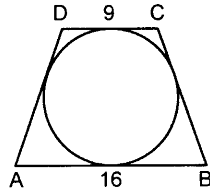
A) 42 B) 49 C) 56 D) 63 E) 84

11. ABCD teğetler dörtgeni bir ikizkenar yamuktur.

$|AB| = 16$ cm ve

$|CD| = 9$ cm ise

yamuğun yüksekliği kaç cm dir?



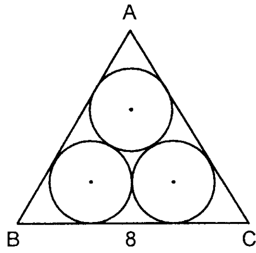
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

12. Dik kenarları 6 cm ve 8 cm olan dik üçgenin içteğet çemberinin merkezi ile çevrel çemberinin merkezi arasındaki uzaklık kaç cm dir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{7}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 3

13. Şekildeki çemberler eş olup herbiri diğer ikisine ve ABC eşkenar üçgeninin iki kenarına teğettir.

$|BC| = 8$ cm olduğuna göre çemberlerden herbirinin yarıçapı kaç cm dir?



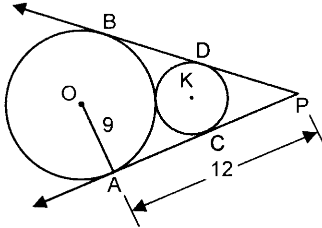
A) $\sqrt{3}-1$ B) $3-\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}-2$

D) $2\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{3}+1$

14. O ve K merkezli çemberler birbirine teğet olup ortak teğetler P de kesişmektedir. Büyük çemberin yarıçapı 9 cm,

$|PA| = 12$ cm

ise küçük çemberin yarıçapı kaç cm dir?



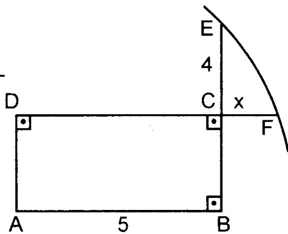
A) $\frac{25}{4}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{15}{2}$

15. ABCD dikdörtgeninin [BC] ve [DC] kenarlarının uzantıları, A merkezli çember yayını E ve F de kesmektedir.

$|AB| = 5$ cm,

$|AD| = 1$ cm ve

$|CE| = 4$ cm ise $|CF| = x$ kaç cm dir?



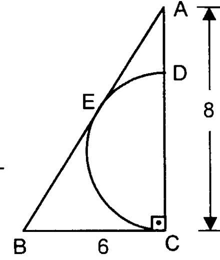
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

16. ABC dik üçgeninde

$|AC| = 8$ cm ve

$|BC| = 6$ cm dir.

[AB] kenarına teğet olan [CD] çaplı çemberin yarıçapı kaç cm dir?

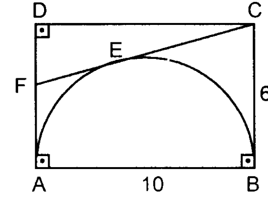


A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{3}$

17. ABCD dikdörtgeninin [AB] kenarı yarıçemberin çapı olup [CF] yarıçembere E noktasında teğettir.

$|AB| = 10$ cm ve

$|BC| = 6$ cm olduğuna göre DFC üçgeninin çevresi kaç cm dir?



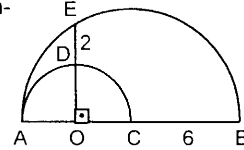
A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

18. [AB] ve [AC], yarıçemberlerin çapları; O, küçük yarıçemberin merkezidir. OE ⊥ AB,

$|CB| = 6$ cm ve

$|DE| = 2$ cm ise

büyük çemberin yarıçapı kaç cm dir?

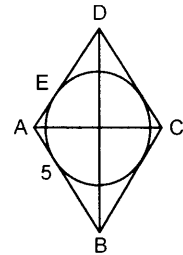


A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

19. ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenarı 5 birim, içteğet çemberinin yarıçapı 2 birimdir.

$|DE| > |EA|$ ise

$|DE|$, $|EA|$ nın kaç katıdır?

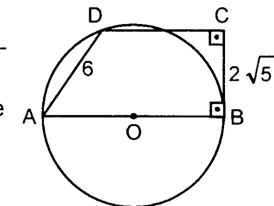


A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20. ABCD dik yamuğunun [AB] tabanı, D köşesinden geçen çemberin çapıdır. $|AD| = 6$ cm ve

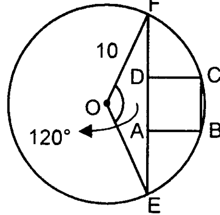
$|BC| = 2\sqrt{5}$ cm ise

$|AB|$ kaç cm dir?



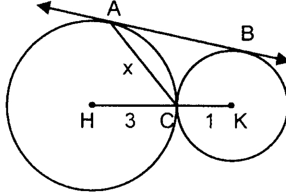
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

21. O merkezli çemberin yarıçapı 10 cm ve $m(\widehat{EOF}) = 120°$ dir. Buna göre şekilde görülen karenin bir kenarı kaç cm olur?



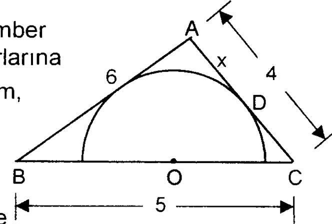
A) 4 B) $2\cdot\sqrt{17}-4$ C) $2\cdot\sqrt{19}-4$
D) $2\cdot\sqrt{21}-4$ E) 6

22. (H, 3 cm) ve (K, 1 cm) çemberleri C noktasında dıştan teğet olup AB bunların ortak teğetidir.
$|AC| = x$ kaç cm dir?



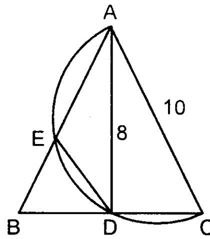
A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 4

23. O merkezli yarıçember [AB] ve [AC] kenarlarına teğettir. $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 4$ cm, $|BC| = 5$ cm ve D çemberin değme noktası olduğuna göre $|AD| = x$ kaç cm dir?



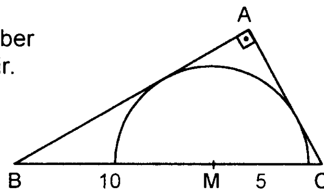
A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{16}{5}$ D) $\frac{12}{5}$ E) $\frac{9}{4}$

24. ABC ikizkenar üçgeninde, [AC] çaplı çember [AB] yi E de, [BC] yi D de kesiyor.
$|AB| = |AC| = 10$ cm ve $|AD| = 8$ cm ise AEDC dörtgeninin çevresi kaç cm dir?



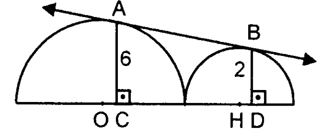
A) 24,8 B) 26 C) 27,2 D) 28 E) 29,2

25. ABC dik üçgeninde M merkezli yarıçember dik kenarlara teğettir.
$|BM| = 10$ cm ve $|MC| = 5$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



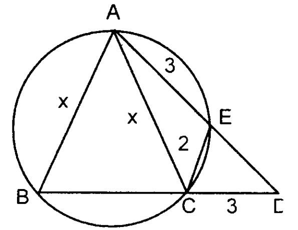
A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{6}$

26. AB, O ve H merkezli çemberlere A ve B de teğettir. $AC \perp OD$, $BD \perp OD$, $|AC| = 6$ cm ve $|BD| = 2$ cm ise O merkezli çemberin yarıçapı kaç cm dir?



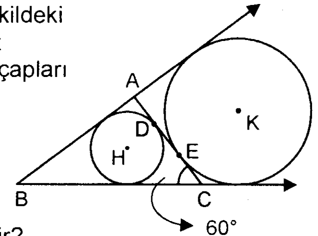
A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 7 E) $5\sqrt{2}$

27. ABC ikizkenar üçgeninin çevrel çemberi ABD üçgeninin [AD] kenarını E de kesmektedir. $|AE| = 3$ cm, $|CE| = 2$ cm ve $|CD| = 3$ cm olduğuna göre $|AB| = |AC| = x$ kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) 3,5 C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) 4,5

28. ABC üçgeninin şekildeki içteğet ve dışteğet çemberlerinin yarıçapları 3 cm ve 6 cm dir. D ile E değme noktaları ve $m(\widehat{BCA}) = 60°$ ise $|DE|$ kaç cm dir?



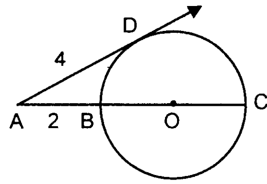
A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{3}$ E) 3

1. [AD, O merkezli çembere D noktasında teğettir.

$|AD| = 4$ cm ve

$|AB| = 2$ cm ise

çemberin yarıçapı kaç cm dir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. ABCD dörtgeni bir teğetler dörtgenidir.

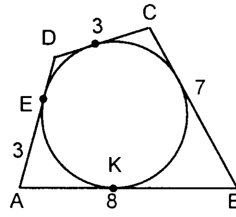
$|AE| = 3$ cm,

$|AB| = 8$ cm,

$|BC| = 7$ cm ve

$|CD| = 3$ cm ise

$|DE| + |KB|$ kaç cm dir?

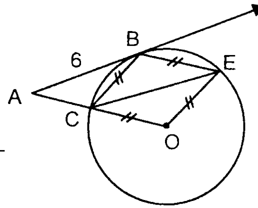


A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. O merkezli çemberde A, C, O noktaları doğrusaldır. [AB teğet ve

$|AB| = 6$ cm ise

BCOE eşkenar dörtgeninin [EC] köşegeninin uzunluğu kaç cm dir?

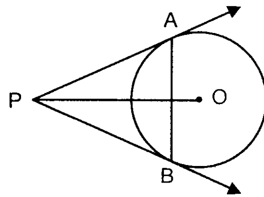


A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

4. [PA ve [PB, O merkezli çemberin teğetleridir.

$|PO| = 9$ cm ve

çemberin yarıçapı 3 cm ise $|AB|$ kaç cm dir?

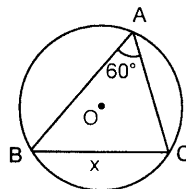


A) $3\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

5. O merkezli çemberin çapı 8 cm dir.

$m(\widehat{BAC}) = 60°$ ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?

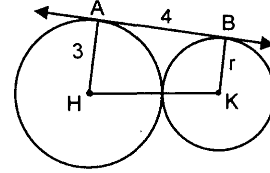


A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$

6. H ve K merkezli çemberler birbirine dıştan teğettir. AB çemberlerin ortak teğeti ve

$|AB| = 4$ cm dir.

H merkezli çemberin yarıçapı 3 cm ise K merkezli çemberin yarıçapı kaç cm dir?



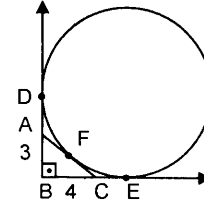
A) $\frac{4}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

7. [BD, [BE ve [AC] çembere D, E ve F noktalarında teğettir.

$BD \perp BE$, $|AB| = 3$ cm

ve $|BC| = 4$ cm ise

çemberin yarıçapı kaç cm dir?



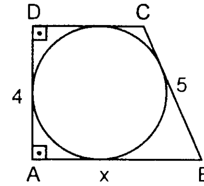
A) $3\sqrt{2}$ B) 5 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) 7

8. ABCD teğetler dörtgeni bir dik yamuktur.

$|AD| = 4$ cm ve

$|BC| = 5$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?

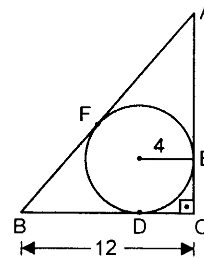


A) $2\sqrt{3}$ B) 3 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$

9. ABC dik üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı 4 cm dir.

$|BC| = 12$ cm ise

$|AB|$ kaç cm dir?



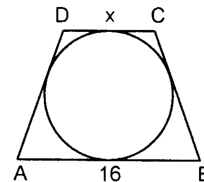
A) 13 B) 15 C) 17 D) 20 E) 25

10. ABCD teğetler dörtgeni bir ikizkenar yamuktur. Çemberin çapı 8 cm,

$|AD| = |BC|$ ve

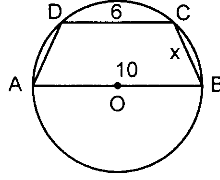
$|AB| = 16$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



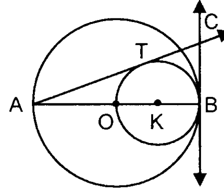
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

11. ABCD yamuğunun tabanı, yamuğun çevrel çemberinin çapıdır.
$|AB| = 10$ cm ve
$|CD| = 6$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



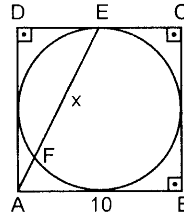
A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $6\sqrt{2}$

12. BC, O ve K merkezli çemberlerin ortak teğetidir. K merkezli çember O dan geçmektedir. AC küçük çembere T de teğettir. Küçük çemberin yarıçapı R ise $|BC|$ kaç R dir?



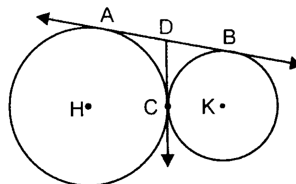
A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

13. ABCD karesinin içteğet çemberi, [DC] kenarına E de değmekte ve [AE] içteğet çemberi F de kesmektedir.
$|AB| = 10$ cm ise
$|EF| = x$ kaç cm dir?



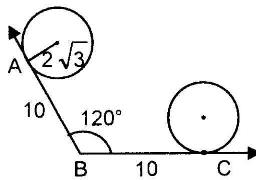
A) $2\sqrt{5}$ B) 5 C) $3\sqrt{5}$ D) 6 E) $4\sqrt{5}$

14. Yarıçapları 8 cm ve 2 cm olan H ve K merkezli çemberler C noktasında dıştan teğettir. A, B ve C ortak teğetlerin değme noktaları olduğuna göre $|CD|$ kaç cm dir?



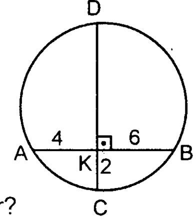
A) 2 B) 3 C) 3,2 D) 3,5 E) 4

15. Aralarında 120° lik açı bulunan iki düzlemden biri üzerindeki A noktasında teğet olan çember yuvarlanarak C noktasına geliyor. Çemberin yarıçapı $2\sqrt{3}$ cm, $|AB| = |BC| = 10$ cm ise O merkezinin aldığı yol kaç cm dir?



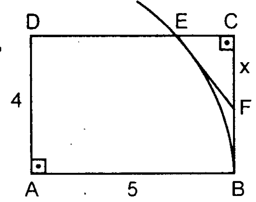
A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

16. [AB] ve [CD] çemberin birbirine dik iki kirişidir.
$|AK| = 4$ cm,
$|KB| = 6$ cm ve
$|KC| = 2$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



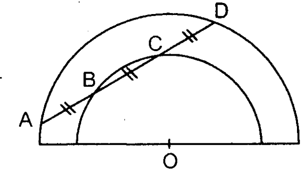
A) $3\sqrt{2}$ B) 5 C) $5\sqrt{2}$ D) 7 E) $6\sqrt{2}$

17. ABCD dikdörtgeninde
☑ A merkezli, [AB] yarıçaplı çember yayı [DC] yi E de, E den yaya çizilen teğet de [BC] yi F de kesmektedir. $|AB| = 5$ cm ve
$|AD| = 4$ cm ise
$|CF| = x$ kaç cm dir?



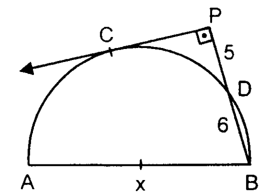
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

18. O merkezli yarıçemberlerin yarıçapları 2 cm ve 4 cm dir. [AD] kirişi küçük çemberi B ve C noktalarında kesmektedir.
$|AB| = |BC| = |CD|$
olduğuna göre $|AD|$ kaç cm dir?



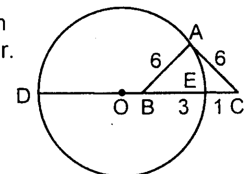
A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{6}$ E) 7

19. [AB] yarıçemberin çapı, [PC C deki teğetidir. PB ⊥ PC,
$|PD| = 5$ cm ve
$|BD| = 6$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



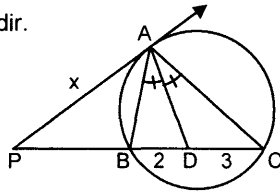
A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

20. ABC üçgeninin A köşe-
☑ sinden geçen çemberin merkezi BC üzerindedir.
$|AB| = |AC| = 6$ cm,
$|BE| = 3$ cm ve
$|EC| = 1$ cm ise
çemberin çapı kaç cm dir?



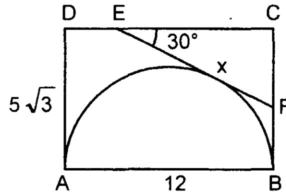
A) 19 B) 21 C) 25 D) 29 E) 33

21. [PA çemberin A daki teğeti, [PC bir kesenidir.
$\widehat{BAD} \cong \widehat{DAC}$,
$|BD| = 2$ cm ve
$|DC| = 3$ cm ise
$|PA| = x$ kaç cm dir?



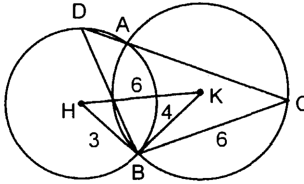
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

22. ABCD dikdörtgeninde ☑ [EF], [AB] çaplı yarıçembere teğettir.
$|AB| = 12$ cm,
$|AD| = 5\sqrt{3}$ cm ve
$m(\widehat{CEF}) = 30°$ olduğuna göre $|EF| = x$ kaç cm dir?



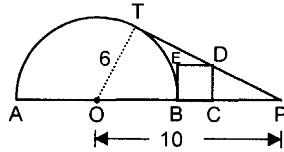
A) $6\sqrt{3}$ B) 10 C) $5\sqrt{3}$ D) 8 E) $4\sqrt{3}$

23. H ve K merkezli çemberler A ve B noktalarında kesişmektedir. Çemberlerin yarıçapları 3 cm ve 4 cm, merkezler arası 6 cm ve $|BC| = 6$ cm olduğuna göre $|DC|$ kaç cm dir?



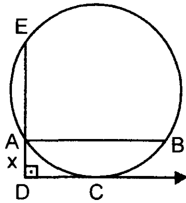
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

24. Çemberin [AB] çapının uzantısı, T deki teğetini P de kesmektedir. çemberin yarıçapı 6 cm ve $|OP| = 10$ cm ise BCDE karesinin bir kenarı kaç cm dir?



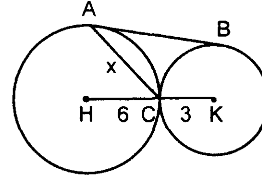
A) 2 B) $\frac{9}{5}$ C) 3 D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{16}{9}$

25. Şekildeki çemberin ☑ [AB] kirişi ile C deki [DC teğeti birbirine paraleldir. [ED] ⊥ [DC, $|AB| = |DE|$ ve çemberin yarıçapı 10 cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



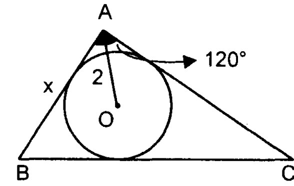
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

26. (H, 6 cm) ve (K, 3 cm) çemberleri C noktasında dıştan teğet olup AB bunların ortak teğetidir. $|AC| = x$ kaç cm dir?



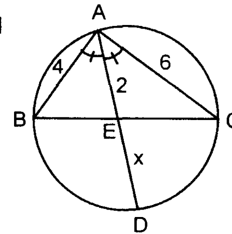
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 8

27. ABC üçgeninin ☑ içteğet çemberinin merkezi O dur.
$|AB| < |AC|$,
$|AO| = 2$ cm,
$m(\widehat{BAC}) = 120°$ ve
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 15\sqrt{3}$ cm² ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



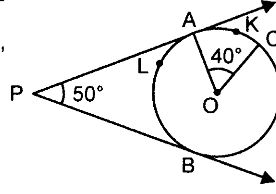
A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{3}$ D) 5 E) 6

28. A açısının açıortayı ☑ ABC üçgeninin çevrel çemberini D de kesmektedir.
$|AB| = 4$ cm,
$|AE| = 2$ cm ve
$|AC| = 6$ cm ise
$|ED| = x$ kaç cm dir?



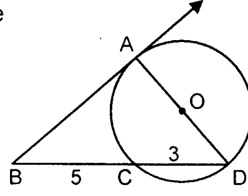
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

1. [PA ve [PB, O merkezli çemberin teğetleridir. $m(\widehat{COA}) = 40°$, $m(\widehat{APB}) = 50°$ ve $|\overset{\frown}{AKC}| = 12$ cm ise $|\overset{\frown}{ALB}|$ kaç cm dir?



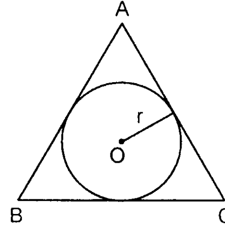
A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 39

2. [BA, [AD] çaplı çembere A noktasında teğettir. $|BC| = 5$ cm ve $|CD| = 3$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



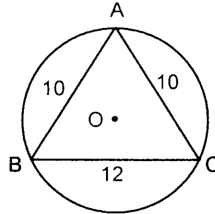
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{6}$ E) $4\sqrt{3}$

3. ABC eşkenar üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı r = 1 cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



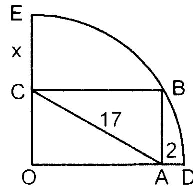
A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

4. O merkezli çember ABC üçgeninin çevrel çemberidir. $|AB| = |AC| = 10$ cm ve $|BC| = 12$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



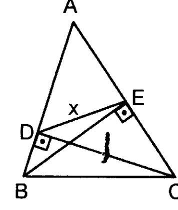
A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{25}{4}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{25}{2}$ E) 5

5. Şekilde O merkezli dörtte bir çember ve OABC dikdörtgeni verilmiştir. $|AD| = 2$ cm ve $|AC| = 17$ cm ise $|CE| = x$ kaç cm dir?



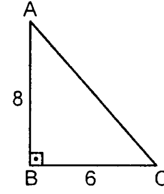
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

6. BE ve CD, ABC üçgeninin yükseklikleridir. $m(\hat{A}) = 30°$ ve $|BC| = 12$ cm olduğuna göre $|DE|$ kaç cm dir?



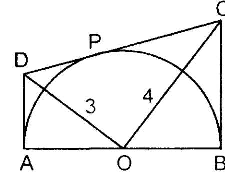
A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) 6 D) $6\sqrt{3}$ E) 8

7. $AB \perp BC$, $|AB| = 8$ cm $|BC| = 6$ cm ise ABC dik üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı kaç cm dir?



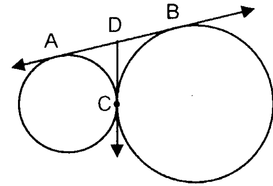
A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

8. O merkezli yarıçemberin A, B ve P deki teğetleri çiziliyor. $|OC| = 4$ cm ve $|OD| = 3$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



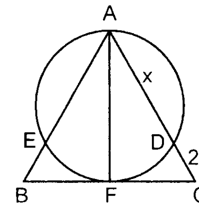
A) 2,2 B) 2,4 C) 2,5 D) 2,8 E) 3,2

9. AB ve CD, birbirine C de teğet olan çemberlerin ortak teğetleridir. Büyük çemberin yarıçapı 9 cm ve $|CD| = 6$ cm ise küçük çemberin yarıçapı kaç cm dir?



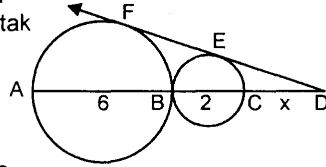
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. ABC eşkenar üçgeninin [BC] kenarı, [AF] çaplı çembere F de teğettir. $|CD| = 2$ cm ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



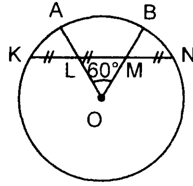
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

11. [AB] ve [BC] çemberlerin çapları, [DF] ortak teğetleridir.
$|AB| = 6$ cm ve
$|BC| = 2$ cm ise
$|CD| = x$ kaç cm dir?



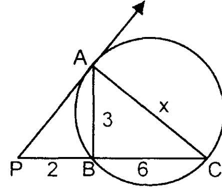
A) 1 B) 2 C) $3\sqrt{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

12. Şekilde AOB merkez açısının kolları [KN] kirişini 3 eşit parçaya bölmektedir.
Çemberin yarıçapı 6 cm ve $m(\widehat{AOB}) = 60°$ olduğuna göre $|KN|$ kaç cm dir?



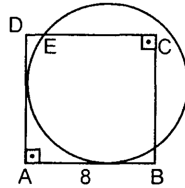
A) $3\sqrt{6}$ B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) $6\sqrt{3}$

13. [PA, çembere A da teğettir. $|PB| = 2$ cm,
$|AB| = 3$ cm ve
$|BC| = 6$ cm ise
$|AC| = x$ kaç cm dir?



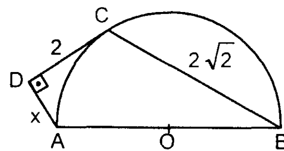
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

14. Yarıçapı 5 cm olan çember, bir kenarı 8 cm olan ABCD karesinin iki kenarına teğettir. Buna göre $|DE|$ kaç cm dir?



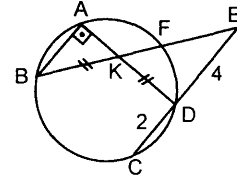
A) 1 B) $\sqrt{3}-1$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

15. [DC], O merkezli çembere C de teğettir.
AD ⊥ DC,
$|DC| = 2$ cm ve
$|BC| = 2\sqrt{2}$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



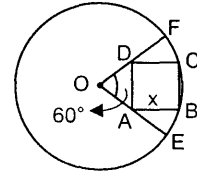
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

16. Şekilde AB ⊥ AD,
☑ $|BK| = |KD|$,
$|CD| = 2$ cm,
$|DE| = 4$ cm ve
$|AD| = 5$ cm ise
çemberin yarıçapı kaç cm dir?



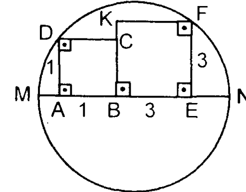
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

17. O merkezli çemberin yarıçapı 6 cm ve $m(\widehat{EOF}) = 60°$ dir. Buna göre şekilde görülen karenin bir kenarı kaç cm olur?



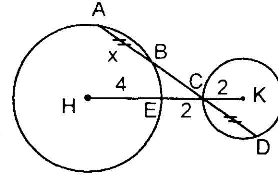
A) $3(\sqrt{3}-1)$ B) $3(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ C) $6(\sqrt{3}-1)$
D) $6(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ E) $2(\sqrt{3}+1)$

18. Kenarları 1 cm ve
☑ 3 cm olan ABCD ve BEFK kareleri şekildeki çemberin [MN] çapı üzerine oturtulmuştur. D ve F köşeleri çember üzerindedir. Buna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir?



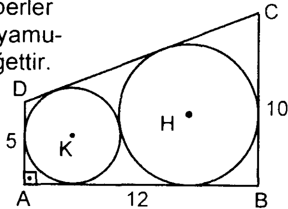
A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

19. 4 cm ve 2 cm
☑ yarıçaplı çemberlerin HK merkezler doğrusu çemberleri E ve C noktalarında kesmektedir.
Çemberlerin ABCD keseninde ayırdığı [AB] ve [CD] kirişleri eş ve $|EC| = 2$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



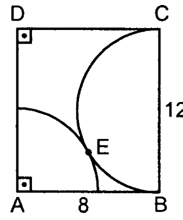
A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{15}$

20. K ve H merkezli çemberler
☑ birbirlerine ve ABCD yamuğunun kenarlarına teğettir.
$|AD| = 5$ cm,
$|AB| = 12$ cm ve
$|BC| = 10$ cm ise
çemberlerin yarıçaplarının toplamı kaç cm dir?



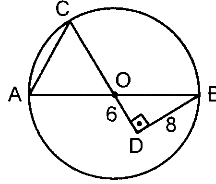
A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $5\sqrt{2}$ D) 7 E) 8

1. ABCD dikdörtgeninde [BC] çaplı çember yayı ile A merkezli çember yayı E noktasında teğettir. $|AB| = 8$ cm ve $|BC| = 12$ cm ise A merkezli çemberin yarıçapı kaç cm dir?



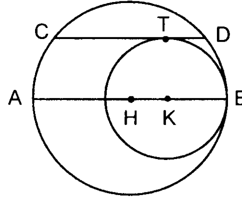
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. [AB], O merkezli çemberin bir çapıdır. BD ⊥ CD, $|OD| = 6$ cm ve $|BD| = 8$ cm ise $A(\overset{\triangle}{AOC})$ kaç cm^2 dir?



A) $25\sqrt{3}$ B) 40 C) 30 D) $20\sqrt{3}$ E) 24

3. H ve K, içten teğet çemberlerin merkezleridir. [CD], küçük çembere T de teğettir. AB // CD ve çemberlerin yarıçapları 6 cm ve 10 cm ise $|CD|$ kaç cm dir?

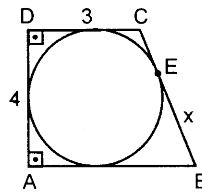


A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

4. Bir çemberde, merkezden 12 birim uzaklıktaki kirişin uzunluğu 10 birim ise merkezden 5 birim uzaklıkta kirişin uzunluğu kaç birimdir?

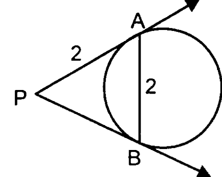
A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

5. ABCD teğetler dörtgeni bir dik yamuktur. $|AD| = 4$ cm ve $|DC| = 3$ cm ise $|BE| = x$ kaç cm dir?



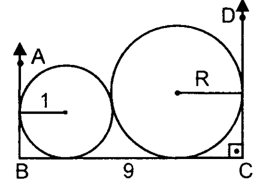
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. [PA ve [PB, çembere A ve B de teğettir. $|PA| = |AB| = 2$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



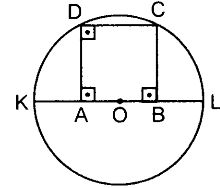
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

7. ☑ [BA, birbirine teğet çemberlerden birine, [CD diğerine ve [BC] her ikisine teğettir. AB ⊥ BC ve CD ⊥ BC dir. Çemberlerden birinin yarıçapı 1 cm ve $|BC| = 9$ cm ise diğer çemberin yarıçapı kaç cm dir?



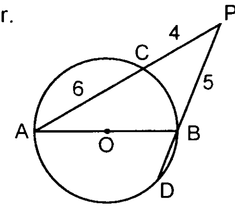
A) $\frac{7}{2}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{14}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

8. [KL] çaplı çemberin yarıçap uzunluğu r birim ise, ABCD karesinin alanı kaç r^2 dir?



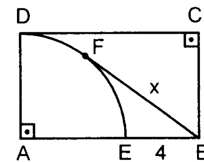
A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

9. PA ve PD, [AB] çaplı çemberin kesenleridir. $|PC| = 4$ cm, $|CA| = 6$ cm ve $|PB| = 5$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{2}$ D) 10 E) $4\sqrt{5}$

10. ABCD dikdörtgeninin çevresi 32 cm dir. A merkezli çemberin yarıçapı [AD] olup [BF çembere F de teğettir. $|BE| = 4$ cm ise $|BF| = x$ kaç cm dir?



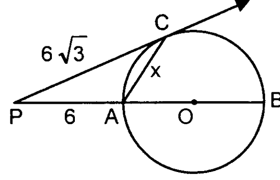
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

11. [PC, [AB] çaplı çembere C de teğettir.

$|PC| = 6\sqrt{3}$ cm ve

$|PA| = 6$ cm ise

$|AC| = x$ kaç cm dir?



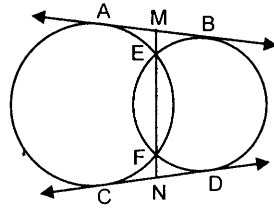
A) 6 B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

12. AB ve CD çemberlerin ortak teğetleri ve [EF] ortak kirişidir.
[FE ∩ AB = {M},
[EF ∩ CD = {N},

$|AB| = 12$ cm ve

$|EF| = 9$ cm ise

$|MN|$ kaç cm dir?

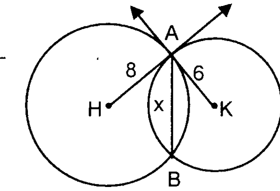


A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

13. H ve K merkezli çemberler A ve B de kesişmektedir. [HA ve [KA, çemberlere A noktasında teğettir.

$|HA| = 8$ cm ve

$|KA| = 6$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



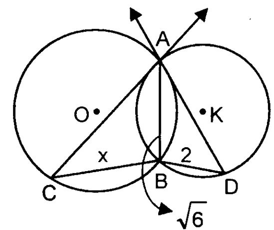
A) 9 B) 9,2 C) 9,4 D) 9,6 E) 10

14. [AB], iki çemberin ortak kirişi, AC ve AD teğetleridir.

$|AB| = \sqrt{6}$ cm ve

$|BD| = 2$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



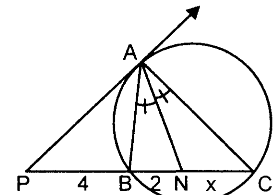
A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) $3\sqrt{2}$

15. [PA çemberin A daki teğeti; [AN] $\widehat{BAC}$ nin açıortayıdır.

$|PB| = 4$ cm ve

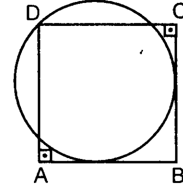
$|BN| = 2$ cm ise

$|NC| = x$ kaç cm dir?



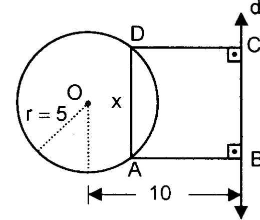
A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

16. ABCD karesinin [AB] ve [BC] kenarları çembere teğet olup D köşesi çember üzerindedir. Çemberin yarıçapı 2 cm olduğuna göre karenin bir kenarı kaç cm dir?



A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2+\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $2+\sqrt{3}$

17. d doğrusu, 5 cm yarıçaplı çemberin merkezinden 10 cm uzaklıktadır. Buna göre şekildeki karenin bir kenarı kaç cm olur?

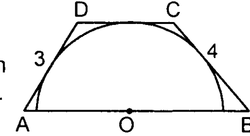


A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 7

18. ☑ ABCD yamuğunun üç kenarı, merkezi AB üzerinde bulunan yarıçembere teğettir.

$|AD| = 3$ cm ve

$|BC| = 4$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?

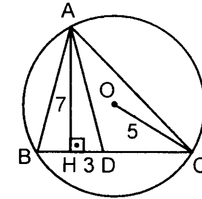


A) 6 B) 7 C) $5\sqrt{2}$ D) 8 E) $5\sqrt{3}$

19. ☑ ABC üçgeninin yüksekliği [AH] ve kenarortayı [AD] olup çevrel çemberinin yarıçapı 5 cm dir.

$|AH| = 7$ cm ve

$|HD| = 3$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir?



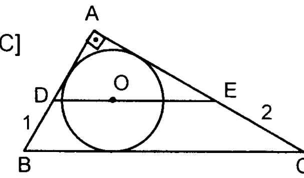
A) 6 B) 7 C) 7,5 D) 8 E) 9

20. ABC dik üçgeninin içteğet çemberinin O merkezinden, [BC] ye [DE] paraleli çizilmiştir.

$|BD| = 1$ cm ve

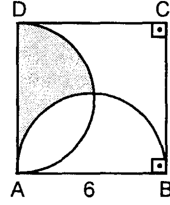
$|CE| = 2$ cm ise

çemberin yarıçapı kaç cm dir?



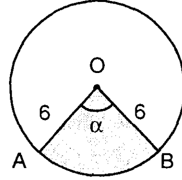
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

1. ABCD karesinin bir kenarı 6 cm dir. [AB] ve [AD] yarıçemberlerin çapları ise taralı alan kaç cm^2 dir?



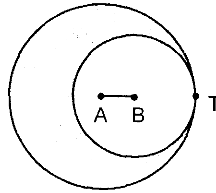
A) 9 B) 12 C) 16 D) 3π E) 4π

2. Şekildeki O merkezli dairenin yarıçapı 6 cm dir. Taralı dilimin alanı 12π cm^2 ise $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ kaç derecedir?



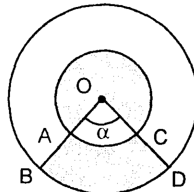
A) 60 B) 90 C) 100 D) 120 E) 150

3. T noktasında teğet olan A ve B merkezli çemberlerin yarıçap uzunlukları sırası ile R ve r dir. Taralı bölgenin alanı 12π cm^2 ve $R + r = 6$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



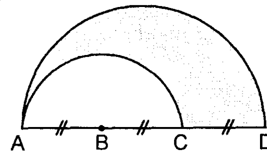
A) 1 B) 2 C) 3 D) 3,5 E) 4

4. O merkezli çemberlerde $2 \cdot |OA| = |AB|$ ve taralı alanlar birbirine eşit ise $m(\widehat{BOD}) = \alpha$ kaç derecedir?



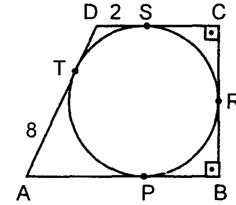
A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 72

5. Yarıçemberlerin çapları [AC] ve [AD] dir. $|AB| = |BC| = |CD|$ ve taralı bölgenin alanı 40π cm^2 ise [AC] çaplı yarım dairenin alanı kaç π cm^2 dir?



A) 32 B) 36 C) 40 D) 42 E) 48

6. ABCD dik yamuğu bir teğetler dörtgenidir. P, R, S ve T değme noktaları olmak üzere $|AT| = 8$ cm ve $|DS| = 2$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?

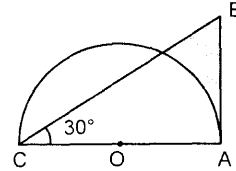


A) 32 B) 48 C) 54 D) 64 E) 72

7. n kenarlı düzgün çokgenin alanı (A) birimkare, çevresi (Ç) birimdir. Bu çokgenin içteğet çemberinin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

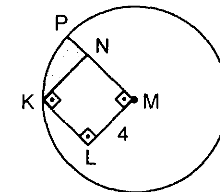
A) $\frac{A}{Ç}$ B) $\frac{2A}{\pi Ç}$ C) $\frac{2A}{Ç}$
D) $\frac{\pi A}{Ç}$ E) $\frac{4A}{Ç}$

8. [AB], [CA] çaplı yarıçembere teğettir. $m(\widehat{BCA}) = 30°$, $|BC| = 8\sqrt{3}$ cm ise taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



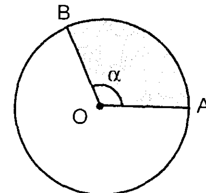
A) $15\sqrt{3} - 6\pi$ B) $3\sqrt{3} - \pi$ C) $2\sqrt{3} - \pi$
D) $5\sqrt{3} - 2\pi$ E) $10\sqrt{3} - 3\pi$

9. KLMN karesinin M köşesi çemberin merkezidir. Karenin bir kenarı 4 cm ise taralı alan kaç cm^2 dir?



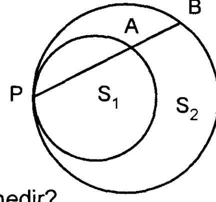
A) $2\pi - 4$ B) $\pi - 2$ C) $\pi - 3$
D) $4\pi - 8$ E) $16 - 4\pi$

10. O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = \alpha = 2$rad. ve AOB diliminin çevresi 12 cm ise AOB diliminin alanı kaç cm^2 dir?



A) 8 B) 9 C) 12 D) 15 E) 16

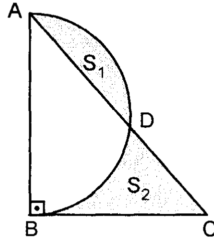
11. Çemberler P de teğet ve P, A, B noktaları doğrusaldır. S_1 ve S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre



$\frac{|PA|}{|AB|} = 2$ ise $\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?

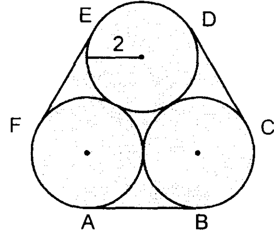
A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 2 E) 4

12. ABC ikizkenar dik üçgeninin [AB] dik kenarı yarıçemberin çapıdır. $S_1 + S_2 = 16$ cm^2 olduğuna göre S_1 kaç cm^2 dir?



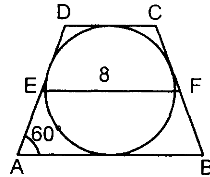
A) $2\pi-6$ B) $2\pi-4$ C) $3\pi-6$
D) $4\pi-12$ E) $4\pi-8$

13. İkişer ikişer teğet çemberlerin yarıçapları 2 şer cm dir. [AB], [CD] ve [EF] ortak teğetler olduğuna göre taralı bölgenin çevresi kaç cm dir?



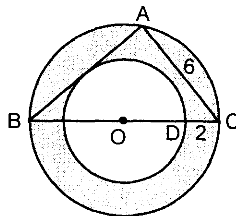
A) $6+4\pi$ B) $6+8\pi$ C) $12+\pi$
D) $12+2\pi$ E) $12+4\pi$

14. ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir. Orta taban 8 cm ve $m(\widehat{BAD}) = 60°$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



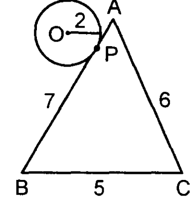
A) $16\sqrt{3}$ B) 32 C) $24\sqrt{3}$ D) 48 E) $32\sqrt{3}$

15. O noktası çemberlerin merkezi, [BC] büyük çemberin çapı ve [AB] küçük çemberin teğetidir. $|AC| = 6$ cm ve $|DC| = 2$ cm ise taralı halkanın alanı kaç cm^2 dir?



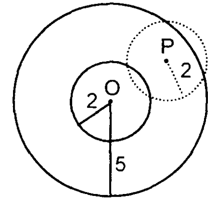
A) 48π B) 16π C) 32π D) 24π E) 12π

16. O merkezli, 2 cm yarıçaplı çember ile ABC üçgeninin kesişimi P noktasıdır. O, üçgenin dış bölgesindedir. $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 6$ cm ve $|BC| = 5$ cm olduğuna göre P noktası üçgenin çevresini bir kez katettiğinde, O noktası kaç cm yol kateder?



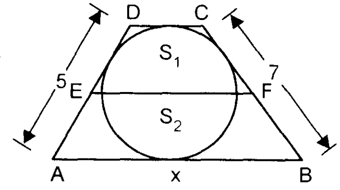
A) $18+\pi$ B) $18+2\pi$ C) $18+4\pi$
D) $24+2\pi$ E) $24+4\pi$

17. Yarıçapları 2 cm ve 5 cm olan O merkezli iki çember veriliyor. Yarıçapları 2 cm olan ve iki çemberi de kesen çemberlerin P merkezlerinin taradığı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



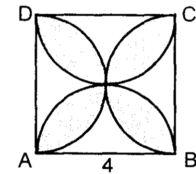
A) 7π B) 9π C) 12π D) 16π E) 21π

18. ABCD yamuğu bir teğetler dörtgenidir. [EF] orta tabanının ABCD dörtgeninde ayırdığı alanlar S_1 ile S_2, $|AD| = 5$ cm, $|BC| = 7$ cm ve $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$ ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



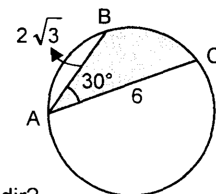
A) 7,5 B) 8 C) 8,5 D) 9 E) 10

19. Şekildeki yarım dairelerin çapları, ABCD karesinin kenarlarıdır. Karenin bir kenar uzunluğu 4 cm ise, taralı alanların toplamı kaç cm^2 dir?



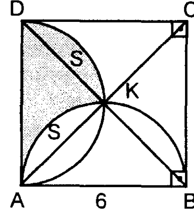
A) $2\pi-4$ B) $3\pi-6$ C) $4\pi-8$
D) $8\pi-16$ E) $16\pi-32$

20. [AB] ve [AC] çemberin kirişleridir. $|AB| = 2\sqrt{3}$ cm, $|AC| = 6$ cm ve $m(\widehat{BAC}) = 30°$ ise taralı alan kaç cm^2 dir?



A) $\pi+\sqrt{3}$ B) $\pi+2\sqrt{3}$ C) 2π
D) $2\pi+\sqrt{3}$ E) 3π

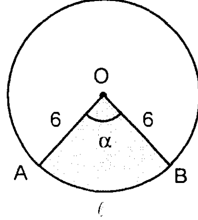
1. Karenin köşegenleri yayların K kesim noktasından geçer. Eş çemberlerde eş kirişlere ait daire parçaları eş olacağından taralı alan KAD üçgeninin alanına eşittir.



$A(\overset{\triangle}{KAD}) = \frac{A(ABCD)}{4} = \frac{6 \cdot 6}{4} = 9 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow \quad S_T = 9 \text{ cm}^2$ olur.

2. $|\overset{\frown}{AB}| = \ell$ olsun.



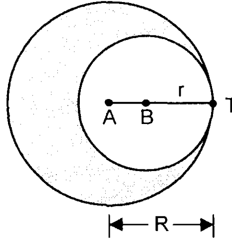
$A(\overset{\triangle}{AOB}) = \frac{\ell \cdot 6}{2} = 12\pi \text{ cm}^2$

$\Rightarrow \quad \ell = 4\pi$ cm olur.

$\alpha = \frac{4\pi}{6}$ radyan

$\Rightarrow \quad \alpha = 120°$ bulunur.

3. $S_T = \pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi$



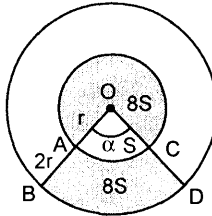
$\Rightarrow \quad \pi(R-r)(R+r) = 12\pi$

$\Rightarrow \quad \pi \cdot (R-r) \cdot 6 = 12\pi$

$\Rightarrow \quad R - r = 2$ cm

$\Rightarrow \quad |AB| = 2$ cm olur.

4. $\frac{A(\overset{\triangle}{OAC})}{A(\overset{\triangle}{OBD})} = \left(\frac{|OA|}{|OB|}\right)^2$



$\Rightarrow \quad \frac{A(\overset{\triangle}{OAC})}{A(\overset{\triangle}{OBD})} = \left(\frac{r}{3r}\right)^2$

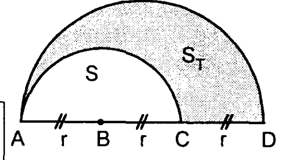
$\Rightarrow \quad \frac{A(\overset{\triangle}{OAC})}{A(\overset{\triangle}{OBD})} = \frac{1}{9}$ dur.

$A(\overset{\triangle}{OAC}) = S$ dersek, taralı alanların herbiri 8S olur.

Küçük dairede,

$\frac{\alpha}{360°} = \frac{S}{9S} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 40°$ bulunur.

5. [AC] çaplı yarım dairenin alanı S ve taralı alan S_T olsun.

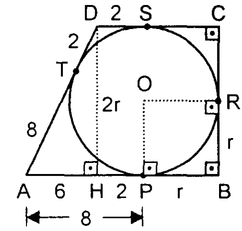


$S_T = \frac{1}{2} \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{3r}{2}\right)^2 - \pi r^2\right]$

$\Rightarrow \quad S_T = \frac{5}{8}\pi r^2 = 40\pi$

$\Rightarrow \quad S = \frac{1}{2}\pi r^2 = 32\pi$ olur.

6. Bir noktadan bir çembere çizilen teğetlerin uzunlukları eşit olduğundan



$|AT| = |AP| = 8$ cm,

$|DS| = |DT| = 2$ cm ve

$|BP| = |BR| = |RC| = |CS| = r$ dir.

$DH \perp AB$ çizersek

$|AH| = 6$ cm ve $|DH| = 2r$ olur.

DAH dik üçgeninde

$|AD|^2 = |AH|^2 + |DH|^2 \quad \Rightarrow \quad 10^2 = 6^2 + (2r)^2$

$\Rightarrow \quad r = 4$ cm dir.

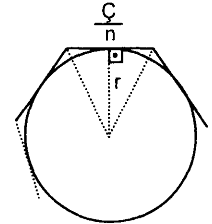
O halde

$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |BC|}{2}$

$\Rightarrow \quad A(ABCD) = \frac{(12+6) \cdot 8}{2}$

$\Rightarrow \quad A(ABCD) = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

7. Düzgün çokgenin bir kenar uzunluğu $\frac{Ç}{n}$; alanı da



$A = n \cdot \frac{\frac{Ç}{n} \cdot r}{2}$

$\Rightarrow \quad A = \frac{Ç \cdot r}{2}$ olur.

Buradan $r = \frac{2A}{Ç}$ bulunur.

8. ABC dik üçgeninde

$|AB| = \frac{|BC|}{2}$

$\Rightarrow |AB| = 4\sqrt{3}$ cm ve

$|AC| = \sqrt{3}|AB|$

$\Rightarrow |AC| = 12$ cm dir.

$S_T = A(\overset{\triangle}{ABC}) - [A(\overset{\triangle}{OCD}) + A(\overset{\triangle}{AOD})]$

$\Rightarrow S_T = \frac{12 \cdot 4\sqrt{3}}{2} - \left[\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 120° + \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 6^2\right]$

$\Rightarrow S_T = 24\sqrt{3} - (9\sqrt{3} + 6\pi)$

$\Rightarrow S_T = 15\sqrt{3} - 6\pi$ bulunur.

9. [MK] yı çizelim.

$r = |MK| = 4\sqrt{2}$ cm ve

$m(\widehat{KMP}) = 45°$ olur.

$S_T = A(KPM) - A(\overset{\triangle}{KMN})$

$\Rightarrow S_T = \frac{45}{360} \cdot \pi \cdot (4\sqrt{2})^2 - \frac{4 \cdot 4}{2}$

$\Rightarrow S_T = 4\pi - 8$ cm^2 bulunur.

10. $|OA| = |OB| = r$ ve

$|\overset{\frown}{AB}| = \ell$ olsun.

$\alpha = \frac{\ell}{r} = 2$ rad.

$\Rightarrow \ell = 2r$ olur.

$\ell + 2r = 12 \Rightarrow 2r + 2r = 12$

$\Rightarrow r = 3$ cm;

$A(\overset{\triangle}{AOB}) = \frac{\ell \cdot r}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2}$

$A(\overset{\triangle}{AOB}) = 9$ cm^2 bulunur.

11. Çemberlerin merkezleri K ve H olsun. Çemberlerin PT ortak teğetini çizelim. $m(\widehat{TPB}) = \alpha$ dersek $m(\widehat{PKA}) = m(\widehat{PHB}) = 2\alpha$ olacağını görünüz.

Eş merkez açılı daire parçalarından büyükleri birbiriyle ve küçükleri de birbiriyle benzerdir.

Benzerlik oranı, $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}$ olduğundan

$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{4}{9}$ olup

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}$ bulunur.

12. [BD] yi çizelim.

$|AB| = |BC| = 2r$ olsun.

Çapı gören çevre açı olduğundan

$m(\widehat{ADB}) = 90°$ ve

ABC ikizkenar dik üçgen olduğundan

$|BD| = |AD| = |DC| = \sqrt{2}r$ olur.

Eş kirişlere ait daire parçaları eş olacağından

$S_1 + S_2 = A(\overset{\triangle}{DBC})$

$\Rightarrow 16 = \frac{\sqrt{2}r \cdot \sqrt{2}r}{2} \Rightarrow r = 4$ cm olur.

$2S_1 = \frac{1}{2}\pi \cdot 4^2 - A(\overset{\triangle}{ABD})$

$\Rightarrow 2S_1 = 8\pi - 16$

$\Rightarrow S_1 = 4\pi - 8$ cm^2 bulunur.

13. Birbirlerine teğet çemberlerin merkezlerini ve teğetlerin değme noktaları ile çemberlerin merkezlerini şekildeki gibi birleştirirsek ABPN, CDMP ve EFNM eş dikdörtgenleri ile MNP eşkenar üçgeni oluşur.

$m(\widehat{EMD}) = m(\widehat{FNA}) = m(\widehat{BPC}) = 120°$ olduğundan şeklin çevresi,

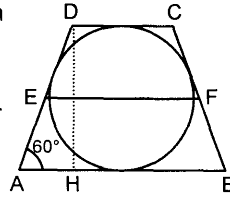
$Ç = |AB| + |CD| + |EF| + 2\pi \cdot r$

$Ç = 12 + 4\pi$ cm bulunur.

14. [EF] ortataban olduğundan

$|AB| + |CD| = 2 \cdot |EF|$

$\Rightarrow |AB| + |CD| = 16$ cm dir.



ABCD teğetler dörtgeni İkizkenar yamuk olduğundan

$|AD| + |BC| = |AB| + |CD| = 16$ cm

$|AD| = |BC| = 8$ cm olur.

DH ⊥ AB çizelim.
ADH dik üçgeninde

$|AD| = 8$ cm $\Rightarrow |DH| = 4\sqrt{3}$ cm olur.

$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |DH|}{2}$$

$$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{16 \cdot 4\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow A(ABCD) = 32\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

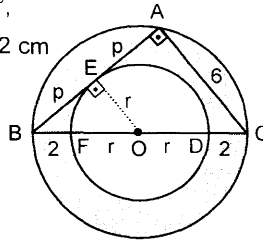
15. [OE] yi çizelim.

$m(\widehat{BEO}) = m(\widehat{BAC}) = 90°$,

$|BE| = |EA|$, $|BF| = |DC| = 2$ cm

ve $|OD| = |OE| = |OF| = r$

olduğunu görünüz.



$|BE| = |EA| = p$ dersek

$S_T = \pi p^2$ olur.

ABC üçgeninde [OE] ortataban olduğundan

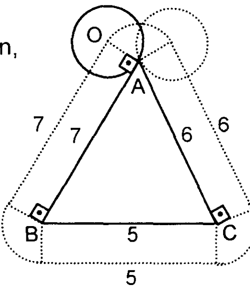
$|OE| = r = \frac{6}{2} = 3$ cm ve EBO dik üçgeninde

$|BE|^2 = |BO|^2 - |OE|^2$

$\Rightarrow p^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow p = 4$ cm olur.

$S_T = \pi p^2 = \pi \cdot 4^2 \Rightarrow S_T = 16\pi$ cm^2 bulunur.

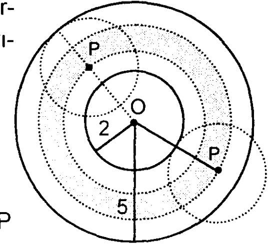
16. Çember üçgenin çevresini, tanımlandığı gibi dolanırken, köşelerde 2 cm yarıçaplı yaylar çizer. A, B ve C merkezli bu yayların uzunlukları toplamının 2 cm yarıçaplı bir çemberin uzunluğu kadar olduğunu görünüz.



Öyleyse, O merkezinin aldığı yol,

$7 + 5 + 6 + 2\pi \cdot 2 = 18 + 4\pi$ cm dir.

17. P noktası O noktasına en yakın olduğunda P merkezli çember 5 cm yarıçaplı çembere içten teğettir. Bu durumda $|OP| = 3$ cm olur.

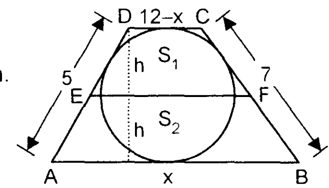


P noktası O noktasına en uzak olduğunda da P merkezli çember 2 cm yarıçaplı çembere dıştan teğettir.
Bu durumda $|OP| = 4$ cm olur.

Demek ki, P noktaları $3 \le |OP| \le 4$ koşuluna uyan noktalardır.
P noktalarının taradığı bu bölgenin alanı,

$S_T = \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 3^2 = 7\pi$ cm^2 dir.

18. [EF] noktalarının ayırdığı yamukların yükseklikleri h olsun.



Teğetler dörtgeninde,

$|AB| + |CD| = |AD| + |BC|$

$\Rightarrow x + |DC| = 5 + 7 \Rightarrow |DC| = 12 - x$ dir.

[EF] ortataban olduğundan,

$$|EF| = \frac{|AB| + |CD|}{2} \Rightarrow |EF| = 6 \text{ cm olur.}$$

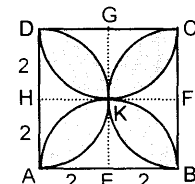
$$S_1 = \frac{(|EF| + |CD|) \cdot h}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{(18 - x) \cdot h}{2},$$

$$S_2 = \frac{(|AB| + |EF|) \cdot h}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{(x + 6) \cdot h}{2}$$

ve $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$ olduğundan $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(18-x)\cdot h}{2}}{\frac{(x+6)\cdot h}{2}} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow 90 - 5x = 3x + 18 \Rightarrow x = 9$ cm bulunur.

19. Kareyi simetri eksenleri ile 4 e bölüp taralı parçalardan birinin alanını bularak 4 ile çarpalım.



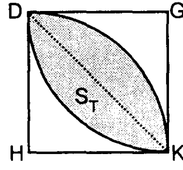
$S_T = 2[A(\overset{\frown}{HDK}) - A(\overset{\triangle}{HDK})]$

$S_T = 2 \cdot \left[\frac{1}{4}\pi \cdot 2^2 - \frac{2 \cdot 2}{2}\right]$

$S_T = 2\pi - 4$ olur.

Öyleyse, toplam taralı alan,

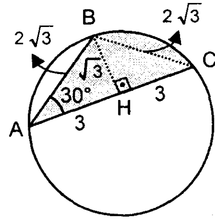
$4S_T = 8\pi - 16$ cm² dir.



20. $S_T = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\frown}{BC})$

olduğundan önce $|BC|$ yi sonra çemberin yarıçapını bulalım.

$BH \perp AC$ çizersek,



$|BH| = \frac{|AB|}{2} \Rightarrow |BH| = \sqrt{3}$,

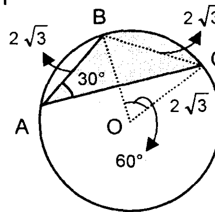
$|AH| = |BH| \cdot \sqrt{3} \Rightarrow |AH| = 3$ cm ve

$|HC| = 3$ cm bulunur.

BHC dik üçgeninde

$|BC|^2 = (\sqrt{3})^2 + 3^2 \Rightarrow |BC| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

$\overset{\frown}{BC}$ yayını gören merkez açı 60° olacağından çemberin yarıçapı da $2\sqrt{3}$ cm dir.



$S_T = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\frown}{BC})$ ve

$A(\overset{\frown}{BC}) = A(\overset{\frown}{OBC}) - A(\overset{\triangle}{OBC})$

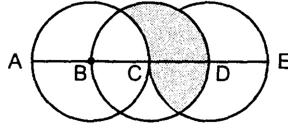
olduğundan

$S_T = A(\overset{\triangle}{ABC}) + A(\overset{\frown}{OBC}) - A(\overset{\triangle}{OBC})$

$$S_T = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

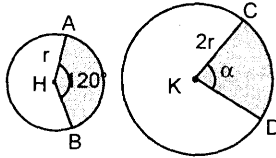
$S_T = 2\pi$ cm² bulunur.

1. B, C, D noktaları çemberlerin merkezleridir. Taralı alan 18π cm^2 ise $|AE|$ kaç cm dir?



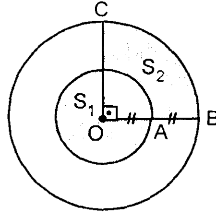
A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 30

2. H ve K merkezli dairelerin yarıçap uzunlukları r ve 2r birimdir. $m(\widehat{AHB}) = 120°$, $m(\widehat{CKD}) = \alpha$ ve taralı alanlar birbirine eşit ise α kaç derecedir?



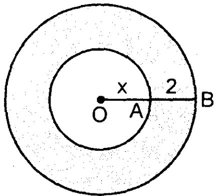
A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

3. O merkezli çemberlerde $[OB] \perp [OC]$, $|OA| = |AB|$ ve S_1 ile S_2 içinde bulundukları bölgelerin alanları ise $\frac{S_1}{S_2}$ oranı nedir?



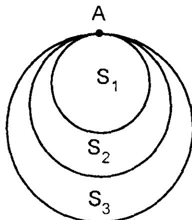
A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{9}{4}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) 1

4. O merkezli çemberlerin yarıçapları [OA] ve [OB] dir. $|AB| = 2$ cm ve taralı bölgenin alanı 12π cm^2 ise $|OA| = x$ kaç cm dir?



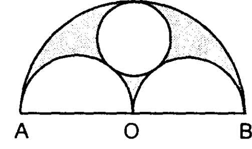
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Şekildeki üç çember birbirine A noktasında içten teğettir. S_1, S_2 ve S_3 ile gösterilen alanlar birbirine eşit ve en büyük dairenin yarıçapı 6 birim ise en küçük dairenin yarıçapı kaç birimdir?



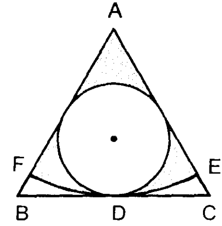
A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) $3\sqrt{3}$

6. Yarıçemberlerle küçük çember ikişer ikişer teğettir. $|AO| = |OB|$ ise taralı alanın, taralı olmayan alana oranı nedir?



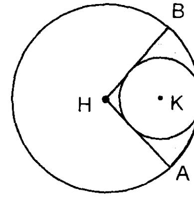
A) $\frac{5}{13}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $\frac{13}{15}$ D) $\frac{15}{17}$ E) $\frac{17}{19}$

7. Bir kenarı 6 cm olan ABC eşkenar üçgeninin içteğet çemberi ile A merkezli ve [BC] kenarına teğet olan FDE yayı çizilmiştir. Taralı alanların toplamı kaç π cm^2 dir?



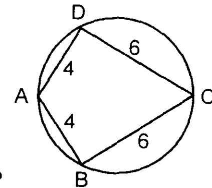
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) 4

8. K merkezli çember [HA], [HB] ve H merkezli çembere teğettir. H merkezli çemberin yarıçapı 6 cm ve K merkezli çemberin yarıçapı 2 cm ise taralı alan kaç π cm^2 dir?



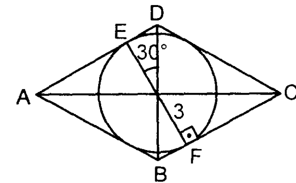
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. ABCD deltoiti bir kirişler dörtgenidir. $|AB| = |AD| = 4$ cm ve $|BC| = |CD| = 6$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



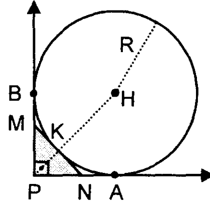
A) 48 B) 36 C) 24 D) 20 E) 18

10. ABCD eşkenar dörtgeni bir teğetler dörtgenidir. [BD] köşegeni ile [EF] değme kirişi arasındaki açı 30° ve çemberin yarıçapı 3 cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



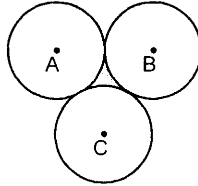
A) $18\sqrt{3}$ B) $20\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$
D) 24 E) $32\sqrt{3}$

11. H merkezli, R yarıçaplı çemberin A ve B deki teğetleri birbirine diktir. [PH] ın çemberi kestiği noktadan MKN teğeti çizilmiştir. $A(\overset{\triangle}{PMN})$ kaç R^2 dir?



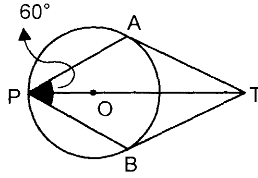
A) $\sqrt{2}-1$ B) $2\sqrt{2}-2$ C) $3\sqrt{2}-3$
D) $2-\sqrt{2}$ E) $3-2\sqrt{2}$

12. Herbirinin yarıçapı 3 cm olan A, B, C merkezli çemberler birbirine ikişer ikişer teğettir. Buna göre taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



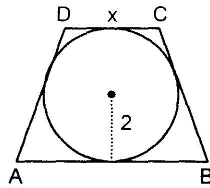
A) $9\sqrt{3}-4\pi$ B) $9\sqrt{3}-\frac{9}{2}\pi$ C) $9\sqrt{3}-9\pi$
D) $18\sqrt{3}-\frac{9}{2}\pi$ E) $18\sqrt{3}-9\pi$

13. O çemberin merkezi, [TA ve [TB teğetleridir. $m(\widehat{APB})$ =60° ve çemberin yarıçapı 2 cm ise A(PBTA) kaç cm^2 dir?



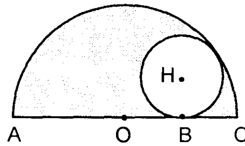
A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

14. ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir. Çemberin yarıçapı 2 cm ve A(ABCD) =20 cm^2 ise $|DC| = x$ kaç cm dir?



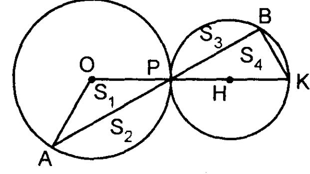
A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

15. [AB] O merkezli yarı çemberin çapı, H merkezli çemberin B deki teğetidir. $|OB| = |BC|$ ve $|AO| = 8$ cm ise taralı alan kaç π cm^2 dir?



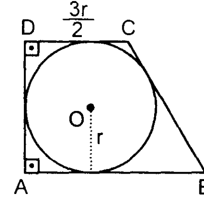
A) 18 B) 19 C) 20 D) 23 E) 32

16. ☑ O ve H P de teğet olan çemberlerin merkezleri, [AB] P den geçen iki kirişin bileşimidir. S_1, S_2, S_3 ve S_4 içinde bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre $\frac{S_1}{S_4} = \frac{9}{8}$ ve S_2 =27 cm^2 ise S_3 kaç cm^2 dir?



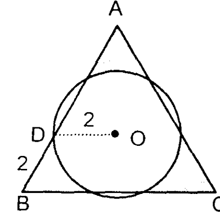
A) 12 B) 18 C) $16\sqrt{2}$ D) 24 E) $18\sqrt{2}$

17. ☑ ABCD dik yamuğu bir teğetler dörtgenidir. Çemberin yarıçapı r ve $|DC| = \frac{3r}{2}$ ise A(ABCD) kaç r^2 dir?



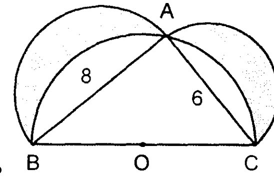
A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

18. ☑ O noktası çemberin merkezi ve ABC eşkenar üçgeninin ağırlık merkezidir. $|BD| = |OD| = 2$ cm ise taralı alanların toplamı kaç cm^2 dir?



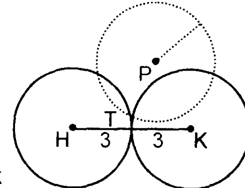
A) $6\sqrt{3}-2\pi$ B) $3\sqrt{3}-2\pi$ C) $2\sqrt{3}-\pi$
D) $6\sqrt{3}-\pi$ E) $3\sqrt{3}-\pi$

19. Şekilde [AB], [AC] ve [BC] çaplı yarıçemberler çizilmiştir. $|AB| = 8$ cm ve $|AC| = 6$ cm ise taralı alan kaç cm^2 dir?



A) 16 B) 18 C) 20π D) 24 E) $16-2\pi$

20. ☑ Yarıçapları 3 er cm olan H ve K merkezli çemberler T de dıştan teğettir. Yarıçapı 3 cm olan ve iki çemberi de kesen çemberlerin P merkezlerinin geometrik yerinin alanı kaç cm^2 dir?



A) $12\pi+9\sqrt{3}$ B) $18\pi+9\sqrt{3}$ C) $24\pi-9\sqrt{3}$
D) $24\pi+9\sqrt{3}$ E) $24\pi-18\sqrt{3}$

11. Bölüm

UZAY GEOMETRİ VE KATI CİSİMLER

11.1 UZAY GEOMETRİ

Bütün noktaları aynı doğru üzerinde bulunan şekillerin geometrisine **Doğru geometrisi**, bütün noktaları aynı düzlem üzerinde bulunan şekillerin geometrisine **Düzlem geometri**, bütün noktaları aynı düzlemde bulunmayan şekillerin geometrisine **Uzay geometri** denir.

Doğru geometrisine **Bir boyutlu uzay geometrisi**, Düzlem geometriye **İki boyutlu uzay geometrisi**, Uzay geometriye **Üç boyutlu uzay geometrisi** de denir.

Boyut kavramının tam tanımını Analitik geometri derslerinizde öğreneceksiniz. Şimdilik, İlkokuldan bu yana bildiğiniz **en, boy, yükseklik** kavramları ile yetinebilirsiniz. Doğrusal şekillerin sadece **boy**undan, düzlemsel şekillerin **en**inden ve **boy**undan, düzlemsel olmayan şekillerin de **en**inden, **boy**undan ve **yüksekliğ**inden söz edilebildiğini biliyorsunuz.

11.1.1 UZAYDA DOĞRU VE DÜZLEMLER

Bu bölümde vereceğimiz bilgilere temel oluşturan aksiyom ve teoremlerin bir kısmını 2. bölümde vermiştik. Önce bunları hatırlayalım :

■ Farklı iki noktanın ikisine de ait olan bir ve yalnız bir doğru vardır. (Aksiyom 2.1)

■ Bir düzlemde en az bir doğru ile bunun üzerinde olmayan en az bir nokta vardır. (Aksiyom 2.4)

■ Bir doğrunun farklı iki noktası bir düzlem üzerinde ise o doğrunun bütün noktaları o düzlem üzerindedir. (Aksiyom 2.5)

■ Doğrusal olmayan üç noktadan bir ve yalnız bir düzlem geçer. (Aksiyom 2.6)

■ Her düzlemin doğrusal olmayan en az üç noktası, uzayın düzlemsel olmayan en az dört noktası vardır. (Aksiyom 2.7)

■ Bir doğru, içinde bulunmadığı bir düzlemi keserse arakesit kümesi bir tek noktadan oluşur. (Teorem 2.6)

■ Bir doğru ile bu doğrunun dışındaki bir nokta bir düzlem belirtir. (Teorem 2.7)

■ Kesişen farklı iki doğru bir düzlem belirtir. (Teorem 2.8)

■ Kesişen farklı iki düzlemin arakesiti bir doğrudur. (Aksiyom 2.8)

■ Bir E düzlemi U uzayını

1) E düzlemi,

2) U_1 yarı uzayı ve

3) U_2 yarı uzayı

olmak üzere üç ayrık kümeye ayırır. Öyle ki bu kümelerin herbiri konvekstir ve $A \in U_1$, $B \in U_2$ ise $[AB]$ doğru parçası E düzlemini keser. (Uzay Ayırma Aksiyomu)

■ Paralel iki doğru bir düzlem belirtir. (Teorem 2.19)

BİR DÜZLEMİN BELİRTİLMESİ

Aksiyom 2.6, Teorem 2.7, Teorem 2.8 ve Teorem 2.19 u bir cümlede verelim :

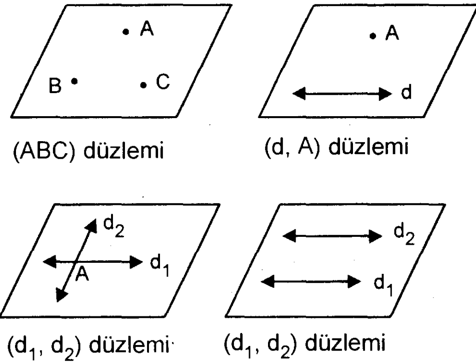
1. Doğrusal olmayan üç nokta,

2. Bir doğru ile dışındaki bir nokta,

3. Kesişen iki doğru,

4. Paralel iki doğru

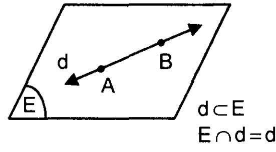
bir düzlem belirtir.



BİR DOĞRUNUN BİR DÜZLEME GÖRE DURUMLARI

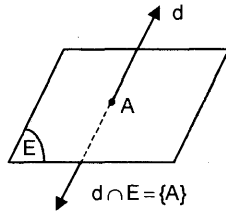
Aksiyom 2.5 ve Teorem 2.6 dan çıkardığımıza göre, bir doğru bir düzleme göre üç değişik durumda olabilir.

1. Bir d doğrusunun A ve B gibi iki noktası bir E düzlemine ait ise d doğrusunun bütün noktaları E düzlemine aittir.

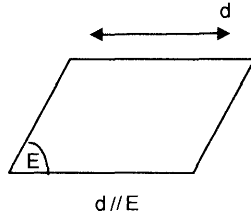


Bu durumda **d doğrusu E düzleminin içindedir** denir.

2. Bir d doğrusu ile bir E düzleminin A gibi yalnız bir ortak noktası var ise **d doğrusu E düzlemini A noktasında kesiyor** denir. A noktasına **d doğrusunun düzlemdeki ayağı** adı verilir.



3. Bir d doğrusu ile bir E düzleminin hiç ortak noktası yoksa **d doğrusu E düzlemine paraleldir** denir.

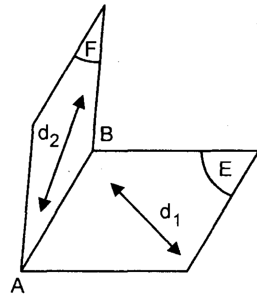


İKİ DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

Aksiyom 2.1, Aksiyom 2.6, Teorem 2.7, Teorem 2.8 ve Teorem 2.19 birlikte yorumlandığında şu sonuçlara varılır :

İki doğru ya aynı düzlemdedir ya da her biri farklı bir düzlemdedir.

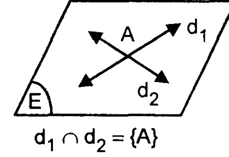
Farklı düzlemlerde bulunan iki doğruya **aykırı doğrular** denir.



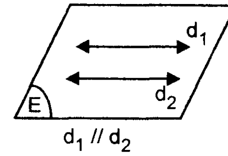
Şekilde, $d_1 \cap d_2 = \varnothing$ ve $d_1 \not\parallel d_2$ ise d_1 ile d_2 doğruları aykırı doğrular olup aynı bir düzleme ait olamazlar. d_1 ile d_2 doğruları aynı düzlemde iken,

1. A ve B gibi ortak iki noktaları varsa, bütün noktaları ortaktır. Bu durumda **d_1 ile d_2 çakışıktır** denir.

2. A gibi yalnız bir ortak noktası varsa **d_1 ile d_2 A noktasında kesişiyor** denir.



3. Ortak noktaları yok ise **d_1 ile d_2 birbirine paraleldir** denir.

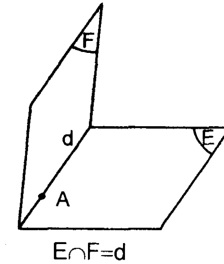


İKİ DÜZLEMİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

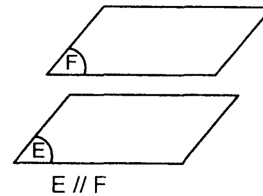
Aksiyom 2.6 ve Aksiyom 2.8 in sonucu olarak üç farklı durum düşünülebilir.

1. İki düzlemin doğrusal olmayan üç ortak noktaları varsa, **bu iki düzlem çakışıktır**.

2. İki düzlemin bir ortak noktası varsa, bu iki düzlem bu ortak noktadan geçen bir doğru boyunca **kesişir**.



3. İki düzlemin hiç ortak noktası yok ise, düzlemler birbirine **paraleldir**.



❑ ÜÇ BOYUTLU ŞEKİLLERİN ÇİZİMİ

Üç boyutlu şekilleri, iki boyutlu bir düzlem parçası olan kağıt üzerine olduğu gibi kondurabilmenin mümkün olmayacağı açıktır.

Diğer taraftan, üç boyutlu şekillerle ilgili problemleri çözmede, bu şekillerin asılları üzerinde çalışmak pek de pratik olmadığına göre, bu şekilleri bir biçimde kağıt üzerinde göstermek bir zorunluluktur. Üç boyutlu bir şekli kağıt üzerinde gösterebilme problemi, **fotoğraf**ta olduğu gibi çözümlenir.

Bir kibrit kutusunun fotoğrafı iki boyutludur ama fotoğraftaki kibrit kutusunun, üç boyutlu olduğu kolayca anlaşılır.

Demek ki esas olan kağıttaki şekle üç boyutlu olduğu görüntüsünü verebilmektir.

Bu şöyle sağlanır :

Şeklin çizileceği kağıt, karşınızdaki duvar gibi, düşey bir düzlemi temsil etmek üzere;

1. Gerçek şeklin düşey olan doğruları, kağıt üzerinde yine düşey olarak çizilir.

2. Gerçek şeklin kağıt düzlemine paralel olan yatay doğruları, yine yatay olarak çizilir.

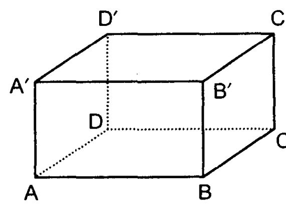
3. Gerçek şeklin kağıt düzlemine paralel olmayan yatay doğruları, eğik olarak çizilir.

4. Gerçek şekilde birbirine paralel olan doğrular, yine birbirine paralel olarak çizilir.

5. Gerçek şekildeki çemberler kağıt düzlemine paralelse yine çember, değilse elips olarak çizilirler.

6. Gerçek şekilde ön yüzün arkasında kalan ve görünmeyen çizgiler, nokta nokta çizilir.

Yandaki şekil, köşeleri A, B, C, D, A′, B′, C′, D′ olan kibrit kutusunun bu ilkelere uyularak çizilmiş şeklidir.



Bu şekli inceleyiniz.

1. ABCD nin, yatay olan alt taban, A′B′C′D′ nün, yatay olan üst taban olduğunu; A′B′C′D′ nün göründüğünü ama ABCD nin ön yüzlerin arkasında kaldığı için görünmediğini görebiliyor musunuz?

2. ABB′A′ nün, sayfa düzlemine paralel düşey ön yüz olup göründüğünü, DCC′D′ nün sayfa düzlemine paralel düşey arka yüz olup görünmediğini görebiliyor musunuz?

3. BCC′B′ ile ADD′A′ nün düşey yan yüzler olup bunlardan BCC′B′ nün göründüğünü, ADD′A′ nün görünmediğini görebiliyor musunuz?

4. $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, $[DD']$ ayrıtlarının düşey ve birbirlerine paralel olduğunu; $[AB]$, $[DC]$, $[A'B']$, $[D'C']$ ayrıtlarının yatay ve birbirlerine paralel olduğunu; $[BC]$, $[AD]$, $[B'C']$, $[A'D']$ ayrıtlarının da birbirlerine paralel, yatay fakat kağıt düzlemine paralel olmadığını görebiliyor musunuz?

Bu sorulara cevaplarınız "evet" ise Uzay geometri problemlerini çözme konusunda önemli bir adım atmışsınız demektir.

ÖRNEK 11.1

A, B, C, D, E gibi farklı 5 nokta, en çok kaç farklı düzlem belirtebilir?

ÇÖZÜM :

Verilen noktaların herhangi dördü düzlemsel değil ise noktalar daha fazla sayıda düzlem belirtecektir. Doğrusal olmayan üç nokta bir düzlem belirttiğinden 5 nokta en çok

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10 \quad \text{düzlem belirtir.}$$

ÖRNEK 11.2

Bir K noktasında kesişen ve herhangi 3 ü düzlemsel olmayan 7 doğru, kaç farklı düzlem belirtir.

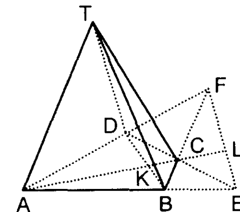
ÇÖZÜM :

Kesişen iki doğru bir düzlem belirtiğinden bu 7 nokta,

$$\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21 \quad \text{düzlem belirtir.}$$

ÖRNEK 11.3

T noktası (ABCD) düzleminin dışındadır.
$[AC] \cap [BD] = \{K\}$,
$[AB \cap [DC = \{E\}$,
$[AC \cap [EF] = \{L\}$ ve



$[BC \cap [AD = \{F\}$ olduğuna göre (TAB), (TAC), (TBC), (ADE), (TEF) ve (TAF) düzlemlerinin ikişer ikişer arakesitlerini bulunuz.

İki düzlemin arakesitini bulmak için, bu iki düzlemin ortak olan iki noktasını bulmaya çalışırız. Bu iki noktanın belirttiği doğru arakesit olur. Bunu dikkate alarak, aşağıdaki cevapların nedenlerini görmeye çalışınız.

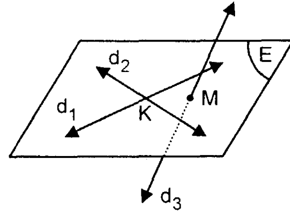
ÇÖZÜM :

(TAB) ∩ (TAC) = TA, (TAB) ∩ (TBC) = TB,
(TAB) ∩ (ADE) = AB, (TAB) ∩ (TEF) = TE,
(TAB) ∩ (TAF) = TA, (TAC) ∩ (TBC) = TC,
(TAC) ∩ (ADE) = AC, (TAC) ∩ (TEF) = TL,
(TAC) ∩ (TAF) = TA, (TBC) ∩ (ADE) = BC,
(TBC) ∩ (TEF) = TF, (TBC) ∩ (TAF) = TF,
(ADE) ∩ (TEF) = EF, (ADE) ∩ (TAF) = AD,
(TEF) ∩ (TAF) = TF dir.

ÖRNEK 11.4

Bir K noktasında kesişen d_1, d_2 doğruları ile (d_1, d_2) düzlemini bir M noktasında kesen d_3 doğrusu veriliyor. Bu üç doğruyu da kesen doğruları belirtiniz.

ÇÖZÜM :



d_1 ile d_2 yi farklı noktalarda kesen d doğruları (d_1, d_2) düzleminde bulunurlar. (Neden?)

Bu doğruların d_3 ü de kesmesi, ancak M den geçmeleri ile mümkündür. O halde (d_1, d_2) düzleminde, M den geçen ve d_1 ile d_2 doğrularından herhangi birine paralel olmayan doğrular üç doğruyu da kesen doğrulardır. Diğer taraftan (K, d_3) düzlemi içinde K dan geçen ve d_3 e paralel olmayan bütün doğruların da bu üç doğruyu keseceğini görünüz.

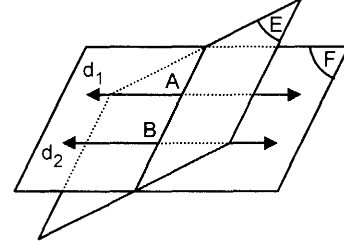
11.1.2 PARALEL DOĞRU VE DÜZLEMLER

Öncelikle, Euclid'in Paralel Aksiyomu'na dayandırılan, "Bir doğruya dışındaki bir noktadan bir ve yalnız bir paralel doğru çizilebilir." teoremini hatırlatalım ve konumuza ait diğer teoremleri verelim :

TEOREM 11.1

Paralel iki doğrudan birini kesen düzlem diğerini de keser.

İSPAT :



$d_1 \parallel d_2$ ve
$d_1 \cap E = \{A\}$ olsun.

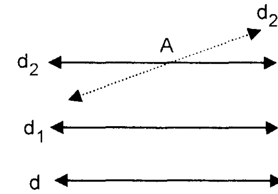
Teorem 2.19 gereğince, d_1 ile d_2 nin belirttiği düzleme F diyelim. $A \in E \cap F$ dir. Aksiyom 2.8'e göre $E \cap F$ bir doğrudur. Bu arakesit doğrusu F düzleminde d_1'i A da kestiğinden, d_1'e paralel olan d_2'yi de B gibi bir noktada keser. (Teorem 2.9)

Öyleyse, $E \cap d_2 = \{B\}$ dir.

TEOREM 11.2

Aynı bir doğruya paralel olan iki doğru birbirine paraleldir.

İSPAT :



Uzayda d_1 ve d_2 farklı iki doğru olmak üzere $d_1 \parallel d$ ve $d_2 \parallel d$ verilmiş olsun.

$d_1 \parallel d_2$ olduğunu göstereceğiz.

Öncelikle, d_1 ile d_2 nin kesişemeyeceğini söyleyelim. Eğer d_1 ile d_2 bir K noktasında kesişseydi, K noktasından d ye iki paralel doğru çizilmiş olurdu ki bu Euclid Paralel Aksiyomu'na aykırıdır.

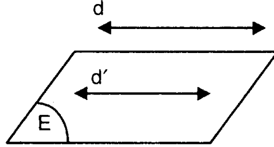
Bu durumda d_1 ile d_2 ya birbirine paraleldir ya da değildir. $d_1 \not\parallel d_2$ varsayarak d_2 üzerindeki bir A noktasından d_1 e d_2' paralelini çizelim. (d_1, d_2') düzlemi d_2 doğrusunu bir A noktasında kestiğinden, d_2 ye paralel olan d doğrusunu da bir B noktasında keser. (Teorem 11.1) (d_1, d_2') düzlemi ile (d, d_1) düzlemlerinin arakesiti d_1 olduğundan, (d_1, d_2') düzlemi d doğrusunu ancak d_1 üzerinde kesebilir. Bu, $d \cap d_1 = \{B\}$ demek olur ki bu da $d_1 \parallel d$ hipotezi ile çelişir.

Öyleyse, $d_1 \parallel d_2$ dir.

TEOREM 11.3

Bir düzlemin içindeki bir doğruya paralel olan ve düzlem içinde bulunmayan her doğru, bu düzleme paraleldir.

İSPAT :



$d \not\subset (E)$, $d' \subset E$ ve

$d \parallel d'$ ise $d \parallel E$

olduğunu göstereceğiz.

$d \nparallel E$ olduğunu varsayalım.

E düzlemi ile (d, d′) düzleminin arakesiti d′ olduğundan, d doğrusu E düzlemini ancak d′ üzerinde kesebilir. Bu da $d \parallel d'$ hipotezi ile çelişir.

Öyleyse $d \parallel E$ dir.

TEOREM 11.4

Bir d doğrusu bir E düzlemine paralelse, d den geçen ve E yi kesen herhangi bir F düzleminin E ile arakesiti olan d′ doğrusu d doğrusuna paraleldir.

Teorem 11.3 ün karşıtı olan bu teoremi siz ispatlayınız.

TEOREM 11.5

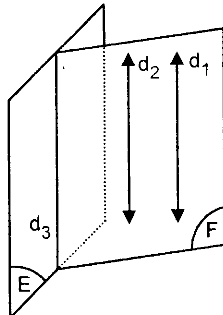
Bir d doğrusu bir E düzlemine paralelse, bu düzlemin içinde alınan bir noktadan bu doğruya çizilen paralel doğru E düzleminin içinde kalır.

Euclid Paralel Aksiyomu ve Teorem 11.4 ten yararlanarak Olmayana Ergi Yöntemi ile ispatlayınız.

TEOREM 11.6

İki paralel doğrudan birine paralel olan bir düzlem diğer doğruya da paralel olur veya o doğruyu içine alır.

İSPAT :



$d_1 \parallel d_2$ ve $d_1 \parallel E$ ise

$d_2 \parallel E$ veya $d_2 \subset E$

olduğunu göstereceğiz.

(d_1, d_2) düzlemi,

E düzlemine ya paralel olur ya da E yi bir d_3 doğrusu boyunca keser.

$(d_1, d_2) \parallel E$ ise $d_2 \parallel E$ olacağı açıktır.

$(d_1, d_2) \cap E = d_3$ ise Teorem 11.4 gereğince $d_1 \parallel d_3$ olur. (d_1, d_2) düzleminde $d_1 \parallel d_2$ ve $d_1 \parallel d_3$ ise ya $d_2 \parallel d_3$ tür ya da d_2 ile d_3 çakışıktır. (Neden?)

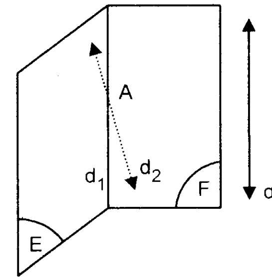
d_2 ile d_3 ün çakışık olması $d_2 \subset E$ sonucunu ve $d_2 \parallel d_3$ olması $d_2 \parallel E$ sonucunu doğurur. (Teorem 11.3)

UYARI : İspat içinde adı geçen teoremleri hatırlayamazsanız, her teoremin adı geçtiğinde sayfaları çevirip o teoremi mutlaka okuyunuz. Bunu yapmazsanız ispatı nelere dayandırdığımızı anlayamazsınız.

TEOREM 11.7

Bir doğru kesişen iki düzlemin herbirine paralel ise, bunların arakesitine de paraleldir..

İSPAT :



$d \parallel E$, $d \parallel F$

ve $E \cap F = d_1$ ise

$d \parallel d_1$ olduğunu

göstereceğiz.

$d \nparallel d_1$ varsayıp d_1

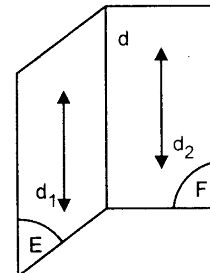
üzerindeki bir

A noktasından $d_2 \parallel d$ çizelim. Teorem 11.5 gereğince $d_2 \subset E$ ve $d_2 \subset F$ olması gerektiğinden d_1 ile d_2 çakışık olur. Demek ki, $d \parallel d_1$ dir.

TEOREM 11.8

Paralel iki doğrudan geçerek kesişen iki düzlemin arakesiti, o doğrulara paralel olur.

İSPAT :



$d_1 \parallel d_2$, $d_1 \subset E$,

$d_2 \subset F$ ve $E \cap F = d$

ise $d_1 \parallel d_2 \parallel d$

olduğunu göstereceğiz.

$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow d_1 \parallel F$ olup

d_1 ile d kesişemez.

Öyleyse, d_1 ile d aynı E düzlemi içinde bulunduğundan $d_1 \parallel d$ olur. Aynı yolla $d_2 \parallel d$ olduğu da gösterilebilir.

TEOREM 11.9

Kesişen iki doğrunun her biri bir E düzlemine paralel ise, bu doğruların belirttiği F düzlemi de E ye paraleldir.

Euclid Paralel Aksiyomundan yararlanarak, Olmayana Ergi Yöntemi ile ispatlayabilirsiniz.

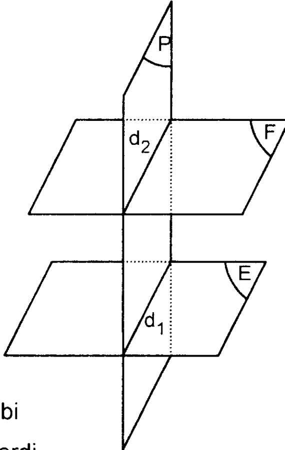
SONUÇ :

Paralel iki düzlemden birinin içindeki her doğru, diğer düzleme paraleldir.

TEOREM 11.10

Paralel iki düzlemin üçüncü bir düzlemle arakesitleri birbirine paraleldir.

İSPAT :



E // F,

$P \cap E = d_1$ ve

$P \cap F = d_2$ ise

$d_1 \parallel d_2$ olduğunu göstereceğiz.

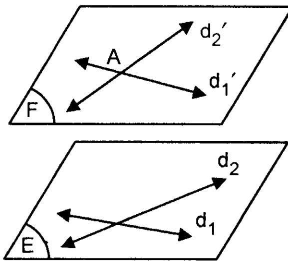
$d_1 \nparallel d_2$ olsaydı, bu doğrular aynı P düzleminde bulunduklarından, A gibi bir noktada kesişeceklerdi.

Bu durumda A noktası E ile F nin ortak bir noktası olacaktı ki bu E // F hipotezine aykırıdır.

TEOREM 11.11

Bir düzleme dışındaki bir noktadan bir ve yalnız bir paralel düzlem çizilebilir.

İSPAT :



E düzlemi ile, dışındaki A noktası verilmiş olsun.

Önce, A dan geçen ve E düzlemine paralel olan bir F düzleminin varlığını sonrada bunun tekliğini göstereceğiz.

a) Varlık :

E düzlemi içinde, kesişen d_1 ve d_2 doğrularını alalım. (A, d_1) düzleminde, A dan d_1 e d_1' paralelini, (A, d_2) düzleminde de A dan d_2 ye d_2' paralelini çi- zersek, d_1' ile d_2' nün belirttiği F düzlemi E ye paralel olur. (Teorem 11.3 ve Teorem 11.9)

b) Teklik :

A dan geçen ve E ye paralel olan, F den farklı bir F′ düzleminin varlığını kabul edelim. Bu F′ düzlemi d_1' ve d_2' doğrularından en az birini keser. (Neden?) F′ düzleminin, örneğin d_1' doğrusunu kestiğini varsayalım. Bu durumda F′ düzlemi, Teorem 11.1 gereğince d_1' ye paralel olan d_1 doğrusunu da kesecektir. Bu da F′ ile E nin kesişmesi demek olup F′ // E varsayımı ile çelişir.

Öyleyse, F′ ile F çakışık olmak zorundadır.

SONUÇLAR :

1. Paralel iki düzlemden birini kesen bir düzlem diğerini de keser.

2. Aynı düzleme paralel olan farklı iki düzlem birbirine paraleldir.

3. Bir E düzlemine dışındaki bir A noktasından çizilen paralel doğruların geometrik yeri, A dan geçen ve E ye paralel olan bir düzlemdir.

4. Paralel iki düzlemden birini kesen bir doğru diğerini de keser.

5. Paralel iki düzlemden birine paralel olan bir doğru, ya diğer düzlemin içindedir ya da diğer düzleme de paraleldir.

Bu sonuçları siz ispatlayınız.

TEOREM 11.12

Paralel iki düzlem arasında kalan paralel doğru parçaları eştir.

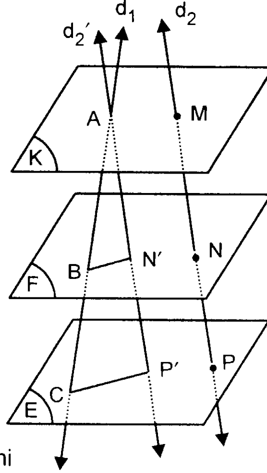
İspat için Teorem 11.10 dan yararlanınız.

UYARI : İspatı size bırakılan teoremleri mutlaka ispatlamaya çalışmalısınız. Önerdiğimiz yollarla, bu hiç de zor olmayacaktır. Belki biraz zaman harcayacaksınız; ama sonunda bizim yaptığımız ispatları incelemekle elde ettiğinizden fazlasını kazanacaksınız.

TEOREM 11.13 (Uzayda Thales Teoremi)

Bir takım paralel düzlemler, kendilerini kesen herhangi iki doğru üzerinde, karşılıklı olarak orantılı parçalar ayırırlar.

İSPAT :



d_1 ve d_2 doğruları K, F, E düzlemlerini A, B, C ve M, N, P noktalarında kessin.

E // F // K ise

$$\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|MN|}{|NP|}$$

olduğunu göstereceğiz.

A dan d_2 ye çizilen d_2' paraleli F ve E düzlemlerini N' ve P' noktalarında kessin. (d_1, d_2') düzleminin F ve E ile arakesitleri birbirine paralel olup bu düzlemde

$$\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|AN'|}{|N'P'|}$$ ① yazılabilir. (I. Thales Teoremi)

Teorem 11.12 gereğince, paralel düzlemler arasında kalan paralel doğru parçaları eş olacağından

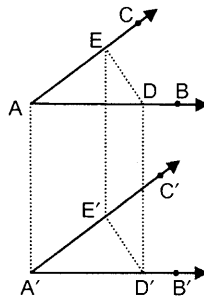
$|AN'|=|MN|$ ve $|N'P'|=|NP|$ dir.

Bu değerler ① de yerlerine koyulursa

$$\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|MN|}{|NP|}$$ elde edilir.

TEOREM 11.14

Uzayda kenarları aynı yönlü olan iki açı eştir.



$\widehat{BAC}$ ve $\widehat{B'A'C'}$, kenarları aynı yönlü açılar olsun.

DD' // EE' // AA' çizerek

$\overset{\triangle}{DAE} \cong \overset{\triangle}{D'A'E'}$ (K.K.K.)

$\Rightarrow \widehat{DAE} \cong \widehat{D'A'E'}$

olacağını görünüz.

SONUÇLAR :

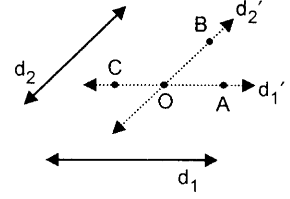
1. Uzayda, kenarları zıt yönlü olan iki açı eştir.

2. Birer kenarları aynı yönlü ve diğer kenarları zıt yönlü iki açı bütünlerdir.

TANIM 11.1 (Aykırı iki doğru arasındaki açı)

Uzayın bir O noktasından, d_1 ve d_2 gibi aykırı iki doğruya çizilen paralel doğruların belirttiği açıya, **d_1 ve d_2 aykırı doğrularının arasındaki açı** denir.

Bu açı dik ise d_1, d_2 doğrularına **dik durumlu doğrular** denir..



Şekilde d_1 ile d_2 aykırı iki doğru, d_1 // d_1' ve d_2 // d_2' ise $\widehat{AOB}$ ya da $\widehat{BOC}$ açısı d_1 ile d_2 arasındaki açıdır.

d_1 , d_2 dik durumlu doğrular ise bu, dik oldukları durumdaki gibi $d_1 \perp d_2$ biçiminde gösterilir.

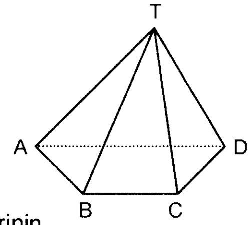
TEOREM 11.15

Paralel iki doğrudan birine dik veya dik durumlu olan bir doğru, diğerine de dik veya dik durumlu olur..

Tanım 11.1 den yararlanarak ispatlayınız.

NOT : Bundan sonraki ifadelerimizde "d_1 ile d_2 birbirine diktir." dediğimizde bu, "d_1 ile d_2 birbirine diktir veya dik durumludur." anlamına gelecektir.

ÖRNEK 11.5

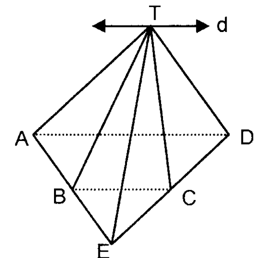


Şekilde ABCD bir yamuk olup (AD // BC) T noktası (ABCD) düzleminin dışındadır.

a) (TAB) ile (TCD) düzlemlerinin,

b) (TAD) ile (TBC) düzlemlerinin arakesitini belirtiniz.

ÇÖZÜM :



a) AB ∩ CD = {E} ise (TAB) ve (TCD) düzlemlerinin ortak noktalarından ikisi E ile T olur.

Öyleyse ET, bu düzlemlerin arakesitidir.

b) Paralel iki doğrudan geçerek kesişen iki düzlemin arakesiti bu doğrulara paralel olacaktır.

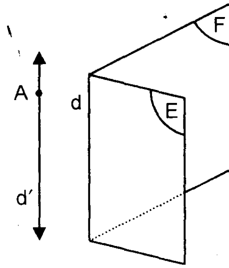
(TAD) ve (TBC) düzlemlerinin bir ortak noktası T ve AD // BC olduğundan arakesit, T den geçen ve AD ile BC ye paralel olan bir d doğrusudur.

ÖRNEK 11.6

Verilen bir A noktasından geçen ve kesişen E ile F düzlemlerine paralel olan doğruyu çiziniz.

ÇÖZÜM :

$E \cap F = d$ olsun.
Kesişen iki düzleme paralel olan bir doğru, bunların arakesitine de paralel olacağından, A dan geçen ve d ye paralel olan d′ doğrusu aranan doğrudur.



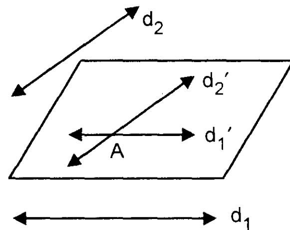
NOT : Uzay geometride bir şeklin çizimi, çoğu zaman bir düzlemdeki çizime dönüştürülür. "şekli çizmek" de daha çok "şekli belirlemek" anlamındadır. Örneğin, bir doğrunun A ve B noktaları belirlenmişse, elimize cetveli alıp AB doğrusunu çizmemiz gerekmez. O doğru A ve B noktaları ile belirtilmiştir. Bu problemde de d′ doğrusu, A dan geçen ve d ye paralel olan bir doğru olarak belirlenmiştir. (d, A) düzleminde bu doğrunun nasıl çizileceği bellidir.

ÖRNEK 11.7

Verilen bir A noktasından geçen ve d_1 ile d_2 aykırı doğrularına paralel olan düzlemi çiziniz.

ÇÖZÜM :

A dan d_1 e (A, d_1) düzlemi içinde çizilen d_1' paraleli ile A dan d_2 ye (A, d_2) düzlemi içinde çizilen d_2' paralelinin belirttiği (d_1', d_2') düzlemi aranan düzlemdir.



11.1.3 DİK DOĞRU VE DÜZLEMLER

TANIM 11.2

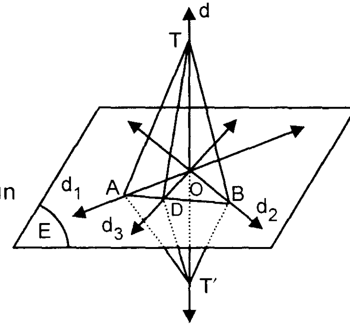
Bir doğru, bir düzlemin bütün doğrularına dik ise düzleme de **diktir**.

TEOREM 11.16

Bir doğru, bir düzlemin kesişen iki doğrusuna dik ise, düzleme de diktir.

İSPAT :

E düzleminde bir O noktasında kesişen d_1 ve d_2 doğruları ile bunların her ikisine de dik olan d doğrusu verilmiş olsun.



d doğrusunun, O dan geçen ve E düzleminin içinde kalan herhangi bir d_3 doğrusuna da dik olduğu gösterilebilirse, E düzleminin her doğrusuna dik olduğu, dolayısıyla E düzlemine dik olduğu ispatlanmış olur.

d_1 üzerinde A ve d_2 üzerinde B noktaları ile d üzerinde, E nin ayırdığı yarı uzaylarda, $|OT| = |OT'|$ olacak biçimde T ve T′ noktalarını alalım. $AB \cap d_3 = \{D\}$ olsun. d_1 ile d_2 doğruları, d nin farklı düzlemlerdeki orta dikmeleri olduğundan $|TA| = |TA'|$ ve $|TB| = |TB'|$ olur.

Bu eşitlikler $\overset{\triangle}{TAB} \cong \overset{\triangle}{T'AB}$ (K.K.K.) eşliğini gerektirir.

$\overset{\triangle}{TAB} \cong \overset{\triangle}{T'AB} \Rightarrow \widehat{TAB} \cong \widehat{T'AB}$ ve buradan

$\overset{\triangle}{TAD} \cong \overset{\triangle}{T'AD}$ (K.A.K.) olduğunu görünüz.

Bu son eşliğe göre $|TD| = |T'D|$ olup D noktası $[TT']$ nün orta dikmesi üzerindedir.

Öyleyse d_3 doğrusu $[TT']$ nün orta dikmesi olup d doğrusuna diktir.

SONUÇLAR :

1. Paralel iki düzlemden birine dik olan doğru, diğerine de diktir.

İspat için Teorem 11.14 ve Teorem 11.16 dan yararlanınız.

2. Paralel iki doğrudan birine dik olan düzlem diğerine de diktir.

İspat için Teorem 11.15 ve Teorem 11.16 dan yararlanınız.

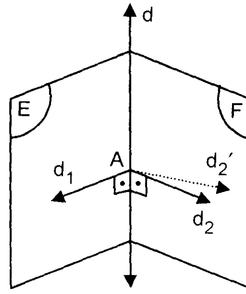
TEOREM 11.17

Verilen bir noktadan geçmek ve verilen bir doğruya dik olmak üzere, bir ve yalnız bir düzlem çizilebilir.

İSPAT :

a) A noktası d doğrusunun üzerinde ise :

d den geçen E ve F düzlemlerinde, A dan d ye d_1 ve d_2 dikmeleri çizilirse, d doğrusu d_1 ile d_2 nin belirttiği düzleme dik olur.

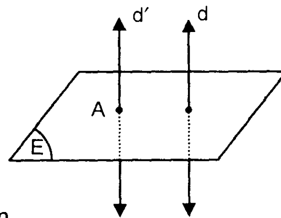


Demek ki, d doğrusuna A da dik olan bir (d_1, d_2) düzlemi vardır. Şimdi bu düzlemin yalnız bir tane olduğunu gösterelim.

d ye A da dik olan ikinci bir P düzleminin varlığını kabul edelim. P nin F ile arakesiti d_2 den farklı bir d_2' doğrusu olacaktır. Bu durumda F düzlemi içinde $d \perp d_2$ ve $d \perp d_2'$ olacağından, A dan d ye farklı iki dikme çizilmiş olur ki bu Dikme Teoremi'ne aykırıdır.

b) A noktası d doğrusunun dışında ise :

Önce, (A, d) düzleminde A dan d ye bir d′ paraleli çizilir. Sonra, (a) daki yol ile A dan d′ ye dik bir E düzlemi çizilirse bu düzlem, d′ ye paralel olan d doğrusuna da dik olur.



SONUÇ :

Aynı doğruya dik olan farklı iki düzlem, birbirine paraleldir.
Bu sonucu Olmayana Ergi Yöntemi ile ispatlayabilirsiniz.

TEOREM 11.18

Bir noktadan bir doğruya dik veya dik durumlu olmak üzere çizilen doğruların geometrik yeri, bu noktadan geçen ve bu doğruya dik olan bir düzlemdir.

Siz ispatlayınız.

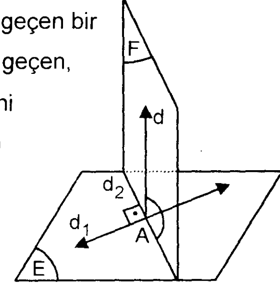
TEOREM 11.19

Verilen bir noktadan geçmek ve verilen bir düzleme dik olmak üzere, bir ve yalnız bir doğru çizilebilir.

İSPAT :

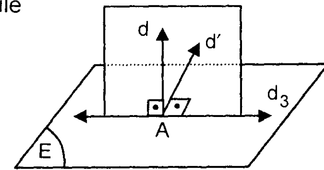
a) A noktası E düzleminin içinde ise :

E düzlemi içinde A dan geçen bir d_1 doğrusunu ve A dan geçen, d ye dik olan F düzlemini çizelim. (Teorem 11.17) E ile F nin arakesiti d_2 olsun. F düzlemi içinde A dan $d \perp d_1$ çizersek



bu d doğrusu E düzlemine dik olur. (Teorem 11.16)
Şimdi bu d doğrusunun tekliğini gösterelim :
A dan geçen ve E düzlemine dik olan ikinci bir d′ doğrusunun varlığını kabul edelim.

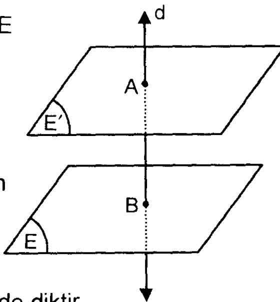
(d, d′) düzleminin E ile arakesiti d_3 olsun.
Buna göre
$d \perp E \Rightarrow d \perp d_3$ ve
$d' \perp E \Rightarrow d' \perp d_3$



olması gerekir ki bu Dikme Teoremine aykırıdır.
Öyleyse, d doğrusu tektir.

b) A noktası E düzleminin dışında ise :

Önce, A dan geçen ve E düzlemine paralel olan E′ düzlemi çizilir.
(a) daki yolla E′ düzlemine A dan çizilen dik doğrunun varlığı ve tekliği gösterilir.
Bu doğru E düzlemine de diktir.



SONUÇ :

Bir düzleme dik olan farklı iki doğru birbirine paraleldir.

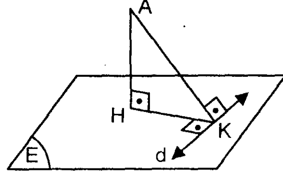
Olmayana Ergi Yöntemi lie ispatlayınız.

TEOREM 11.20 (Üç Dikme Teoremi - 1)

Bir E düzlemine ve bunun içindeki bir d doğrusuna düzlemin dışındaki bir A noktasından birer dikme çizilse, iki dikme ayağının belirttiği doğru d doğrusuna dik olur.

İSPAT :

$AH \perp E$ ve $AK \perp d$ ise $HK \perp d$ olduğunu göstereceğiz.



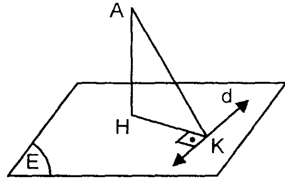
$AH \perp E \Rightarrow AH \perp d$ ① ve $AK \perp d$ ② dir.

① ve ② den, Teorem 11.16 gereğince $d \perp (AHK)$ bulunur. $d \perp (AHK) \Rightarrow d \perp HK$ dır.

TEOREM 11.21 (Üç Dikme Teoremi - 2)

Bir E düzleminin dışındaki bir A noktasından düzleme bir dikme indirilse, sonra dikme ayağından düzlemin içindeki bir d doğrusuna bir dikme çizilse, A yı bu ikinci dikme ayağına birleştiren doğru d ye dik olur.

$AH \perp E$ ve
$HK \perp d$ ise
$AK \perp d$ olduğu gösterilecektir.
Bunu siz yapınız.



TEOREM 11.22 (Üç Dikme Teoremi - 3)

Bir E düzleminin içindeki bir d doğrusunun üzerin- de alınan bir K noktasından bu doğruya, biri bu düzlemin içinde, diğeri dışında olmak üzere iki dikme çizilse ve sonra düzlemin dışındaki dikme üzerinde alınan bir A noktasından düzleme bir dikme indirilse, bu dikmenin ayağı düzlemin içindeki dikmenin üzerinde olur.

Siz ispatlayınız.

TANIM 11.3

Bir doğru bir düzlemi, ona dik olmadan keserse bu doğruya **eğik** ve doğru ile düzlemin ortak noktasına **eğik ayağı** denir.

TEOREM 11.23

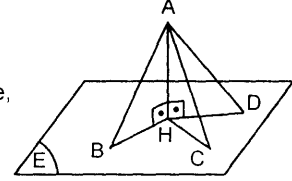
Bir düzlemin dışında alınan bir noktadan bu düzleme bir dikme ile birtakım eğikler çizilse;

a) Dikme eğiklerin hepsinden kısadır.

b) Ayakları dikme ayağından eşit uzaklıkta bulunan eğikler eştir

c) Ayağı dikme ayağından en uzakta bulunan eğik en uzundur.

A noktası E düzleminin dışında, B, C, D, H noktaları düzlemin içinde, $AH \perp E$, $|HB| = |HC| < |HD|$ ise



$|AH| < |AB| = |AC| < |AD|$ olduğu gösterilecektir.

Bunu siz yapınız; ayrıca teoremin karşıtının da doğru olduğunu gösteriniz.

TANIM 11.4

Bir noktadan bir düzleme indirilen dikmenin uzunluğuna **o noktanın o düzleme uzaklığı**,

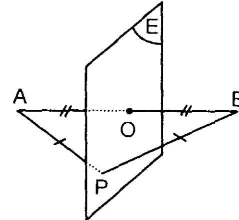
bir doğrunun üzerindeki bir noktadan, bu doğruya paralel olan bir düzleme indirilen dikmenin uzunluğuna **o doğrunun o düzleme uzaklığı**,

paralel iki düzlemden birine ait bir noktanın diğer düzleme uzaklığına **bu iki düzlemin uzaklığı** denir.

TEOREM 11.24

Bir doğru parçasının uçlarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri, bu doğru parçasına orta noktasında dik olan bir düzlemdir. Bu düzleme o doğru parçasının **orta dikme düzlemi** denir..

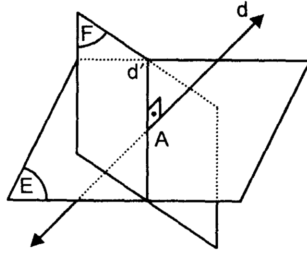
Siz ispatlayınız.



ÖRNEK 11.8

Bir E düzlemini bir A noktasında kesen bir d doğrusu veriliyor. E düzlemi içinde, A dan geçen ve d ye dik olan doğruyu çiziniz.

ÇÖZÜM :



Aranan doğru, A noktasında d ye dik olan F düzlemine ait doğrulardan biridir. Bu doğrunun E düzleminin içinde kalması da istendiğine göre bu doğru E ile F nin arakesiti olan d′ doğrusudur.

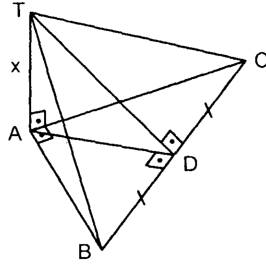
A dan geçen ve d ye dik olan F düzlemi Teorem 11.17 deki gibi çizilir.

ÖRNEK 11.9

Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ ikizkenar dik üçgeninin A dik açı köşesinden (ABC) düzlemine çıkılan dikme üzerinde bir T noktası alınıyor.

$|BC| = a$ olduğuna göre $|AT|$ uzunluğu ne olmalıdır ki $\overset{\triangle}{TBC}$ üçgeni eşkenar olsun.

ÇÖZÜM :



$[BC]$ nin D ortasını A ile T ye birleştirelim.

$|BC| = a$ ise $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $|AD| = \frac{a}{2}$ ve

$\overset{\triangle}{TBC}$ eşkenar üçgeninde $|TD| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ olur.

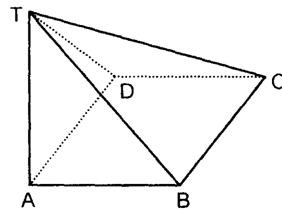
$TA \perp (ABC) \Rightarrow TA \perp AD$ olacağından

$\overset{\triangle}{TAD}$ dik üçgeninde

$$|TA|^2 = |TD|^2 - |AD|^2 \Rightarrow |TA|^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow |TA| = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 11.10



$[TA]$ doğru parçası ABCD dikdörtgeninin düzlemine diktir.

Buna göre $\overset{\triangle}{TAB}$, $\overset{\triangle}{TBC}$, $\overset{\triangle}{TCD}$, $\overset{\triangle}{TAD}$ üçgenlerinden hangileri dik üçgendir?

ÇÖZÜM :

$TA \perp (ABCD)$ ise $TA \perp AB$, $TA \perp AD$, $TA \perp BC$ ve $TA \perp CD$ dir.

Buna göre $\overset{\triangle}{TAB}$ ve $\overset{\triangle}{TAD}$ üçgenleri birer dik üçgendir.

Üç Dikme Teoremi'ne göre

$TA \perp BC$ ve $AB \perp BC$ ise $TB \perp BC$,

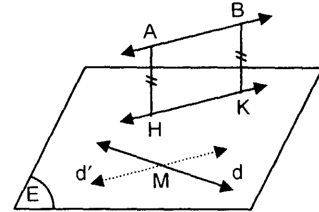
$TA \perp DC$ ve $AD \perp DC$ ise $TD \perp DC$ olduğundan

$\overset{\triangle}{TBC}$ ve $\overset{\triangle}{TCD}$ üçgenleri de birer dik üçgendir.

ÖRNEK 11.11

Verilen A ve B noktalarından eşit uzaklıkta bulunan ve verilen bir d doğrusundan geçen düzlemi çiziniz.

ÇÖZÜM :

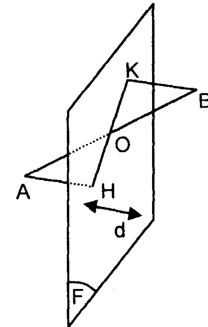


Problemi çözülmüş varsayalım. A ve B den eşit uzaklıkta bulunan ve d doğrusundan geçen düzlem E olsun.

Bir noktanın bir düzleme uzaklığının tanımına göre, $AH \perp E$ ve $BK \perp E$ çizersek $|AH| = |BK|$ olur. Aynı düzleme dik olan iki doğru paralel olduğundan, aynı zamanda AH // BK dır. Buna göre HKBA dörtgeni bir dikdörtgen, AB // HK ve AB // E olur.

O halde, d üzerindeki bir M noktasından AB ye çizilen d′ paraleli ile d nin belirttiği (d, d′) düzlemi, çizimi istenen düzlemlerden biridir.

A ile B noktaları farklı yarı uzaylarda olmak üzere, aranan koşullara uyan bir düzlem daha çizilebilir.



Yine problemi çözülmüş varsayalım. A ve B den eşit uzaklıkta bulunan ve d doğrusundan geçen düzlem F olsun.

$AH \perp F$ ve $BK \perp F$ çizersek,

$|AH| = |BK|$ ve AH // BK olur.

$[KH]$ ve $[AB]$ de çizilirse, $[AB] \cap F = \{O\}$ olmak üzere, II. Thales Teoremi'ne göre,

$\frac{|AO|}{|OB|} = \frac{|AH|}{|KB|} \Rightarrow |AO| = |OB|$ bulunur.

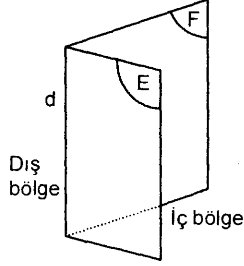
Demek ki, F düzlemi [AB] nin ortasından geçmektedir. O halde, aranan koşullara uyan diğer düzlem, [AB] nin ortası O olmak üzere, (d, O) düzlemidir.

11.1.4 İKİDÜZLEMLİ AÇILAR VE DİK DÜZLEMLER

TANIM 11.5

Kenar doğruları ortak olan iki yarıdüzlemin birleşimine **ikidüzlemli açı** veya **ikiyüzlü açı** denir.

Şekildeki ikidüzlemli açı, E ve F yarıdüzlemlerinin birleşimidir. E ve F yarıdüzlemlerine ikidüzlemli açının **yüzleri**, bunların AB kenar doğrusuna da bu ikidüzlemli açının **ayrıtı** denir.



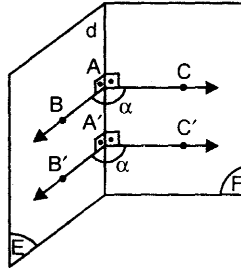
Bu açı $(\widehat{E,d,F})$ ya da $(\widehat{E,F})$ biçiminde gösterilir. Bir iki düzlemli açı uzayı, ayrık iki kümeye ayırır. Bu kümelerden konveks olanı açının **iç bölgesi**, konkav olanı açının **dış bölgesi**dir.

Bir ikidüzlemli açının yüzleri düzlemsel ise bu açıya **düz ikidüzlemli** açı denir.

TANIM 11.6

Bir ikidüzlemli açının ayrıtı üzerindeki bir noktadan bu ayrıta, açının yüzleri içinde çizilen dikmelerin belirttiği açıya, bu ikidüzlemli açının **ölçek açısı** denir.

$(\widehat{E,d,F})$ açısında $A \in d$, $[AB \subset E$, $[AC \subset F$, $AB \perp d$ ve $AC \perp d$ ise $\widehat{BAC}$ açısı ölçek açıdır. Ölçek açı, bir ikidüzlemli açının ayrıtına dik olan bir düzlem ile açının yüzlerinin kesişimi olarak da tanımlanabilir. Bir ikidüzlemli açının bütün ölçek açıları, kenarları aynı yönlü açılar olduklarından, eştir.

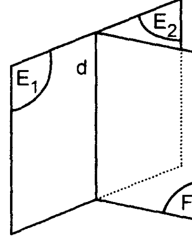


TEOREM 11.25

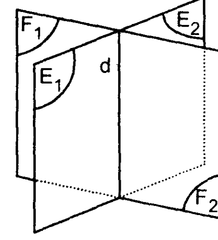
Ölçek açıları eş olan ikidüzlemli iki açı eştir.

Bu teoremin karşıtı da geçerlidir.

İkidüzlemli bir açı, ölçek açısının ölçüsüne göre isimler alır. **Dar, dik, geniş**... gibi. İkidüzlemli açıya, ölçek açılarının konumuna ve ölçülerine göre **komşu, tümler, bütünler, ters ikidüzlemli açılar** diyebiliriz.



$(\widehat{E_1, d, F})$ ile $(\widehat{F, d, E_2})$ komşu bütünler açılardır.



$(\widehat{E_1, F_1})$ ile $(\widehat{E_2, F_2})$ ters açılardır.

TANIM 11.7

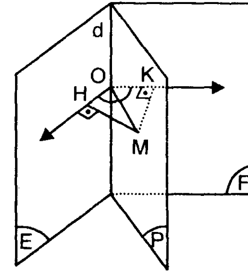
İkidüzlemli bir açının ayrıtından geçen ve bu açıyı eş iki ikidüzlemli açıya ayıran düzleme, bu ikidüzlemli açının **açıortay düzlemi** denir.

TEOREM 11.26

İkidüzlemli bir açının yüzlerinden eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri, bu açının açıortay düzlemidir.

İSPAT :

Önce $(\widehat{E,d,F})$ ikidüzlemli açısının yüzlerinden eşit uzaklıkta bulunan herhangi bir M noktasının, açıortay düzlemi üzerinde olduğunu; sonra da açıortay düzlemi üzerindeki bir M noktasının, açının yüzlerinden eşit uzaklıkta olduğunu göstereceğiz.



$MH \perp E$, $MK \perp F$ ve $|MH| = |MK|$ olsun.

(HMK) düzlemi d ayrıtını O da kessin.

$\overset{\triangle}{MOH} \cong \overset{\triangle}{MOK}$ (K.K.A.) olduğunu görünüz.

Bu eşliğe göre $\widehat{MOH} \cong \widehat{MOK}$ dır.

$MH \perp E \Rightarrow MH \perp d$ ① ve

$MK \perp F \Rightarrow MK \perp d$ ② olup

① ve ② den $d \perp (HMK)$ ve buradan $d \perp OM$ olur.

Buna göre, (d, M) düzlemine (P) dersek $\widehat{MOH}$ ve $\widehat{MOK}$ açıları, $(\widehat{E,d,F})$ ve $(\widehat{P,d,F})$ ikidüzlemli açılarının ölçek açıları olur. Bu açılar eş olduğundan P düzlemi $(\widehat{E,d,F})$ açısının açıortay düzlemidir.

Açıortay düzlemi üzerinde bir noktanın da E ve F yüzlerinden eşit uzaklıkta olacağı kolayca gösterilebilir.

Öyleyse, $(\widehat{E,d,F})$ ikidüzlemli açısının yüzlerinden eşit uzaklıkta bulunan M noktalarının geometrik yeri bu açının P açıortay düzlemidir.

TANIM 11.8

Kesişen iki düzlemin belirttiği ikidüzlemli açılardan biri dik ise, bu iki düzlem **birbirine diktir** denir.

TEOREM 11.27

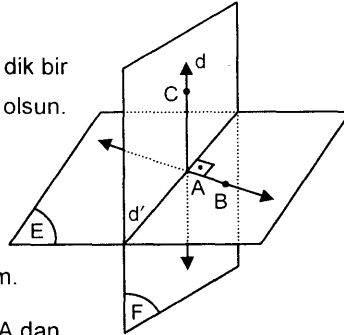
Bir d doğrusu bir E düzlemine dik ise d den geçen her düzlem E düzlemine dik olur.

İSPAT :

E düzlemi ile buna dik bir d doğrusu verilmiş olsun. d den geçen bir F düzlemi alalım.

$E \cap F = d'$ ve

$d \cap E = \{A\}$ diyelim.



E düzlemi içinde, A dan d' arakesitine bir AB dikmesi çizelim.

$C \in d$ olmak üzere,

F düzleminde $CA \perp d'$ ve

E düzleminde $BA \perp d'$ olduğundan

$\widehat{BAC}$ açısı $(\widehat{E,d',F})$ açısının ölçek açısı olur.

$d \perp E \Rightarrow CA \perp E \Rightarrow CA \perp AB$ olduğundan, bu ölçek açı dik açı olup $E \perp F$ dir.

TEOREM 11.28

Birbirine dik olan iki düzlemden birinin içinde arakesite dik olarak çizilen her doğru, diğer düzleme dik olur.

Tanım 11.8 den yararlanarak, siz ispatlayınız.

TEOREM 11.29

Birbirine dik olan iki düzlemden birinin içindeki bir noktadan diğer düzleme çizilen dik doğru, ilk düzlemin içinde kalır.

Teorem 11.28 ve Teorem 11.19 dan yararlanarak, Olmayana Ergi Yöntemi ile ispatlayınız.

TEOREM 11.30

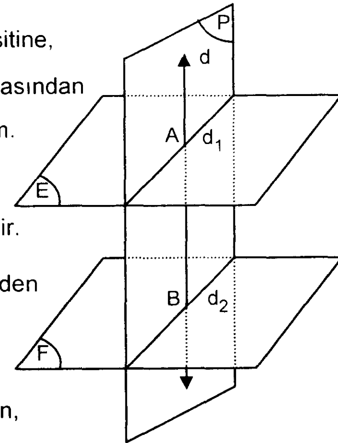
Paralel iki düzlemden birine dik olan düzlem diğerine de diktir.

İSPAT :

$E \mathbin{//} F$ ve $P \perp E$ iken $P \perp F$ olduğunu göstereceğiz.

$E \cap P = d_1$ olmak üzere P içinde d_1 arakesitine, üzerindeki A noktasından d dikmesini çizelim.

Teorem 11.28 gereğince $d \perp E$ dir.



Paralel iki düzlemden birine dik olan doğru, diğerine de dik olacağından, $d \perp F$ olur.

O halde Teorem 11.27 gereğince, d den geçen P düzlemi de F düzlemine diktir.

TEOREM 11.31

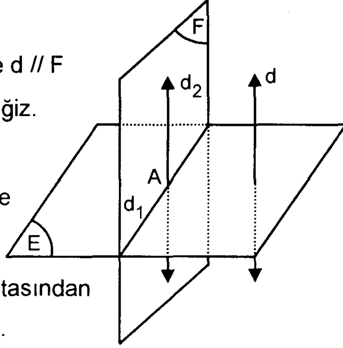
Kesişen iki düzlemin her biri bir E düzlemine dik ise, bu düzlemlerin arakesitleri de E düzlemine dik olur.

Teorem 11.29 dan yararlanarak, Olmayana Ergi Yöntemi ile ispatlayınız.

TEOREM 11.32

Aynı düzleme dik olan bir doğru ile bir düzlem birbirine paralel olur.

İSPAT :



$d \perp E$ ve $F \perp E$ ise $d // F$ olduğunu göstereceğiz.

$E \cap F = d_1$

olmak üzere F içinde d_1 arakesitine, üzerindeki bir A noktasından d_2 dikmesini çizelim.

Teorem 11.28 gereğince $d_2 \perp E$ dir. Aynı E düzlemine dik olan d_2 ve d doğruları birbirine paralel olacağından, d doğrusu, d_2 yi taşıyan F düzlemine de paralel olur.

TEOREM 11.33

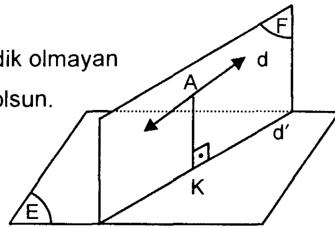
Bir doğru iki düzlemden birine dik diğerine paralel ise bu iki düzlem birbirine dik olur..

Siz ispatlayınız.

TEOREM 11.34

Bir düzleme dik olmayan bir doğrudan geçen ve bu düzleme dik olan bir ve yalnız bir düzlem çizilebilir.

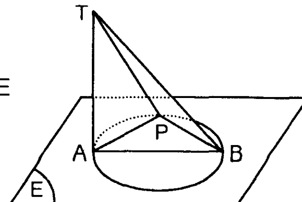
İSPAT :



E düzlemi ile buna dik olmayan d doğrusu verilmiş olsun. d üzerindeki bir A noktasından E düzlemine AK dikmesini çizersek, (Nasıl?) d ile AK nın belirttiği F düzlemi E ye dik olur. (Teorem 11.27)

d üzerindeki her noktadan E ye çizilecek bütün dikmeler bu F düzlemi içinde kalacağından F tektir.

ÖRNEK 11.12



[AB] çaplı çembere ait E düzlemine AT dikmesi çiziliyor.

a) TABP şeklinde bütün yüzlerin dik üçgen olduğunu,

b) (TPA) ve (TPB) düzlemlerinin birbirine dik olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

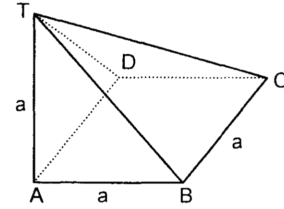
a) $TA \perp E$ ise $TA \perp AB$, $TA \perp AP$ ve $TA \perp PB$ olacağından $\overset{\triangle}{TAB}$ ve $\overset{\triangle}{TAP}$ üçgenleri dik üçgendir.

$\widehat{APB}$ açısı çemberin çapı gören çevre açısı olduğundan, $AP \perp PB$ olup $\overset{\triangle}{PAB}$ bir dik üçgendir.

$TA \perp PB$ ve $AP \perp PB$ olduğundan, Üç Dikme Teoremi'ne göre $TP \perp PB$ olup $\overset{\triangle}{TPB}$ üçgeni de bir dik üçgendir.

b) $TA \perp PB$ ve $AP \perp PB$ olduğundan $PB \perp (TPA)$ olur. $PB \subset (TPB)$ olduğundan $(TPA) \perp (TPB)$ dir.

ÖRNEK 11.13



Bir kenarının uzunluğu a olan ABCD karesinin A köşesinden (ABCD) düzlemine çizilen dikme üzerinde $|TA| = a$ olacak biçimde bir T noktası alınıyor.

a) (ABCD) ile (TBC)

b) (TAB) ile (TBC)

c) (TBC) ile (TCD)

düzlemleri arasındaki açıyı ya da bu açının kosinüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM :

a) Üç Dikme Teoremi'ne göre

$TA \perp (ABCD)$ ve $AB \perp BC \Rightarrow TB \perp BC$ ve

$TA \perp (ABCD)$ ve $AD \perp DC \Rightarrow TD \perp DC$ dir.

$(ABCD) \cap (TBC) = BC$, $AB \perp BC$ ve $TB \perp BC$ olduğundan (ABCD) ile (TBC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{ABT}$ açısıdır.

$\overset{\triangle}{TAB}$ dik üçgeninde $m(\widehat{ABT}) = 45°$ dir.

b) $BC \perp AB$ ve $BC \perp TB$ olduğundan $BC \perp (TAB)$ dir. $BC \subset (TBC)$ ve $BC \perp (TAB)$ olduğundan $(TAB) \perp (TBC)$ olur. Öyleyse, bu düzlemler arasındaki açının ölçek açısı 90° dir.

c) $|TB| = |TD| = a\sqrt{2}$,

$|TC| = a\sqrt{3}$ ve

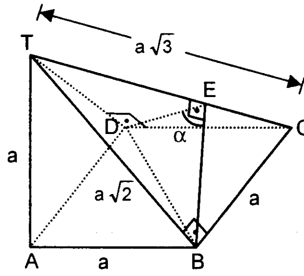
$\overset{\triangle}{TBC} \cong \overset{\triangle}{TDC}$

olduğunu görünüz.

$\overset{\triangle}{TBC}$ dik üçgeninde

$BE \perp TC$ çizilirse

$DE \perp TC$ olur.



Öyleyse, (TBC) ile (TCD) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{BED}$ açısıdır. $m(\widehat{BED}) = \alpha$ olsun.

Bu açının ölçüsünü bulabilmek için $\overset{\triangle}{BED}$ üçgeninin kenar uzunluklarını hesaplayalım :

$\overset{\triangle}{TBC}$ dik üçgeninde

$$|TC| \cdot |BE| = |TB| \cdot |BC| \Rightarrow a\sqrt{3} \cdot |BE| = a\sqrt{2} \cdot a$$

$$\Rightarrow |BE| = \frac{\sqrt{6}}{3} a \text{ olur.}$$

$|BE| = |DE| = \frac{\sqrt{6}}{3} a$ ve $|BD| = a\sqrt{2}$ olup

$\overset{\triangle}{BED}$ üçgenine Kosinüs Teoremi uygulanırsa,

$$|BD|^2 = |BE|^2 + |DE|^2 - 2|BE| \cdot |DE| \cdot \cos\alpha$$

$$\Rightarrow (a\sqrt{2})^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{3} a\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{6}}{3} a\right)^2 \cdot \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{-1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 11.14

Bir doğru $(\widehat{E,d,F})$ ikidüzlemli açısının yüzlerini A ve B noktalarında kesiyor. d üzerinde öyle bir P noktası bulunuz ki $\widehat{APB}$ açısı dik açı olsun.

ÇÖZÜM :

$\widehat{APB}$ dik açı ise

$\overset{\triangle}{PAB}$ dik üçgeninde

$|KA| = |KB| = |KP|$ olur.

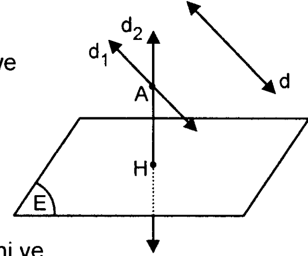
Öyleyse $[AB]$ nin ortası K olmak üzere, (d, K) düzleminde K merkezli ve $|KP| = \frac{1}{2}|AB|$ yarıçaplı çember yayının d yi kestiği nokta aranan P noktası olacaktır. Bu yayın d yi kesmesi için K nın d ye uzaklığının en az $\frac{1}{2}|AB|$ kadar olması gerekir.

ÖRNEK 11.15

Verilen bir A noktasından geçen, verilen bir d doğrusuna paralel ve verilen bir E düzlemine dik olan düzlemi çiziniz.

ÇÖZÜM :

A noktası, d doğrusu ve E düzlemi şekildeki gibi verilmiş olsun.



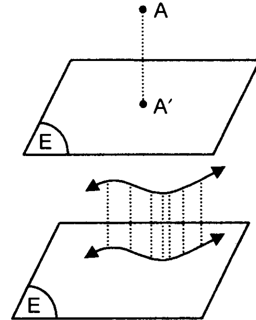
(d, A) düzlemi içinde A dan d ye d_1 paralelini ve A dan E ye d_2 dikmesini çizersek (d_1, d_2) düzlemi d ye paralel ve E ye dik olur.

11.1.5 DİK İZDÜŞÜM

TANIM 11.9

Bir A noktasından bir E düzlemine indirilen dikmenin A′ ayağına, A nın E düzlemi üzerindeki **dik izdüşümü**, E düzlemine **izdüşüm düzlemi**, AA′ doğrusuna da **izdüşüren doğru** denir.

Bir şeklin bir düzlem üzerindeki izdüşümünün, bu şekli oluşturan noktaların o düzlemdeki izdüşümlerinin birleşimi olacağı açıktır.



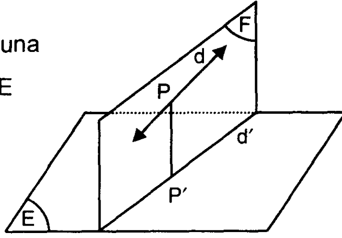
NOT : Lise matematiğinde başka türlü izdüşümlerden söz edilmeyeceği için **dik izdüşüm** yerine **izdüşüm** terimini kullanacağız.

TEOREM 11.35

Bir düzleme dik olmayan bir doğrunun bu düzlem üzerindeki izdüşümü yine bir doğrudur.

İSPAT :

Verilen bir d doğrusuna ait P noktasının bir E düzlemindeki izdüşümü P′ olsun. PP′ ⊥ E olup



d ile PP′ doğrularının belirttiği F düzlemi de E ye dik olur. d doğrusuna ait noktalardan E düzlemine indirilen dikmeler F düzleminin içinde kalacağından, bu dikmelerin ayaklarının birleşimi, E ile F nin arakesiti olan d′ doğrusu olur.

Demek ki, E düzlemine dik olmayan d doğrusunun E üzerindeki izdüşümü, d den geçen ve E düzlemine dik olan F düzlemi ile E nin arakesitidir.

SONUÇLAR :

1. d doğrusu E düzlemine paralel ise, d nin E üzerindeki izdüşümü d ye paralel olur.

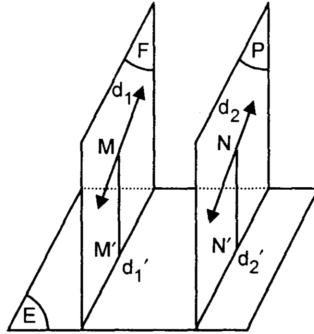
2. d doğrusu E düzlemine dik ise, d nin E üzerindeki izdüşümü, d nin E yi kestiği nokta olur.

TEOREM 11.36

Paralel iki doğrunun bir düzlem üzerindeki izdüşümleri ya birbirine paraleldir ya da çakışıktır.

İSPAT :

d_1 // d_2 ve E düzlemi verilmiş olsun. d_1 üzerindeki M ve d_2 üzerindeki N noktalarından E düzlemine MM′ ve NN′ dikmelerini çizelim.



Aynı düzleme dik olan iki doğru birbirine paralel olacağından MM′ // NN′ olur.

(d_1, MM′) düzlemine F düzlemi,

(d_2, NN′) düzlemine P düzlemi diyelim.

F ile P düzlemlerinin kesişen iki doğruları birbirine paralel olduğundan F // P dir.

$E \cap F = d_1'$, $E \cap P = d_2'$ olsun.

Paralel iki düzlemin üçüncü bir düzlemle arakesitleri birbirine paralel olacağından d_1' // d_2' dür.

d_1' ve d_2' doğruları d_1 ve d_2 nin E düzlemi üzerindeki izdüşümleri olduğundan teorem ispatlanmış olur.

(d_1, d_2) düzlemi E düzlemine dik ise, d_1 ile d_2 nin izdüşümleri bu düzlemlerin arakesiti olur.

SONUÇ :

Birbirine paralel ve eş iki doğru parçasının izdüşümleri de birbirine paralel ve eş olur.

TEOREM 11.37

Bir şeklin paralel iki düzlem üzerindeki izdüşümleri eştir.

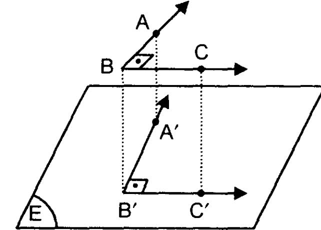
Bir şeklin paralel iki düzlem üzerindeki izdüşümlerinden birinin, diğerinin izdüşümü olduğunu düşünüp Teorem 11.35 ve Teorem 11.36 dan yararlanarak siz ispatlayınız.

TEOREM 11.38

Bir kenarı izdüşüm düzlemine paralel olan, diğer kenarı izdüşüm düzlemine dik olmayan bir dik açının izdüşümü yine bir dik açıdır.

İSPAT :

$\widehat{ABC}$ dik açısının E düzlemi üzerindeki izdüşümü $\widehat{A'B'C'}$ ve BC // E olsun.



BC // E ⇒ BC // B′C′ ① ve

BB′ ⊥ E ⇒ BB′ ⊥ B′C′ ② dür.

① ve ② den BC ⊥ BB′ bulunur.

BC ⊥ BA ve BC ⊥ BB′ ise BC ⊥ (ABB′A′) ve buradan BC ⊥ B′A′ olur.

Paralel iki doğrudan birine dik olan doğru diğerine de dik olacağından B′A′ ⊥ B′C′ dür.

TEOREM 11.39

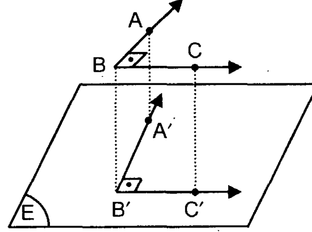
Bir kenarı izdüşüm düzlemine paralel olan bir açının izdüşümü bir dik açı ise, bu açı da bir dik açıdır.

Teorem 11.38 in ispatından yararlanarak siz ispatlayınız.

TEOREM 11.40

Bir dik açının bir düzlem üzerindeki izdüşümü yine bir dik açı ise, bu açının en az bir kenarı izdüşüm düzlemine paraleldir.

İSPAT :



$\widehat{ABC}$ dik açısının E düzlemindeki izdüşümü $\widehat{A'B'C'}$ dik açısı olsun.

İzdüşümün tanımına göre $A'B' \perp BB'$ ve $B'C' \perp BB'$ dür.

$A'B' \perp B'C'$ de verildiğinden $A'B' \perp (B'C'CB)$,

$B'C' \perp (A'B'BA)$ ve $A'B' \perp BC$ olur.

Şimdi $BC \perp A'B'$, $BC \perp AB$ olduğunu ve AB ile A'B' nün aynı düzlemde bulunduğunu biliyoruz. Demek ki, BC doğrusu (A'B'BA) düzleminin AB ve A'B' gibi iki doğrusuna diktir.

AB doğrusu ile A'B' doğrusu birbirlerine ya paraleldir ya da değildir.

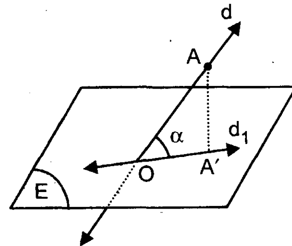
AB // A'B' kabul edilmesi durumunda AB // E olacağı için, ispat tamamlanmış olur.

AB ∦ A'B' ise BC doğrusu (A'B'BA) düzleminin kesişen iki doğrusuna dik olacağından $BC \perp (A'B'BA)$ olur. Aynı zamanda, $B'C' \perp (A'B'BA)$ olduğundan BC // B'C' olması gerekir. Bu durumda da BC // E olur.

Böylece, AB ve BC den en az birinin izdüşüm düzlemine paralel olduğu ispatlanmış olur.

TANIM 11.10

Bir doğrunun, bir düzlem üzerindeki izdüşümü ile yaptığı açıya, **bu doğru ile düzlemin arasındaki açı** denir.



d doğrusu ile buna ait A noktasının E düzlemi üzerindeki izdüşümleri d' ile A' olsun.

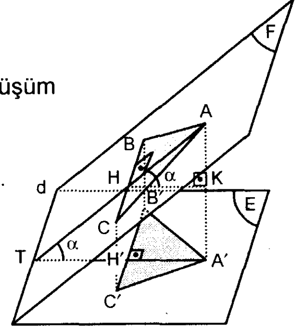
$d \cap E = \{O\}$ ise

AOA' açısı d doğrusu ile E düzlemi arasındaki açıdır.

TEOREM 11.41

Bir düzlemsel şeklin bir düzlem üzerindeki izdüşümünün alanı, şeklin alanı ile şekil düzlemi ve izdüşüm düzlemi arasındaki açının kosinüsünün çarpımına eşittir.

İSPAT :



İspatı, [BC] kenarı E izdüşüm düzlemine paralel olan $\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeni için yapalım.

$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin düzlemi F ve bu üçgenin E deki izdüşümü $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ olsun

$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin [AH] yüksekliğinin izdüşümü [A'H'] ise [AH ile [A'H', (E) ile (F) nin d arakesiti üzerinde kesişirler ve d ye dik olurlar. (Neden?)

Buna göre $(\widehat{E,d,F})$ açısının ölçek açısı $\widehat{ATA'}$ dür. (ATA') düzleminde HK // H'A' çizersek H'A'KH bir dikdörtgen olup $|HK| = |H'A'|$ ve $\widehat{AHK} \cong \widehat{ATA'}$ olur.

$m(\widehat{ATA'}) = \alpha$, $|BC| = |B'C'| = a$, $|AH| = h$ ve

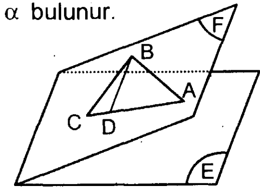
$|A'H'| = |HK| = h'$ diyelim.

$\overset{\Delta}{AHK}$ dik üçgeninde $\cos\alpha = \dfrac{|HK|}{|AH|}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{h'}{h} \Rightarrow h' = h\cdot\cos\alpha$ olup

$$\frac{A(\overset{\Delta}{ABC})}{A(\overset{\Delta}{A'B'C'})} = \frac{\frac{a\cdot h}{2}}{\frac{a\cdot h'}{2}} = \frac{\frac{a\cdot h}{2}}{\frac{a\cdot h\cdot\cos\alpha}{2}}$$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{A'B'C'}) = A(\overset{\Delta}{ABC})\cdot\cos\alpha$ bulunur.



$\overset{\Delta}{ABC}$ üçgeninin herhangi bir kenarı izdüşüm düzlemine paralel olmasaydı, uygun bir köşesinden izdüşüm düzlemine bir paralel çizilerek üçgen, bir kenarı izdüşüm düzlemine paralel olan iki üçgene dönüştürülebilirdi. Düzlemsel şekillerin sınırlı ya da sınırsız sayıda üçgensel bölgenin birleşimi olduğu düşünülürse, teorem bütün düzlemsel şekiller için geçerlidir. Bir düzlemsel şeklin alanı S, izdüşümünün alanı S' ve şekil düzlemi ile izdüşüm düzleminin arasındaki açının ölçüsü α ise,

$\mathbf{S' = S\cdot\cos\alpha}$ dır.

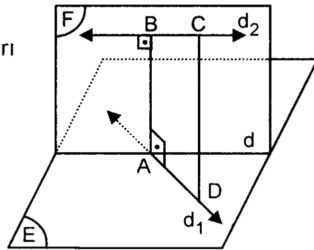
TANIM 11.11

İki aykırı doğrunun ikisini de dik kesen doğruya, bu aykırı doğruların **ortak dikmesi** denir. Ortak dikmenin, aykırı doğrularla sınırlanan parçasının uzunluğuna, bu aykırı doğruların arasındaki **uzaklık** adı verilir.

TEOREM 11.42

İki aykırı doğruya bir ve yalnız bir ortak dikme çizilebilir.

İSPAT :



d_1 ile d_2 aykırı doğruları verilmiş olsun.

d_1 den geçen ve d_2 ye paralel olan E düzlemi ile d_2 den geçen ve E ye dik olan F düzlemini çizelim. (Nasıl?)

$E \cap F = d$ ve $d_1 \cap d = \{A\}$ diyelim. (A, d_2) düzleminde $AB \perp d_2$ çizersek AB doğrusu aranan dikme olur.

Çünkü;

d_2 // E olduğundan d_2 // d ve $AB \perp d_2$ dir. Dik iki düzlemden birinin içinde arakesite dik olan her doğru diğer düzleme dik olacağından $AB \perp E$ ve dolayısıyla $AB \perp d_1$ olur.

Şimdi, AB ortak dikmesinin bir tane olduğunu gösterelim.

CD de d_1 ile d_2 doğrularının başka bir ortak dikmesi olsun. $CD \perp d_2$ ise d_2 // d olduğundan $CD \perp d$ olur. Aynı zamanda $CD \perp d_1$ kabul ettiğimizden $CD \perp E$ ve $CD \subset F$ olması gerekir.

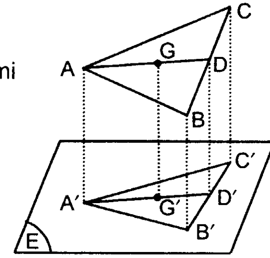
Halbuki CD doğrusu F düzlemine ait değildir.

Öyleyse, d_1 ile d_2 nin AB den başka ortak dikmesi olamaz.

ÖRNEK 11.16

Bir üçgenin ağırlık merkezinin bir düzlem üzerindeki izdüşümünün, bu üçgenin aynı düzlem üzerindeki izdüşümünün ağırlık merkezi olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin (E) düzlemi üzerindeki izdüşümü $\overset{\triangle}{A'B'C'}$, [BC] nin D ortası ile G ağırlık G ağırlık merkezinin izdüşümleri de D′ ile G′ olsun.

(BB′C′C) düzleminde BB′ // DD′ // CC′ ve B, C, D noktaları ile B′, C′, D′ noktaları doğrusal olduğundan I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|B'D'|}{|D'C'|} = \frac{|BD|}{|DC|} \Rightarrow |B'D'| = |D'C'|$ olur ki bu, [A′D′] kenarortay demektir. Aynı şekilde, (AA′D′D) düzleminde

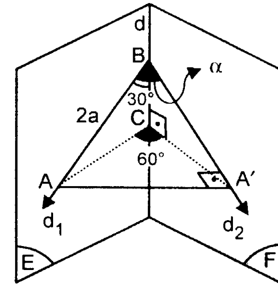
$\frac{|A'G'|}{|G'D'|} = \frac{|AG|}{|GD|} \Rightarrow \frac{|A'G'|}{|G'D'|} = \frac{2}{1}$ bulunur.

Öyleyse, G′ noktası A′B′C′ üçgeninin ağırlık merkezidir.

ÖRNEK 11.17

$m(\widehat{E,d,F}) = 60°$ dir. E düzlemi içinde, d arakesiti ile 30° lik açı yapan bir d_1 doğrusunun F düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü α ise $\sin\alpha$ değeri nedir?

ÇÖZÜM :



d_1 doğrusu d yi B de kessin. d_1 üzerindeki bir A noktasının F deki izdüşümü A′ olsun. $A'C \perp d$ çizelim.

Üç Dikme Teoremi'ne göre $AC \perp d$ olacağından, $\widehat{ACA'}$ açısı $(\hat{E})$ düzlemi ile $(\hat{F})$ düzlemi arasındaki açının ölçek açısıdır.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $m(\widehat{ACB}) = 90°$ ve $m(\widehat{ABC}) = 30°$ olduğundan, $|AB| = 2a$ ise $|AC| = a$;

$\overset{\triangle}{ACA'}$ dik üçgeninde

$m(\widehat{AA'C}) = 90°$ ve $m(\widehat{ACA'}) = 60°$ olduğundan

$|AC| = a$ ise $|A'C| = \frac{a}{\sqrt{3}}$ ve $|AA'| = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ olur.

$\overset{\triangle}{AA'B}$ dik üçgeninde $\sin\alpha = \dfrac{|AA'|}{|AB|}$

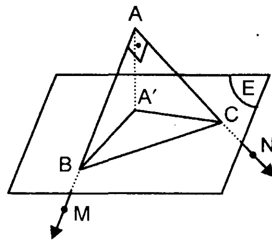
$\Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{\frac{2a}{\sqrt{3}}}{2a} \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ bulunur.

ÖRNEK 11.18

Kenarları izdüşüm düzlemini kesen bir dik açının izdüşümünün geniş açı olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

$\widehat{MAN}$ dik açısının kenarları E düzlemini B ve C de kessin. A nın E deki izdüşümü A′ olsun.



$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$ ① dir.

$\overset{\triangle}{AA'B}$ dik üçgeninde $|A'B| < |AB|$ ve

$\overset{\triangle}{AA'C}$ dik üçgeninde $|A'C| < |AC|$ olduğundan, ① eşitliğinde $|AB|$ yerine $|A'B|$, $|AC|$ yerine $|A'C|$ koyulursa eşitliğin sağ tarafı küçülür ve

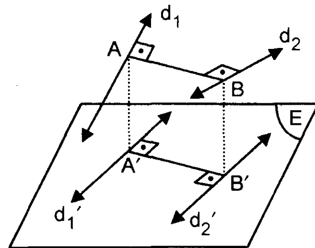
$|BC|^2 > |A'B|^2 + |A'C|^2$ olur ki bu da $\widehat{BA'C}$ açısının geniş açı olduğunu gösterir.

ÖRNEK 11.19

Öyle bir düzlem belirtiniz ki d_1 ile d_2 aykırı doğrularının bu düzlem üzerindeki izdüşümleri birbirine paralel olsun.

ÇÖZÜM :

d_1 ve d_2 aykırı doğrularının, [AB] ortak dikmesine paralel olan bir E düzlemi alalım.



d_1 ve d_2 ile bunların [AB] ortak dikmesinin E üzerindeki izdüşümleri d_1', d_2', [A′B′] olsun. A ve B deki dik açıların AB kenarı E ye paralel olduğundan Teorem 11.38 gereğince, bunların izdüşümü olan A′ ve B′ deki açılar da dik açıdır.

O halde, A′B′ ye dik olan düzlemsel d_1' ve d_2' doğruları birbirine paraleldir.

11.2 KATI CİSİMLER, ALANLARI VE HACİMLERİ

TANIM 11.12

Düzlemler veya eğri yüzeylerle sınırlanan uzay parçasına **katı cisim** ve sınırlayan yüzeylere **katı cismin yüzleri** denir.

Bu tanımda geçen "eğri yüzey" düzlemsel olmayan yüzeydir. Uzayda, sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi (bilyenin yüzeyi gibi), sabit bir doğrudan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi (sobanın borusu gibi), gözlüğünüzün camının yüzeyi... eğri yüzeylere birer örnektir.

11.2.1 PRİZMALAR

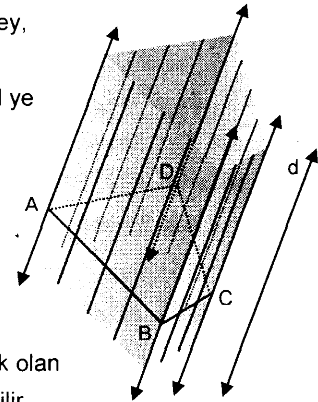
TANIM 11.13

Bir çokgen ile bunun düzleminde bulunmayan bir d doğrusu verilmiş olsun. Bu çokgene ait noktalardan geçen ve d doğrusuna paralel olan doğruların kümesine **prizmatik yüzey** denir

Bu doğrulardan, çokgenin köşelerinden geçenlerine prizmatik yüzeyin **yanal ayrıtları**,

ardışık iki yanal ayrıtla sınırlanan düzlem parçasına prizmatik yüzeyin **yanal yüzü** adı verilir.

Şekildeki prizmatik yüzey, ABCD dörtgenine ait noktalardan geçen ve d ye paralel olan doğruların kümesidir.
Bir prizmatik yüzeyin bir düzlemle arakesiti olan çokgene prizmatik yüzeyin **kesiti** denir.
Düzlemi yanal ayrıta dik olan kesite **dik kesit** adı verilir.

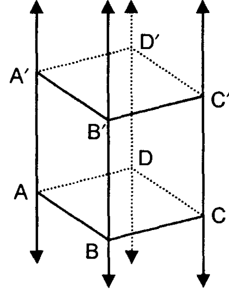


TEOREM 11.43

Bir prizmatik yüzeyin birbirine paralel kesitleri eştir.

İSPAT :

Kesit düzlemlerinin, prizmatik yüzeyin yüzleri ile arakesitleri birbirine paralel olacağından bu düzlemler her yüz üzerinde bir paralelkenar ayırırlar. Buna göre, kesit çokgenlerinin karşılıklı kenarları eş ve paralel olur. kenarların karşılıklı olarak paralel olması, bu çokgenlerin açılarının da eş olmasını gerektirir. O halde çokgenler eştir.

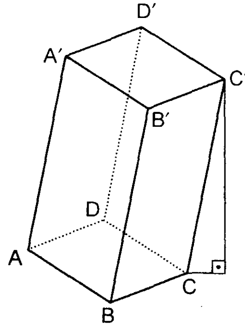


TANIM 11.14

Bir prizmatik yüzey ile bunun yanal ayrıtlarını kesen paralel iki düzlemin sınırladığı katı cisme **prizma** denir.

Prizmatik uzay parçasının paralel düzlemlerle arakesitleri olan çokgensel bölgelere prizmanın **tabanları** adı verilir. Tabanlara ait ayrıtlar, prizmanın **taban ayrıtları**dır.

Şekildeki prizmada ABCD alt taban, A′B′C′D′ üst tabandır. Tanımlar gereği $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, $[DD']$ yanal ayrıtları eş ve paraleldir. Bunun sonucu olarak



ABB′A′, BCC′B′, CDD′C′, ADD′A′ yanal yüzleri birer paralelkenardır.

İki tabanı arasındaki uzaklığa, **prizmanın yüksekliği** denir.

Bir prizma genellikle köşeleri ile belirtilir.

ABCDA′B′C′D′ prizması gibi.

Yanal ayrıtları taban düzlemine dik olan prizmaya **dik prizma**, dik olmayan prizmaya da **eğik prizma** denir.

Prizmanın tanımı gereği, bir dik prizmada yanal yüzler dikdörtgendir; yanal ayrıtlar yüksekliğe eşittir.

TEOREM 11.44

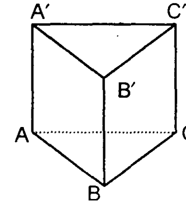
Tabanları eş ve yükseklikleri eş olan iki dik prizma eştir.

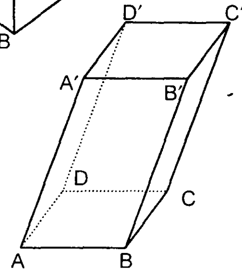
Üç boyutlu şekillerin eşliği ve benzerliği başka bir geometrinin konusudur. Bu kavramlar için burada bir tanım veremeyeceğiz. Katı cisimlerin eşliğini sezgiyle algılayabilmeniz için, aynı kalıptan çıkan katı cisimlerin eş olduğunu söyleyebiliriz.

Bu yaklaşımla, Teorem 11.44'ü ispatlamadan kabul ediyoruz.

Prizmalar, tabanlarının biçimine ve dik olup olmadıklarına göre adlandırılırlar.

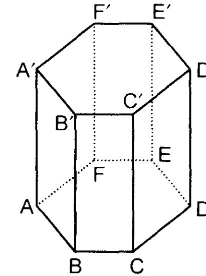
Üçgen dik prizma
(Tabanı bir üçgen olan dik prizma)





Kare prizma
(Tabanı kare olan eğik prizma)

Düzgün altıgen dik prizma
(Tabanı düzgün altıgen olan dik prizma)



TANIM 11.15

Tabanı paralelkenar olan prizmaya **paralelyüz**,

tabanı paralelkenar olan dik prizmaya **dik paralelyüz**,

tabanı dikdörtgen olan dik prizmaya **dikdörtgenler prizması**,

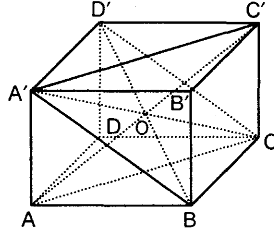
bütün ayrıtları birbirine eş olan dikdörtgenler prizmasına **küp** denir.

Bir paralelyüzde, ayrıtların dörder dörder eş olduğu ve karşılıklı yüzlerin eş olduğu tanımlardan kolayca çıkarılır.

TEOREM 11.45

Bir paralelyüzde köşegenler bir noktada kesişir ve birbirini ortalar.

İSPAT :



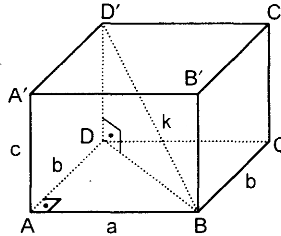
ACC'A' ile A'BCD' dörtgenlerinin paralelkenar olduğunu görünüz.

ACC'A' paralelkenarında [AC'] ile [A'C] köşegenleri, O orta noktalarında kesişirler. A'BCD' paralelkenarında [BD'] köşegeni de [A'C] nin O ortasından geçer ve O tarafından ortalanır. Aynı şekilde, A'BCD' ile BDD'B' paralelkenarları da birlikte ele alınarak [B'D] nin de O dan geçtiği ve O tarafından ortalandığı gösterilebilir.

TEOREM 11.46

Bir dikdörtgenler prizmasının bir köşegeninin uzunluğunun karesi, bir köşeden geçen üç ayrıtın uzunluklarının karelerinin toplamına eşittir.

İSPAT :



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

$|AB| = a$, $|AD| = b$,

$|AA'| = c$ ve $|BD'| = k$

olsun.

$\overset{\triangle}{ABD}$ dik üçgeninde $|BD^2| = a^2 + b^2$ ① ve

$\overset{\triangle}{D'DB}$ dik üçgeninde $|BD'|^2 = |BD|^2 + |DD'|^2$ ② dir.

$|BD|$ nin ① deki değeri ile $|DD'| = c$ değeri ② de yerlerine koyulursa $k^2 = a^2 + b^2 + c^2$ elde edilir.

Buna göre

$k = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ dir.

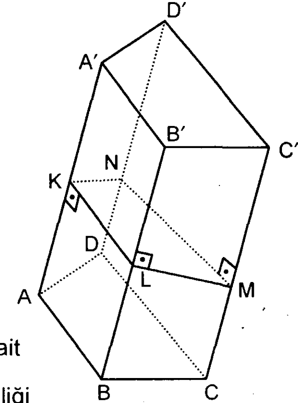
SONUÇ :

Küpte $a = b = c$ olduğundan kübün köşegeninin uzunluğu $k = a\sqrt{3}$ tür.

TEOREM 11.47

Bir eğik prizmanın yanal alanı, dik kesitinin çevresi ile yanal ayrıtının çarpımına eşittir.

İSPAT :



Şekildeki prizmanın dik kesiti KLMN, bir yanal ayrıtının uzunluğu ℓ olsun. Yanal yüzlerin birer paralelkenar olduğunu biliyoruz. [KL], [LM], [MN], [KN], ait oldukları yüzlerin yüksekliği olduğundan, yanal alan S_Y ve dik kesit çevresi $Ç_D$ ise

$S_Y = \ell \cdot |KL| + \ell \cdot |LM| + \ell \cdot |MN| + \ell \cdot |KN|$

$\Rightarrow S_Y = (|KL| + |LM| + |MN| + |KN|) \cdot \ell$

$\Rightarrow S_Y = Ç_D \cdot \ell$ bulunur.

SONUÇLAR :

1. Bir dik prizmanın yanal alanı, tabanının çevresi ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

$\mathbf{S_Y = Ç_D \cdot h}$

2. Bir dikdörtgenler prizmasının alanı, bir köşedeki ayrıt uzunlukları a, b, c olmak üzere

$\mathbf{S = 2(ab + ac + bc)}$ dir.

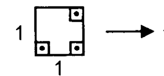
3. Kübün alanı, bir ayrıtının uzunluğu a ise

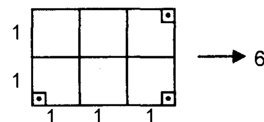
$\mathbf{S = 6a^2}$ dir.

Bu sonuçları siz kolayca ispatlayabilirsiniz.

11.2.2 KATI CİSİMLERİN HACİMLERİ

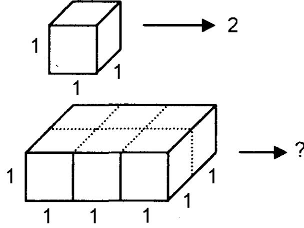
Çokgensel bölgelerle pozitif gerçek sayılar arasındaki bir eşlemede, her çokgensel bölgeye bir tek pozitif sayının karşı geldiğini ve bu gerçek sayıya o çokgensel bölgenin alanı denildiğini 4. bölümde vermiştik. Böyle bir eşlemede, bir kenarının ölçüsü 1 olan karesel bölgeye 1 sayısı eşlenirse, kenarlarının ölçüleri 3 ve 2 olan dikdörtgensel bölgeye 6 sayısının eşleneceğini biliyorsunuz.





Pozitif gerçek sayılarla katı cisimler arasında da buna benzer bir eşleme yapılabilir. Bir kenarının ölçüsü 1 olan bir kübe, örneğin 2 sayısı eşlenebilir. Bu durumda, ayrıtlarının ölçüleri 3, 2, 1 olan bir dikdörtgenler prizmasına hangi sayının eşlenmesi gerektiğini sezginizle söyleyebilir misiniz?

Şu anda cevap vermek zor olabilir; ama şekilleri çizersek bu çok kolaylaşır.



Sanıyoruz, 12 diyeceksiniz.

Bu açıklamalardan sonra, vereceğimiz aksiyomların daha kolay anlaşılabileceğini umuyoruz.

AKSİYOM 11.1

Her katı cisme bir ve yalnız bir gerçek sayı karşı gelir.

AKSİYOM 11.2

Aksiyom 11.1 ile bir katı cisme karşılık getirilen sayıya, o katı cismin hacmi denir.

AKSİYOM 11.3

Bir katı cismin hacmi, bu katı cismi oluşturan ayrık parçaların hacimlerinin toplamına eşittir.

AKSİYOM 11.4

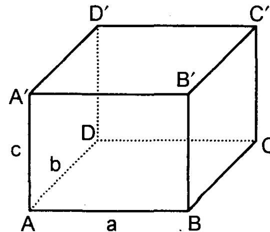
Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, bir köşeden geçen ayrıtlarının ölçülerinin çarpımına eşittir.

Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

$|AB| = a$, $|AD| = b$,

$|AA'| = c$ ise

$V = a \cdot b \cdot c$ dir.



$A(ABCD) = a \cdot b$ ve prizmanın yüksekliği c olduğundan Aksiyom 11.4, "**V = Taban alanı · Yükseklik**" olarak da ifade edilebilir.

SONUÇLAR :

1. Bir kenarının uzunluğu a olan kübün hacmi a^3 tür.

2. Hacim birimi uzunluk birimi cinsinden ifade edilir.

Örneğin, uzunluk birimi cm ise hacim birimi cm^3, uzunluk birimi m ise hacim birimi m^3 tür.

ÖRNEK 11.20

Bir köşeden geçen ayrıtlarının ölçüleri $a = 3$ cm, $b = 2$ cm ve $c = 1$ cm olan dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

$V = 3\,cm \cdot 2\,cm \cdot 1\,cm$

$\Rightarrow V = 6\ cm^3$ tür.

AKSİYOM 11.5 (Cavalieri İlkesi)

İki katı cisim ile bir düzlem verilmiş olsun. Verilen düzleme paralel olan her düzlemle bu cisimlerin arakesitleri eşit alanlı iseler, bu iki cisim eşit hacimlidir.

Bu aksiyom, katı cisimlerin hacimlerini hesaplamada temel dayanağımız olacaktır.

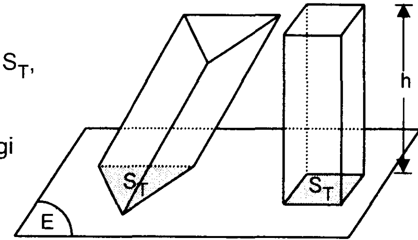
SONUÇ : Eş katı cisimlerin hacimleri eşittir.

TEOREM 11.48

Bir prizmanın hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

İSPAT :

Taban alanı S_T, yüksekliği h olan herhangi bir prizma, örneğin



şekildeki üçgen prizma verilmiş olsun.

Taban alanı S_T ve yüksekliği h olan bir dikdörtgenler prizmasını, üçgen prizmanın E taban düzlemine oturtalım.

Teorem 11.43 gereğince, prizmalardan her birinin, E ye paralel bir düzlemle arakesiti, bu prizmanın tabanı ile eştir. Prizmaların tabanları eşit alanlı olduğuna göre, bu kesitler de eşit alanlıdır.

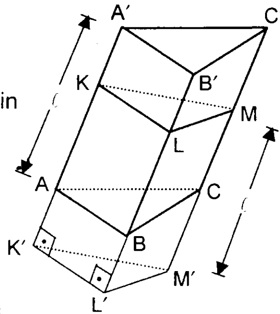
Öyleyse, Aksiyom 11.5 gereğince, verilen prizmanın hacmi, bizim aldığımız dikdörtgenler prizmasının hacmine eşit olacaktır.

Dikdörtgenler prizmasının hacmi $V = S_T \cdot h$ olduğuna göre verilen prizmanın hacmi de $V = S_T \cdot h$ olur.

TEOREM 11.49

Bir eğik prizma, bunun dik kesitini taban ve yanal ayrıtını yükseklik olarak kabul eden dik prizmaya denktir.

İSPAT :



İki prizmanın birbirine denk olması, hacimlerinin aynı olması demektir.

ABCA′B′C′ üçgen prizmasının bir dik kesiti KLM olsun.

Prizmayı (KLM) düzlemi ile kesip KLMA′B′C′ parçasını K′L′M′ABC konumuna getirirsek ABCA′B′C′ eğik primasını, K′L′M′KLM dik prizmasına dönüştürmüş oluruz.

Öyleyse, V(ABCA′B′C′) = V(K′L′M′KLM) dir.

SONUÇ : Bir eğik prizmanın hacmi, dik kesitinin alanı ile bir yanal ayrıtının çarpımına eşittir.

$V = S_K \cdot \ell$

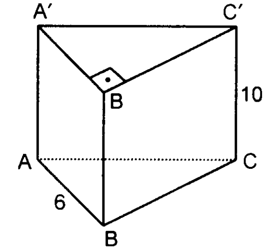
NOT : Bu teoremin ispatını yaparken, bilgilerimizin sınırlarını zorlayarak, **öteleme dönüşümü**nden yararlandık. KLMA′B′C′ şeklini K′L′M′ABC konumuna getirmek demek, KLMA′B′C′ şeklinin her noktasını [A′A doğrultusunda $|A'A|$ kadar ötelemek demektir.

K′L′M′ABC şekli KLMA′B′C′ şeklinin, bu öteleme dönüşümü ile elde edilmiş görüntüsüdür. Bir şekil ile onun ötelenmişi eştir.

ÖRNEK 11.21

Bir dik üçgen dik prizmanın tabanının dik kenarları 6 cm ve 8 cm, yüksekliği 10 cm dir. Prizmanın alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :



ABCA′B′C′ dik üçgen dik prizmasında

$|AB| = 6$ cm,

$|BC| = 8$ cm ve

h = 10 cm olsun.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$\Rightarrow |AC|^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow |AC| = 10$ cm dir.

Prizmanın yanal alanı S_Y, tabanının çevresi $Ç_T$ ise

$S_Y = Ç_T \cdot h \Rightarrow S_Y = (6+8+10) \cdot 10$

$\Rightarrow S_Y = 240$ cm^2 olur.

Prizmanın taban alanı

$S_T = \dfrac{6 \cdot 8}{2} \Rightarrow S_T = 24$ cm^2 olduğundan toplam alan

$S = 240 + 2 \cdot 24$

$\Rightarrow S = 288$ cm^2 bulunur.

Prizmanın hacmi,

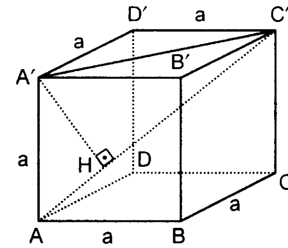
$V = S_T \cdot h \Rightarrow V = 24 \cdot 10$

$\Rightarrow V = 240$ cm^3 tür.

ÖRNEK 11.22

Bir kenarının uzunluğu a olan bir kübün bir kenarının, bu kenarla aynı düzlemdeki bir köşegeni üzerindeki izdüşümünün uzunluğu nedir?

ÇÖZÜM :



Şekildeki kübün [AC′] köşegenine [A′H] dikmesini çizelim.

$|AH|$ uzunluğunu bulacağız.

$AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp A'C'$ olup $\overset{\triangle}{AA'C}$ bir dik üçgendir.

$\overset{\triangle}{A'C'D'}$ dik üçgeninde $|A'C'| = a\sqrt{2}$ dir.

$\overset{\triangle}{A'AC'}$ dik üçgeninde

$|AC'|^2 = |AA'|^2 + |A'C'|^2 \Rightarrow |AC'|^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow |AC'| = a\sqrt{3}$ ve

$|A'A|^2 = |AH| \cdot |AC'| \Rightarrow a^2 = |AH| \cdot a\sqrt{3}$

$\Rightarrow |AH| = \dfrac{a \cdot \sqrt{3}}{3}$ bulunur.

ÖRNEK 11.23

Taban alanı 30 cm^2 olan bir prizmanın yüksekliği 8 cm ve bir yanal ayrıtı 10 cm dir. Buna göre, prizmanın dik kesitinin alanı kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM :

S_K kesit alanı, S_T taban alanı, ℓ yanal ayrıt uzunluğu ve h yükseklik olmak üzere,

$V = S_K \cdot \ell = S_T \cdot h \Rightarrow S_K \cdot 10 = 30 \cdot 8$

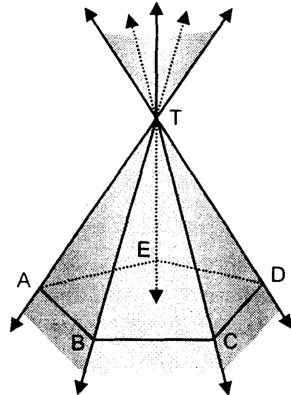
$\Rightarrow S_K = 24$ cm^2 olur.

11.2.3 PİRAMİTLER

TANIM 11.16

Bir çokgen ile bunun düzlemi dışında bir T noktası verilmiş olsun. Bu çokgene ait noktalar ile T noktasından geçen doğruların kümesine **piramidal yüzey** denir.

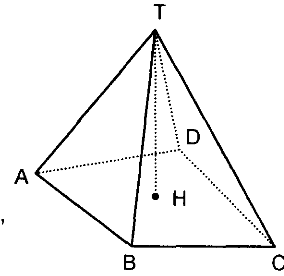
Şekilde ABCDE beşgeni ile T noktasının belirttiği piramidal yüzey gösterilmiştir. T noktasına piramidal yüzeyin **tepesi** denir.



TANIM 11.17

Bir piramidal yüzeyin bir kanadı ile, bütün ayrıtları kesen bir düzlem tarafından sınırlanan katı cisme **piramit** denir.

Şekildeki piramitte, T noktası piramidin **tepesi**, ABCD kesit dörtgeni pramidin **tabanı**, [TA], [TB]... piramidin **yanal ayrıtları**, $\overset{\triangle}{TAB}$, $\overset{\triangle}{TBC}$ ... piramidin **yanal yüzleridir**.

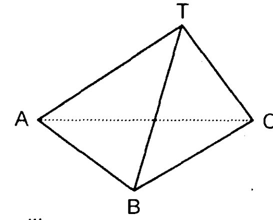


Tepeden tabana indirilen dikmenin tepe ile taban arasında kalan parçasına piramidin **yüksekliği** denir.

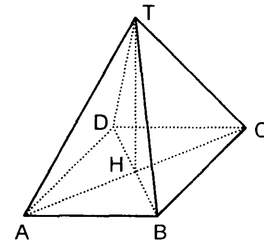
Şeklimizde TH $\perp$ (ABCD) ise [TH] yüksekliktir.

Tabanı düzgün çokgen olan ve yükseklik ayağı, tabanının merkezinde bulunan piramide **düzgün piramit** denir. Piramitler de, prizmalar gibi tabanlarına göre adlandırılırlar.

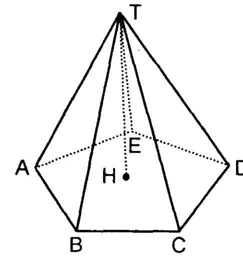
(T, ABC) piramidi bir **üçgen piramit**tir. Buna dörtyüzlü de denir. Bütün ayrıtları eş olan dörtyüzlüye **düzgün dörtyüzlü** adı verilir.



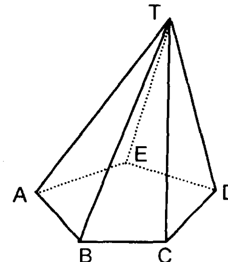
ABCD bir kare ve [TH] yüksekliğinin ayağı bunun merkezi ise, (T, ABCD) piramidi bir **kare düzgün piramit**tir.



ABCDE bir düzgün beşgen ve [TH] yüksekliğinin ayağı bunun merkezi ise (T, ABCDE) piramidi bir **düzgün beşgen düzgün piramit**tir.



ABCDE bir düzgün beşgen ise (T, ABCDE) piramidi bir **düzgün beşgen piramit**tir.

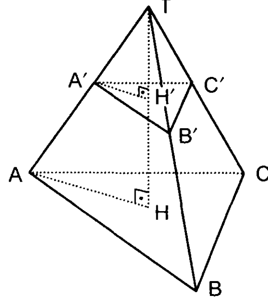


TEOREM 11.50

Bir üçgen piramit tabanına paralel bir düzlemle kesildiğinde kesit üçgeni taban ile benzerdir ve benzerlik oranı bunların tepeden olan uzaklıklarının oranına eşittir.

İSPAT :

(T, ABC) piramidinin, tabanına paralel bir kesiti A′B′C′ olsun. Paralel iki düzlemin, üçüncü düzlemlerle arakesitleri birbirine paralel olacağından



$A'B' \parallel AB$, $A'C' \parallel AC$, $B'C' \parallel BC$ olup $\hat{A}$ ile $\hat{A'}$, $\hat{B}$ ile $\hat{B'}$, $\hat{C}$ ile $\hat{C'}$ açıları, kenarları aynı yönlü açılar olur.

Buna göre,

$\overset{\triangle}{A'B'C'} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ (A.A.A.) dir.

$[TH] \perp (ABC)$ ve $[TH] \cap (A'B'C') = \{H'\}$ ise

$[TH] \perp (A'B'C')$ dür.

(TAH) düzleminde $A'H' \parallel AH$ olacağından,

I. Thales Teoremi'ne göre $\dfrac{|TA'|}{|TA|} = \dfrac{|TH'|}{|TH|}$ ①

ve (TAB) düzleminde II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|TA'|}{|TA|} = \dfrac{|A'B'|}{|AB|}$ ② olup ① ve ② den

$\dfrac{|A'B'|}{|AB|} = \dfrac{|TH'|}{|TH|}$ bulunur ki bu $\overset{\triangle}{A'B'C'}$ ile $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgenlerinin benzerlik oranıdır.

TEOREM 11.51

Bir piramit, tabanına paralel bir düzlemle kesildiğinde, kesit çokgeni taban ile benzerdir ve benzerlik oranı bunların tepeden olan uzaklıklarının oranına eşittir.

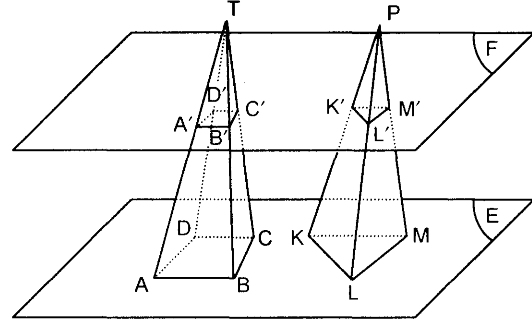
Teorem 11.50 nin ispatındaki yolla ispatlayınız.

SONUÇLAR :

1. Bir piramit, tabanına paralel bir düzlemle kesildiğinde, kesit alanının taban alanına oranı, bunların tepeden olan uzaklıklarının karelerinin oranına eşittir.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})} = \left(\frac{|TH|}{|TH'|}\right)^2$$

2. Taban alanları ve yükseklikleri eşit olan iki piramidin, tabanlarından eşit uzaklıktaki kesitleri eşit alanlıdır.



Şekildeki piramitlerin yükseklikleri eşit ve

A(ABCD) = A(KLM) ise A(A′B′C′D′) = A(K′L′M′) dür.

TEOREM 11.52

Taban alanları ve yükseklikleri eşit olan iki piramit eşit hacimlidir.

İSPAT :

Teorem 11.51 den çıkardığımız sonuca göre, tabanları ve yükseklikleri eşit olan iki piramidin, tabanlarından eşit uzaklıktaki kesitleri eşit alanlıdır. **Cavalieri İlkesi**'ne göre de, iki katı cismin verilen bir düzleme paralel olan her düzlemle arakesitleri eşit alanlı iseler, bu iki cisim eşit hacimlidir.

Öyleyse, taban alanları ve yükseklikleri eşit olan iki piramit eşit hacimlidir.

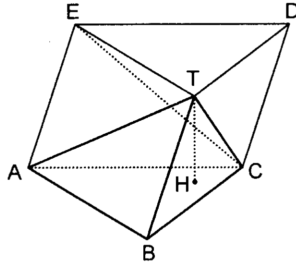
TEOREM 11.53

Bir piramidin hacmi, tabanının alanı ile yüksekliğinin çarpımının üçte birine eşittir.

İSPAT :

Teoremi, önce üçgen piramit için ispatlayalım.

(T, ABC) piramidi verilmiş olsun.



TE // AB, TD // BC, AE // TB ve ED // AC çizerek, piramidi ABCETD prizmasına tamamlayalım. Sonra bu prizmayı (T,ABC), (T,ACE) ve (T,DCE) piramitlerine ayıralım. (T,ACE) ile (T,DCE) piramitlerinin $\overset{\triangle}{ACE}$ ve $\overset{\triangle}{DCE}$ tabanlarının eş olduğunu, T den (ACDE) düzlemine indirilecek dikmenin de bunların yüksekliği olacağını görünüz.

Öyleyse, V(T,ACE) = V(T,DCE) ① dir.

(T,DCE) piramidini de (C,TDE) gibi düşünerek

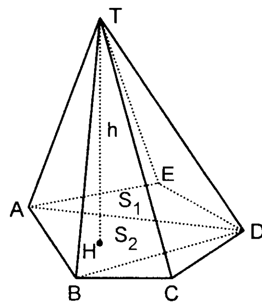
V(T,ABC) = V(C,TDE) ② olduğunu da kolayca görebilirsiniz.

① ve ② den V(T,ABC) = V(T,ACE) = V(T,DCE) olur.

Bu piramitler ABCETD üçgen prizmasını oluşturduğundan, (ABC) tabanına ait yükseklik $[TH]$ olmak üzere, $V(T,ABC) = \frac{1}{3} V(ABCETD)$

$\Rightarrow V(T,ABC) = \frac{1}{3} A(ABC) \cdot |TH|$ bulunur.

Tabanı bir çokgen olan bütün piramitler, şekilde görüldüğü gibi, yükseklikleri $|TH| = h$ ve taban alanları S_1, S_2, S_3... olan üçgen piramitlere parçalanabilir.



Bunların hacimleri toplanırsa,

$$V(T,ABCD...) = \frac{1}{3} S_1 \cdot h + \frac{1}{3} S_2 \cdot h + \frac{1}{3} S_3 \cdot h + ...$$

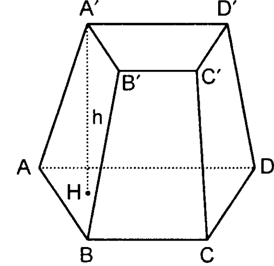
$\Rightarrow V(T,ABCD...) \frac{1}{3} (S_1 + S_2 + S_3 + ...) \cdot h$ ve toplam taban alanına S_T diyerek

$\mathbf{V = \frac{1}{3} S_T \cdot h}$ elde edilir.

TANIM 11.18

Bir piramit, tabanına paralel bir düzlemle kesildiğinde, taban ile bu düzlem arasında kalan kısma **kesik piramit** denir.

Şekildeki ABCDA′B′C′D′ cismi, **alt tabanı** ABCD, **üst tabanı** A′B′C′D′ olan bir kesik piramittir. İki taban arasındaki uzaklığa, kesik piramidin **yüksekliği** denir.

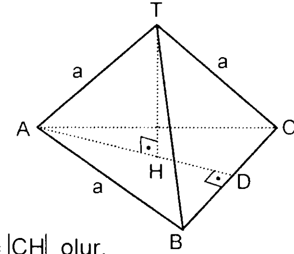


ÖRNEK 11.24

Bir ayrıtının uzunluğu a olan düzgün dörtyüzlünün hacmini hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

Düzgün dörtyüzlüde $[TA] \cong [TB] \cong [TC]$ olduğundan, $TH \perp (ABC)$ ise $\overset{\triangle}{TAH} \cong \overset{\triangle}{TBH} \cong \overset{\triangle}{TCH}$ ve buradan $|AH| = |BH| = |CH|$ olur.



Öyleyse H noktası, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin kenarorta dikmelerinin kesim noktasıdır. $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar olduğundan, bu nokta aynı zaman üçgenin ağırlık merkezidir.

Buna göre $\overset{\triangle}{ABC}$ ügeninde, $[AD]$ kenarortay ise,

$|AD| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ve $|AH| = \frac{2}{3}|AD|$ olduğundan

$|AH| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ tür.

$\overset{\triangle}{TAH}$ dik üçgeninde, $|TH|^2 = |TA|^2 - |AH|^2$

$\Rightarrow |TH|^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} \Rightarrow |TH| = \frac{\sqrt{6}}{3} a$ olur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ olduğundan

$V(T,ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\triangle}{ABC}) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V(T,ABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} a$

$\Rightarrow V(T,ABC) = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ elde edilir.

ÖRNEK 11.25

Bütün ayrıtları eş olan iki kare pramidin taban tabana yapıştırılması ile elde edilen katı cisme **düzgün sekizyüzlü** denir.

Bir ayrıtının uzunluğu a olan **düzgün sekizyüzlü**nün hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :

Sekizyüzlünün (T, ABCD) kısmının hacmini bulup iki katını alacağız.

[TH] yüksekliğinin H ayağının, karenin merkezi olacağını görünüz.

Buna göre

$|AH| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ olup $\overset{\Delta}{TAH}$ dik üçgeninde

$|TH|^2 = |TA|^2 - |AH|^2 \Rightarrow |TH|^2 = a^2 - \frac{a^2}{2}$

$\Rightarrow |TH| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ olur.

O halde, $V = 2 \cdot V(T, ABCD)$

$\Rightarrow V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot A(ABCD) \cdot |TH| \quad \Rightarrow V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$ elde edilir.

ÖRNEK 11.26

Taban alanı 45 cm^2 ve yüksekliği 9 cm olan bir piramit, tepeden uzaklığı 6 cm olan, tabana paralel bir düzlemle kesiliyor. Elde edilen kesik piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

Taban alanı bilinen piramidin hacmi, tabanın cinsine bağlı olmadığından, en sade piramit üzerinde çözümü yapalım :

Şekildeki üçgen piramitte

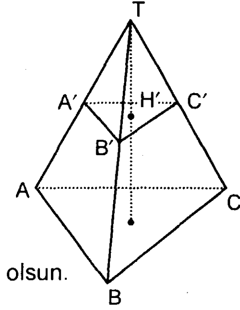
$TH \perp (ABC)$,

$TH \cap (A'B'C') = \{H'\}$,

$(A'B'C') \parallel (ABC)$,

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = 45$ cm^2,

$|TH| = 9$ cm ve $|TH'| = 6$ cm olsun.



$\frac{A(\overset{\Delta}{A'B'C'})}{A(\overset{\Delta}{ABC})} = \left(\frac{|TH'|}{|TH|}\right)^2 \Rightarrow \frac{A(\overset{\Delta}{A'B'C'})}{45} = \left(\frac{6}{9}\right)^2$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{A'B'C'}) = 20$ cm^2 dir.

$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot 9 = 135$ cm^3 ve

$V(T, A'B'C') = \frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 6 = 40$ cm^3 olduğundan, kesik piramidin hacmi $V = 135 - 40 \Rightarrow V = 95$ cm^3 olur.

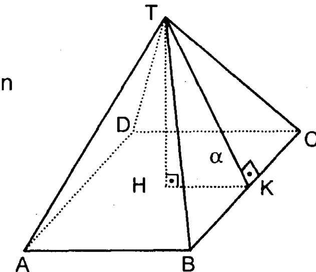
ÖRNEK 11.27

Bir kare düzgün piramidin yüksekliği 8 cm ve bir yanal yüzünün yüksekliği 10 cm dir.

Bu piramidin alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :

(T, ABCD) kare düzgün piramidinin yüksekliği [TH] ve (TBC) yanal yüzüne ait yüksekliği [TK] olsun.



$|TH| = 8$ cm ve $|TK| = 10$ cm verilmiştir.

H noktası karenin merkezi ve K noktası [BC] nin ortası olacaktır.

$\overset{\Delta}{THK}$ dik üçgeninde,

$|HK|^2 = |TK|^2 - |TH|^2 \Rightarrow |HK|^2 = 10^2 - 8^2$

$\Rightarrow |HK| = 6$ cm olur.

O halde, karenin bir kenarının uzunluğu 12 cm dir.

Piramidin alanı bir yanal yüz alanının 4 katı olacağından,

$S_Y = 4 \cdot \dfrac{|BC| \cdot |TK|}{2} \Rightarrow S_Y = 4 \cdot \dfrac{12 \cdot 10}{2}$

$\Rightarrow S_Y = 240 \text{ cm}^2$ dir.

Taban alanı da $S_T = 12^2 \Rightarrow S_T = 144 \text{ cm}^2$ olduğundan toplam alan $S = S_Y + S_T \Rightarrow S = 240 + 144$

$\Rightarrow S = 384 \text{ cm}^2$ bulunur.

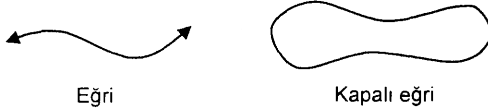
Piramidin hacmi ise

$V = \dfrac{1}{3} S_T \cdot h \Rightarrow V = \dfrac{1}{3} \cdot 144 \cdot 8$

$\Rightarrow V = 384 \text{ cm}^3$ tür.

11.2.4 SİLİNDİRLER

Doğrusal olmayan her çizgi bir **eğri**, düzlemsel olmayan her yüzey bir **eğri yüzey**dir. Bir düzlem ya da eğri yüzey parçasını her yandan sınırlayan eğriye **kapalı eğri** denir.



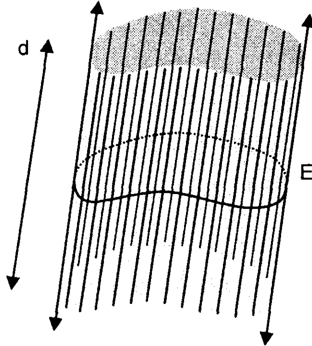
Eğri Kapalı eğri

TANIM 11.19

Bir E kapalı eğrisi ile bunun düzlemine paralel olmayan bir d doğrusu verilmiş olsun. E eğrisini kesen ve d ye paralel olan doğruların kümesine **silindirik yüzey** denir.

E eğrisine bu silindirik yüzeyin **doğrultmanı**, E den geçen ve d ye paralel olan doğruların herbirine silindirik yüzeyin **ana doğrusu** adı verilir.

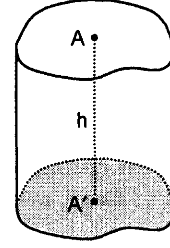
Şekilde, E eğrisi ve d doğrusu ile belirtilen silindirik yüzey gösterilmiştir.



TANIM 11.20

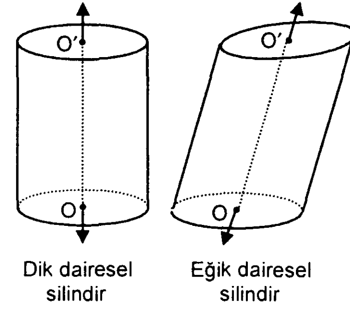
Bir silindirik yüzey ile, anadoğruları kesen paralel iki düzlemin sınırladığı katı cisme **silindir** denir.

Silindirik yüzeyi kesen paralel düzlemlerin, silindirik yüzey ile sınırlanan parçalarına silindirin **tabanları**, tabanların sınırladığı silindirik yüzeye silindirin **yanal yüzeyi** ve tabanlar arasındaki uzaklığa da silindirin **yüksekliği** denir.



Ana doğruları taban düzlemine dik olan silindirlere **dik silindir**, dik olmayan silindirlere **eğik silindir** denir.

Tabanı daire olan silindirlere **dairesel silindir** ve dairesel silindirlerde, tabanların merkezlerinden geçen doğruya **silindirin ekseni** adı verilir.



Dik dairesel silindir Eğik dairesel silindir

NOT : Biz, kitabımızda yalnız dairesel silindirleri inceleyeceğimiz için, "dik dairesel silindir" yerine "dik silindir", "eğik dairesel silindir" yerine "eğik silindir" terimlerini kullanacağız.

TEOREM 11.54

Bir silindirik yüzeyin birbirine paralel kesitleri eştir.

Bir çemberi, (ya da kapalı eğriyi) kenar sayısı sınırsız olan bir çokgen olarak düşünürsek Teorem 11.43, silindirik yüzey içinde geçerlidir.

TEOREM 11.55

Bir silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

İSPAT :

Teorem 11.54 ve Cavalieri İlkesi gereği, bir silindirin hacmi, taban alanı silindirin taban alanına ve yüksekliği silindirin yüksekliğine eşit olan bir prizmanın hacmine eşittir.

Öyleyse, $V = S_T \cdot h$ tır.

Taban yarıçapı r olan bir daire ise, $\mathbf{V = \pi r^2 \cdot h}$ olur.

TEOREM 11.56

Bir dik silindirin yanal alanı, tabanının çevresi ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

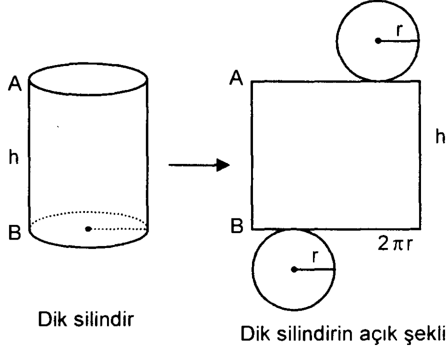
Bir dik prizmanın yanal alanı için geçerli olan Teorem 11.47 dik silindirin yanal alanı için de geçerlidir.

$\mathbf{S_Y = 2\pi r \cdot h}$ tır.

Silindirin yanal alanına tabanlarının alanları da eklenirse silindirin toplam alanı bulunur.

$\mathbf{S = 2\pi r h + 2\pi r^2}$

Teorem 11.56 dan anlaşılacağı gibi, bir dik silindir, bir anadoğrusu boyunca kesilir ve taban çevreleri boyunca ayrılıp açılarak bir düzleme yayılırsa, bir dikdörtgen ile iki daire elde edilir.



Dik silindir   Dik silindirin açık şekli

ÖRNEK 11.28

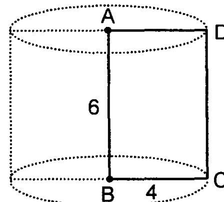
Bir dik silindir, "Bir kenarının konumu ve boyutları sabit tutulan dikdörtgenlerin geometrik yeri" olarak da tanımlanabilir. Başka bir deyişle, bir dikdörtgenin, bir kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen katı cisim bir dik silindirdir. Buna **dönel silindir** de denir.

Buna göre, kenarları $|AB| = 6$ cm ve $|BC| = 4$ cm olan dikdörtgenin, $[AB]$ kenarı etrafında döndürülmesiyle elde edilen dönel silindirin, alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :

Silindirin taban yarıçapı 4 cm ve yüksekliği 6 cm olacaktır.

Buna göre, S_T taban alanı ve S_Y yanal alanı



olmak üzere,

$S = 2 \cdot S_T + S_Y \Rightarrow S = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$

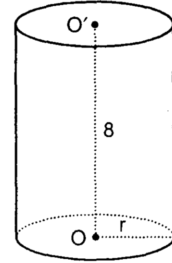
$\Rightarrow S = 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6 \Rightarrow S = 80\pi \text{ cm}^2$ ve

$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \cdot 4^2 \cdot 6 \Rightarrow V = 96\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

ÖRNEK 11.29

Alanı 40π cm² ve yüksekliği 8 cm olan silindirin hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :



$S = 2\pi r h + 2\pi r^2$

$\Rightarrow 40\pi = 2\pi r \cdot 8 + 2\pi r^2$

$\Rightarrow r^2 + 8r - 20 = 0$

$\Rightarrow r = 2$ cm dir.

Buna göre,

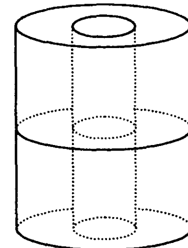
$V = \pi r^2 h = V = \pi \cdot 2^2 \cdot 8$

$\Rightarrow V = 32\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

ÖRNEK 11.30

Taban yarıçapı 9 cm olan dik silindir biçimindeki kabın içinde bir miktar su vardır. Taban yarıçapı 6 cm olan içi dolu bir silindir, öncekinin içine tabanları çakışacak şekilde batırılırsa su yüksekliği kaç katına çıkar?

ÇÖZÜM :



Silindirdeki suyun ilk yüksekliği h olsun ve küçük silindirin batırılması ile su seviyesi x cm yükselsin.

Suyun ilk ve son durumundaki hacimleri eşit olacaktır.

$V_{ilk} = \pi \cdot 9^2 \cdot h$ ①,

$V_{son} = \pi \cdot 9^2(h+x) - \pi \cdot 6^2(h+x)$ ② olup

① ve ② nin eşitliğinden $V_{ilk} = V_{son}$

$\Rightarrow 81\pi h = 81\pi h + 81\pi x - 36\pi h - 36\pi x$

$\Rightarrow 45x = 36h \Rightarrow x = \frac{4}{5}h$ bulunur.

Buna göre son yükseklik, $h + x = \frac{9}{5}h$ olur.

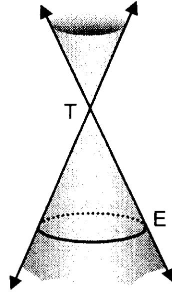
12.2.5 KONİLER

TANIM 11.21

Kapalı bir E eğrisi ile bunun düzlemi dışında bir T noktası verilmiş olsun. T den geçen ve E eğrisini kesen doğruların kümesine **konik yüzey** denir.

T noktasına konik yüzeyin **tepesi**, E eğrisine **doğrultmanı** ve konik yüzeyi oluşturan doğruların herbirine konik yüzeyin **anadoğrusu** adı verilir.

Şekilde E eğrisi ve T noktasının belirlediği konik yüzey gösterilmiştir.



TANIM 11.22

Bir konik yüzeyin bir kanadı ile, bütün anadoğruları kesen bir düzlemin sınırladığı katı cisme **koni** denir.

Konik yüzeyi kesen düzlemin, konik yüzeyle sınırlanan kısmına koninin **tabanı**, konik yüzeyin, taban ve tepe ile sınırlanan kısmına koninin **yanal yüzeyi**, taban çevresi üzerindeki bir noktayı tepeye birleştiren doğru parçasına koninin **anadoğrusu**, tepenin tabana uzaklığına da koninin **yüksekliği** denir.

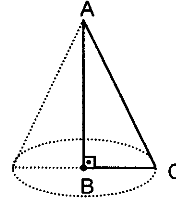
Tabanı daire olan konilere **dairesel koni** ve dairesel konide tabanın merkezi ile tepeden geçen doğruya **koninin ekseni** adı verilir.

Ekseni tabanına dik olan konilere **dik koni**, dik olmayan konilere de **eğik koni** denir.

NOT : Biz, kitabımızda yalnız dairesel konileri inceleyeceğimiz için, **dairesel koni** terimi yerine **koni** terimini kullanacağız.

Bir dik koni, "Bir kenarının konumu ve boyutları sabit tutulan dik üçgenlerin geometrik yeri" olarak da tanımlanabilir.

Diğer bir deyişle, bir dik üçgenin bir dik kenarı etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen katı cisim bir dik konidir. Buna **dönel koni** de denir.



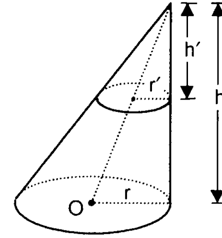
TEOREM 11.57

Bir koninin, tabanına paralel kesitleri bir çemberdir ve bir kesit çemberinin yarıçapı ile tabanının yarıçapının oranları bunların tepeden olan uzaklıklarının oranına eşittir.

Bir koninin taban çemberi sınırsız sayıda kenarı bulunan bir çokgen olarak düşünülebilir. Buna göre bir koniyi, bir piramidin özel bir durumu sayabiliriz. Öyleyse Teorem 11.51 koniler için de geçerlidir.

Şekilde, kesit tabana paralel ise

$\frac{r'}{r} = \frac{h'}{h}$ tır.



SONUÇLAR :

1. Bir koninin ekseni, tabanına paralel olan her kesitinin merkezinden geçer.

2. Bir koni tabana paralel bir düzlemle kesilirse, kesit alanının taban alanına oranı, tepenin bunlara olan uzaklıklarının karelerinin oranına eşittir.

TEOREM 11.58

Bir koninin hacmi, tabanının alanı ile yüksekliğinin çarpımının üçte birine eşittir.

İSPAT :

Teorem 11.57 ve Cavalieri İlkesi gereği, bir koninin hacmi, taban alanı koninin taban alanına ve yüksekliği koninin yüksekliğine eşit olan bir piramidin hacmine eşittir.

Öyleyse, $V = \frac{1}{3} S_T \cdot h$ tır.

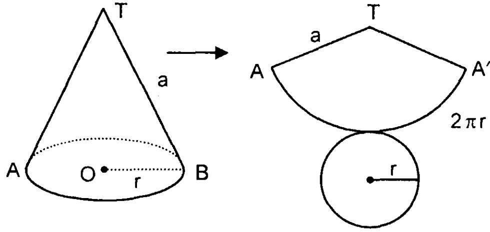
Taban, r yarıçaplı bir daire ise $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$ olur.

TEOREM 11.59

Bir dönel koninin yanal alanı, tabanının çevresi ile anadoğrusunun uzunluğunun çarpımının yarısına eşittir.

Bir dönel koninin, tabanının sınırsız sayıda kenarı bulunan bir düzgün piramit olduğu düşünülerek, taban yarıçapı r, anadoğrusu a ve yanal alanı S_Y olmak üzere, $\mathbf{S_Y = \pi \cdot r \cdot a}$ olduğu çıkarılır.

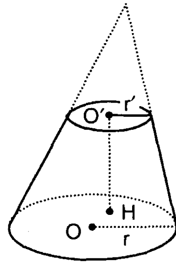
Bir dönel koni, bir anadoğrusu boyunca kesilir ve taban çevresi boyunca ayrılıp açılarak bir düzleme yayılırsa, bir daire kesmesi ile bir daire elde edilir.



TANIM 11.23

Bir koni, tabanına paralel bir düzlemle kesilirse bu düzlem ile taban arasında kalan kısma **kesik koni** denir.

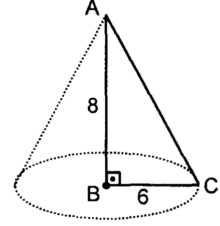
Şekildeki kesik konide, (O; r) **alt taban** ve (O′; r′) **üst taban**dır. Tabanlar arasındaki uzaklık kesik koninin yüksekliğidir.



ÖRNEK 11.31

Dik kenarları $|AB| = 8$ cm ve $|BC| = 6$ cm olan $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninin $[AB]$ kenarı etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen koninin alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :



Oluşan koninin taban yarıçapı $[BC]$, yüksekliği $[AB]$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AC^2| = 8^2 + 6^2 \Rightarrow |AC| = 10$ cm dir.

O halde koninin alanı,

$S = \pi r^2 + \pi r \cdot a \Rightarrow S = \pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 6 \cdot 10$

$\Rightarrow S = 96\pi\ \text{cm}^2$ ve hacmi,

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8$

$\Rightarrow V = 96\,\pi\ \text{cm}^3$ olur.

ÖRNEK 11.32

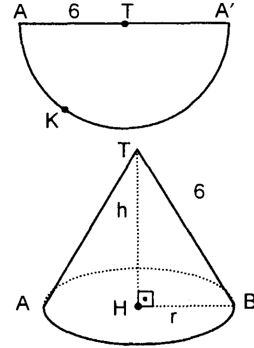
Yanal yüzeyinin açık şekli, yarıçapı 6 cm uzunluğundaki bir yarım daire olan koninin,

a) Tabanının yarıçapını ve yüksekliğini,

b) Tepe açısını,

c) Alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :



a) Yarım dairenin yayı, yayı koninin tabanının çevresine dönüşecektir.

$|\overset{\frown}{AKA'}| = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6$

$\Rightarrow |\overset{\frown}{AKA'}| = 6\pi$ dir.

Oluşacak koninin taban yarıçapı r ise, $2\pi r = 6\pi \Rightarrow r = 3$ cm olur.

$\overset{\triangle}{THB}$ dik üçgeninde

$h^2 = 6^2 - 3^2 \Rightarrow h = 3\sqrt{3}$ cm bulunur.

b) $\overset{\triangle}{THB}$ dik üçgeninde $|TB| = 6$ cm ve $|HB| = 3$ cm olduğundan $m(\widehat{HTB}) = 30°$ olur.

Öyleyse, $m(\widehat{ATB}) = 60°$ dir.

c) $S = S_Y + S_T$

$\Rightarrow S = \pi r \cdot a + \pi r^2 \Rightarrow S = \pi \cdot 3 \cdot 6 + \pi \cdot 3^2$

$\Rightarrow S = 27\pi \text{ cm}^2$ ve

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3}$

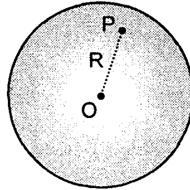
$\Rightarrow V = 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

12.2.6 KÜRELER

TANIM 11.24

Uzayda, sabit bir O noktasından bilinen bir R uzaklığında bulunan noktaların kümesine **küre yüzeyi** ve bu yüzeyle sınırlanan katı cisme **küre** denir.

O noktası kürenin **merkezi**, R uzaklığı da kürenin **yarıçapıdır**. Küre de çemberde olduğu gibi, (O; R) biçiminde gösterilir.



Küre yüzeyi uzayı iki ayrık kümeye ayırır. Merkezin bulunduğu kısma **kürenin içi**, diğerine **kürenin dışı** denir.

Herhangi bir P noktası için,

1. $|OP| < R$ ise P kürenin içinde

2. $|OP| = R$ ise P kürenin yüzeyinde

3. $|OP| > R$ ise P kürenin dışında bulunur.

TEOREM 11.60

Bir E düzlemi ile bir (O; R) küresi verilmiş olsun. O merkezinden E düzlemine indirilen dikmenin ayağı H olmak üzere;

a) H noktası kürenin dışında ise E düzleminin her noktası kürenin dışındadır.

b) H noktası kürenin yüzeyinde ise, E düzleminin H noktası dışındaki bütün noktaları kürenin dışındadır. Bu durumda, E düzlemi küreye **teğettir** denir.

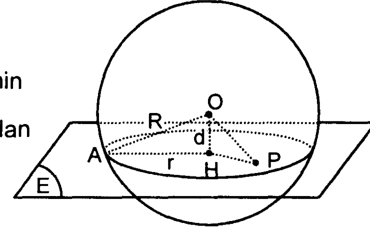
c) H noktası kürenin içinde ise E düzlemi ile (O; R) küresinin arakesiti H merkezli bir dairedir.

İSPAT :

Teoremin **a** ve **b** maddelerini Teorem 10.4 ün ispatındaki yolla ispatlayabilirsiniz. Biz **c** maddesini ispatlayalım :

$|OH| = d$ olsun.

H noktası kürenin içinde olduğundan $d < R$ dir.



E düzleminde, H noktasına uzaklığı x olan değişen bir P noktası alalım.

$\overset{\triangle}{OHP}$ dik üçgeninde $|OP| = \sqrt{d^2 + x^2}$ olur.

$|OP| = R$ eşitliğini sağlayan P noktalarının küre yüzeyinde olduğunu biliyoruz.

Öyleyse, $\sqrt{d^2 + x^2} = R \Rightarrow d^2 + x^2 = R^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{R^2 - d^2}$ olur ki bu bize, E düzleminde H noktasından $\sqrt{R^2 - d^2}$ uzaklığında bulunan noktaların aynı zamanda (O; R) küresinin yüzeyinde bulunduğunu gösterir.

Başka bir deyişle, H merkezli $\sqrt{R^2 - d^2}$ yarıçaplı daire, E düzlemi ile (O; R) küresinin arakesiti olur.

SONUÇLAR :

1. Bir küreye teğet olan düzlem, değme noktasından geçen yarıçapa diktir.

2. Kürenin bir yarıçapına uç noktasında dik olan düzlem küreye teğettir.

Küre yüzeyinin bir düzlemle arakesiti olan çembere **küre çemberi** denir.

Küre yüzeyinin, kürenin merkezinden geçen bir düzlemle arakesiti olan çembere de **kürenin büyük çemberi** adı verilir.

TEOREM 11.61

Bir d doğrusu ile bir (O; R) küresi verilmiş olsun. O merkezinden doğruya indirilen dikmenin ayağı H olmak üzere;

a) H noktası kürenin dışında ise doğrunun her noktası kürenin dışındadır.

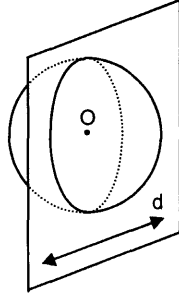
b) H noktası kürenin yüzeyinde ise d nin H dışındaki bütün noktaları kürenin dışındadır.

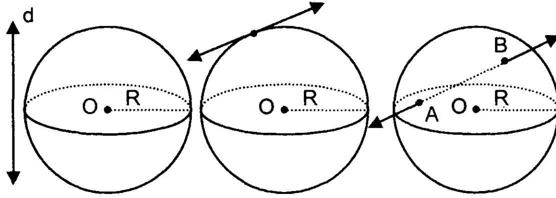
Bu durumda d doğrusu küreye **teğettir** denir.

c) H noktası kürenin içinde ise d doğrusu ile kürenin arakesiti, iki ucu küre yüzeyinde bulunan ve orta noktası H olan bir doğru parçasıdır.

Bu doğru parçasına kürenin bir **kirişi** denir.

(d, O) düzlemi ile (O; R) küresinin yüzeyinin arakesiti (O; R) küresinin bir büyük çemberi olur. d doğrusunun (O; R) küresine göre durumunu, d nin bu çembere göre durumu belirleyeceğinden, teoremin ispatı Teorem 10.4 ün ispatına indirgenmiş olur.





$d \cap (O; R) = \varnothing$ $d \cap (O; R) = \{T\}$ $d \cap (O; R) = [AB]$

TEOREM 11.62

Küre yüzeyinin üç farklı noktasından ancak bir küre çemberi geçer.

İSPAT :

Doğrusal olmayan üç nokta bir düzlem belirtir. Bu düzlemle küre yüzeyinin arakesiti olan çember bir tanedir.

TEOREM 11.63

Bir küre yüzeyinin çap uçlarında bulunmayan iki noktasından, bu kürenin büyük çemberlerinden ancak bir tanesi geçer.

İSPAT :

Verilen iki nokta ile kürenin merkezinden yalnız bir düzlem geçeceğinden arakesit de bir tane olur.

TANIM 11.25

Bir düzleme aynı noktada teğet olan kürelere **teğet küreler** denir.

Küreler düzlemin farklı taraflarında ise bu kürelere **dıştan teğet küreler**, aynı tarafında ise **içten teğet küreler** adı verilir.

TEOREM 11.64

Teğet kürelerin değme noktaları, bu kürelerin merkezler doğrusu üzerindedir.

İspatını size bırakıyoruz.

SONUÇLAR :

1. $(O_1; R_1)$ ile $(O_2; R_2)$ küreleri dıştan teğet ise $|O_1O_2| = R_1 + R_2$ dir.

2. $(O_1; R_1)$ ile $(O_2; R_2)$ küreleri içten teğet ise $|O_1O_2| = |R_1 - R_2|$ dir.

3. $(O_1; R_1)$ ile $(O_2; R_2)$ küreleri birbirlerinin dışında ise $|O_1O_2| > R_1 + R_2$ dir.

4. $(O_1; R_1)$ ile $(O_2; R_2)$ kürelerinden biri diğerinin içinde ise $|O_1O_2| < |R_1 - R_2|$ dir.

5. $(O_1; R_1)$ ile $(O_2; R_2)$ kürelerinin birden fazla ortak noktaları varsa $|R_1 - R_2| < |O_1O_2| < R_1 + R_2$ dir.

TEOREM 11.65

Düzlemsel olmayan dört noktadan bir ve yalnız bir küre yüzeyi geçer.

İSPAT :

Düzlemsel olmayan A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıkta bulunan bir noktanın (kürenin merkezi) varlığını ve tekliğini göstereceğiz.

Uzayda, sabit iki noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri, bu iki noktanın belirttiği doğru parçasının orta dikme düzlemidir.

A, B, C noktaları doğrusal olmadığından, [AB] ile [BC] nin orta dikme düzlemleri bir d doğrusu boyunca kesişir. Bu doğrunun [DA], [DB] veya [DC] den birinin orta dikme düzlemini kestiği nokta A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıktaki nokta olur. d doğrusu, örneğin [DA] nın orta dikme düzlemine paralel ya da bu düzlemin içinde olamayacağından (Neden?) bu düzlemi bir ve yalnız bir noktada keser.

O halde, bu nokta K ise $(K; |KA|)$ küresinin yüzeyi A, B, C, D noktalarından geçen bir ve yalnız bir küre yüzeyidir.

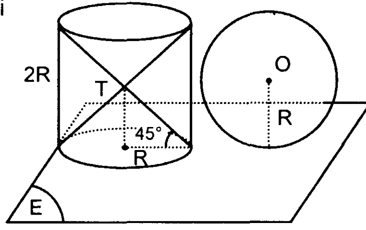
TEOREM 11.66

Yarıçapı R olan kürenin hacmi $\frac{4}{3}\pi R^3$ tür.

İSPAT :

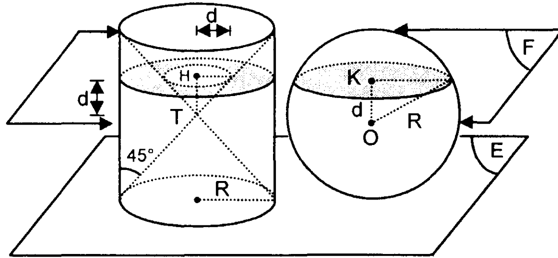
(O; R) küresine teğet olan (E) düzleminin üzerine, taban yarıçapı R ve yüksekliği 2R olan bir dik silindiri oturtalım.

Silindirin merkezi T ise, silindirin tabanlarının T ile ayrı ayrı belirttiği konileri silindirden



çıkaralım. Silindirden geri kalan kısım ile kürenin hacmini karşılaştıracağız.

T den d uzaklığında (d < R) ve E ye paralel olan F düzlemi ile bu katı cisimlerin arakesitlerini inceleyelim.



Silindirden kalan parça ile F nin arakesiti, iç yarıçapı d ve dış yarıçapı R olan bir daire halkası; küre ile F nin arakesiti yarıçapı $\sqrt{R^2-d^2}$ olan bir daire olacaktır. (Şekli inceleyiniz.)

Bunların ayrı ayrı alanlarını bulalım. Halkanın alanı A_1 ve dairenin alanı A_2 olmak üzere,

$A_1 = \pi R^2 - \pi d^2$ ve

$A_2 = \left(\sqrt{R^2-d^2}\right)^2 \Rightarrow A_2 = \pi R^2 - \pi d^2$ olup $A_1 = A_2$ dir.

Demek ki, silindirden kalan parça ile kürenin E ye paralel her düzlemle arakesitlerinin alanları eşit olmaktadır.

O halde, Cavalieri İlkesi'ne göre bu katı cisimlerin hacimleri eşittir. Buna göre silindirin hacminden, belirtilen konilerin hacimlerini çıkarırsak geriye kürenin hacmi kalır.

$V = V_{silindir} - 2 \cdot V_{koni}$

$\Rightarrow V = \pi \cdot R^2 \cdot 2R - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot R$

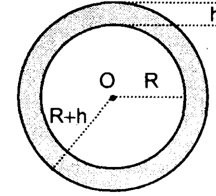
$\Rightarrow \mathbf{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$ elde edilir.

TEOREM 11.67

Yarıçapı R olan kürenin alanı $4\pi R^2$ dir.

İSPAT :

(O; R) ve (O; R+h) kürelerin yüzeyleri arasındaki **küre kabuğunu** dikkate alalım :



h uzunluğu R ye göre çok çok küçük ise, (O; R) küresinin alanı S olmak üzere

$V_{kabuk} \cong S \cdot h \Rightarrow S \cong \frac{V_{kabuk}}{h}$ yazılabilir.

Ayrıca, $V_{kabuk} = V(O; R+h) - V(O; R)$

$\Rightarrow V_{kabuk} = \frac{4}{3}\pi(R+h)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3$

$\Rightarrow V_{kabuk} = 4\pi r^2 h + 4\pi r h^2 + \frac{4}{3}\pi h^3$ tür.

$S \cong \frac{V_{kabuk}}{h}$ olduğundan

$S \cong 4\pi r^2 + 4\pi r h + \frac{4}{3}\pi h^2$ bulunur.

h değeri sıfıra yaklaşırken, bu ifadenin değeri de kürenin alanına yaklaşır. Başka bir deyişle, h sıfıra yaklaşırken bu ifadenin yaklaşacağı sınır değer (bu ifadenin limiti) kürenin alanıdır.

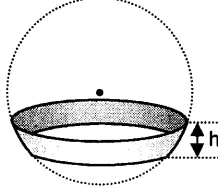
Buna göre, $\mathbf{S = 4\pi r^2}$ dir.

NOT : Matematik derslerinizde **limit kavramını** öğrendikten sonra bu ispatı yeniden yapınız.

TANIM 11.26

Bir küre yüzeyinin, paralel iki düzlemle sınırlanan kısmına **küre kuşağı** denir.

Birbirine paralel olan kesit çemberlerine kuşağın **tabanları**, paralel düzlemler arasındaki uzaklığa da kuşağın **yüksekliği** adı verilir.



Kürenin yarıçapı R ve kuşağın yüksekliği h ise kuşağın alanı,

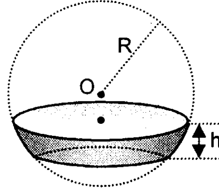
$$A = 2\pi R \cdot h \text{ tır.}$$

NOT : İspatsız verdiğimiz bu formül ile az sonra vereceğimiz diğer formülleri, **integral kavramını** öğrendikten sonra kendiniz ispatlayınız.

TANIM 11.27

Bir kürenin, iki paralel düzlem arasında kalan kısmına **küre tabakası** denir.

Birbirine paralel olan kesit dairelerine küre tabakasının **tabanları**, bu tabanlar arasındaki uzaklığa da küre tabakasının **yüksekliği** adı verilir.



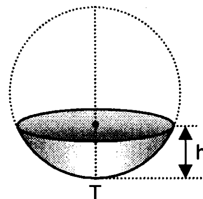
r_1 ile r_2 tabanların yarıçapları ve h yükseklik olmak üzere, küre tabakasının hacmi,

$$V = \frac{1}{6}\pi \cdot h \cdot (3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2) \text{ dir.}$$

TANIM 11.28

Bir küre yüzeyi bir düzlemle kesildiğinde elde edilen parçalardan her birine **küre kapağı** denir.

Kesit çemberine küre kapağının **tabanı**, taban düzlemine dik çapın kapağı kestiği noktaya küre kapağının **tepesi** ve tepenin taban düzlemine uzaklığına da küre kapağının **yüksekliği** denir. Kürenin yarıçapı R ve yükseklik h ise küre kapağının alanı,



$$A = 2\pi R \cdot h \text{ tır.}$$

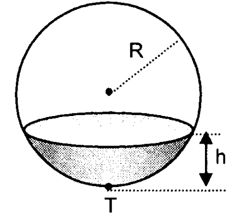
NOT : Küre kapağının, küre kuşağının özel bir durumu olduğuna dikkat ediniz.

TANIM 11.29

Bir küre kapağı ile bunun taban dairesi tarafından sınırlanan katı cisme **küre parçası** denir.

Küre kapağının hacmi,

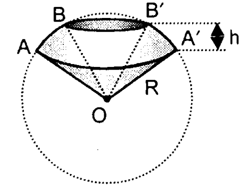
$$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h) \text{ tır.}$$



TANIM 11.30

Bir $\overset{\triangle}{AOB}$ daire kesmesinin, kendini kesmeyen bir çap etrafında dönmesi ile elde edilen katı cisme **küre kesmesi** denir.

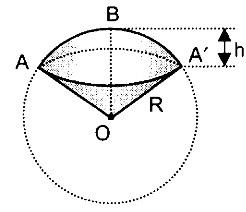
Şekildeki küre kesmesinin, küre kuşağı olan ABB′A′ yüzünün yüksekliği küre kesmesinin de yüksekliğidir.



Şekildeki küre kesmesine **küresel koni** de denir.

Küre kesmesinin hacmi,

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 \cdot h \text{ tır.}$$

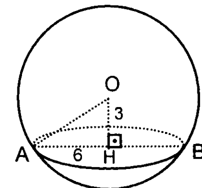


ÖRNEK 11.33

Bir kürenin, merkezinden 3 cm uzaktaki bir düzlemle arakesiti, yarıçapı 6 cm olan bir dairedir.
Bu kürenin alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :

Kürenin merkezi O, arakesit çemberin bir çapı [AB] olsun.



Kürenin O merkezinden arakesit dairesine indirilen dikme bu dairenin H merkezine iner.

$\overset{\triangle}{OAH}$ dik üçgeninde

$|OA|^2 = |AH|^2 + |OH|^2 \Rightarrow R^2 = 6^2 + 3^2$

$\Rightarrow R = 3\sqrt{5}$ cm bulunur.

Buna göre kürenin alanı,

$S = 4\pi R^2 \Rightarrow S = 4 \cdot \pi \cdot (3\sqrt{5})^2$

$\Rightarrow S = 180\pi \text{ cm}^2$

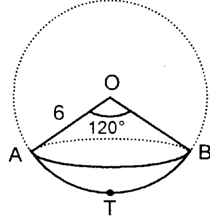
ve hacmi,

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3\sqrt{5})^3$

$\Rightarrow V = 180\sqrt{5}\,\pi \text{ cm}^3$ olur.

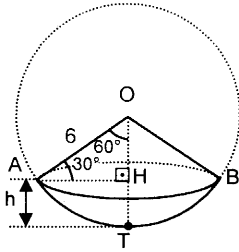
ÖRNEK 11.34

Yarıçapı 6 cm olan küreye ait küre kesmesinin tepe açısı 120° dir. Bu küre kesmesinin hacmini bulunuz.



ÇÖZÜM :

Küre kesmesinin hacmi, kürenin yarıçapına ve küre kesmesinin yüksekliğine bağlıdır. Kürenin O merkezini küre kesmesinin T tepesine birleştiren doğru parçası, küre kapağının taban dairesinin H merkezinden geçer.



$\overset{\triangle}{OAH}$ dik üçgeninde $m(\widehat{OAH}) = 30°$ olacağından

$|OH| = 3$ cm ve buradan $|HT| = h = 3$ cm olur.

Buna göre, küre kesmesinin hacmi,

$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h \Rightarrow V = \frac{2}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 3$

$\Rightarrow V = 72\pi \text{ cm}^3$ bulunur.

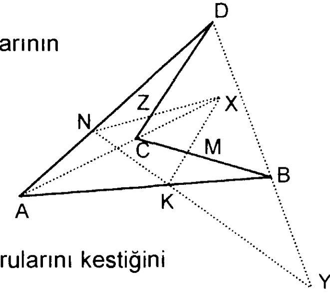
11. BÖLÜM ÜZERİNE ÖRNEK PROBLEMLER

1. A, B, C, D noktaları düzlemsel değil ise ABCD dörtgenine **uzay dörtgeni** denir.

ABCD uzay dörtgeninin [AB], [BC], [AD] kenarları üzerinde sırasıyla K, M, N noktaları alınıyor. AC, BD ve CD doğrularının (KMN) düzlemini kestiği noktaları bulunuz.

ÇÖZÜM :

AC, BD ve CD doğrularının (KMN) düzlemini kestiği noktaları bulmak için, bu doğruların (KMN) düzleminin hangi doğrularını kestiğini görmeye çalışalım :



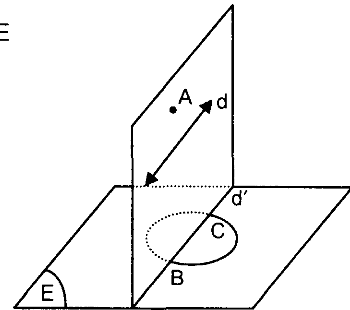
(KMN) düzlemine ait KM doğrusu aynı zamanda (ABC) düzlemine ait olduğundan, AC ile KM paralel değilse, bunlar bir X noktasında kesişirler. Bu X noktası AC nin (KMN) düzlemini kestiği nokta olur. Aynı şekilde, NK ile BD doğruları da, birbirlerine paralel değilse, bir Y noktasında kesişirler. Y noktası BD nin (KMN) düzlemini kestiği noktadır.

$(KMN) \cap (ACD) = NX$ olduğunu görünüz. Buna göre NX ile CD nin Z kesim noktası da CD nin (KMN) düzlemini kestiği nokta olur.

2. Bir çember ile bunun düzlemi dışında bir A noktası ve bir de d doğrusu veriliyor. A dan geçen, çemberi ve d doğrusunu kesen bir doğru çiziniz.

ÇÖZÜM :

Çember düzlemine E diyelim. E düzlemi ile (A, d) düzleminin arakesiti d′ olsun. d′ arakesiti çemberi B ve C noktalarında kesiyorsa AB ve AC doğruları, çizimi istenen doğrulardır.



İrdeleme :

d′ arakesiti çemberi B ve C gibi iki noktada kestiğinde, AB ile AC den herhangi biri d ye paralel değilse iki çözüm, biri d ye paralel ise bir çözüm vardır.

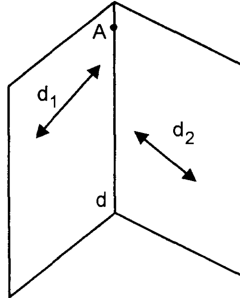
d′ arakesiti çembere T gibi bir noktada teğet ise, AT nin d ye paralel olup olmamasına göre ya bir çözüm vardır ya da çözüm yoktur.

d′ arakesiti çemberin dışında ise çözüm yoktur.

3. Bir A noktası ile d_1 ve d_2 aykırı doğruları veriliyor. A dan geçen ve bu iki doğruyu kesen bir doğru çiziniz.

ÇÖZÜM :

(A, d_1) düzlemi ile (A, d_2) düzleminin d arakesiti çizimi istenen doğrudur.



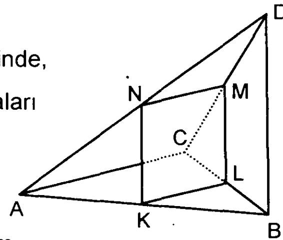
İrdeleme :

d arakesitinin d_1 ve d_2 yi kesmesi için $d_1 \nparallel (A, d_2)$ ve $d_2 \nparallel (A, d_1)$ olması gerekir.

4. Bir uzay dörtgeninin kenarlarının orta noktalarının aynı düzlemde bulunduğunu ve bu düzlemin, dörtgenin köşegenlerine paralel olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :

ABCD uzay dörtgeninde, kenarların orta noktaları K, L, M, N olsun. [AC] ile [BD] köşegenlerini çizelim.



$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde KL // AC ① ve

$\overset{\triangle}{ACD}$ üçgeninde NM // AC ② olup ① ve ② den KL // MN bulunur.

Öyleyse KL ile MN, (KLMN) düzlemini belirtirler.

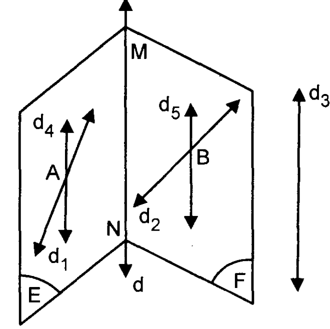
AC // KL olduğundan AC // (KLMN) ve

ABD üçgeninde BD // NK olduğundan BD // (KLMN) olur.

5. d_1, d_2, d_3 aykırı doğruları veriliyor. d_3 e paralel olan ve d_1 ile d_2 yi kesen bir doğru çiziniz.

ÇÖZÜM :

d_3 doğrusuna, d_1 üzerindeki bir A noktasından d_4 ve d_2 üzerindeki bir B noktasından d_5 paralellerini çizelim.



(d_1, d_4) düzlemine E ve (d_2, d_5) düzlemine F diyelim.

$E \cap F = d$ ise bu d doğrusu çizimi istenen doğru olur.

İrdeleme : E // F oluyorsa böyle bir doğru çizilemez. $E \nparallel F$ durumunda daima bir çözüm vardır.

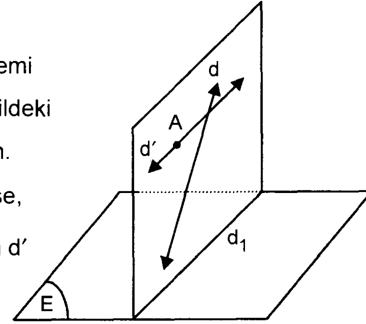
6. Bir A noktasından geçen, bir E düzlemine paralel olan ve bir d doğrusunu kesen doğruyu çiziniz.

ÇÖZÜM :

A noktası, E düzlemi ve d doğrusu şekildeki gibi verilmiş olsun.

$(A, d) \cap E = d_1$ ise,

A dan d_1 e çizilen d′ paraleli, çizimi istenen doğru olur.

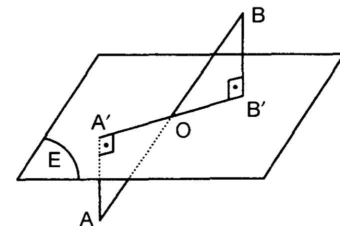


İrdeleme : $d \nparallel E$ ise bir çözüm vardır. D // E ve $(A; d) \nparallel E$ ise çözüm yoktur. (A, d) // E ise sonsuz çözüm vardır. (Neden?)

7. A ve B noktalarının, [AB] nin orta noktasından geçen herhangi bir düzlemden, eşit uzaklıkta olduklarını gösteriniz.

ÇÖZÜM :

[AB] nin O orta noktasından geçen herhangi bir düzlem E olsun.



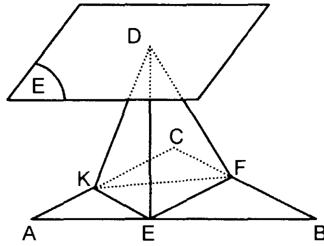
$AA' \perp E$ ve $BB' \perp E$ çizersek, AA′ ile BB′ birbirlerine paralel olup bir düzlem belirtir. Bu düzlemle E nin arakesiti olan A′B′ doğrusu O dan geçer. (Neden?)

(AB′BA′) düzleminde $\widehat{A'OA} \cong \widehat{B'OB}$ ve $|OA| = |OB|$ olduğundan $\overset{\triangle}{AA'O} \cong \overset{\triangle}{BB'O}$ (K.A.A.) olup bu eşlik

$|AA'| = |BB'|$ eşitliğini gerektirir.

8. Düzlemsel olmayan A, B, C, D noktaları veriliyor. D den geçen ve A, B, C noktalarından eşit uzaklıkta bulunan düzlemleri belirtiniz.

ÇÖZÜM :



A, B, C noktaları çizimi istenen düzlemin aynı tarafında olabilir. Bu durumda, D den geçen ve (ABC) düzlemine paralel olan P düzlemi A, B, C noktalarından eşit uzaklıkta olur.

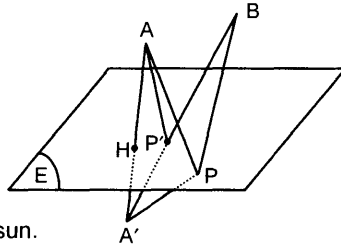
A, B, C noktalarından biri çizeceğimiz düzlemin bir tarafında, diğer ikisi diğer tarafında olabilir. Bu durumda da [AB], [BC] ve [AC] nin orta noktaları E, F, K olmak üzere, (DEF), (DFK) ve (DKE) düzlemleri A, B, C noktalarından eşit uzaklıkta olur. (Neden?)

9. Bir E düzlemi ile bunun aynı tarafında bulunan A ve B noktaları veriliyor. E düzlemi üzerinde öyle bir P noktası bulunuz ki;

a) $|PA| + |PB|$ toplamı en küçük olsun.

b) $|PA| - |PB|$ farkı en büyük olsun.

ÇÖZÜM :



a) A noktasının E düzlemine göre simetriği A′, $[A'A] \cap E = \{H\}$ ve $[A'B] \cap E = \{P_1\}$ olsun.

E düzlemi [AA′] nün orta dikme düzlemi olacağından $|P_1A| = |P_1A'|$ ve düzlemin her P noktası için $|PA| = |PA'|$ olacaktır.

Buna göre,

$|P_1A| + |P_1B| = |P_1A'| + |P_1B| = |A'B|$ ① ve

$|PA| + |PB| = |PA'| + |PB|$ ② olur.

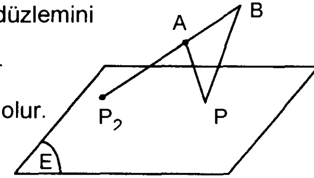
$\overset{\triangle}{PA'B}$ üçgeninde $|A'B| < |PA'| + |PB|$ ③ dir.

①, ② ve ③ ten

$|P_1A| + |P_1B| < |PA| + |PB|$ elde edilir.

Öyleyse, P noktası P_1 ile çakışık olarak alınırsa $|PA| + |PB|$ toplamı en küçük olur.

Aranan nokta, A′ noktası A nın E ye göre simetriği olmak üzere, [A′B] nin E düzlemini kestiği noktadır.



b) AB doğrusunun E düzlemini kestiği nokta P_2 olsun.

$|P_2B| - |P_2A| = |AB|$ ① olur.

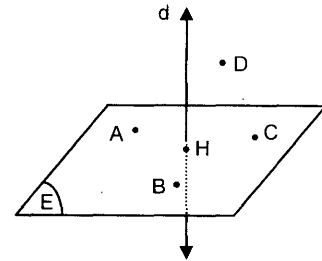
Diğer taraftan, düzlemin her P noktası için $||PB| - |PA|| \le |AB|$ ② dir.

① ve ② den $|P_2B| - |P_2A| \ge ||PB| - |PA||$ bulunur.

Öyleyse, aranan nokta AB nin düzlemi kestiği noktadır.

10. Düzlemsel olmayan A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktayı belirtiniz.

ÇÖZÜM :



A, B, C noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi, [AB] nin orta dikme düzlemi ile [BC] nin orta dikme düzleminin arakesiti olan d doğrusudur. (d doğrusu, $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgensel bölgesinin hangi noktasından geçer?)

[DA], [DB], [DC] den birinin, örneğin [DC] nin orta dikme düzleminin d yi kestiği nokta A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıktaki noktadır. D noktası (ABC) düzleminde bulunmadığından, [DC] nin orta dikme düzlemi d ye paralel olamaz, ve bir K noktasında kesişirler.

O halde A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıkta bulunan yalnız bir nokta vardır.

11. Bir E düzlemini kesen d_1 ve d_2 aykırı doğruları veriliyor. A ucu d_1 üzerinde, B ucu d_2 üzerinde olmak üzere öyle bir $[AB]$ doğru parçası çiziniz ki, $AB \parallel E$ ve $|AB| = m$ olsun.

ÇÖZÜM :

Problemi çözülmüş varsayalım. d_1 ile d_2 nin E yi kestiği noktalar C ile D ve çizimi istenen $[AB]$ şekildeki gibi olsun.

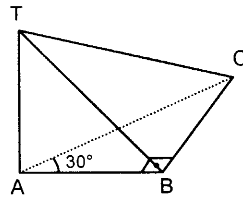
(B, d_1) düzleminde B den d_1 e çizilen paralel, E yi K da kessin. ACKB dörtgeni bir paralelkenar, $|CK| = m$ ve $d_1 \parallel (K, d_2)$ olur.

Buna göre, çizim şöyle yapılır :

d_2 den geçen ve d_1 e paralel olan düzlem ile, bunun E ile arakesiti olan d_3 çizilir. (Nasıl?) (C; m) yayının d_3 ü kestiği nokta K olur. (K, d_1) düzleminde K dan d_1 e çizilen paralelin d_2 yi kestiği nokta B ve B den CK ya çizilen paralelin d_1 i kestiği nokta A olur.

İrdeleme : (C; m) yayının d_3 ü kestiği nokta sayısına göre, iki çözüm, bir çözüm ya da sıfır çözüm vardır.

12. $TA \perp (ABC)$,
$AB \perp BC$,
$m(\widehat{BAC}) = 30°$ ve
$A(\overset{\triangle}{TAB}) = A(\overset{\triangle}{TBC})$ ise
$\dfrac{|AC|}{|TA|}$ oranı nedir?



ÇÖZÜM :

$TA \perp (ABC) \Rightarrow TA \perp BC$ ve $AB \perp BC$ olduğundan $BC \perp (TAB)$ ve $TB \perp BC$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde $m(\hat{A}) = 30°$ olduğundan

$|AC| = 2a$ ise $|BC| = a$ ve $|AB| = a\sqrt{3}$ tür.

$|TA| = h$ diyelim.

$A(\overset{\triangle}{TAB}) = A(\overset{\triangle}{TBC}) \Rightarrow \dfrac{a\sqrt{3}\cdot h}{2} = \dfrac{a\cdot|TB|}{2}$

$\Rightarrow |TB| = \sqrt{3}\,h$ olur.

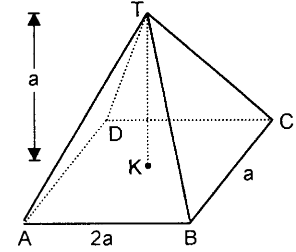
$\overset{\triangle}{TAB}$ dik üçgeninde,

$|TB|^2 = |TA|^2 + |AB|^2 \Rightarrow (\sqrt{3}h)^2 = h^2 + (\sqrt{3}a)^2$

$\Rightarrow h = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}a$ ve buradan

$\dfrac{|AC|}{|TA|} = \dfrac{2a}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}a} \Rightarrow \dfrac{|AC|}{|TA|} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ bulunur.

13. Bir kenarının uzunluğu 2a olan ABCD karesinin K merkezinden kare düzlemine çizilen dikme üzerinde $|KT| = a$ olacak biçimde bir T noktası alınıyor.



a) (ABCD) ile (TBC),
b) (TBC) ile (TCD),
c) (TAB) ile (TCD)

düzlemleri arasındaki açıyı ya da bu açının kosinüsünü bulunuz.

ÇÖZÜM :

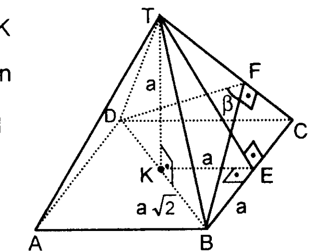
a) $KE \perp BC$ çizilirse, Üç Dikme Teoremi'ne göre $TE \perp BC$ olacağından $\widehat{KET}$ açısı (ABCD) ile (TBC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olur.

$\overset{\triangle}{KTE}$ dik üçgeninde $|KT| = a$ ve $|KE| = a$ olduğundan $m(\widehat{KET}) = 45°$ bulunur.

b) $\overset{\triangle}{TAK}$, $\overset{\triangle}{TBK}$, $\overset{\triangle}{TCK}$, $\overset{\triangle}{TDK}$ üçgenleri eş olduğundan $[TA]$, $[TB]$, $[TC]$, $[TD]$ doğru parçaları eştir.

Buna göre,

$\overset{\triangle}{TBC} \cong \overset{\triangle}{TDC}$ (K.K.K.) olup



BF ⊥ TC çizilirse DF ⊥ TC olur. Öyleyse, (TBC) ve (TCD) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{BFD}$ açısıdır. Bu açının ölçüsünü bulabilmek için $\overset{\triangle}{BFD}$ üçgeninin kenar uzunluklarını hesaplayalım :

$\overset{\triangle}{TKB}$ dik üçgeninde $|TK| = a$ ve $|KB| = a\sqrt{2}$ olup

$|TB| = a\sqrt{3}$ tür.

Buradan, $|TB| = |TC| = |TD| = a\sqrt{3}$ olur.

$\overset{\triangle}{TKE}$ dik üçgeninde de $|TK| = |KE| = a$ olup

$|TE| = a\sqrt{2}$ dir.

$$A(\overset{\triangle}{TBC}) = \frac{|BC| \cdot |TE|}{2} = \frac{|TC| \cdot |BF|}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2a \cdot a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{3} \cdot |BF|}{2} \Rightarrow |BF| = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$$

$$\Rightarrow |BF| = |DF| = \frac{2\sqrt{6}}{3}a \text{ bulunur.}$$

$|BD| = 2\sqrt{2}$ a olduğu açıktır.

$m(\widehat{BFD}) = \beta$ diyerek $\overset{\triangle}{BFD}$ üçgenine Kosinüs Teoremi'ni uygularsak,

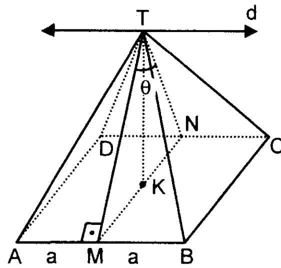
$$|BD|^2 = |BF|^2 + |DF|^2 - 2|BF| \cdot |DF| \cdot \cos\beta$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{2}a)^2 = \left(\frac{2\sqrt{6}a}{3}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{6}a}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{2\sqrt{6}a}{3}\right)^2 \cdot \cos\beta$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{-1}{2} \text{ elde edilir.}$$

Öyleyse $\beta = 120°$ dir.

c) (TAB) ile (TCD) düzlemlerinin arakesiti T den AB ye çizilen d paralelidir.



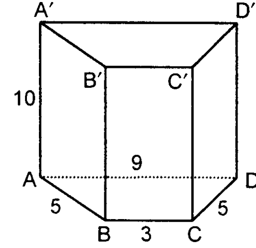
TM ⊥ AB ve TN ⊥ DC çizilirse TM ⊥ d ve TN ⊥ d olacağından (TAB) ile (TCD) düzlemlerinin arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{MTN}$ açısı olur.

$|TM| = |TN| = a\sqrt{2}$ ve $|MN| = 2a$ olduğundan

$m(\widehat{MTN}) = 90°$ dir.

14. Bir ikizkenar yamuk dik prizmanın taban ayrıtları 9 cm, 5 cm, 5 cm, 3 cm dir. Prizmanın yüksekliği 10 cm olduğuna göre, hacmini ve bütün alanını bulunuz.

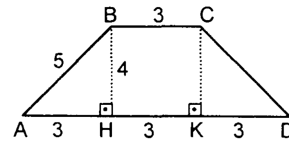
ÇÖZÜM :



Prizmanın (ABCD) taban düzleminde BH ⊥ AD ve CK ⊥ AD çizersek

$|AH| = 3$ cm ve

$|BH| = 4$ cm olur.



Buna göre,

$$A(ABCD) = \frac{(9+3) \cdot 4}{2}$$

$\Rightarrow A(ABCD) = 24$ cm ve

$V = A(ABCD) \cdot h \Rightarrow V = 24 \cdot 10$

$\Rightarrow V = 240\ cm^3$ bulunur.

Prizmanın yan alanı,

S_Y = Taban çevresi · Yükseklik

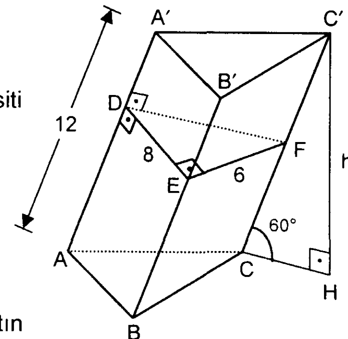
$\Rightarrow S_Y = (9+5+5+3) \cdot 10 \Rightarrow S_Y = 220\ cm^2$

olduğundan, prizmanın toplam alanı

$S = 220 + 2 \cdot 24 \Rightarrow S = 268\ cm^2$ olur.

15. Bir üçgen eğik prizmanın dik kesiti, dik kenarları 6 cm ve 8 cm olan bir dik üçgendir. Bir yanal ayrıtın uzunluğu 12 cm olduğuna ve yanal ayrıtlar taban düzlemi ile 60° lik açılar yaptığına göre prizmanın alanını ve hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :



ABCA′B′C′ eğik prizmasının dik kesiti $\overset{\triangle}{DEF}$ ve yüksekliği [C′H] olsun.

[CC′] ayrıtının taban düzlemi ile yaptığı açı, bu ayrıtın [CH] izdüşümü ile yaptığı açıdır.

Buna göre, $\overset{\triangle}{C'CH}$ dik üçgeninde

$m(\hat{C}) = 60°$ ve $|CC'| = 12$ cm olduğundan,

$|CH| = 6$ cm ve $|C'H| = h = 6\sqrt{3}$ cm olur.

Bu bilgilerle, prizmanın hacmi

$V = A(\overset{\triangle}{DEF}) \cdot |AA'| \Rightarrow V = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot 12$

$\Rightarrow V = 288 \text{ cm}^3$ ve prizmanın yanal alanı,

$S_Y = Ç(\overset{\triangle}{DEF}) \cdot |AA'| \Rightarrow S_Y = (8+6+10) \cdot 12$

$\Rightarrow 288 \text{ cm}^2$ bulunur.

$V = A(\overset{\triangle}{DEF}) \cdot |AA'| = A(\overset{\triangle}{ABC}) \cdot h$

$\Rightarrow 288 = A(\overset{\triangle}{ABC}) \cdot 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ olduğundan,

prizmanın toplam alanı

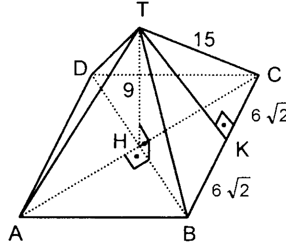
$S = S_Y + 2 \cdot S_T \Rightarrow S = 288 + 2 \cdot 16\sqrt{3}$

$\Rightarrow S = 288 + 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$ olur.

16. Bir kare düzgün piramidin yüksekliği 9 cm ve bir yanal ayrıtı 15 cm dir. Buna göre, piramidin hacmini ve toplam alanını bulunuz.

ÇÖZÜM :

(T, ABCD) kare düzgün piramidinin [TH] yüksekliğinin ayağı, karenin merkezidir.



$\overset{\triangle}{THB}$ dik üçgeninde

$|HB|^2 = 15^2 - 9^2 \Rightarrow |HB| = 12$ cm dir.

Buradan, $|AB| = 12\sqrt{2}$ cm,

$A(ABCD) = (12\sqrt{2})^2 \Rightarrow A(ABCD) = 288 \text{ cm}^2$ ve

$V(T, ABCD) = \frac{1}{3} \cdot 288 \cdot 9$

$\Rightarrow V(T, ABCD) = 864 \text{ cm}^3$ bulunur.

$TK \perp BC$ çizelim.

$|BK| = |KC| = 6\sqrt{2}$ cm olur.

$\overset{\triangle}{TKC}$ dik üçgeninde

$|TK|^2 = 15^2 - (6\sqrt{2})^2 \Rightarrow |TK| = 3\sqrt{17}$ cm dir.

Buna göre, piramidin yan alanı,

$S_Y = 4 \cdot A(\overset{\triangle}{TBC}) \Rightarrow S_Y = 4 \cdot \frac{12\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{17}}{2}$

$\Rightarrow S_Y = 72\sqrt{34} \text{ cm}^2$ ve toplam alanı

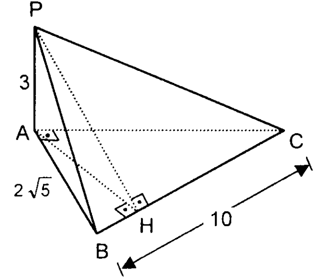
$S = 72\sqrt{34} + 288 \text{ cm}^2$ bulunur.

17. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninin A dik açı köşesinden üçgen düzlemine çıkılan dikme üzerinde, $|AP| = 3$ cm olacak biçimde bir P noktası alınıyor.

$|AB| = 2\sqrt{5}$ cm ve $|BC| = 10$ cm olduğuna göre, $A(\overset{\triangle}{PBC})$ kaç cm² dir?

ÇÖZÜM :

$PH \perp BC$ çizersek, Üç Dikme Teoremi'ne göre $AH \perp BC$ olur.



Buna göre, $\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$|AB|^2 = |BH| \cdot |BC|$

$\Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = |BH| \cdot 10 \Rightarrow |BH| = 2$ cm ve

$|AH|^2 = |BH| \cdot |HC| \Rightarrow |AH|^2 = 2 \cdot 8 \Rightarrow |AH| = 4$;

$\overset{\triangle}{PAH}$ dik üçgeninde

$|PH|^2 = |PA|^2 + |AH|^2 \Rightarrow |PH|^2 = 3^2 + 4^2$

$\Rightarrow |PH| = 5$ cm olup

$A(\overset{\triangle}{PBC}) = \frac{|BC| \cdot |PH|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{PBC}) = \frac{10 \cdot 5}{2}$

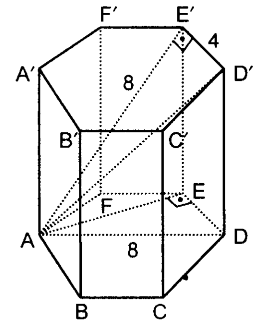
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{PBC}) = 25 \text{ cm}^2$ bulunur.

18. Bir taban ayrıtı 4 cm ve kısa köşegeni 8 cm olan düzgün altıgen dik prizmanın hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :

Şekildeki dik prizmanın bir kısa köşegeni [AE'] dür.

ABCDEF düzgün altıgeninde $AE \perp DE$ olduğunu görünüz.



Ayrıca, dik prizmada $DE \perp EE'$ ve $D'E' // DE$ dir.

O halde, $DE \perp (AEE')$, $D'E' \perp (AEE')$ ve

$D'E' \perp AE'$ olur.

$\overset{\triangle}{AD'E'}$ dik üçgeninde

$|AD'|^2 = 8^2 + 4^2 \Rightarrow |AD'| = 4\sqrt{5}$ cm ve

$\overset{\triangle}{ADD'}$ dik üçgeninde,

$|DD'|^2 = |AD'|^2 - |AD|^2 \Rightarrow |DD'|^2 = (4\sqrt{5})^2 - 8^2$

$\Rightarrow |DD'| = 4$ cm bulunur.

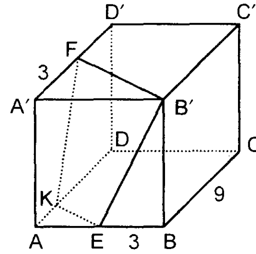
$A(ABCDEF) = 6 \cdot \dfrac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow A(ABCDEF) = 24\sqrt{3}$ cm^2 olduğundan

$V = A(ABCDEF) \cdot |DD'| \Rightarrow V = 24\sqrt{3} \cdot 4$

$\Rightarrow V = 96\sqrt{3}$ cm^3 elde edilir.

19. Şekildeki kübün bir kenarı 9 cm ve $|A'F| = |BE| = 3$ cm dir. $[AD]$ nin $(EB'F)$ düzlemini kestiği nokta K ise $|AK|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

EK ve B'F doğruları, (EB'F) düzleminin (ABCD) ve (A'B'C'D') düzlemleri ile arakesitleridir.

İki paralel düzlemin üçüncü bir düzlemle arakesitleri birbirine paralel olacağından, $EK // B'F$ dir. Aynı zamanda $AE // A'B'$ ve $AK // A'F$ olduğundan

$\overset{\triangle}{AEK} \sim \overset{\triangle}{A'B'F}$ (A.A.A.)

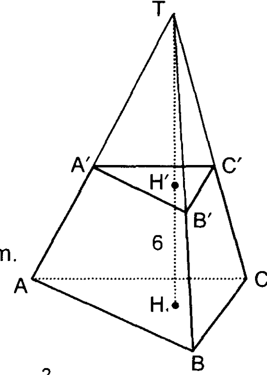
$\Rightarrow \dfrac{|AE|}{|A'B'|} = \dfrac{|AK|}{|A'F|} \Rightarrow \dfrac{6}{9} = \dfrac{|AK|}{3}$

$\Rightarrow |AK| = 2$ cm bulunur.

20. Bir kesik piramidin tabanlarının alanları 9 cm^2 ve 16 m^2, yüksekliği 6 cm dir. Bu kesik piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

Kesik piramidin tabanlarının cinsi, sonucu etkilemez. Öyleyse, tabanlar üçgen olsun. ABCA'B'C' kesik piramidinin yanal ayrıtlarını bir T noktasında kesiştirip $TH \perp (ABC)$ çizelim. $TH \cap (A'B'C') = \{H'\}$ ise $TH' \perp (A'B'C')$ olur.



$\left(\dfrac{|TH'|}{|TH|}\right)^2 = \dfrac{A(\overset{\triangle}{A'B'C'})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} \Rightarrow \left(\dfrac{|TH'|}{|TH|}\right)^2 = \dfrac{9}{16}$

$\Rightarrow \dfrac{|TH'|}{|TH|} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow |TH'| = 18$ cm, $|TH| = 24$ cm bulunur.

Buradan,

$V(T, A'B'C') = \dfrac{1}{3} \cdot 9 \cdot 18 = 54$ cm^3,

$V(T, ABC) = \dfrac{1}{3} \cdot 16 \cdot 24$

$\Rightarrow V(T, ABC) = 128$ cm^3 ve

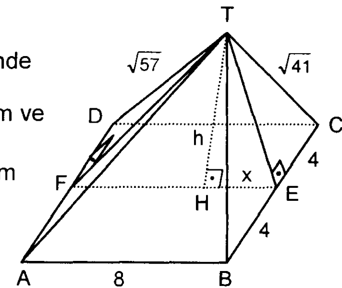
kesik piramidin hacmi

$V = 128 - 54 \Rightarrow V = 74$ cm^3 olur.

21. (T, ABCD) kare piramidinin bir taban ayrıtının uzunluğu 8 cm, ardışık iki yan ayrıtının uzunluğu $\sqrt{41}$ cm ve diğer ikisinin uzunluğu da $\sqrt{57}$ cm dir. Buna göre, piramidin hacmini bulunuz.

ÇÖZÜM :

(T, ABCD) piramidinde $|TB| = |TC| = \sqrt{41}$ cm ve $|TA| = |TD| = \sqrt{57}$ cm olsun. $TE \perp BC$ ve $TF \perp AD$ ise



$|BE| = |EC| = |AF| = |FD| = 4$ cm olduğunu ve prizmanın $[TH]$ yüksekliğinin H ayağının FE üzerinde olacağını görünüz. $|HE| = x$ ise $|FH| = 8 - x$ olur.

$\overset{\triangle}{TEC}$ dik üçgeninde,

$|TE|^2 = (\sqrt{41})^2 - 4^2 \Rightarrow |TE| = 5$ cm ve

$\overset{\triangle}{TDF}$ dik üçgeninde,

$|TF|^2 = (\sqrt{57})^2 - 4^2 \Rightarrow |TF| = \sqrt{41}$ cm dir.

$\overset{\triangle}{THE}$ dik üçgeninde $|TH|^2 = 5^2 - x^2$ ① ve

$\overset{\triangle}{THF}$ dik üçgeninde $|TH|^2 = (\sqrt{41})^2 - (8-x)^2$ ② olup

① ve ② den, $5^2 - x^2 = (\sqrt{41})^2 - (8-x)^2 \Rightarrow x = 3$ cm

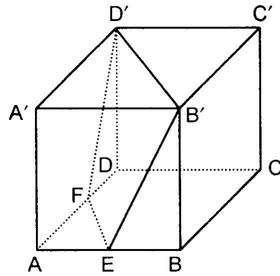
ve buradan $|TH| = 4$ cm bulunur.

O halde,

$V = \frac{1}{3} \cdot A(ABCD) \cdot |TH| \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 64 \cdot 4$

$\Rightarrow V = \frac{256}{3}$ cm^3 tür.

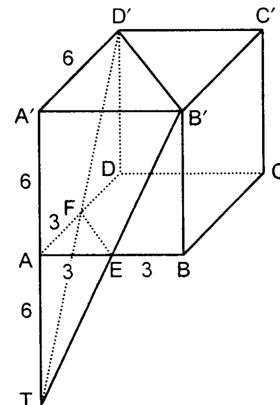
22. Şekildeki kübün bir kenarı 6 cm dir. Kübün $[B'D']$ köşegeninden geçen bir düzlem $[AB]$ ve $[AD]$yi E ve F ortalarında kesmektedir.



AEFA'B'D' şeklinin hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

AA' nün (EB'D'F) düzlemini kestiği nokta T olsun.



$\overset{\triangle}{TA'B'}$ üçgeninde

$\frac{|TA|}{|TA'|} = \frac{|AE|}{|A'B'|}$

$\Rightarrow \frac{|TA|}{|TA|+6} = \frac{3}{6}$

$\Rightarrow |TA| = 6$ cm olur.

Buna göre,

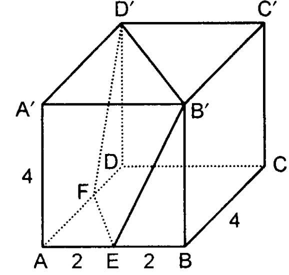
$V(AEFA'B'D') = V(T, A'B'D') - V(T, AEF)$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot A(A'B'D') \cdot |A'T| - \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\triangle}{AEF}) \cdot |AT|$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 6$

$\Rightarrow V = 63$ cm^3 bulunur.

23. Bir kenarı 4 cm olan şekildeki kübün B'D' köşegeninden geçen düzlem, $[AB]$ ve $[AD]$yi E ve F orta noktalarında kesmektedir.



a) EBB'FDD' şeklinin hacmi kaç cm^3 tür?

b) AEFA'B'D' şeklinin hacmi kaç cm^3 tür?

c) (EB'D'F) düzleminin, taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü α ise $\cos\alpha$ değeri nedir?

ÇÖZÜM :

a) EBB'FDD' şekli, (B', BDFE) ve (B', DD'F) ayrık piramitlerinin birleşimidir.

$A(\overset{\triangle}{FDD'}) = \frac{2 \cdot 4}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{FDD'}) = 4$ cm^2,

$A(\overset{\triangle}{AEF}) = \frac{2 \cdot 2}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{AEF}) = 2$ cm^2 ve

EF // BD olduğundan

$A(BDFE) = 3 \cdot A(\overset{\triangle}{AEF}) \Rightarrow A(BDFE) = 6$ cm^2

olduğunu görünüz.

Buna göre,

$V(EBB'FDD') = V(B', BDFE) + V(B', DD'F)$

$\Rightarrow V = \frac{A(BDFE) \cdot |BB'|}{3} + \frac{A(DD'F) \cdot |A'B'|}{3}$

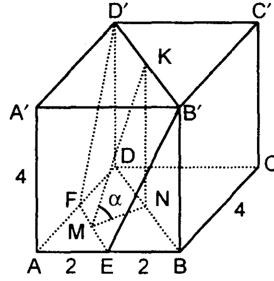
$\Rightarrow V = \frac{6 \cdot 4}{3} + \frac{4 \cdot 4}{3} \Rightarrow V = \frac{40}{3}$ cm^3 olur.

b) (a) daki sonucu bilmezden geliniz.

AEFA'B'D' şeklinin, (B', AFD'A') ve (B', AEF) ayrık piramitlerinin birleşimi olduğuna dikkat ederek (a) daki yolla çözümü bulunuz.

$V = \frac{56}{3}$ cm^3 olduğunu göreceksiniz.

c) BDFE ve B′D′FE dörtgenlerinin birer ikizkenar yamuk olduğunu görünüz. Bir ikizkenar yamukta, tabanların orta noktalarını birleştiren doğru parçası tabanlara diktir.



Buna göre, [B′D′] nün ortası K, [EF] nin ortası M ve [BD] nin ortası N olmak üzere, KM ⊥ EF ve MN ⊥ EF dir. Öyleyse $\widehat{KMN}$ açısı, (EB′D′F) ile (ABCD) düzlemlerinin arasındaki açının ölçek açısıdır.

$m(\widehat{KMN}) = \alpha$ ise cosα değerini bulmaya çalışalım.

M ile N noktalarının [AC] üzerinde bulunduğunu ve $|MN| = \sqrt{2}$ cm olduğunu görünüz. KN ⊥ MN ve $|KN| = 4$ cm olduğundan $\overset{\triangle}{KMN}$ dik üçgeninde,

$|KM|^2 = (\sqrt{2})^2 + 4^2 \Rightarrow |KM| = 3\sqrt{2}$ cm olur.

O halde,

$$\cos\alpha = \frac{|MN|}{|MK|} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

24. Yanal yüzeyi, yarıçapı 6 cm olan 240° lik bir daire diliminden elde edilen koninin yüksekliği kaç cm olur?

ÇÖZÜM :

Daire diliminin yayının uzunluğu, elde edilecek koninin tabanının çevresine eşit olacaktır.

Buna göre,

$$\frac{240°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 = 2\pi \cdot r$$

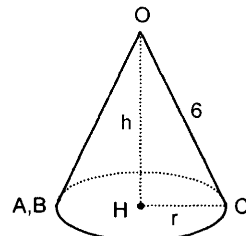
$\Rightarrow r = 4$ cm ve

$\overset{\triangle}{OHC}$ dik üçgeninde

$|OH|^2 = |OC|^2 - |HC|^2$

$\Rightarrow h^2 = 6^2 - 4^2$

$\Rightarrow h = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

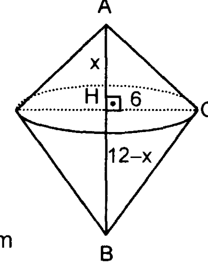


25. Bir $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde $|AB| = 12$ cm ve $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 36$ cm² dir.

Bu üçgenin, [AB] kenarı etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilecek katı cismin hacmi kaç cm³ tür?

ÇÖZÜM :

Üçgenin, [AB] kenarına ait yüksekliği [CH] olsun.



$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{|AB| \cdot |CH|}{2}$$

$$\Rightarrow 36 = \frac{12 \cdot |CH|}{2} \Rightarrow |CH| = 6 \text{ cm}$$

olur.

Elde edilecek katı cisim, tabanlarından yapıştırılmış iki konidir.

Buna göre,

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot |HC|^2 \cdot |AH| + \frac{1}{3}\pi \cdot |HC|^2 \cdot |BH|$$

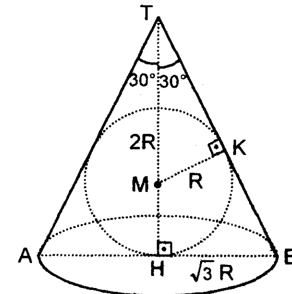
$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi|HC|^2(|AH| + |BH|) \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi|HC|^2 \cdot |AB|$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 12 \Rightarrow V = 144\pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

26. Yarıçap uzunluğu R olan bir küre, ekseninden geçen bir düzlemle arakesiti eşkenar üçgen olan bir dik koninin yüzlerine teğettir. Bu koninin hacmini R cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM :

Koninin yüksekliği [TH], kürenin merkezi M, TH doğrusundan geçen düzlem (TAB) olsun. Kürenin, koninin tabanına H noktasında değeceği açıktır. TB nin küreye değdiği noktaya K diyelim.



$|MK| = |MH| = R$ olduğundan $|TM| = 2R$, $|TH| = 3R$ ve $|HB| = \sqrt{3} \cdot R$ olur. Buna göre koninin hacmi

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot (\sqrt{3} \cdot R)^2 \cdot 3R \Rightarrow V = 3\pi R^3 \text{ olur.}$$

27. Tabanının yarıçapının uzunluğu r olan bir dik koninin yüksekliği, yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin çapıdır. Koni ile kürenin arakesit çemberinin yarıçapını r cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM :

Taban çapı [AB] olan koninin yüksekliği [TH] ve [TH] çaplı kürenin merkezi M olsun. [TA] ve [TB] nin küreyi deldiği noktalara C ve D diyelim. Koni ile kürenin arakesit çemberinin TH doğrusuna dik düzlem içinde [CD] çaplı çember olduğunu görünüz.

$TH \cap CD = \{K\}$ ve $|KD| = x$ olsun.

$|HB| = r$, $|TH| = 2r$, $|TM| = |MD| = r$ ve

KD // HB olduğundan,

$$\frac{|TK|}{|TH|} = \frac{|KD|}{|HB|} \Rightarrow \frac{|TK|}{2r} = \frac{x}{r} \Rightarrow |TK| = 2x \text{ ve}$$

$|MK| = 2x - r$ olur.

$\overset{\triangle}{MKD}$ dik üçgeninde,

$$|MD|^2 = |MK|^2 + |KD|^2 \Rightarrow r^2 = (2x-r)^2 + x^2$$

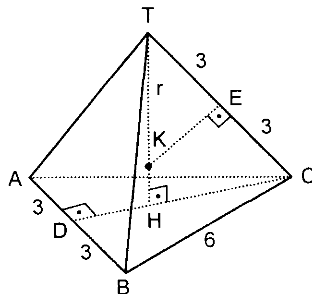
$$\Rightarrow r^2 = 4x^2 - 4rx + r^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 4rx = 0 \Rightarrow x = \frac{4r}{5} \text{ elde edilir.}$$

28. Bir ayrıtının uzunluğu 6 cm olan düzgün dörtyüzlünün köşelerinden geçen kürenin hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

Bir ayrıtı 6 cm olan düzgün dörtyüzlü (T, ABC) olsun. Tanımlanan kürenin merkezi T, A, B, C noktalarından eşit uzaklıkta olmalıdır.



A, B, C noktalarından eşit uzaklıktaki noktalar, [AB] ve [BC] nin orta dikme düzlemlerinin arakesiti olan TH doğrusu üzerinde bulunurlar. Kürenin merkezi T ile C den de eşit uzaklıkta olacağından, bu nokta (THC) düzleminde [TC] nin orta dikmesi ile [TH] nin K kesim noktası olacaktır.

Bu durumda, kürenin yarıçapı da |TK| olur.

Bu bilgilerle,

$$|DC| = \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |DC| = 3\sqrt{3} \text{ cm,}$$

$$|HC| = \frac{2}{3}|DC| \Rightarrow |HC| = 2\sqrt{3} \text{ cm,}$$

$$|TH|^2 = |TC|^2 - |HC|^2 \Rightarrow |TH|^2 = 6^2 - (2\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow |TH| = 2\sqrt{6} \text{ cm bulunur.}$$

$\overset{\triangle}{TKE} \sim \overset{\triangle}{TCH}$ (A.A.A.) olduğundan

$$\frac{|TK|}{|TC|} = \frac{|TE|}{|TH|} \Rightarrow \frac{r}{6} = \frac{3}{2\sqrt{6}} \Rightarrow r = \frac{3\sqrt{6}}{2} \text{ ve kürenin hacmi}$$

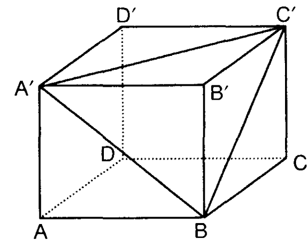
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow V = 27\sqrt{6}\pi \text{ cm}^3 \text{ olur.}$$

29. Bir dikdörtgenler prizmasının yüz köşegenlerinden ikisinin uzunlukları 4 birim ve 7 birim ise üçüncüsünün uzunluğu kaç değişik tamsayı değer alabilir?

ÇÖZÜM :

Üç farklı yüzün köşegenleri [A′B], [A′C′] ve [BC′] olsun.



$m(\widehat{A'B'C'}) = 90°$,

$|A'B'| < |A'B|$,

$|B'C'| < |BC'|$

olduğundan $m(\widehat{A'B'C'}) < 90°$ ve $m(\widehat{BB'C'}) = 90°$,

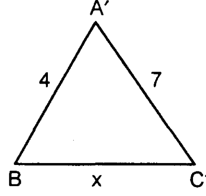
$|BB'| < |A'B|$, $|B'C'| < |A'C'|$ olduğundan

$m(\widehat{BA'C'}) < 90°$ dir.

Benzer yargılama ile $m(\widehat{BC'A'}) < 90°$ olduğu bulunur.

Demek ki, üç farklı yüz köşegeninin oluşturduğu üçgen dar açılı bir üçgendir.

$|A'B| = 4$ birim ve $|A'C'| = 7$ birim sayarak $|BC'| = x$ uzunluğunun alabileceği değerleri bulalım.



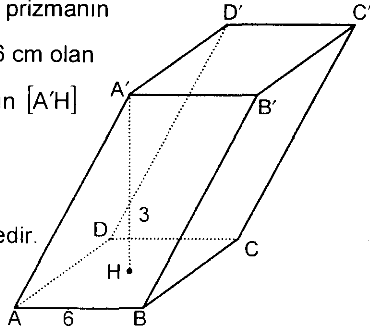
$m(\widehat{BA'C'}) < 90°$ olduğundan $x^2 < 4^2 + 7^2$ ① ve

$m(\widehat{A'B'C'}) < 90°$ olduğundan $7^2 < x^2 + 4^2$ ② dir.

① ve ② den $\sqrt{33} < x < \sqrt{65}$ bulunur.

"x" in alabileceği tamsayı değerler 6, 7, 8 olmak üzere üç tanedir.

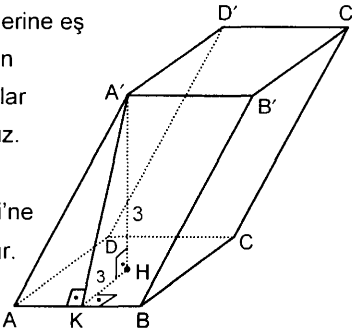
30. Şekildeki eğik prizmanın tabanı, bir kenarı 6 cm olan kare olup prizmanın [A'H] yüksekliği ABCD karesinin merkezine inmektedir. $|A'H| = 3$ cm ise prizmanın yan yüzlerinden birinin alanı kaç cm^2 dir?



ÇÖZÜM :

Yan yüzlerin birbirlerine eş olduklarını ve taban düzlemi ile eşit açılar yaptıklarını görünüz.

$HK \perp AB$ çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre $A'K \perp AB$ olur.



$\overset{\triangle}{A'HK}$ dik üçgeninde

$|A'H| = 3$ cm ve $|HK| = 3$ cm olduğundan

$|A'K| = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

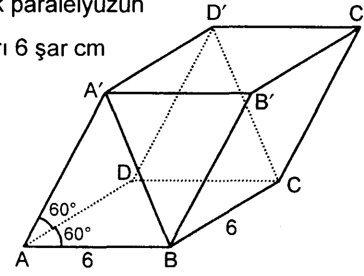
O halde, $A(ABB'A') = |AB| \cdot |A'K|$

$\Rightarrow A(ABB'A') = 6 \cdot 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow A(ABB'A') = 18\sqrt{2}$ cm^2 dir.

31. Şekildeki eğik paralelyüzün her yüzü, kenarları 6 şar cm ve açılarından biri 60° olan eşkenar dörtgendir.

Buna göre $A(A'BCD')$ kaç cm^2 dir?



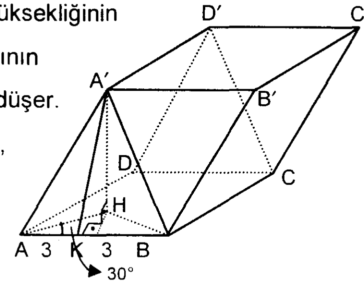
ÇÖZÜM :

Prizmanın [A'H] yüksekliğinin H ayağı $\widehat{BAD}$ açısının açıortayı üzerine düşer.

$HK \perp AB$ çizersek,

Üç Dikme Teoremi'ne göre

$A'K \perp AB$ olur.



A'AB eşkenar üçgeninde

[A'K] yüksekliği aynı zamanda kenarortaydır.

Bu bilgilerle

$|AK| = |KB| = 3$ cm, $m(\widehat{HAK}) = 30°$,

$|HK| = \sqrt{3}$ cm, $|HA| = |HB| = 2\sqrt{3}$ cm,

$m(\widehat{ABC}) = 120°$, $m(\widehat{HBK}) = 30°$ ve

$m(\widehat{HBC}) = 90°$ bulunur.

$A'H \perp (ABCD)$ ve $HB \perp BC$ olduğundan

yine Üç Dikme Teoremi'ne göre $A'B \perp BC$ olur.

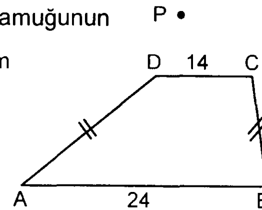
Öyleyse,

$A(A'BCD') = |BC| \cdot |A'B|$

$\Rightarrow A(A'BCD') = 6 \cdot 6$

$\Rightarrow A(A'BCD') = 36$ cm^2 dir.

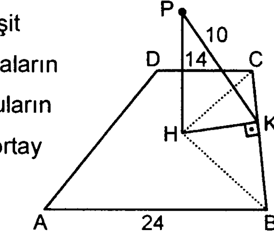
32. ABCD ikizkenar yamuğunun kenarlarından 10 ar cm uzakta bir P noktası bulunmaktadır.



$|AB| = 24$ cm,

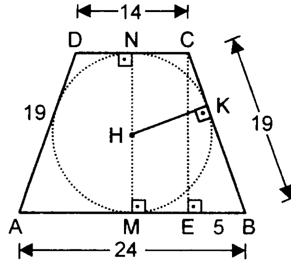
$|CD| = 14$ cm ve $|AD| = |BC|$ ise P noktasının (ABCD) düzlemine uzaklığı kaç cm dir?

ÇÖZÜM :



Kesişen iki doğrudan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri bu doğruların oluşturduğu açının açıortay düzlemidir.

Açıortay düzlemi açıortaydan geçen ve açının düzlemine dik olan düzlemdir.



Buna göre P noktası ABCD yamuğunun iç açıortay düzlemlerinin arakesiti üzerinde olmalıdır.

Yamuğun iç açıortaylarının H kesim noktası da bu arakesit üzerinde bulunacağından arakesit PH doğrusudur ve (ABCD) düzlemine diktir.

Öyleyse bizden $[PH]$ dikmesinin uzunluğu istenmektedir.

$HK \perp BC$ çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre $PK \perp BC$ olur.

P noktasının BC ye uzaklığı $|PK| = 10$ cm dir.

Bir de $|HK|$ uzunluğunu bulursak çözüm ortaya çıkar.

H noktası kenarlardan eşit uzaklıkta bulunduğundan ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir.

Teğetler dörtgeninde

$|AD| + |BC| = |AB| + |CD| \Rightarrow |AD| + |BC| = 24 + 14$

$\Rightarrow |AD| = |BC| = 19$ cm ve

$CE \perp AB$ çizilirse $\overset{\triangle}{CEB}$ dik üçgeninde

$|EB| = 5$ cm olup

$|CE|^2 = 19^2 - 5^2 \Rightarrow |CE| = 4\sqrt{21}$ cm

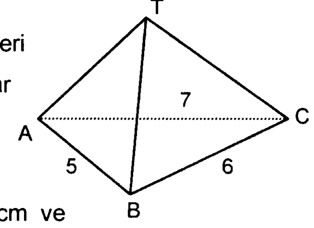
$\Rightarrow |HK| = 2\sqrt{21}$ cm olur.

$\overset{\triangle}{PHK}$ dik üçgeninde

$|PH|^2 = |PK|^2 - |HK|^2 \Rightarrow |PH|^2 = 10^2 - (2\sqrt{21})^2$

$\Rightarrow |PH| = 4$ cm bulunur.

33. (T, ABC) üçgen piramidinin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yapmaktadır.



$|AB| = 5$ cm, $|BC| = 6$ cm ve $|AC| = 7$ cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

Yan yüzler taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından $[TH]$ yüksekliğinin H ayağı, taban kenarlarından eşit uzaklıkta olup $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin iç teğet çemberinin merkezidir.

$HK \perp BC$ çizersek [HK] içteğet çemberin yarıçapı, $TK \perp BC$ ve $m(\widehat{TKH}) = 60°$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninde

$2u = 5 + 6 + 7 \Rightarrow u = 9$ cm,

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\Rightarrow 9 \cdot |HK| = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4}$

$\Rightarrow |HK| = \frac{2}{3}\sqrt{6}$ cm ve

$\overset{\triangle}{THK}$ dik üçgeninde

$|TH| = \sqrt{3} \cdot |HK| \Rightarrow |TH| = \sqrt{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{6}$

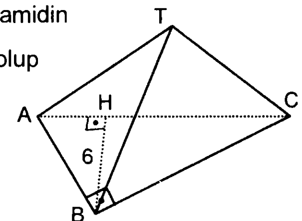
$\Rightarrow |TH| = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.

$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\triangle}{ABC}) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow V(T, ABC) = 8\sqrt{3}$ cm^3 olur.

34. Şekildeki üçgen piramidin tabanı ABC dik üçgeni olup yan ayrıtları birbirine eşittir.



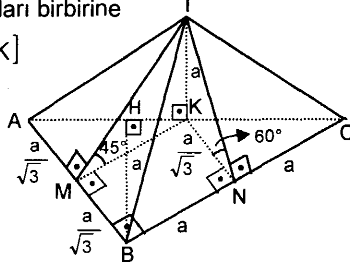
(TAB) ve (TBC) yüzleri taban düzlemi

ile 45° ve 60° lik açılar yapmaktadır.

$AB \perp BC$, $BH \perp AC$ ve $|BH| = 6$ cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

ÇÖZÜM :

Yanal ayrıt uzunlukları birbirine eşit olduğundan $[TK]$ yüksekliğinin K ayağı da A, B ve C noktalarından eşit uzaklıkta olur.



Buna göre K noktası ABC dik üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktası olup $[AC]$ nin ortasıdır.

$KM \perp AB$ ve $KN \perp BC$ çizersek

$TM \perp AB$ ve $TN \perp BC$ olur.

$m(\widehat{TMK}) = 45°$ ve $m(\widehat{TNK}) = 60°$ verilmiştir.

$|TK| = a$ dersek

$\overset{\triangle}{TKN}$ dik üçgeninde $|KN| = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$ ve

$|KN| = |MB| = |MA| = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$;

$\overset{\triangle}{TKM}$ dik üçgeninde $|MK| = a$ ve

$|MK| = |BN| = |NC| = a$ olur.

$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 \Rightarrow |AC|^2 = \left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2 + (2a)^2$$

$$\Rightarrow |AC| = \frac{4a}{\sqrt{3}} \text{ cm ve}$$

$$|AC| \cdot |BH| = |AB| \cdot |BC|$$

$$\Rightarrow \frac{4a}{\sqrt{3}} \cdot 6 = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 2a \Rightarrow a = 6 \text{ cm bulunur.}$$

Öyleyse $|AB| = 4\sqrt{3}$ cm, $|BC| = 12$ cm ve

$|TK| = 6$ cm olup

$$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} \cdot |TK|$$

$$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3} \cdot 12}{2} \cdot 6$$

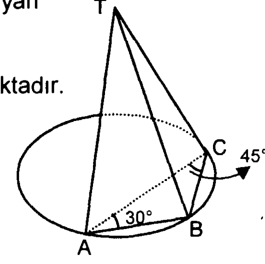
$$\Rightarrow V(T, ABC) = 48\sqrt{3} \text{ cm}^3 \text{ tür.}$$

35. (T, ABC) piramidinin yan ayrıtları taban düzlemi ile 45 er derecelik açı yapmaktadır.

$m(\widehat{BAC}) = 30°$,

$m(\widehat{BCA}) = 45°$ ve

ABC tabanının çevrel çemberinin yarıçapı 6 cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



ÇÖZÜM :

Piramidin $[TH]$ yüksekliğinin H ayağı, A, B ve C köşelerinden eşit uzaklıkta olacağından $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin çevrel çemberinin merkezidir. $\overset{\triangle}{ABC}$ üçgeninin $\hat{B}$ açısı geniş açı olduğundan çevrel çemberin merkezi üçgenin dış bölgesine düşer.

$[TH]$ yüksekliğinin H ayağını tabanın A, B ve C köşelerine birleştirelim.

$|HA| = |HB| = |HC| = 6$ cm ve

$m(\widehat{TCH}) = 45°$ olduğundan

$\overset{\triangle}{THC}$ dik üçgeninde $|TH| = |HC| = 6$ cm dir.

Piramidin taban alanını bulmak için,

$m(\overset{\frown}{BC}) = 60°$, $m(\overset{\frown}{AB}) = 90°$,

$m(\overset{\frown}{ABC}) = 150°$, $m(\overset{\frown}{AHC}) = 60°$ olduğunu görünüz.

Bu bilgilerle,

$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{HAB}) + A(\overset{\triangle}{HBC}) - A(\overset{\triangle}{HAC})$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 90° + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 60° - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 150°$$

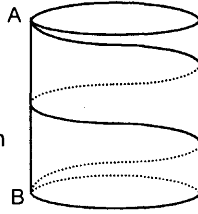
$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \left(9 + 9\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2 \text{ ve}$$

$$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\triangle}{ABC}) \cdot |TH|$$

$$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot \left(9 + 9\sqrt{3}\right) \cdot 6$$

$$\Rightarrow V(T, ABC) = \left(18 + 18\sqrt{3}\right) \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

36. Şekildeki dönel silindirin taban yarıçapı $2\sqrt{5}$ birim olup yüksekliği taban çevresi kadardır. [AB] anadoğrusunun A ucuna bağlanan bir tel silindir etrafında iki kere dolandırıldıktan sonar B ucuna bağlanıyor. Telin uzunluğu en az kaç birimdir?

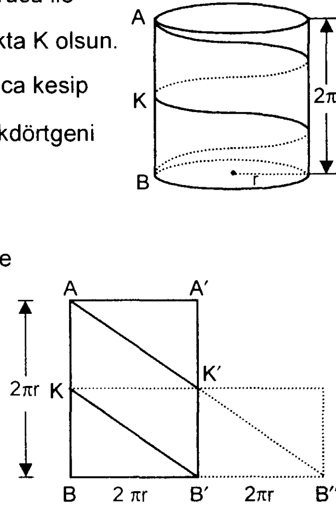


ÇÖZÜM :

Telin $[AB]$ anadoğrusu ile kesiştiği üçüncü nokta K olsun. Silindiri $[AB]$ boyunca kesip açarsak ABB′A′ dikdörtgeni oluşur.

Telin bu açılımdaki görüntüsü $[AK']$ ve $[KB']$ parçalarıdır.

Açılımda K ve K′ olarak gösterilen noktalar kapalı şekilde telin K noktasıdır.



$[KB']$ parçasını, kendisine paralel kalacak biçimde $[K'B'']$ konumuna taşıyalım.

Telin $|AK'|+|KB'|$ uzunluğunun en küçük olması

$|AK'|+|K'B''|$ toplamının en küçük olması demektir.

Öyleyse telin uzunluğunun en küçük değeri $|AB''|$ dür.

Silindirin taban yarıçapına r dersek

$|AB| = 2\pi r$ ve $|BB'| = 4\pi r$ olacağından

$\overset{\triangle}{ABB''}$ dik üçgeninde

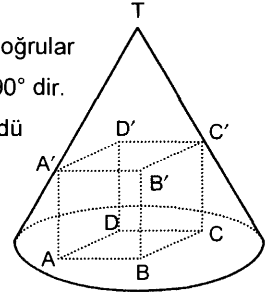
$|AB''|^2 = |AB|^2 + |BB''|^2 \Rightarrow |AB''|^2 = (2\pi r)^2 + (4\pi r)^2$

$\Rightarrow \ |AB''| = 2\sqrt{5}\pi \cdot r$ ve

$r = 2\sqrt{5}$ cm olduğundan

$|AB''| = 20\,\pi$ cm bulunur.

37. Şekildeki dik koninin anadoğrusu 6 cm ve anadoğrular arasındaki en geniş açı 90° dir. Koni içine, köşelerinin dördü taban düzleminde dördü yan yüzde olacak biçimde yerleştirilebilecek kübün bir ayrıt uzunluğu kaç cm olur?



ÇÖZÜM :

Koninin TH yüksekliğinin kübün taban merkezlerinden geçeceğini görünüz.

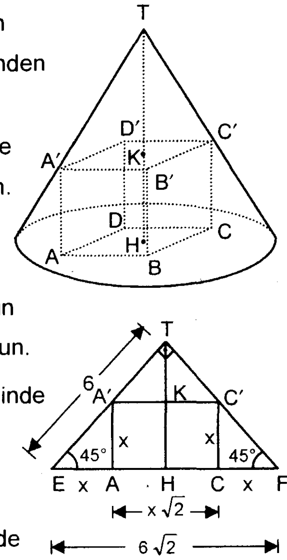
Şeklin (TA′C′) düzlemi ile arakesitini dikkate alalım.

AC nin taban çemberini kestiği noktalar E ile F ve kübün bir kenar uzunluğu x olsun.

TEF ikizkenar dik üçgeninde

$|EF| = 6\sqrt{2}$ cm;

$\overset{\triangle}{AA'E}$ ve $\overset{\triangle}{CC'F}$ ikizkenar dik üçgenlerinde



$|AC| = x\sqrt{2}$ ve

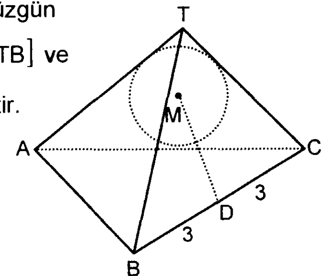
$|AA'| = |CC'| = |EA| = |CF| = x$ olur.

$|EA| + |AC| + |CF| = |EF|$

$\Rightarrow \ x + x\sqrt{2} + x = 6\sqrt{2}$

$\Rightarrow \ x = 6\sqrt{2} - 6$ cm bulunur.

38. Yarıçapı $\sqrt{2}$ cm olan küre bir ayrıtı 6 cm olan düzgün dörtyüzlünün $[TA]$, $[TB]$ ve $[TC]$ ayrıtlarına teğettir. $|BD| = |DC|$ ve kürenin merkezi M olduğuna göre $|MD|$ kaç cm dir?



ÇÖZÜM :

Kürenin, $[TC]$ ayrıtına değdiği nokta E olsun. Kürenin M merkezinin düzgün dörtyüzlünün $[TH]$ yüksekliği üzerinde olacağını görünüz.

Düzgün dörtyüzlüde

$|HC| = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |HC| = 2\sqrt{3}$ cm;

$|TH|^2 = |TC|^2 - |HC|^2 \Rightarrow |TH|^2 = 6^2 - (2\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |TH| = 2\sqrt{6}$ cm ve $|HD| = \sqrt{3}$ cm dir.

$\overset{\triangle}{TME} \sim \overset{\triangle}{TCH}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{|TM|}{|TC|} = \frac{|ME|}{|CH|} \Rightarrow \frac{|TM|}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$

$\Rightarrow |TM| = \sqrt{6}$ cm ve buradan

$|MH| = \sqrt{6}$ cm olur.

$\overset{\triangle}{MHD}$ dik üçgeninde

$|MD|^2 = |MH|^2 + |HD|^2 \Rightarrow |MD|^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |MD| = 3$ cm bulunur.

39. (T, ABC) piramidinin tabanı, bir kenarı 4 cm olan $\overset{\triangle}{ABC}$ eşkenar üçgenidir.

TH ⊥ (ABC),

H ∈ [AC],

$A(\overset{\triangle}{TAB}) = 8$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{TBC}) = 6$ cm^2 ise $|AH| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

TK ⊥ AB ve TM ⊥ BC çizersek HK ⊥ AB ve HM ⊥ BC olur.

$A(\overset{\triangle}{TAB}) = 8$ cm^2

ve $|AB| = 4$ cm

olduğundan

$|TK| = 4$ cm;

$A(\overset{\triangle}{TBC}) = 6$ cm^2 ve $|BC| = 4$ cm

olduğundan $|TM| = 3$ cm dir.

$|AH| = x$ ise $|CH| = 4 - x$ ve

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ACB}) = 60°$ olduğundan

$|AK| = \frac{x}{2}$, $|HK| = \frac{x \cdot \sqrt{3}}{2}$, $|CM| = \frac{4-x}{2}$,

$|HM| = \frac{4-x}{2} \cdot \sqrt{3}$ olur.

$\overset{\triangle}{TKH}$ ve $\overset{\triangle}{TMH}$ dik üçgenlerinde

$|TH|^2 = |TK|^2 - |HK|^2 = |TM|^2 - |HM|^2$

$\Rightarrow 4^2 - \left(\frac{x \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3^2 - \left(\frac{4-x}{2} \cdot \sqrt{3}\right)^2$

$\Rightarrow 16 - \frac{3x^2}{4} = 9 - \frac{3}{4}(16 - 8x + x^2)$

$\Rightarrow x = \frac{19}{6}$ cm bulunur.

40. Şekildeki bir ayrıtı 3 cm olan küpte E∈[CC′]

$|CE| = 1$ cm ve

P∈[DB′] dür.

P noktasının [AB] ye ve E noktasına uzaklıkları eşit olduğuna göre $|PE| = |PF| = x$ kaç cm dir?

ÇÖZÜM :

PH ⊥ (ABCD), HK ⊥ BC, $[BD]$, $[HF]$ ve $[HC]$ yi çizelim.

H ∈ [BD] ve

HF ⊥ AB dir.

$|PH| = y$ dersek

PH // BB′ olduğundan

$\frac{|DH|}{|DB|} = \frac{|PH|}{|BB'|}$

$\Rightarrow \dfrac{|DH|}{3\sqrt{2}} = \dfrac{y}{3} \Rightarrow |DH| = \sqrt{2}\,y$ ve buradan

$|BH| = (3-y)\sqrt{2}$,

$|BF| = |FH| = |HK| = |BK| = 3-y$ ve

$|KC| = y$ elde edilir.

$\overset{\triangle}{PHF} \cong \overset{\triangle}{CKH}$ (K.A.K.) $\Rightarrow |PF| = |CH|$ dır.

$|PF| = |PE|$ istendiğinden

$|PE| = |HC|$ olması gerekir.

O halde, $[HC]$, $[PE]$ nin ABCD düzlemindeki dik izdüşümü olduğundan $PE \parallel HC$ olmalıdır.

Bu durumda $|PH| = y = 1$ cm,

$|HF| = 3 - y = 2$ cm olacağından

$\overset{\triangle}{PHF}$ dik üçgeninde $|PF|^2 = 1^2 + 2^2$

$\Rightarrow |PF| = x = \sqrt{5}$ cm bulunur.

11. BÖLÜM ÜZERİNE PROBLEMLER

1. Birbirine dik E ve F düzlemleri ile E içinde bir d doğrusu veriliyor.

F düzlemi içinde,

a) d ye dik bir doğru bulunabilir mi?

b) d ye paralel bir doğru bulunabilir mi?

d doğrusunun değişik konumlarına göre çözümü irdeleyiniz.

2. Kesişen E ve F düzlemleri ile E içinde bir d doğrusu veriliyor.

F düzlemi içinde,

a) d ye dik bir doğru bulunabilir mi?

b) d ye paralel bir doğru bulunabilir mi?

c) E ye dik bir doğru bulunabilir mi?

d) E ye paralel bir doğru bulunabilir mi?

d doğrusunun değişik konumlarına göre çözümü irdeleyiniz.

3. İki paralel düzlemin sınırladığı doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?

4. d_1 ve d_2 aykırı doğruları veriliyor. A ucu d_1 üzerinde ve B ucu d_2 üzerinde değişen $[AB]$ doğru parçasının orta noktasının geometrik yeri nedir?

5. İki paralel doğrudan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri nedir?

6. Üç paralel doğrudan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri nedir?

7. Bir E düzlemi ile bunun dışında A ve B noktaları veriliyor. A ve B den eşit uzaklıkta ve E düzlemi içinde bulunan noktaların geometrik yerini belirtiniz.

8. Farklı düzlemlerde, tepeleri A ve D noktaları olan $\overset{\triangle}{ABC}$ ve $\overset{\triangle}{DBC}$ üçgenleri veriliyor.

AD nin BC ye dik olduğunu gösteriniz.

9. d_1 ve d_2 aykırı doğruları veriliyor. d_1 den geçen ve d_2 ye paralel olan düzlemi çiziniz.

10. Verilen bir noktadan geçen ve kesişen iki düzleme dik olan düzlemi çiziniz.

11. Bir E düzlemi ile bir A noktası veriliyor. A dan geçen ve E düzlemine dik olan doğruyu çiziniz.

12. Verilen bir E düzleminin dışındaki bir A noktasından geçen ve E ye paralel olan düzlemi çiziniz.

13. Bir E düzlemi ile bunun dışında bir d doğrusu veriliyor. d den geçen ve E ye dik olan düzlemi çiziniz.

14. Bir A noktasından geçen ve kesişen E ile F düzlemlerine dik olan düzlemi çiziniz.

15. $d_1 \parallel d_2$ olmak üzere d_1, d_2, d_3, d_4 doğruları veriliyor. Bu dört doğruyu kesen bir doğru çiziniz.

16. Verilen d_1 ile d_2 aykırı doğrularını kesen ve verilen bir d_3 doğrusuna paralel olan doğruyu çiziniz.

17. d_1, d_2, d_3 aykırı doğruları veriliyor. Bu üç doğruyu kesen bir doğru çiziniz.

18. ABCD uzay dörtgeninde

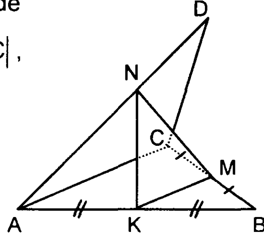
$|AK| = |KB|$, $|BM| = |MC|$,

$|AN| = 3|ND|$ ve

$|CD| = 24$ cm dir.

$[CD] \cap (KMN) = \{P\}$

ise $|PD|$ kaç cm dir?



19. A ve B noktalarının bir E düzlemine uzaklıkları $|AA'| = 7$ cm, $|BB'| = 2$ cm dir. Bu noktaların E düzlemindeki izdüşümlerinin uzaklığı, $|A'B'| = 12$ cm olduğuna göre,

a) A ile B, düzlemin aynı tarafında ise,

b) A ile B, düzlemin farklı taraflarında ise

$|AB|$ uzunluğu kaç cm dir?

20. Düzlemsel olmayan A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıkta bulunan düzlemleri belirtiniz.

21. E düzlemi ile buna paralel bir d doğrusu ve bir A noktası veriliyor. A dan geçen, d yi B ve E yi C noktalarında kesen öyle bir doğru çiziniz ki $|BC| = m$ olsun.

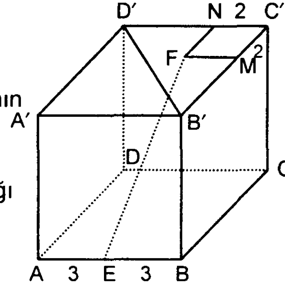
22. Bütün ayrıtları 6 şar cm olan bir üçgen prizmanın toplam alanını ve hacmini bulunuz.

23. Bütün ayrıtları birbirine eşit olan bir düzgün altıgen dik prizmanın hacmi $96\sqrt{3}$ cm^3 tür. Bu prizmanın toplam alanı kaç cm^3 tür?

24. Bir kare düzgün piramidin bir taban ayrıtı 6 cm ve yüksekliği 4 cm dir. Buna göre piramidin alanını ve hacmini bulunuz.

25. Bir kenarı 6 cm olan şekildeki küpte, üst tabana ait P noktasının $[B'C']$ ve $[C'D']$ kenarlarından uzaklığı 2 şer cm dir.

E noktası $[AB]$ nin ortası olduğuna göre, EF nin taban düzlemi ile yaptığı açının tanjantı nedir?



26. Bir eşkenar üçgen düzgün piramidin yüksekliği 4 cm ve bir yanal yüzünün yüksekliği 5 cm dir. Buna göre piramidin alanını ve hacmini bulunuz.

27. Hacmi 81 cm^3 olan bir piramit, yüksekliği üç eşit parçaya ayrılacak biçimde, tabanına paralel iki düzlemle kesiliyor. Her parçanın hacmi kaç cm^3 olur.

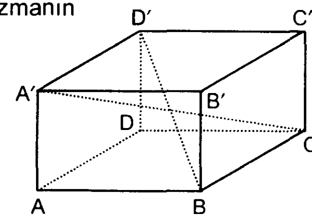
28. Uçlarından her biri, yüksekliği 8 cm olan bir silindirin alt ve üst tabanlarında bulunan en uzun doğru parçası 10 cm olduğuna göre, bu silindirin alanını ve hacmini bulunuz.

29. Tabanının yarıçapı 5 cm ve yüksekliği 12 cm olan dönel koninin alanını ve hacmini bulunuz.

30. Yarıçapı 6 cm olan bir kürenin merkezinden 4 cm uzakta bulunan bir düzlemle arakesitinin yarıçapı kaç cm dir?

31. Herbirinin yarıçapı 2 cm olan 8 kurşun küre eritilerek tek bir küre yapılıyor. Elde edilen kürenin yarıçapı kaç cm dir?

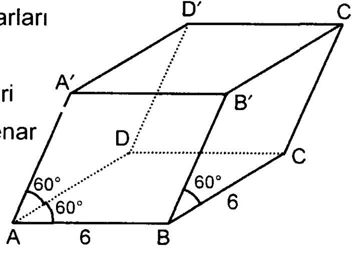
32. Şekildeki dik prizmanın tabanı köşegen uzunlukları oranı $\frac{9}{16}$ olan bir eşkenar dörtgendir.



Prizmanın cisim köşegenlerinin uzunlukları, $|A'C| = 20$ cm ve $|BD'| = 15$ cm ise hacmi kaç cm^3 tür?

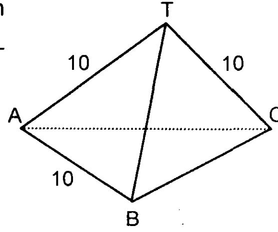
33. Şekildeki eğik paralelyüzün her yüzü kenarları 6 şar cm ve açılarından biri 60° olan eşkenar dörtgendir.

Buna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



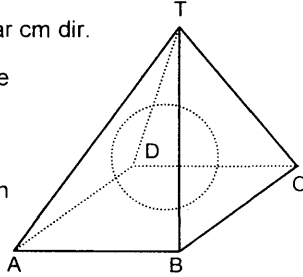
34. (T, ABC) piramidinin (TAB) ve (TAC) yüzleri, kenarları 10 ar cm olan birer eşkenar üçgen olup birbirine diktir.

Piramidin (ABC) tabanına ait yüksekliği kaç cm dir?

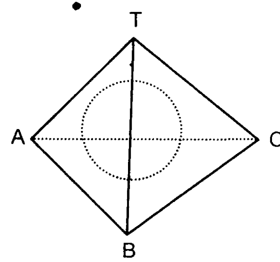


35. (T, ABCD) kare piramidinin bütün ayrıtları 6 şar cm dir.

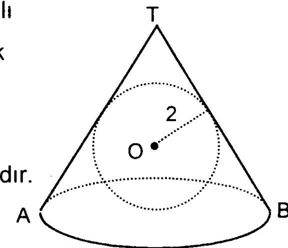
Piramidin yüzlerine teğet olan küreye T noktasından çizilecek bir teğetin uzunluğu kaç cm olur?



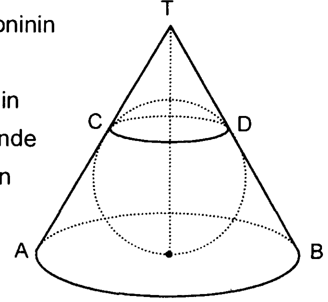
36. Şekildeki düzgün dörtyüzlünün bir ayrıtı 12 cm dir. Dörtyüzlünün yüzlerine teğet olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?



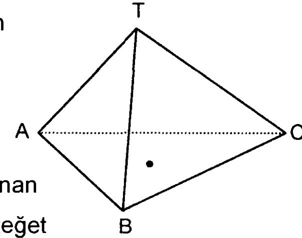
37. Yüzleri 2 cm yarıçaplı küreye teğet olan dik koninin ana doğrusu taban düzlemi ile 60° lik açı yapmaktadır. Koninin yan alanı kaç cm^2 dir?



38. Şekildeki küre, yüksekliği 12 cm olan dik koninin yüzlerine teğettir. Değme çemberinin koninin yan yüzünde ayırdığı parçaların alanlarının oranı $\frac{4}{5}$ ise koninin taban yarıçapı kaç cm dir?



39. Şekildeki düzgün dörtyüzlünün bir ayrıtı 6 cm dir. Merkezi taban düzleminde bulunan ve yan ayrıtlara teğet olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?



40. Yarıçapları 3 er cm olan 3 küre ikişer ikişer birbirine teğettir. Bu üç küreyi içine alan ve üçüne de teğet olan kürenin yarıçapı en az kaç cm dir?

NOT: Bazı test sorularında "düzlem" yerine "R^2" terimi, "uzay" yerine "R^3" terimi kullanılmıştır.

1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir paralel doğru çizilebilir.
B) Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir dik doğru çizilebilir.
C) Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir dik düzlem çizilebilir.
D) Bir düzleme dışındaki bir noktadan yalnız bir dik doğru çizilebilir.
E) Bir düzleme dışındaki bir noktadan birden çok dik düzlem çizilebilir.

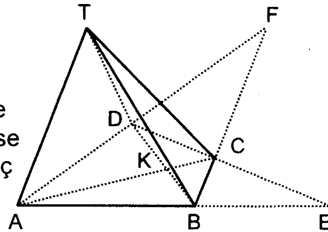
2. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Aynı doğruya paralel olan iki düzlem birbirine paraleldir.
B) Bir düzlemin içindeki bir doğruya paralel olan ve düzlem içinde bulunmayan her doğru bu düzleme paraleldir.
C) İki paralel doğrudan birine paralel olan bir düzlem diğer doğruya da paralel olur veya o doğruyu içine alır.
D) Bir doğru kesişen iki düzlemin her birine paralel ise bunların arakesitine de paraleldir.
E) Paralel iki doğrudan geçerek kesişen iki düzlemin arakesiti, o doğrulara paralel olur.

3. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Paralel iki düzlemden birinin içindeki her doğru, diğer düzleme paraleldir.
B) Paralel iki düzlem üçüncü bir düzlemle kesilirse arakesitler birbirine paralel olur.
C) Birbirine paralel iki doğru bir E düzlemine paralelse bu doğruların belirttiği F düzlemi de E ye paralel olur.
D) Paralel iki düzlemden birini kesen bir düzlem diğerini de keser.
E) Aynı düzleme paralel olan iki düzlem birbirine paraleldir.

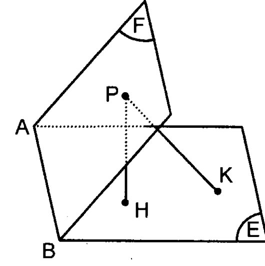
4. T noktası (ABCD) düzlemi dışındadır. $[AB \cap [DC = \{E\}$, $[AD \cap [BC = \{F\}$ ve $[AC] \cap [BD] = \{K\}$ ise aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?



I. $(TAB) \cap (TKC) = TA$
II. $(TFE) \cap (ABD) = EF$
III. $(TAB) \cap (TDC) = TE$
IV. $(TAC) \cap (TDE) = TC$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. E ve F düzlemlerinin arakesiti AB doğrusudur. P noktası F düzleminde, H ve K noktaları E düzlemindedir. $PK \perp F$ ve $PH \perp E$ olduğuna göre;

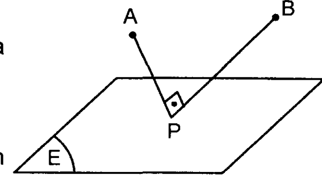


I. $PK \perp AB$
II. $PK \perp HK$
III. $HK \perp AB$

önermelerinden hangileri doğrudur?

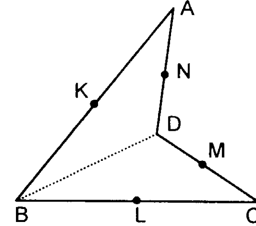
A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

6. A ve B noktaları E düzleminin dışında ve P noktası E düzlemindedir. $PA \perp PB$ olmak üzere P noktasının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?



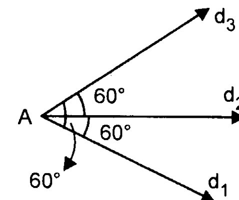
A) [AB] nin E deki dik izdüşümüdür.
B) [AB] nin orta dikme düzlemi ile E nin arakesitidir.
C) [AB] nin E deki izdüşümünü çap kabul eden çemberdir.
D) [AB] çaplı küre ile E nin arakesitidir.
E) [AB] çaplı kürenin E deki dik izdüşümüdür.

7. ABCD uzay dörtgeninde K, L, M ve N kenarların orta noktalarıdır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



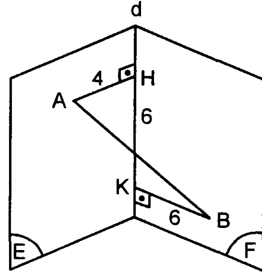
A) K, L, M, N noktaları düzlemseldir.
B) BD // (KLM)
C) AC // (KMN)
D) $|KL| = |MN|$
E) $(KLM) \cap (ABC) = AC$

8. Şekildeki doğruların herbiri diğerleri ile 60° lik açılar yapmaktadır. Doğrulardan birinin diğer ikisinin belirttiği düzlemle yaptığı açının kosinüsü nedir?



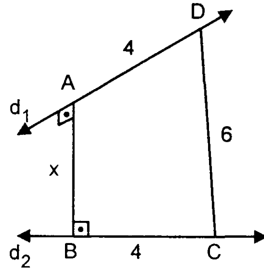
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. (E, d, F) ikidüzlemli açısı 60° dir. $A \in E$, $B \in F$, $AH \perp d$, $BK \perp d$, $|AH| = 4$ cm, $|BK| = 6$ cm ve $|HK| = 6$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



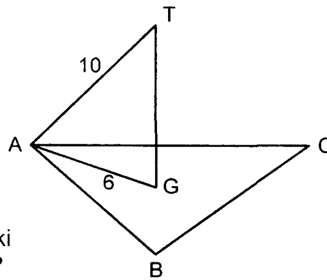
A) $4\sqrt{3}$ B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) $6\sqrt{3}$

10. d_1 ve d_2 aykırı doğruları arasındaki açı 60° dir. A ve B, doğruların ortak dikmelerinin ayakları; $D \in d_1$ ve $C \in d_2$ dir. $|AD| = |BC| = 4$ cm ve $|CD| = 6$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



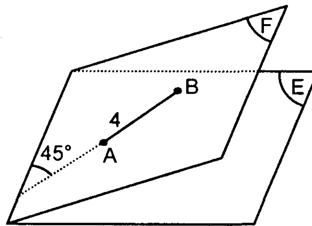
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{3}$

11. G noktası ABC eşkenar üçgeninin ağırlık merkezi ve $TG \perp (ABC)$ dir. $|AT| = 10$ cm ve $|AG| = 6$ cm ise AT ve BC aykırı doğruları arasındaki uzaklık kaç cm dir?



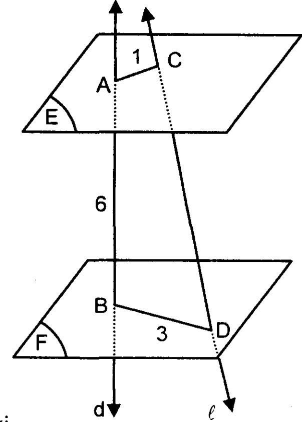
A) 7,2 B) $6\sqrt{2}$ C) 8,4 D) $6\sqrt{3}$ E) 9,6

12. F düzleminde 4 birim uzunluğundaki [AB] doğru parçası E ve F düzlemlerinin arakesiti ile 45° lik açı yapmaktadır. E ve F arasındaki açı 30° olduğuna göre [AB] nin E düzlemindeki izdüşümünün uzunluğu kaç birimdir?



A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{14}$ E) $\sqrt{15}$

13. d doğrusu E ve F düzlemlerine diktir. ℓ doğrusu ise E ile 60° lik açı yapmaktadır. Doğrular, düzlemleri A, B, C ve D noktalarında kesmektedir. $|AC| = 1$ cm, $|BD| = 3$ cm, $|AB| = 6$ cm ve (ABC) ile (ABD) düzlemleri arasındaki açı α olduğuna göre cosα değeri kaçtır?



A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

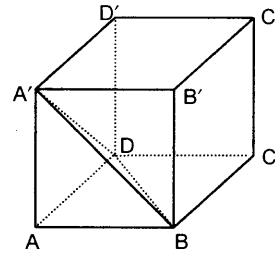
14. Bir dikdörtgenler prizmasının bir köşesindeki üç ayrıtının uzunlukları toplamı 13 cm ve cisim köşegeninin uzunluğu 9 cm ise prizmanın alanı kaç cm^2 dir?

A) 72 B) 77 C) 81 D) 84 E) 88

15. Bir dikdörtgenler prizmasının bir köşesinden geçen üç yüzünün alanları 12 cm^2, 16 cm^2 ve 48 cm^2 dir. Buna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

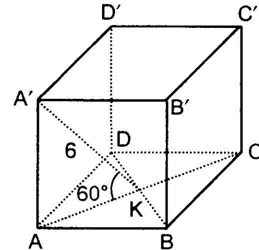
A) 54 B) 72 C) 96 D) 108 E) 144

16. ABCDA′B′C′D′ küpünün bir kenarı 6 cm olduğuna göre A köşesinin (A′BD) düzlemine uzaklığı kaç cm dir?



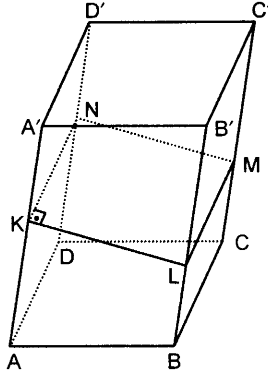
A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

17. Şekildeki kare dik prizmanın taban köşegenleri K da kesişmektedir. $|A'K| = 6$ cm ve $m(\widehat{AKA'}) = 60°$ ise prizmanın yanal alanı kaç cm^2 dir?



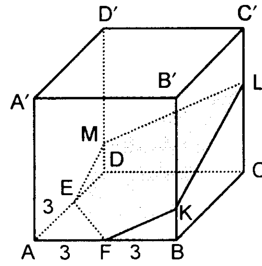
A) $36\sqrt{2}$ B) $36\sqrt{3}$ C) $36\sqrt{6}$
D) $48\sqrt{2}$ E) $48\sqrt{3}$

18. ABCDA′B′C′D′ eğik prizmasının tabanı ABCD dikdörtgeni, bir dik kesiti KLMN karesidir. ABCD dikdörtgeninin kenar uzunluklarının oranı 2 olduğuna göre prizmanın yanal ayrıtlarının taban düzlemi ile yaptığı açı kaç derecedir?



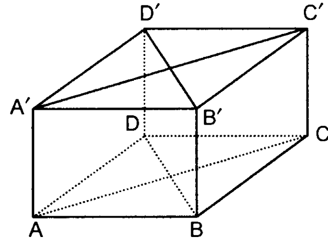
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

19. Bir ayrıtı 6 cm olan küpte $|AF| = |FB| = |AE|$ dir. [EF] den geçen düzlem taban düzlemi ile 30° lik açı yapmaktadır. Düzlem ile kübün arakesitinin alanı kaç cm² dir?



A) $18\sqrt{3}$ B) $21\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$
D) $27\sqrt{3}$ E) $30\sqrt{3}$

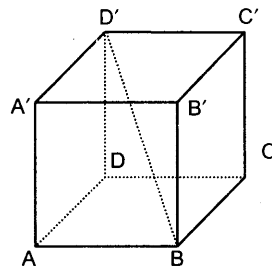
20. ABCDA′B′C′D′ dik prizmasının ABCD tabanı bir eşkenar dörtgendir.



A(ACC′A′) = 16 cm² ve A(BDD′B′) = 12 cm² olduğuna göre prizmanın yanal alanı kaç cm² dir?

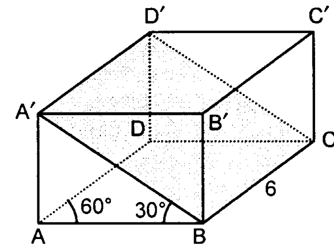
A) 28 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

21. Bir kenarı 6 cm olan şekildeki küp, A dan geçen ve [BD′] köşegenine dik olan düzlemle kesilirse küçük parçanın hacmi kaç cm³ olur?



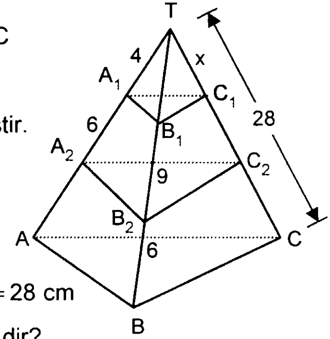
A) 18 B) 27 C) 36 D) 54 E) 72

22. Şekildeki dik prizmanın tabanı, bir dar açısı 60° ve bir kenarı 6 cm olan eşkenar dörtgendir.
$m(\widehat{ABA'}) = 30°$ ise A(A′BCD′) kaç cm² dir?



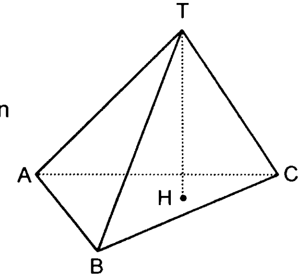
A) $12\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{13}$ C) $18\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{39}$ E) $4\sqrt{41}$

23. (T, ABC) piramidi ABC tabanına paralel olan $(A_1B_1C_1)$ ve $(A_2B_2C_2)$ düzlemleri ile kesilmiştir.
$|TA_1| = 4$ cm,
$|A_1A_2| = 6$ cm,
$|B_1B_2| = 9$ cm,
$|B_2B| = 6$ cm ve $|TC| = 28$ cm
ise $|TC_1| = x$ kaç cm dir?



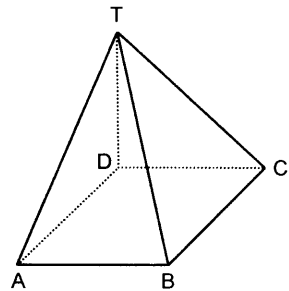
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

24. (T, ABC) üçgen piramidinde ABC tabanı bir çeşitkenar üçgen olup yanal ayrıtlar taban düzlemi ile eşit açılar yapmaktadır. Buna göre piramidin [TH] yüksekliğinin H ayağı ABC üçgeninin;



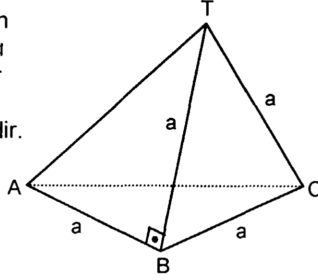
A) Yüksekliklerinin kesim noktasıdır.
B) Kenarortaylarının kesim noktasıdır.
C) Kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır.
D) Açıortaylarının kesim noktasıdır.
E) Yanal ayrıtlarının taban düzlemiyle yaptığı açıya göre değişen bir noktasıdır.

25. (T, ABCD) piramidinin tabanı, alanı 36 cm² olan bir dikdörtgendir. (TDA) ve (TDC) yüzleri taban düzlemine dik olup (TAB) ve (TBC) yüzleri taban düzlemi ile 60° ve 30° lik açılar yapmaktadır. Piramidin hacmi kaç cm³ tür?



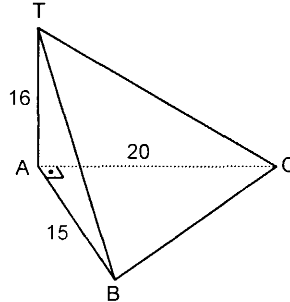
A) 48 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96

26. (T, ABC) piramidinin TBC yüzü, bir kenarı a birim olan eşkenar üçgen, ABC tabanı ikizkenar dik üçgendir. TB ⊥ AB, AB ⊥ BC ve $|AB| = a$ olduğuna göre piramidin hacmi nedir?



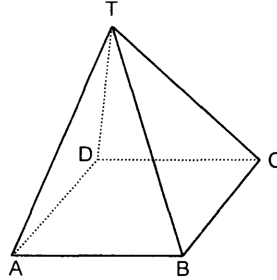
A) $\frac{a^3}{6}$ B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$
D) $\frac{a^3}{3}$ E) $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

27. Dik kenarları $|AB| = 15$ cm ve $|AC| = 20$ cm olan dik üçgenin A köşesinden üçgen düzlemine [AT] dikmesi çıkılıyor. $|AT| = 16$ cm ise $A(\overset{\triangle}{TBC})$ kaç cm² dir?



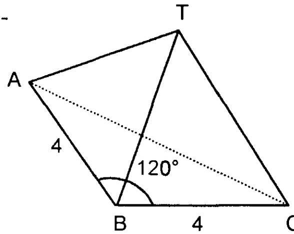
A) 180 B) 200 C) 225 D) 250 E) 300

28. (T, ABCD) piramidinin tabanı ABCD dörtgenidir. Piramidin yanal ayrıtları birbirine eşit olduğuna göre piramidin tabanı olan ABCD dörtgeni, zorunlu olarak aşağıdakilerden hangisidir?



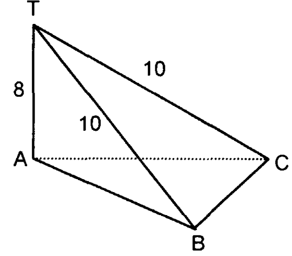
A) Bir kirişler dörtgenidir.
B) Bir teğetler dörtgenidir.
C) Deltoittir.
D) Karedir.
E) Eşkenar dörtgendir.

29. (T, ABC) piramidinin tabanı, bir açısı 120° ve eşit kenarları 4 er cm olan ABC ikizkenar üçgenidir. (TAC) yüzü taban düzlemine dik olup diğer yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Buna göre piramidin hacmi kaç cm³ tür?



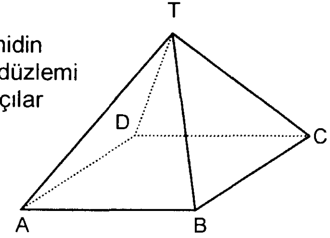
A) $4\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $2\sqrt{14}$ E) 8

30. (T, ABC) piramidinin (TAB) ve (TAC) yüzleri taban düzlemine dik olup (TBC) yüzü taban düzlemi ile α açısı yapmaktadır. $|TA| = 8$ cm, $|TB| = |TC| = 10$ cm ve tgα = 4 olduğuna göre piramidin hacmi kaç cm³ tür?



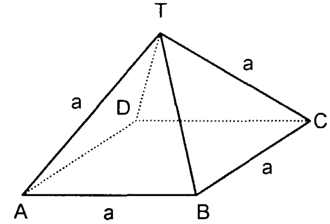
A) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{40\sqrt{2}}{3}$ C) $16\sqrt{2}$
D) $18\sqrt{2}$ E) $\frac{64\sqrt{2}}{3}$

31. Şekildeki kare piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin toplam alanı 72 cm² ise hacmi kaç cm³ tür?



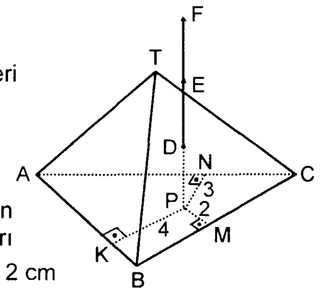
A) $18\sqrt{2}$ B) $24\sqrt{2}$ C) $27\sqrt{2}$
D) $32\sqrt{2}$ E) $36\sqrt{2}$

32. (T, ABCD) kare piramidinin bütün ayrıtları birbirine eşittir. (TAD) ve (TBC) düzlemleri arasındaki açının tanjantı nedir?



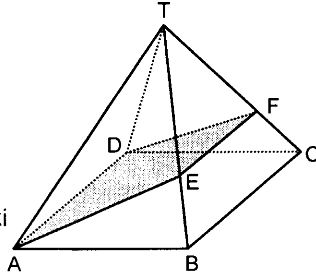
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

33. Tabanı ABC eşkenar üçgeni olan piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile 45 er derecelik açı yapmaktadır. ABC üçgeninin iç bölgesindeki P noktasının kenarlara uzaklıkları $|PK| = 4$ cm, $|PM| = 2$ cm ve $|PN| = 3$ cm dir. P den taban düzlemine çıkılan dikmenin yan yüzleri kestiği noktalar D, E, F ise $|PD| + |PE| + |PF|$ toplamı kaç cm dir?



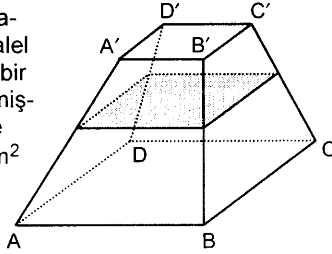
A) $6\sqrt{2}$ B) 9 C) $6\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{3}$

34. (T, ABCD) kare piramidinin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. ABCD karesinin bir kenarı 8 cm dir. (TAD) ve (ABCD) düzlemleri arasındaki açının açıortay düzlemi (AEFD) ise A(AEFD) kaç cm² dir?



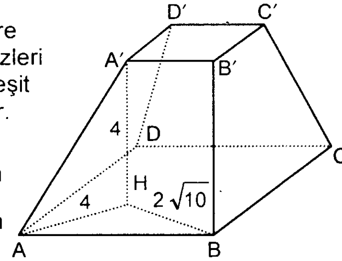
A) $15\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{3}$ E) $27\sqrt{3}$

35. Şekildeki kesik piramit, tabanlara paralel ve eşit uzaklıktaki bir bir düzlemle kesilmiştir. Piramidin alt ve üst tabanları 32 cm² ve 8 cm² ise kesit alanı kaç cm² dir?



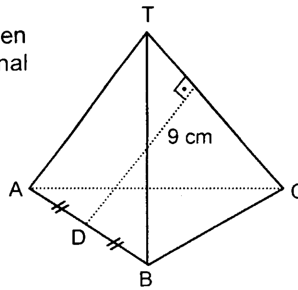
A) $10\sqrt{2}$ B) 16 C) 18 D) 20 E) $16\sqrt{2}$

36. Şekildeki kesik kare piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile eşit açılar yapmaktadır.
A′H ⊥(ABCD),
$|A'H| = |AH| = 4$ cm
ve $|BH| = 2\sqrt{10}$ cm
ise kesik piramidin yanal alanı kaç cm² dir?



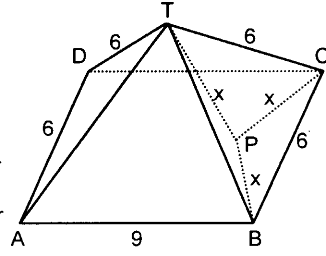
A) $48\sqrt{3}$ B) $56\sqrt{3}$ C) $64\sqrt{3}$
D) $72\sqrt{3}$ E) $80\sqrt{3}$

37. (T, ABC) eşkenar üçgen düzgün piramidinin yanal ayrıtları taban düzlemi ile 60° lik açı yapmaktadır. [AB] taban ayrıtının D orta noktasının [TC] yanal ayrıtına uzaklığı 9 cm olduğuna göre piramidin (ABC) düzlemine ait yüksekliği kaç cm dir?



A) 9 B) $6\sqrt{3}$ C) 12 D) $9\sqrt{3}$ E) 16

38. Tabanı ABCD dikdörtgeni olan piramidin taban düzlemindeki P noktası B, C ve T den eşit uzaklıktadır. Dikdörtgenin uzun kenarları 9 ar cm, diğer bütün ayrıtlar 6 şar cm ise
$|PB| = |PC| = |PT| = x$ kaç cm dir?

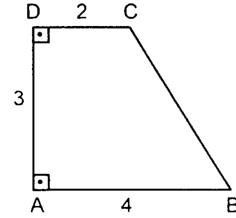


A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{15}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

39. Bir dik silindirin, simetri ekseninden geçen düzlemle arakesitinin alanı 16 cm² ise silindirin yanal alanı kaç cm² dir?

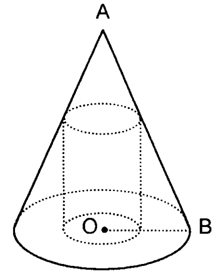
A) 16π B) 18π C) 24π D) 27π E) 32π

40. ABCD dik yamuğunda AB // CD, AB ⊥ AD,
$|AB| = 4$ cm,
$|AD| = 3$ cm ve
$|DC| = 2$ cm dir.
Yamuğun, [CD] kenarı etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç cm³ tür?



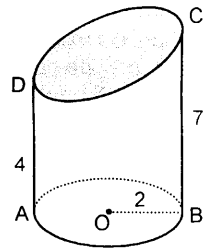
A) 24π B) 27π C) 30π D) 32π E) 34π

41. Taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 8 cm olan dik koninin içine, taban çapı yüksekliğine eşit olan silindir şekildeki gibi yerleştirilecektir. Buna göre silindirin yüksekliği kaç cm olmalıdır?



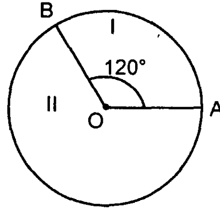
A) 3,2 B) 4 C) 4,8 D) 5,4 E) 6

42. Taban yarıçapı 2 cm olan dik dairesel silindir DC den geçen bir düzlemle kesiliyor. Kesit yüzeyin tabana en yakın noktası D, en uzak noktası C dir. $|AD| = 4$ cm ve $|BC| = 7$ cm ise kesit yüzeyin alanı kaç π cm² dir?



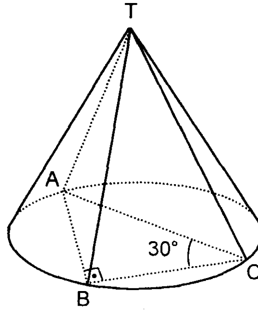
A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) $\frac{25}{4}$

43. O merkezli dairenin [OA] ve [OB] boyunca kesilmesiyle elde edilen parçalar [OA] ve [OB] boyunca birleştirilerek birer koni yapılıyor. Bu konilerin yüksekliklerinin oranı nedir?



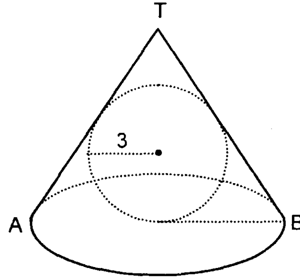
A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{8}$

44. (T,ABC) piramidi, yanal alanı 72π cm^2 olan ve ana doğrusu taban düzlemi ile 60° lik açı yapan dik koninin içine şekildeki gibi yerleştirilmiştir. ABC üçgeni dik üçgen ve $m(\widehat{BCA})=30°$ ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



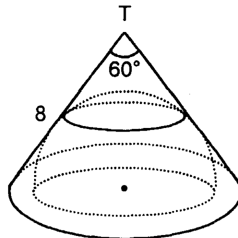
A) 54 B) 72 C) 90 D) 108 E) 120

45. 3 cm yarıçaplı küre, taban yarıçapı 6 cm olan dik koninin yüzlerine teğettir. Koninin yüksekliği kaç cm dir?



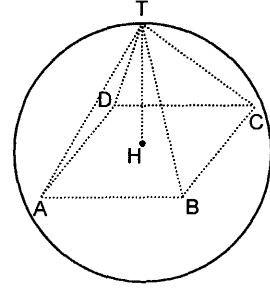
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

46. Ana doğrusu 8 cm ve anadoğruları arasındaki en geniş açı 60° olan dik koni içine bir yarım küre, tabanları çakışacak ve yanal yüze teğet olacak biçimde yerleştirilmiştir. Küre ile koninin değme çemberinin yarıçapı kaç cm dir?



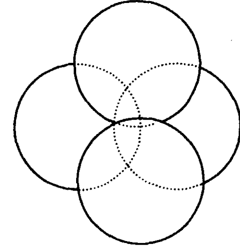
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

47. Yarıçapı 6 cm olan küre içine, köşeleri küre yüzeyinde olacak biçimde yerleştirilen kare düzgün piramidin yüksekliği 9 cm ise tabanının bir kenarı kaç cm dir?



A) $4\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{6}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{6}$ E) $6\sqrt{3}$

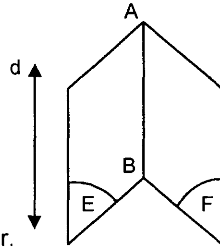
48. Yarıçapları 6 şar cm olan dört küreden herbiri diğer üçüne teğettir. Bu kürelerin herbirine teğet olan kürenin yarıçapı kaç cm olur?



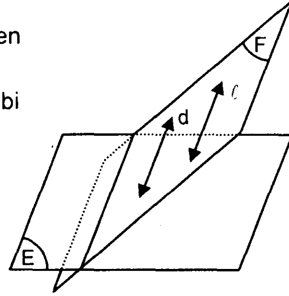
A) $4\sqrt{2}+6$ B) $4\sqrt{3}+6$ C) $3\sqrt{6}+6$
D) $6\sqrt{2}+6$ E) $6\sqrt{3}+6$

1. B seçeneğinde verilen "Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir dik doğru çizilebilir." önermesi R^2 de doğru fakat R^3 te yanlıştır. R^3 te bir doğruya dışındaki bir noktadan çizilen dik doğrular verilen noktadan geçen ve verilen doğruya dik olan düzlemi belirtirler. İki doğrunun birbirine dik olması için mutlaka kesişmeleri gerekmez. Birbirine dik olan fakat kesişmeyen doğrulara "dik durumlu doğrular" da denir.
Doğru cevap B seçeneğidir.

2. A seçeneğinde verilen önerme yanlıştır. Aynı doğruya paralel olan iki düzlemin birbirine paralel olması gerekmez. Şekilde d // (E) ve d // (F) olduğu halde (E) $\not\parallel$ (F) dir.
Doğru cevap A seçeneğidir.



3. C seçeneğinde verilen önerme yanlıştır.
Şekilde görüldüğü gibi
$d \parallel \ell \parallel (E)$
$d \subset (F)$ ve
$\ell \subset (F)$ olduğu halde
(E) $\not\parallel$ (F) dir.
Doğru cevap C seçeneğidir.



4. Verilen önermelerin dördü de doğrudur.
Doğru cevap E seçeneğidir.

5. I. $\left.\begin{matrix} PK \perp (F) \\ AB \subset (F) \end{matrix}\right\} \Rightarrow PK \perp AB$ dir.

(Bir doğru bir düzleme dikse düzlemin bütün doğrularına dik olur.)

II. $\left.\begin{matrix} PH \perp (E) \\ HK \subset (E) \end{matrix}\right\} \Rightarrow PH \perp HK$ dır.

$PH \perp HK$ iken $PK \perp HK$ olamaz.
(Düzlemde bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir dik doğru çizilebilir.)

III. $\left.\begin{matrix} PH \perp (E) \\ AB \subset (E) \end{matrix}\right\} \Rightarrow PH \perp AB$, ①

$\left.\begin{matrix} PK \perp (F) \\ AB \subset (F) \end{matrix}\right\} \Rightarrow PK \perp AB$ ②

① ve ② den
$AB \perp (PHK) \Rightarrow AB \perp HK$ olur.
Önermelerden I. ve III. doğru olup doğru cevap C seçeneğidir.

6. R^3 te, bir [AB] doğru parçasını dik açı altında gören noktaların geometrik yeri [AB] çaplı küre yüzeyidir. P noktaları (E) düzleminde bulunduğuna göre, aranan geometrik yer [AB] çaplı küre yüzeyi ile (E) düzleminin arakesiti olan çemberdir.
Doğru cevap D seçeneğidir.

7. A) $\left.\begin{matrix} KN \parallel BD \\ LM \parallel BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow KN \parallel LM$

olduğundan K, L, M, N noktaları düzlemseldir. (Doğru)

B) $\left.\begin{matrix} BD \parallel KN \\ BD \parallel LM \end{matrix}\right\} \Rightarrow BD \parallel (KLMN)$ (Doğru)

(KLM) ve (KLMN) düzlemlerinin aynı düzlem olduğuna dikkat ediniz.

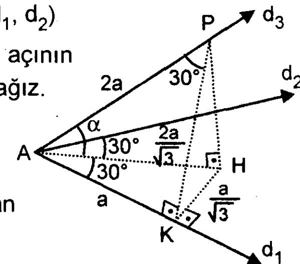
C) $\left.\begin{matrix} AC \parallel MN \\ AC \parallel KL \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \parallel (KLMN)$ (Doğru)

D) $\left.\begin{matrix} |KL| = \dfrac{|AC|}{2} \\ |MN| = \dfrac{|AC|}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow |KL| = |MN|$ (Doğru)

E) $(KLM) \cap (ABC) = KL$ olmalıydı. (Yanlış)
Doğru cevap E seçeneğidir.

8. **I. YOL :**

d_3 doğrusunun (d_1, d_2) düzlemi ile yaptığı açının kosinüsünü bulacağız.
$P \in d_3$ alarak
$PH \perp (d_1, d_2)$ ve
H dikme ayağından
$HK \perp d_1$ çizelim.
Üç Dikme Teoremi'ne göre
$PK \perp d_1$ olur.



Aranan açı $\widehat{PAH}$ açısıdır.
[AH ışınının, d_1 ile d_2 arasındaki açıyı ortalayacağını görünüz.

$m(\widehat{PAH}) = \alpha$ ve $|AP| = 2a$ olsun.

PAK dik üçgeninde

$m(\widehat{APK}) = 30°$ olduğundan $|AK| = a$,

AHK dik üçgeninde

$m(\widehat{KAH}) = 30°$ olduğundan

$|KH| = \frac{a}{\sqrt{3}}$ ve $|AH| = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ olur.

PAH dik üçgeninde

$$\text{Cos}\alpha = \frac{|AH|}{|AP|} \Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = \frac{\frac{2a}{\sqrt{3}}}{2a}$$

$$\Rightarrow \text{Cos}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ bulunur.}$$

II. YOL :

A noktasında kesişen doğrular üzerinde $|AB| = |AC| = |AD| = a$ olacak şekilde B, C ve D noktaları alırsak (D, ABC) bir düzgün dörtyüzlü olur.
D köşesinden ABC tabanına indirilen yükseklik ABC üçgeninin ağırlık merkezine ineceğinden

$|AK| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ve $|AH| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ olur.

Buradan

$$\text{Cos}\alpha = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ bulunur.}$$

9. **I. YOL :**

AA′ ⊥ (F) çizersek, Üç Dikme Teoremi'ne göre A′H ⊥ d olacağından $\widehat{AHA'}$ açısı E ve F düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olur.

AHA′ dik üçgeninde

$m(\widehat{AHA'}) = 60°$,

$m(\widehat{A'AH}) = 30°$ ve

$|AH| = 4$ cm olduğundan

$|HA'| = 2$ cm ve

$|AA'| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

KBA′H dik yamuğunda, şekilde görüldüğü gibi

$|A'B| = 2\sqrt{13}$ cm ve

AA′B dik üçgeninde

$|AB|^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{13})^2$

$\Rightarrow |AB| = 8$ cm bulunur.

II. YOL :

[BP // d ve
AP ⊥ [BP çizelim.
AP ⊥ d olur.

$\left.\begin{array}{l} d \perp AH \\ d \perp AP \end{array}\right\} \Rightarrow$

d ⊥ (APH) ⇒
d ⊥ PH olacağından

$\widehat{AHP}$ açısı E ve F düzlemleri arasındaki açının ölçek açısıdır.

KBPH dikdörtgeninde

$|KB| = |PH| = 6$ cm, $|PB| = |HK| = 6$ cm ve AHP üçgeninde Kosinüs Teoremi'ne göre

$|AP|^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60°$

$\Rightarrow |AP| = 2\sqrt{7}$ cm olur.

APB dik üçgeninde

$|AB|^2 = (2\sqrt{7})^2 + 6^2$

$\Rightarrow |AB| = 8$ cm bulunur.

10. [AE // d_2 ve
(ABC) düzleminde
CE ⊥ AE çizelim.

$m(\widehat{DAE}) = 60°$,

CE ⊥ BC, CE // AB ve

$|CE| = |AB|$ olur.

$\left.\begin{array}{l} CE \,//\, AB \\ AB \perp AD \end{array}\right\} \Rightarrow CE \perp AD,$

$\left.\begin{array}{l} CE \perp AD \\ CE \perp AE \end{array}\right\} \Rightarrow CE \perp (ADE) \Rightarrow CE \perp DE$ olur.

ABCE dikdörtgeninde $|AE| = |BC| = 4$ cm,

ADE üçgeninde

$|AD| = |AE| = |DE| = 4$ cm ve

DEC dik üçgeninde

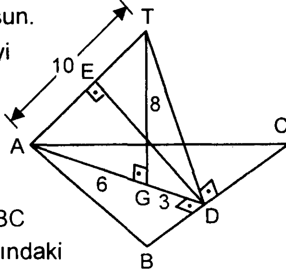
$|EC|^2 = 6^2 - 4^2 \Rightarrow |EC| = 2\sqrt{5}$ cm

$\Rightarrow |AB| = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

11. $[AG \cap [BC] = \{D\}$ olsun. [TD] yi ve DE ⊥ AT yi çizelim. Üç Dikme Teoremi'ne göre BC ⊥ (TAD)

$\Rightarrow$ BC ⊥ DE

olacağından AT ve BC aykırı doğruları arasındaki uzaklık $|DE|$ olur.



ABC eşkenar üçgeninde

$|GD| = \frac{|AG|}{2} \Rightarrow |GD| = 3$ cm,

TAG dik üçgeninde

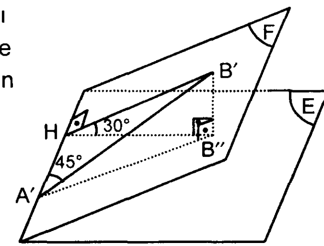
$|TG|^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow |TG| = 8$ cm ve

TAD üçgeninde

$A(\overset{\triangle}{TAD}) = \frac{9 \cdot 8}{2} = \frac{10 \cdot |DE|}{2}$

$\Rightarrow |DE| = 7,2$ cm bulunur.

12. [AB] doğru parçasını AB doğrusu üzerinde kaydırdıkça, [AB] nin E düzlemi ile yaptığı açı aynı kalacağından izdüşümünün uzunluğu değişmeyecektir. Öyleyse [AB] doğru parçasını, A′ noktası arakesit üzerinde olacak biçimde [A′B′] konumuna taşıyarak işlemleri kısaltabiliriz.



[B′B″] ⊥ E ve [B′H] ⊥ A′H çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre B″H ⊥ A′H olacağından B′HB″ açısı E ile F arasındaki açının ölçek açısı olup ölçüsü 30° olur.

A′HB′ ikizkenar dik üçgeninde

$|HB'| = \frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow |HB'| = 2\sqrt{2}$ cm,

B′HB″ dik üçgeninde

$|B'B''| = \frac{2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |B'B''| = \sqrt{2}$ cm ve

A′B′B″ dik üçgeninde

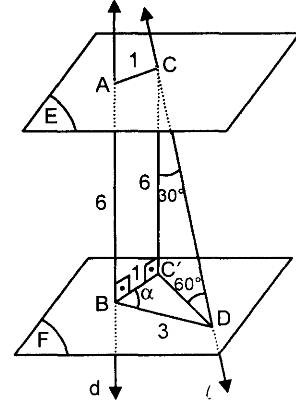
$|A'B''|^2 = 4^2 - (\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow |A'B''| = \sqrt{14}$ cm bulunur.

13. E düzlemine [CC′] dikmesini inerek [C′B] ve [C′D] yi çizelim.

$C'\widehat{D}C$ açısı ℓ doğrusunun E düzlemi ile yaptığı açı olup ölçüsü 60° dir.

Diğer taraftan C′BD açısı (ABC) ve (ABD) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olur.



ABC′C dikdörtgeninde

$|BC'| = |AC| = 1$ cm, $|CC'| = |AB| = 6$ cm ve

CC′D dik üçgeninde

$|C'D| = \frac{|CC'|}{\sqrt{3}} \Rightarrow |C'D| = 2\sqrt{3}$ cm dir.

BDC′ üçgeninde, Kosinüs Teoremi'ne göre

$|C'D|^2 = |BC'|^2 + |BD|^2 - 2|BC'| \cdot |BD| \cdot \cos\alpha$

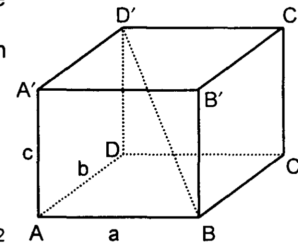
$\Rightarrow (2\sqrt{3})^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos\alpha$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{-1}{3}$ bulunur.

14. $a + b + c = 13$ cm ve

$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 9$ cm

verilmiştir.



$a + b + c = 13$

$\Rightarrow (a + b + c)^2 = 13^2$

$\Rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{81} + 2(ab + ac + bc) = 169$

$\Rightarrow 2(ab + ac + bc) = 88$ cm^2 bulunur.

Prizmanın alanı 88 cm^2 dir.

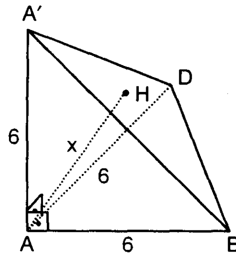
15. Prizmanın bir köşesinden geçen ayrıtlarının uzunlukları a, b ve c olsun.

$$\left.\begin{array}{l} a\cdot b=12\ cm^2 \\ a\cdot c=16\ cm^2 \\ b\cdot c=48\ cm^2 \end{array}\right\}$$ taraf tarafa çarpılırsa,

$a^2b^2c^2 = 12\cdot 16\cdot 48$

$\Rightarrow V = a\cdot b\cdot c = 96\ cm^3$ bulunur.

16. A'BD üçgeni bir kenarı $6\sqrt{2}$ cm olan bir eşkenar üçgendir. A köşesinin (A'BD) düzlemine uzaklığı, (A', ABD) piramidinin (A'BD) yüzüne ait [AH] yüksekliğinin uzunluğudur.



$$A(A'\overset{\Delta}{B}D) = \frac{(6\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A(A'\overset{\Delta}{B}D) = 18\sqrt{3}\ cm^2$$

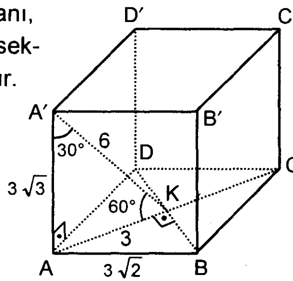
$$V = \frac{1}{3}\cdot A(A\overset{\Delta}{B}D)\cdot|AA'| = \frac{1}{3}\cdot A(A'\overset{\Delta}{B}D)\cdot|AH|$$

$$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{6\cdot 6}{2}\cdot 6 = \frac{1}{3}\cdot 18\sqrt{3}|AH|$$ eşitliğinden

$|AH| = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

17. Dik prizmanın yan alanı, taban çevresinin yükseklik ile çarpımı kadardır.

A'AK dik üçgeninde



$|AK| = \frac{|A'D|}{2}$

$\Rightarrow |AK| = 3$ cm,

$|A'A| = \sqrt{3}\cdot|AK|$

$\Rightarrow |A'A| = 3\sqrt{3}$ cm ve

KAB ikizkenar dik üçgeninde

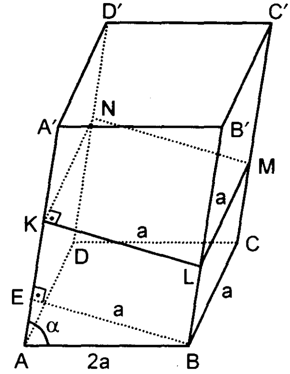
$|AB| = |AK|\cdot\sqrt{2} \Rightarrow |AB| = 3\sqrt{2}$ cm dir.

Yanal alan = Taban çevresi x $|AA'|$

$\Rightarrow$ Yanal alan $= 4\cdot 3\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ Yanal alan $= 36\sqrt{6}\ cm^2$ bulunur.

18. Prizmanın dik kesiti tabanların, yan ayrıtlara dik bir düzlem üzerindeki dik izdüşümüdür.



Tabanlar dikdörtgen ve izdüşümleri kare olduğundan karenin kenarlarından ikisi taban düzlemine paraleldir.

Karenin bir kenarının uzunluğu a ve LM // BC olsun.

$|BC| = a$ ve $|AB| = 2a$ olur.

Yanal ayrıtların taban düzlemi ile yaptığı açı, yanal ayrıtlardan birinin, örneğin [AA'] nün ABCD üzerindeki dik izdüşümü ile yaptığı açıdır. Öyleyse öncelikle yapacağımız, AA' nün (ABCD) düzlemindeki dik izdüşümünü bulmaktır.

$$\left.\begin{array}{l} LM \perp BB' \\ LM \parallel BC \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp BB';$$

$$\left.\begin{array}{l} BC \perp BB' \\ BC \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (ABB'A')$$

$\Rightarrow (ABCD) \perp (ABB'A')$

olduğundan AA' doğrusunun (ABCD) üzerindeki dik izdüşümü AB olup A'AB açısı AA' ayrıtının taban düzlemi ile yaptığı açıdır.

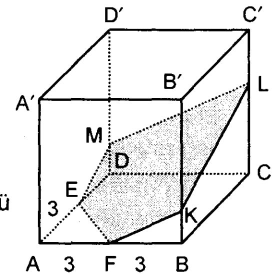
BE // KL çizersek BLKE dikdörtgeninde

$|BE| = |KL| = a$ ve

ABE dik üçgeninde $|AB| = 2a$ ve $|BE| = a$ olduğundan

$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{A'AB}) = 30°$ bulunur.

19. Verilen düzlemle kübün arakesiti EFKLM beşgeni olsun. EFKLM nin (ABCD) üzerindeki dik izdüşümü BCDEF beşgenidir.



$A(BCDEF) = A(ABCD) - A(A\overset{\Delta}{E}F)$

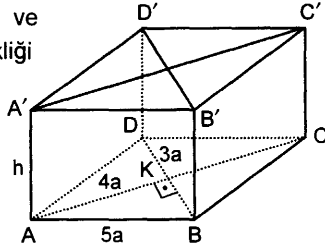
$\Rightarrow A(BCDEF) = 6\cdot 6 - \frac{3\cdot 3}{2} = \frac{63}{2}\ cm^2$

ve $A(BCDEF) = A(EFKLM)\ .\ \cos 30°$

$\Rightarrow \frac{63}{2} = A(EFKLM)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A(EFKLM) = 21\sqrt{3}\ cm^2$ olur.

20. $[AC] \cap [BD] = \{K\}$ ve prizmanın yüksekliği h olsun.



$A(ACC'A) = |AC| \cdot h = 16\ cm^2$ ① ve

$A(BDB'D') = |BD| \cdot h = 12\ cm^2$ ② dir.

① ile ② taraf tarafa bölünürse

$\frac{|AC| \cdot h}{|BD| \cdot h} = \frac{16}{12} \Rightarrow \frac{|AC|}{|BD|} = \frac{8}{6}$ bulunur.

$|AC| = 8a$ dersek, $|BD| = 6a$, $|AK| = 4a$, $|BK| = 3a$

ve AKB dik üçgeninde $|AB| = 5a$ olur.

$A(ACC'A') = 8a \cdot h = 16\ cm^2$

$\Rightarrow$ $ah = 2\ cm^2$ ve

taban çevresi 20a olacağından,

Yanal alan $= 20a \cdot h = 40\ cm^2$ bulunur.

21. $[AH] \perp [BD']$ çizelim.

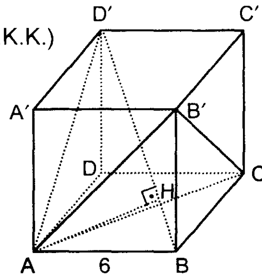
$\overset{\triangle}{ABD'} \cong \overset{\triangle}{B'BD'} \cong \overset{\triangle}{CBD'}$ (K.K.K.)

olduğundan

$B'H \perp BD'$ ve

$CH \perp BD'$ olur.

O halde A dan geçen ve [BD'] köşegenine dik olan düzlem (AB'C) düzlemi; bu düzlemin ayırdığı küçük parça da (B, AB'C) piramididir.



$AB \perp (ADD'A') \Rightarrow AB \perp AD'$

ve $|BD'| = 6\sqrt{3}$ cm olacağından

ABD' dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|AB|^2 = |BH| \cdot |BD'| \Rightarrow 6^2 = |BH| \cdot 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow |BH| = 2\sqrt{3}$ cm olur.

AB'C eşkenar üçgeninin bir kenarı $6\sqrt{2}$ cm olup

$A(\overset{\triangle}{AB'C}) = \frac{(6\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3}\ cm^2$

ve $V(B, AB'C) = \frac{1}{3} A(\overset{\triangle}{AB'C}) \cdot |BH|$

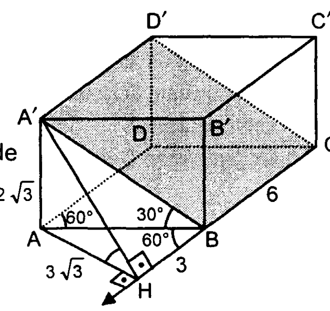
$\Rightarrow V(B, AB'C) = \frac{1}{3} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow V(B, AB'C) = 36\ cm^3$ bulunur.

22. $AH \perp BC$ çizelim.

Üç Dikme Teoremine göre $A'H \perp BC$ olur.

ABH dik üçgeninde $|AB| = 6$ cm ve $m(\widehat{ABH}) = 60°$ olduğundan



$|BH| = \frac{|AB|}{2} \Rightarrow |BH| = 3$ cm;

$|AH| = \sqrt{3}|BH| \Rightarrow |AH| = 3\sqrt{3}$ cm ve

ABA' dik üçgeninde

$|AA'| = \frac{|AB|}{\sqrt{3}} \Rightarrow |AA'| = 2\sqrt{3}$ cm dir.

A'AH dik üçgeninde

$|A'H|^2 = (2\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow |A'H| = \sqrt{39}$ cm olup

$A(BCD'A') = |BC| \cdot |A'H|$

$\Rightarrow A(BCD'A') = 6 \cdot \sqrt{39}\ cm^2$ bulunur.

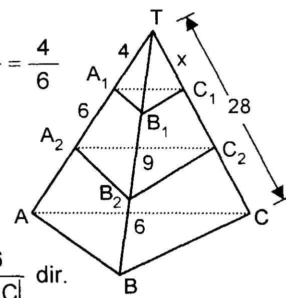
23. Thales teoremine göre

$\frac{|TB_1|}{|B_1B_2|} = \frac{|TA_1|}{|A_1A_2|} \Rightarrow \frac{|TB_1|}{9} = \frac{4}{6}$

$\Rightarrow |TB_1| = 6$ cm ve

$\frac{|TB_1|}{|TC_1|} = \frac{|B_1B_2|}{|C_1C_2|} = \frac{|B_2B|}{|C_2C|}$

$\Rightarrow \frac{6}{|TC_1|} = \frac{9}{|C_1C_2|} = \frac{6}{|C_2C|}$ dir.



$|TC_1| = 2a$ dersek,

$|C_1C_2| = 3a$ ve $|C_2C| = 2a$ olur.

$|TC_1| + |C_1C_2| + |C_2C| = 28$

$\Rightarrow 2a + 3a + 2a = 28$

$\Rightarrow a = 4$ cm

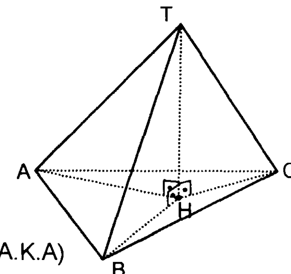
$\Rightarrow |TC_1| = 8$ cm bulunur.

24. Yanal ayrıtların taban düzlemi ile yaptığı açılar,

$\overset{\triangle}{TAH} \cong \overset{\triangle}{TBH} \cong \overset{\triangle}{TCH}$

olduğundan

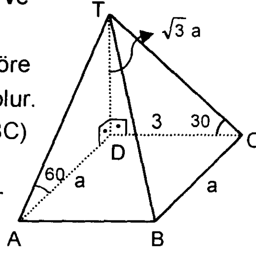
$\overset{\triangle}{TAH} \cong \overset{\triangle}{TBH} \cong \overset{\triangle}{TCH}$ (A.K.A)



$\Rightarrow |AH| = |BC| = |CH|$ olur.

H noktası A, B ve C noktalarından eşit uzaklıkta olduğundan üçgenin kenarorta dikmelerinin kesim noktasıdır.
Doğru cevap C seçeneğidir.

25. $TD \perp (ABCD)$, $AB \perp AD$ ve $BC \perp CD$ olduğundan Üç Dikme Teoremi'ne göre $TA \perp AB$ ve $TC \perp BC$ olur. Buna göre (TAB) ve (TBC) düzlemlerinin taban düzlemi ile yaptığı açılar $\widehat{TAD}$ ve $\widehat{TCD}$ dir.



$|BC| = |AD| = a$ dersek

TAD dik üçgeninde $|TD| = \sqrt{3}\,a$ ve

TCD dik üçgeninde

$|CD| = \sqrt{3} \cdot |TD| \Rightarrow |CD| = 3a$ olur.

$A(ABCD) = a \cdot 3a = 36\ cm^2 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$ cm ve

$|TD| = \sqrt{3}a = 6$ cm olup

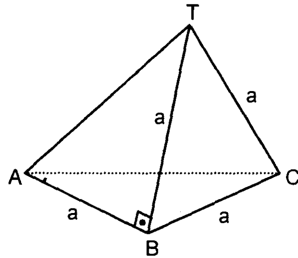
$$V(T, ABCD) = \frac{A(ABCD) \cdot |TD|}{3}$$

$$\Rightarrow V(T, ABCD) = \frac{36 \cdot 6}{3} = 72\ cm^3 \text{ bulunur.}$$

26. $\left.\begin{array}{l} AB \perp BC \\ AB \perp TB \end{array}\right\} \Rightarrow$

$AB \perp (TBC)$ dir.

TBC üçgeni taban olarak alınırsa [AB] yükseklik olur.



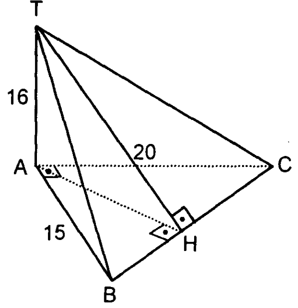
$A(\overset{\Delta}{TBC}) = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ve

$V(A, TBC) = \dfrac{1}{3} \cdot A(\overset{\Delta}{TBC}) \cdot |AB|$

$\Rightarrow V(A, TBC) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a$

$\Rightarrow V(A, TBC) = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ bulunur.

27. $AH \perp BC$ çizersek Üç Dikme Teoremine göre $TH \perp BC$ olur.
ABC dik üçgeninde



$|BC|^2 = 15^2 + 20^2$

$\Rightarrow |BC| = 25$ cm ve

$|BC| \cdot |AH| = |AB| \cdot |AC|$

$\Rightarrow 25 \cdot |AH| = 15 \cdot 20$

$\Rightarrow |AH| = 12$ cm ;

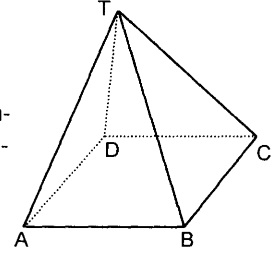
TAH dik üçgeninde

$|TH|^2 = 16^2 + 12^2 \Rightarrow |TH| = 20$ cm olur.

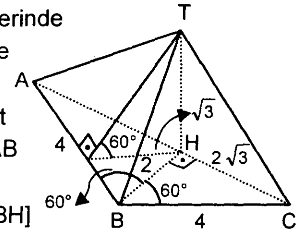
$A(\overset{\Delta}{TBC}) = \dfrac{|BC| \cdot |TH|}{2} = \dfrac{25 \cdot 20}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{TBC}) = 250\ cm^2$ bulunur.

28. R^3 te bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri bir küre yüzeyi olduğundan A, B, C ve D noktaları T merkezli küre yüzeyinde bulunurlar.
A, B, C ve D noktaları aynı zamanda (ABCD) düzleminde de bulunduğundan ABCD dörtgeni, küre ile (ABCD) düzleminin arakesiti olan olan çemberin bir kirişler dörtgeni olur.
Doğru cevap A seçeneğidir.



29. [TH] $\perp$ (ABC) çizersek H noktası hem [AC] üzerinde olur hem de (TAB) ve (TBC) düzlemleri taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından, AB ve CB kenarlarından eşit uzaklıkta, yani [BH] açıortayı üzerinde bulunur.



Ayrıca, $HK \perp AB$ çizersek Üç Dikme Teoremine göre $TK \perp AB$ olup $\widehat{TKH}$ açısı (TAB) ve (ABC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olur.

Öyleyse, $m(\widehat{CBH}) = m(\widehat{ABH}) = 60°$ ve

$m(\widehat{TKH}) = 60°$ dir.

BHC dik üçgeninde

$|BH| = \frac{|BC|}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow |BH| = 2$ cm;

BHK dik üçgeninde

$|BK| = \frac{|BH|}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow |BK| = 1$ cm ve

$|KH| = \sqrt{3}|BK| \Rightarrow |KH| = \sqrt{3}$ cm,

TKH dik üçgeninde

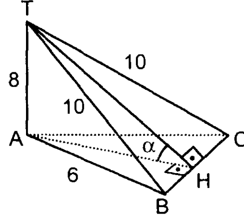
$|TH| = \sqrt{3}|KH| \Rightarrow |TH| = 3$ cm olur.

O halde $V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\Delta}{ABC}) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \sin 120° \cdot 3$

$\Rightarrow V(T, ABC) = 4\sqrt{3}$ cm^3 bulunur.

30. TH ⊥ BC çizersek, Üç Dikme Teoremine göre AH ⊥ BC olup $\widehat{THA}$ açısı (TBC) ve (ABC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olur.



$m(\widehat{THA}) = \alpha$ ve $\tan\alpha$ olduğundan

$\tan\alpha = \frac{|TA|}{|AH|} \Rightarrow 4 = \frac{8}{|AH|} \Rightarrow |AH| = 2$ cm;

TAB ve TAC dik üçgenlerinde

$|AB|^2 = |AC|^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow |AB| = |AC| = 6$ cm;

ABH dik üçgeninde

$|BH|^2 = 6^2 - 2^2 \Rightarrow |BH| = 4\sqrt{2}$ cm

$\Rightarrow |BC| = 8\sqrt{2}$ cm olur.

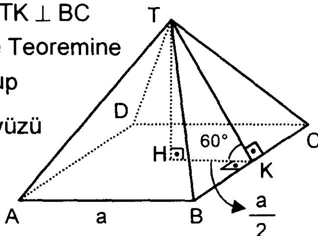
O halde

$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(\overset{\Delta}{ABC}) \cdot |TA| = \frac{1}{3} \cdot \frac{|BC| \cdot |AH|}{2} \cdot |TA|$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8\sqrt{2} \cdot 2}{2} \cdot 8$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{64\sqrt{2}}{3}$ cm^3 tür.

31. [TH] ⊥ (ABCD) ve TK ⊥ BC çizersek Üç Dikme Teoremine göre HK ⊥ BC olup $\widehat{TKH}$ açısı, (TBC) yüzü ile (ABCD) tabanı arasındaki açının ölçek açısı olur.



H noktasının, köşegenlerin kesim noktası olduğunu kolayca ispatlayabilirsiniz.

$|AB| = a$ dersek $|HK| = \frac{a}{2}$ ve

THK dik üçgeninde $m(\widehat{TKH}) = 60°$ olduğundan

$|TK| = a$ ve $|TH| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ olur.

$A(\overset{\Delta}{TBC}) = \frac{|BC| \cdot |TK|}{2} = \frac{a^2}{2}$ olduğundan

piramidin toplam alanı,

$S = A(ABCD) + 4 \cdot A(TBC) = 72$ cm^2

$\Rightarrow S = a^2 + 4 \cdot \frac{a^2}{2} = 72$ cm^2 eşitliğinden

$a = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

Öyleyse piramidin hacmi,

$V = \frac{1}{3} A(ABCD) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V = \frac{(2\sqrt{6})^3 \cdot \sqrt{3}}{6} \Rightarrow V = 24\sqrt{2}$ cm^3 tür.

32. (TAD) ve (TBC) düzlemlerinin arakesiti, T den geçen ve [AD] ile [BC] ayrıtlarına paralel olan d doğrusudur. TH ⊥ AD ve TK ⊥ BC çizersek, TH ve TK doğruları d arakesitine de dik olacağından $\widehat{HTK}$ açısı, (TAD) ve (TBC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısıdır.

Piramidin ayrıt uzunluklarının herbiri a olsun.

TAD ve TBC eşkenar üçgenlerinde [TH] ve [TK] yükseklik olduğundan

$|TH| = |TK| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ve $|HK| = a$ olup

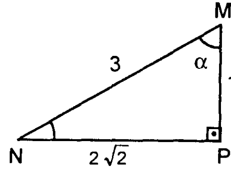
THK üçgeninde Kosinüs Teoremi'ne göre

$|HK|^2 = |TH|^2 + |TK|^2 - 2 \cdot |TH| \cdot |TK| \cdot \cos\alpha$

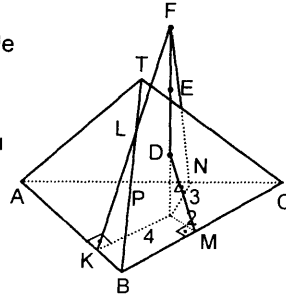
$\Rightarrow a^2 = \frac{a^2 \cdot 3}{4} + \frac{a^2 \cdot 3}{4} - 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\alpha$

$\Rightarrow \frac{3a^2}{2} \cos\alpha = \frac{1}{2} a^2 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{3}$ olur.

α açısını, hipotenüsü 3 birim olan bir dik üçgene yerleştirirsek $\tan\alpha = 2\sqrt{2}$ bulunur.



33. [PF dikmesi (TBC) düzlemini D de, (TAC) düzlemini E de ve (TAB) düzlemini F de kessin. [DM], [EN] ve [FK] yı çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre DM ⊥ BC, EN ⊥ AC ve FK ⊥ AB olup $\widehat{DMP}$, $\widehat{ENP}$ ve $\widehat{FKP}$ açıları yanal yüzlerle taban düzlemi arasındaki açıların ölçek açıları olurlar.



$m(\widehat{DMP}) = m(\widehat{ENP}) = m(\widehat{FKP}) = 45°$ olduğundan DMP, ENP ve FKP ikizkenar dik üçgenlerinde

$|PD| = |PM| = 2$ cm,

$|PE| = |PN| = 3$ cm ve

$|PF| = |PK| = 4$ cm olduğundan

$|PD| + |PE| + |PF| = 9$ cm bulunur.

34. AD // BC

⇒ AD // (TBC)

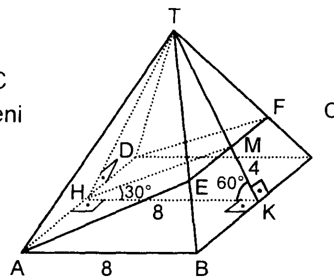
⇒ AD // EF // BC

olup AEFD dörtgeni bir yamuktur.

TH ⊥ AD ve

TK ⊥ BC çizersek

TK ⊥ AD ve



TH ⊥ BC olacağından AD ⊥ (THK) ve BC ⊥ (THK) olup AD ⊥ HK ve BC ⊥ HK olur. Öyleyse THK ve TKH açıları yanal yüzlerin taban düzlemi ile yaptığı açıların ölçek açıları olup $m(\widehat{THK}) = m(\widehat{TKH}) = 60°$ dir.

(AEFD) açıortay düzlemi olduğundan THK eşkenar üçgeninde [HM] açıortay, HM ⊥ TK ve $|TM| = |MK|$ olur.

MHK dik üçgeninde

$$|MK| = \frac{|HK|}{2} \Rightarrow |MK| = \frac{8}{2} \Rightarrow |MK| = 4 \text{ cm},$$

$$|HM| = \sqrt{3} \cdot |MK| \Rightarrow |HM| = 4\sqrt{3} \text{ cm ve}$$

TBC üçgeninde [EF] ortataban olduğundan

$$|EF| = \frac{|BC|}{2} \Rightarrow |EF| = 4 \text{ cm dir.}$$

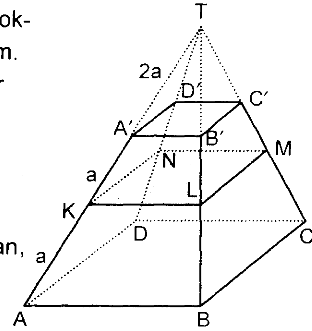
AD ⊥ (THK) ⇒ AD ⊥ HM olduğundan [HM], AEFD yamuğunun yüksekliğidir.
O halde

$$A(AEFD) = \frac{|AD| + |EF|}{2} \cdot |HM|$$

$$\Rightarrow A(AEFD) = \frac{8+4}{2} \cdot 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A(AEFD) = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

35. Yanal ayrıtları T noktasında kesiştirelim. Piramidal yüzeyler birbirine paralel düzlemlerle kesildiğinde kesit çokgenler birbirine benzer olacağından, ABCD ~ A′B′C′D′



$$\Rightarrow \frac{A(ABCD)}{A(A'B'C'D')} = \frac{32}{8} = \left(\frac{|AB|}{|A'B'|}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{|AB|}{|A'B'|} = 2 \text{ dir.}$$

(KLMN) düzlemi, (ABCD) ve (A′B′C′D′) düzlemlerinden eşit uzaklıkta olduğundan

$|A'K| = |KA| = a$ dersek,

(TAB) düzleminde II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|TA'|}{|TA|} = \frac{|A'B'|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|TA'|}{|TA|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |TA'| = 2a \text{ olur.}$$

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

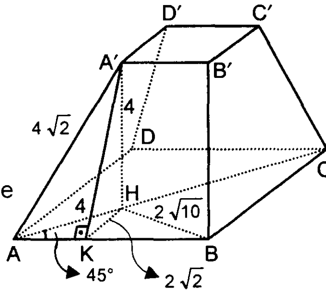
$$\frac{|TA'|}{|TK|} = \frac{|A'B'|}{|KL|} \Rightarrow \frac{2a}{3a} = \frac{|A'B'|}{|KL|} \text{ dir.}$$

Buradan

$$\frac{A(A'B'C'D')}{A(KLMN)} = \left(\frac{|A'B'|}{|KL|}\right)^2 \Rightarrow \frac{8}{A(KLMN)} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow A(KLMN) = 18 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

36. Kesik piramidin tabanı kare olduğundan ve yanal yüzleri taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından yanal yüzler birbirine eş olur; ayrıca H noktası [AC] köşegeni üzerine düşer.



Öyleyse, kesik piramidin yanal alanını bulmak için bir yanal yüz alanını bulup 4 ile çarpmak yeter. A'K ⊥ AB çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre HK ⊥ AB olur.

KAH ikizkenar dik üçgeninde

$|KA| = |KH| = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ cm,

A'AH dik üçgeninde

$|AA'| = 4\sqrt{2}$ cm,

A'AK dik üçgeninde

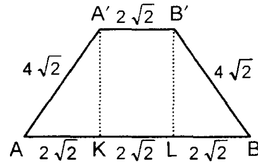
$|A'K|^2 = (4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow |A'K| = 2\sqrt{6}$ cm ve

HKB dik üçgeninde

$|KB|^2 = (2\sqrt{10})^2 - (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow |KB| = 4\sqrt{2}$ cm

bulunur.

ABB'A' ikizkenar yamuğunda



$|AK| = |LB| = 2\sqrt{2}$ cm olur.

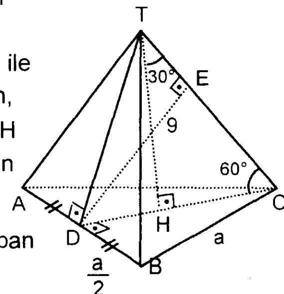
$$A(ABB'A') = \frac{(6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{6}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

olup piramidin yanal alanı

$S = 4 \cdot 16\sqrt{3} \Rightarrow S = 64\sqrt{3}$ cm² dir.

37. Taban eşkenar üçgen olduğundan ve yanal ayrıtlar taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından, TH ⊥ (ABC) çizersek H noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi olur.

$\widehat{TCH}$ açısı [TC] nin taban düzlemi ile yaptığı açı olup ölçüsü 60° dir.



ABC eşkenar üçgeninde

$|BC| = a$ dersek, $|DB| = \frac{a}{2}$,

$|DC| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ve $|HC| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$;

THC dik üçgeninde

$|TH| = \sqrt{3}|HC| = a$ ve

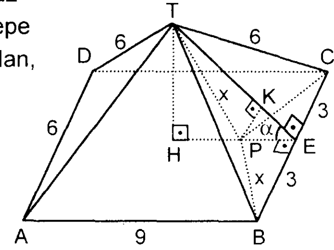
$|TC| = 2|HC| \Rightarrow |TC| = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$ olur.

TDC üçgeninde

$|DC| \cdot |TH| = |TC| \cdot |DE| \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot a \cdot 9$

$\Rightarrow a = 12$ cm $\Rightarrow |TH| = 12$ cm bulunur.

38. P noktası (P, TBC) eşkenar üçgen düzgün piramidinin tepe noktası olacağından, piramidin [PK] yüksekliğinin K ayağı TBC üçgeninin ağırlık merkezi olur.



Diğer taraftan

(T, ABCD) piramidinin [TH] yüksekliğinin H ayağı da ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinin kesim noktasıdır. E noktası [BC] nin ortası olmak üzere, H, P, T, K, E noktaları B ve C den eşit uzaklıkta olduklarından [BC] nin ortadikme düzleminde bulunurlar;

HP ∩ TK ∩ BC = {E}, TE ⊥ BC ve HE ⊥ BC olur.

Bu bilgilerle,

$|TE| = 3\sqrt{3}$ cm, $|KE| = \sqrt{3}$ cm ve $|HE| = \frac{9}{2}$ cm

bulunur.

$m(\widehat{TEH}) = \alpha$ dersek TEH dik üçgeninde

$$\cos\alpha = \frac{\frac{9}{2}}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

PKE dik üçgeninde

$$\cos\alpha = \frac{|KE|}{|PE|} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{|PE|} \Rightarrow |PE| = 2 \text{ cm ve}$$

PEB dik üçgeninde

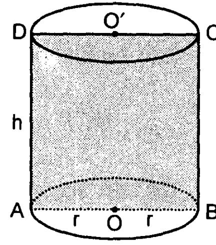
$x^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow x = \sqrt{13}$ cm bulunur.

39. Adı geçen arakesit ABCD dikdörtgeni olup $A(ABCD) = 2r \cdot h = 16\ cm^2$ dir.

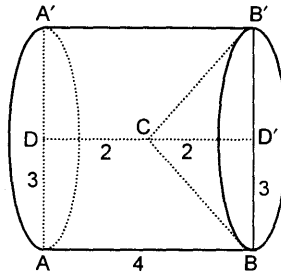
Silindirin yan alanı,

$S_{yan} = 2\pi r h$

$\Rightarrow S_{yan} = 16\pi\ cm^2$ olur.



40. Şekilde görüldüğü gibi, oluşan şekil tepesi C ve taban çapı [BB'] olan koni biçiminde oyulmuş bir silindirdir.



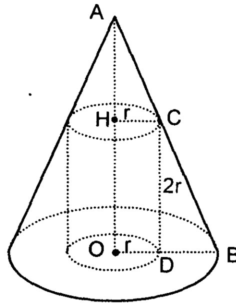
O halde,

$V_{şekil} = V_{silindir} - V_{koni}$

$\Rightarrow V_{şekil} = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 2$

$\Rightarrow V_{şekil} = 30\pi\ cm^3$ olur.

41. Verilen şekilde, silindirin alt tabanının ve simetri ekseninin konininki ile çakışık, üst taban çemberinin de koni yüzeyinde olduğu görülmektedir.



O ve H silindirin taban merkezleri, [AB] koninin bir anadoğrusu ve $C \in [AB]$ olmak üzere, [CD] silindirin bir anadoğrusu olsun.

$|OD| = r$ dersek,

$|HC| = r$, $|CD| = 2r$ ve $|AH| = 8 - 2r$ olur.

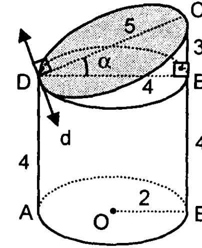
AOB üçgeninde HC // OB olduğundan

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|HC|}{|OB|} = \frac{|AH|}{|AO|} \Rightarrow \frac{r}{6} = \frac{8-2r}{8}$

$\Rightarrow r = 2,4$ cm $\Rightarrow h = 2r = 4,8$ cm bulunur.

42. DC den geçen düzlem E, taban düzlemi F, D den geçen ve taban düzlemine paralel olan düzlem K olsun.



D noktası F düzlemine en yakın nokta olduğundan, kesit çemberin D deki d teğeti F düzlemine paralel ve E ile K düzlemlerinin arakesiti de bu d doğrusu olur.

$DC \perp d$ ve $DB' \perp d$ olacağından CDB' açısı, E ile (K) düzlemlerinin ölçek açısıdır.

$m(\widehat{CDB'}) = \alpha$ ve kesit alanı S olsun.

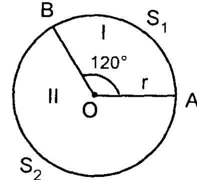
Şekilden, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ olduğunu görünüz.

Silindirin taban dairesi, kesit yüzeyin F düzlemindeki dik izdüşümü olduğundan

$S \cdot \cos\alpha = \pi \cdot 2^2$

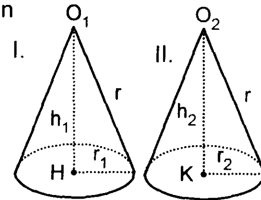
$\Rightarrow S \cdot \frac{4}{5} = 4\pi \Rightarrow S = 5\pi\ cm^2$ bulunur.

43. I. parçadan elde edilen koninin taban yarıçapı r_1 ve yüksekliği h_1 ;



II. parçadan elde edilen koninin taban yarıçapı r_2 ve yüksekliği h_2 ;

AB yaylarından küçüğünün uzunluğu s_1, büyüğünün uzunluğu s_2 olsun.



Küçük koninin taban çevresi s_1, büyük koninin taban çevresi s_2 ve konilerin anadoğruları verilen çemberin r yarıçapı kadar olur.

O halde

$s_1 = \frac{120}{360} \cdot 2\pi r = 2\pi r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{r}{3}$;

$s_2 = \frac{240}{360} \cdot 2\pi r = 2\pi r_2 \Rightarrow r_2 = \frac{2r}{3}$ ve

$h_1^2 = r^2 - r_1^2 \Rightarrow h_1 = \sqrt{\frac{8r^2}{9}} = \frac{2\sqrt{2}\, r}{3}$;

$h_2^2 = r^2 - r_2^2 \Rightarrow h_2 = \sqrt{\frac{5r^2}{9}} = \frac{\sqrt{5}\, r}{3}$ olur.

Taban yarıçapı küçük olan koninin yüksekliği daha büyük olacağından ve cevaplardan anlaşıldığına göre küçük yüksekliğin büyük yüksekliğe oranı istendiğinden,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{\sqrt{5}\,r}{3}}{\frac{2\sqrt{2}\,r}{3}} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt{10}}{4} \text{ bulunur.}$$

44. $m(\widehat{ABC}) = 90°$ olduğundan, [AC] koninin taban çapı olup [AC] nin O ortası, koni ile piramidin ortak [TO] yüksekliğinin ayağıdır.

TOC dik üçgeninde $m(\widehat{TCA}) = 60°$ olduğundan, $|OC| = r$ dersek

$|TC| = 2r$ ve $|TO| = r\sqrt{3}$ olur.

Koninin yan alanını yazarsak,

$S_{yan} = \pi \cdot r \cdot |TC| = 72\pi$

$\Rightarrow \pi \cdot r \cdot 2r = 72\pi \Rightarrow r = 6$ cm,

$|AC| = 12$ cm ve $|TO| = 6\sqrt{3}$ cm bulunur.

ABC dik üçgeninde $m(\widehat{ACB}) = 30°$ olduğundan

$|AB| = \frac{|AC|}{2} \Rightarrow |AB| = 6$ cm ve

$|BC| = \sqrt{3} \cdot |AB| \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{3}$ cm olur.

$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(ABC) \cdot |TO|$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{2} \cdot 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow V(T, ABC) = 108 \text{ cm}^3$ bulunur.

45. Verilen koni bir dik koni ve verilen küre koninin yüzlerine teğet olduğundan, küre koninin tabanına O merkezinde değer ve kürenin H merkezi koninin [TO] yüksekliği üzerinde bulunur.

(TO doğrusunun, şeklin simetri ekseni olduğunu görünüz.)

TO doğrusundan geçen bir düzlem (TAB) ve kürenin [TB] anadoğrusuna değdiği nokta C olsun.

(TAB) düzleminde

$|BO| = |BC| = 6$ cm ve $|HO| = |HC| = 3$ cm dir.

$|TH| = x$ dersek, THC dik üçgeninde

$|TC| = \sqrt{x^2 - 9}$ olur.

$\overset{\triangle}{THC} \sim \overset{\triangle}{TBO}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{|TC|}{|TO|} = \frac{|HC|}{|BO|} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2-9}}{X+3} = \frac{3}{6}$

$\Rightarrow \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 5$ cm

ve buradan $|TO| = 8$ cm bulunur.

46. Yarım küre verilen dik koninin yanal yüzüne teğet ve yarım küre ile koninin tabanları çakışık olduğundan, değme çemberi taban düzlemine paralel ve [TO] yüksekliğinin O ayağı, küre ile koni tabanının merkezi olur.

(TO doğrusunun, şeklin simetri ekseni olduğunu görünüz.)

TO doğrusundan geçen bir düzlem (TAB), yarım kürenin [TB] anadoğrusuna değdiği nokta C ve değme çemberinin merkezi H olsun.

(TAB) düzleminde $TO \perp AB$, $OC \perp TB$, $HC \perp TO$

$|TB| = 8$ cm ve $m(\widehat{OTB}) = 30°$ olacağından

TOB dik üçgeninde

$|OB| = \frac{|TB|}{2} \Rightarrow |OB| = 4$ cm;

BOC dik üçgeninde

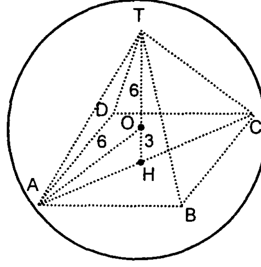
$|OC| = \frac{|OB| \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow |OC| = 2\sqrt{3}$ cm;

HOC dik üçgeninde

$|OH| = \frac{|OC|}{2} \Rightarrow |OH| = \sqrt{3}$ cm ve

$|HC| = \sqrt{3}|OH| \Rightarrow |HC| = 3$ cm bulunur.

47. [TH] yüksekliğine ait doğrunun şeklin simetri ekseni, (TAC) düzleminin de bir simetri düzlemi olduğunu görünüz. Kürenin O merkezi TH doğrusu üzerindedir.



$|OA| = |OT| = 6$ cm ve

$|OH| = |TH| - |OT| = 9 - 6$

$\Rightarrow \ |OH| = 3$ cm olduğundan,

OAH dik üçgeninde

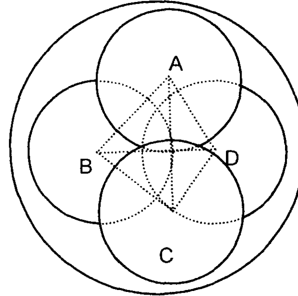
$|AH|^2 = 6^2 - 3^2 \ \Rightarrow \ |AH| = 3\sqrt{3}$ cm ve

$|AC| = 6\sqrt{3}$ cm olur.

ABC ikizkenar dik üçgeninde

$|AB| = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \ \Rightarrow \ |AB| = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

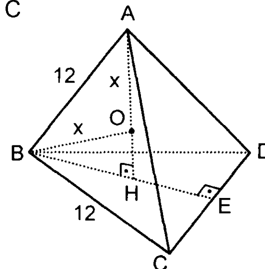
48. Kürelerin herbiri diğer üçüne teğet olduğundan herbirinin merkezi diğer üçünün merkezlerinden eşit uzaklıktadır.



Öyleyse, kürelerin A, B, C ve D merkezleri, bir ayrıt uzunluğu 12 cm olan düzgün dörtyüzlünün köşeleridir.

Birbirine teğet iki kürenin merkezlerini birleştiren doğru değme noktasından geçer. Buna göre büyük kürenin merkezi, küre yüzeyinden eşit uzaklıkta olduğu gibi, küre yüzeyinin 6 cm içerisindeki A, B, C ve D noktalarından da eşit uzaklıktadır.

O halde, problem A, B, C ve D noktalarından eşit uzaklıktaki O noktasını bulmaya dönüşmüştür. O noktasının köşelere uzaklığına x dersek, büyük kürenin istenen yarıçapı, $R = x + 6$ cm olacaktır.



Düzgün dörtyüzlüde köşelerden eşit uzaklıktaki O noktasının [AH] yüksekliği üzerinde olacağını görünüz.

Bu bilgilerle artık "x" uzaklığını bulabiliriz.

BCD eşkenar üçgeninde H ağırlık merkezi ve [BE] kenarortay olduğundan,

$|BE| = \dfrac{12\sqrt{3}}{2} \ \Rightarrow \ |BE| = 6\sqrt{3}$ cm ve

$|BH| = \dfrac{2}{3}|BE| \ \Rightarrow \ |BH| = 4\sqrt{3}$ cm dir.

ABH dik üçgeninde,

$|AH|^2 = |AB|^2 - |BH|^2$

$\Rightarrow \ |AH|^2 = 12^2 - (4\sqrt{3})^2 \ \Rightarrow |AH| = 4\sqrt{6}$ cm olur.

OBH dik üçgeninde

$|OB| = x, \ \ |OH| = 4\sqrt{6} - x$ ve $|BH| = 4\sqrt{3}$ cm

olduğundan Pythagoras Teoremi'ne göre

$|OB|^2 = |BH|^2 + |OH|^2$

$\Rightarrow \ x^2 = (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{6} - x)^2$

$\Rightarrow \ x^2 = 48 + 96 - 8\sqrt{6}\,x + x^2$

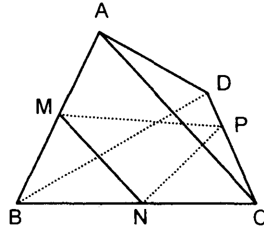
$\Rightarrow \ x = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

Öyleyse, verilen kürelere teğet olan büyük kürenin yarıçapı, $R = 3\sqrt{6} + 6$ cm dir.

1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

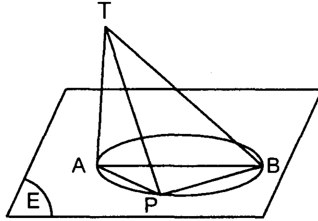
A) Kesişen iki düzlemden herbirinin içinde diğerine paralel olan birden çok doğru vardır.
B) Paralel iki düzlemden biri içindeki her doğru diğer düzleme paraleldir.
C) Kesişen iki düzlemden herbirinin içinde diğerine dik en az bir doğru vardır.
D) Birbirine dik iki düzlemden biri içinde diğerine dik birden çok doğru vardır.
E) İkişer ikişer kesişen üç düzlemin arakesitleri birbirine paralel değilse aynı noktadan geçer.

2. $A \notin (BCD)$, $M \in AB$, $N \in BC$ ve $P \in CD$ ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



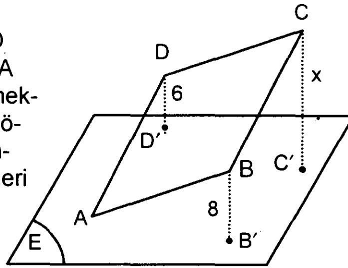
A) $AB \cap (MNP) = \{M\}$
B) $AD \cap (MNP) = \varnothing$
C) $BD \cap (MNP) = BD \cap NP$
D) $(BCD) \cap (MNP) = NP$
E) $MN \cap BD = \varnothing$

3. E düzleminde [AB] çaplı çember çizilmiştir. $TA \perp E$ dir. P çember üzerinde bir nokta olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



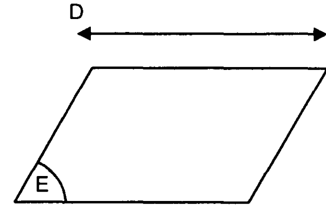
A) $TB \perp AP$ B) $TA \perp PB$ C) $(TAP) \perp E$
D) $(TAB) \perp E$ E) $(TAP) \perp (TPB)$

4. E düzlemi, ABCD paralelkenarının A köşesinden geçmektedir. B, C ve D köşelerinin E üzerindeki dik izdüşümleri B′, C′ ve D′ dür.
$|BB'| = 8$ cm ve
$|DD'| = 6$ cm ise
$|CC'| = x$ kaç cm dir?



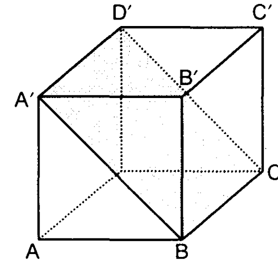
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

5. D // E dir. D doğrusunu 60° ve E düzlemini 30° lik açı ile kesen doğruların belirttiği düzlemlerden birinin, E ile yaptığı açı α ise cosα değeri nedir?



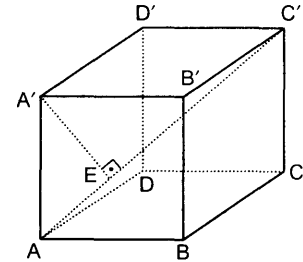
A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

6. Şekildeki küpte $A(A'BCD') = 12$ cm^2 ise kübün alanı kaç cm^2 dir?



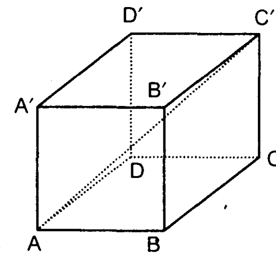
A) $18\sqrt{2}$ B) $24\sqrt{2}$ C) $32\sqrt{2}$
D) $36\sqrt{2}$ E) $48\sqrt{2}$

7. Bir kenarı a birim olan ABCDA′B′C′D′ küpünde A′ köşesinin [AC′] köşegenine uzaklığı kaç birimdir?



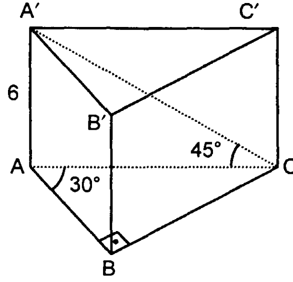
A) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

8. Şekildeki dikdörtgenler prizmasının [AC′] köşegeni taban düzlemi ile 30° lik açı yapmaktadır. $|AC'| = 6$ cm ve $A(ABCD) = 9$ cm^2 ise prizmanın yan alanı kaç cm^2 dir?



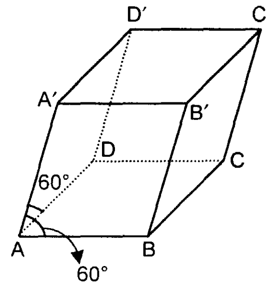
A) $12\sqrt{5}$ B) 32 C) 36 D) $16\sqrt{5}$ E) $18\sqrt{5}$

9. Şekildeki dik prizmanın tabanı bir dik üçgendir.
$m(\widehat{BAC}) = 30°$,
$m(\widehat{ACA'}) = 45°$
ve prizmanın bir yanal ayrıtı 6 cm ise hacmi kaç cm^3 tür?



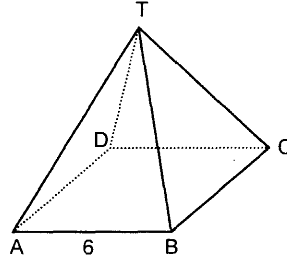
A) $24\sqrt{3}$ B) $27\sqrt{3}$ C) $36\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{6}$ E) $27\sqrt{6}$

10. ☑ Tabanı kare olan şekildeki prizmada bütün ayrıtlar 6 şar cm dir. [AA'] yanal ayrıtı [AB] ve [AD] ile 60 ar derecelik açı yapmaktadır. Buna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



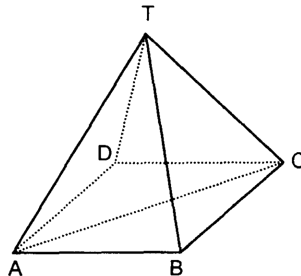
A) $72\sqrt{2}$ B) $72\sqrt{3}$ C) $108\sqrt{2}$
D) $108\sqrt{3}$ E) 216

11. Bir taban ayrıtı 6 cm olan kare piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile 45 er derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



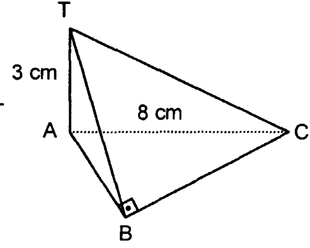
A) $12\sqrt{3}$ B) 24 C) $16\sqrt{3}$ D) 36 E) 48

12. (T, ABCD) kare düzgün piramidinin yanal ayrıtları taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır.
$A(\overset{\triangle}{TAC}) = 9\sqrt{3}$ cm^2
ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



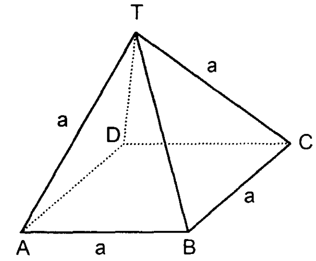
A) $16\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $20\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{3}$ E) $27\sqrt{3}$

13. ☑ (T, ABC) piramidinin ABC tabanı, hipotenüsü [AC] olan bir dik üçgendir. [TA] ⊥ (ABC),
$|AC| = 8$ cm,
$|TA| = 3$ cm ve
(TAB) ile (TAC) düzlemleri arasındaki açı 60°olduğuna göre piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?



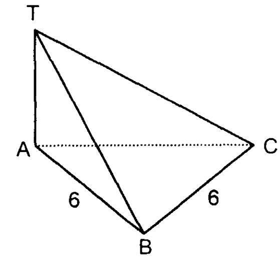
A) $18+6\sqrt{3}$ B) $18+10\sqrt{3}$ C) $24+6\sqrt{3}$
D) $24+8\sqrt{3}$ E) $24+10\sqrt{3}$

14. (T, ABCD) piramidinin bütün ayrıtları birbirine eşittir. Bir yanal yüz ile taban düzlemi arasındaki açının tanjantı nedir?



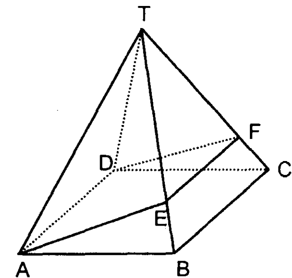
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

15. (T, ABC) piramidinin tabanı, bir kenarı 6 cm olan eşkenar üçgen olup [TA] ayrıtı taban düzlemine diktir. (TBC) yüzü taban düzlemi ile 60° lik açı yaptığına göre $A(\overset{\triangle}{TBC})$ kaç cm^2 dir?



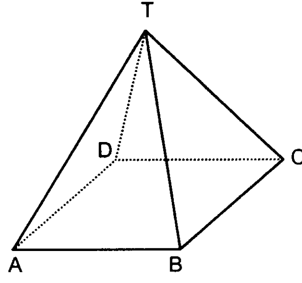
A) 24 B) $16\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$ D) 36 E) $24\sqrt{3}$

16. ☑ (T, ABCD) kare piramidinin yüksekliği yanal yüzlerle 30 ar derecelik açı yapmaktadır.
(AEFD) ⊥ (TBC) olduğuna göre (T, AEFD) piramidinin hacminin (T, ABCD) piramidinin hacmine oranı nedir?



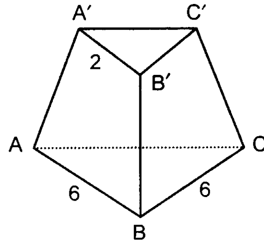
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

17. Şekildeki kare piramitte yanal ayrıtlar taban düzlemi ile eşit açılar yapmaktadır. Bitişik iki yanal yüz arasındaki açı 120° ve bir yanal ayrıtın taban düzlemi ile yaptığı açı α ise $\cos\alpha$ değeri nedir?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

18. Şekildeki kesik piramidin alt tabanı bir kenarı, 6 cm olan eşkenar üçgen olup yanal ayrıtları taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yapmaktadır. Üst tabanın bir kenarı 2 cm ise kesik piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



A) $\frac{32\sqrt{3}}{3}$ B) $12\sqrt{3}$ C) $\frac{44\sqrt{3}}{3}$

D) $16\sqrt{3}$ E) $\frac{52\sqrt{3}}{3}$

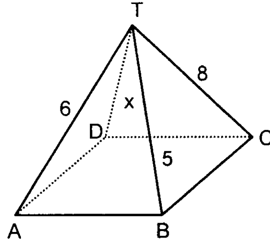
19. ABCD kare piramittir.

$|TA| = 6$ cm,

$|TB| = 5$ cm ve

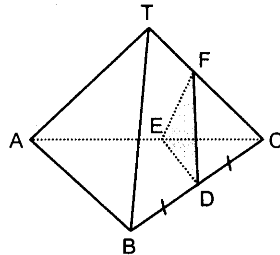
$|TC| = 8$ cm ise

$|TD| = x$ kaç cm dir?



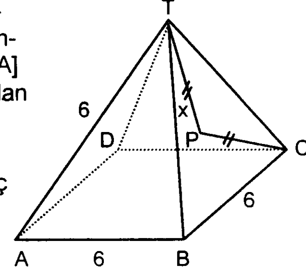
A) 5 B) 7 C) $5\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) 9

20. (T, ABC) eşkenar üçgen düzgün piramidi, iki taban ayrıtının orta noktasından geçen ve taban düzlemine dik olan (DEF) düzlemiyle iki parçaya ayrılmıştır. Bu parçaların hacimleri oranı nedir?



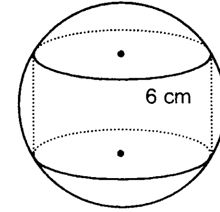
A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{3}{13}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{9}{16}$

21. Bütün ayrıtları 6 şar cm olan kare piramidin (TBC) yüzündeki P noktası, [TA] ve [TD] ayrıtlarından eşit uzaklıktadır. Buna göre $|PT| = |PC| = x$ kaç cm dir?



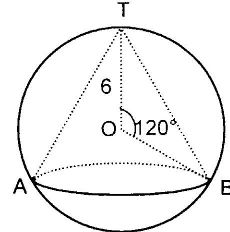
A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{15}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

22. Yarıçapı 5 cm olan kürenin içine, yüksekliği 6 cm olan silindir yerleştirilmiştir. Silindirin taban çevreleri kürenin yüzeyine değdiğine göre silindirin hacmi kaç π cm^3 tür?



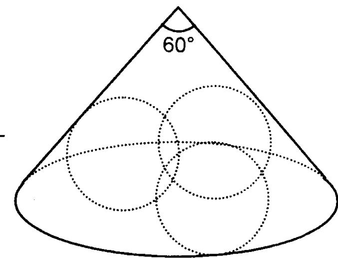
A) 72 B) 84 C) 96 D) 108 E) 120

23. Dik koninin taban çemberi ve tepesi 6 cm yarıçaplı kürenin yüzeyindedir. Koninin ana doğrusu kürenin merkezinden 120° lik açı ile görüldüğüne göre koninin hacmi kaç cm^3 tür?



A) 72π B) 81π C) 90π D) 99π E) 108π

24. 3 er cm yarıçaplı kürelerin herbiri diğer ikisine ve dik koninin taban düzlemine teğettir. Koninin iki ana doğrusu arasındaki en geniş açı 60° ise koninin taban yarıçapı kaç cm dir?

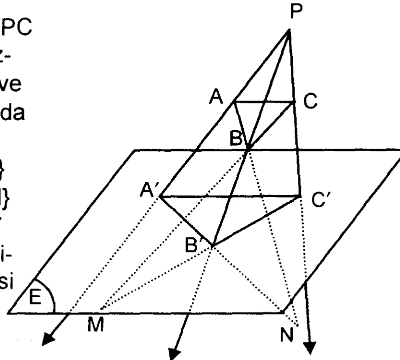


A) $4\sqrt{3}$ B) 8 C) $5\sqrt{3}$ D) 9 E) $6\sqrt{3}$

1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

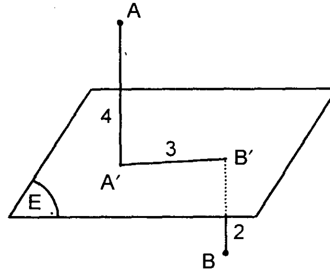
A) Aykırı iki doğrunun, ortak dikmelerine paralel olan her düzlem üzerindeki izdüşümleri birbirine paralel olur.
B) Bir kenarı izdüşüm düzlemine paralel olan bir dar açının izdüşümü kendisinden küçüktür.
C) Bir kenarı izdüşüm düzlemine paralel olan bir dik açının izdüşümü yine bir dik açıdır.
D) Bir düzleme paralel olan bir doğru, bu düzlemin bu doğruya paralel olmayan bütün doğrularından eşit uzaklıktadır.
E) Bir geniş açının bir düzlemdeki izdüşümü bir dar açı olamaz.

2. [PA, [PB ve [PC ışınları E düzlemini A′, B′ ve C′ noktalarında kesmektedir.
$AB \cap A'B' = \{N\}$
$BC \cap B'C' = \{M\}$
ve $AC \parallel A'C'$
ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



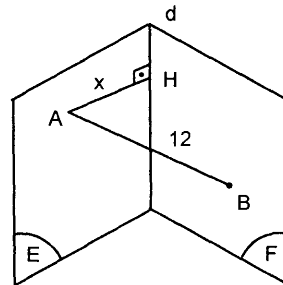
A) $(ABC) \cap B'C' = \{M\}$
B) $AC \parallel E$
C) $\overset{\triangle}{ABC} \equiv \overset{\triangle}{A'B'C'}$
D) $(ABC) \cap E = MN$
E) $AC \parallel MN$

3. ☑ A ve B nin E üzerindeki dik izdüşümleri A′ ve B′ dür. A ve B nin E den uzaklıkları 4 cm ve 2 cm, $|A'B'| = 3$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir?



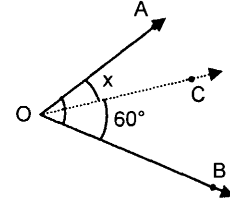
A) $\sqrt{39}$ B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{2}$

4. $A \in E$, $B \in F$, $E \cap F = d$ ve $m(\widehat{E,d,F}) = 60°$ dir. [AB] F ile 30° lik açı yapmaktadır. $|AB| = 12$ cm ise A noktasının d arakesitine uzaklığı kaç cm dir?



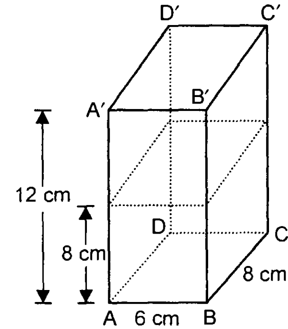
A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$

5. Şekilde, [OA (BOC) düzleminin dışındadır. $(AOB) \perp (AOC)$ ve $m(\widehat{BOC}) = 60°$ ise $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{AOB}) = x$ kaç derecedir?



A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

6. Şekilde boyutları verilen dikdörtgenler prizmasının içinde 8 cm yüksekliğinde sıvı vardır. Prizma BCC′B′ tabanı üzerine oturtulursa sıvı yüksekliği kaç cm olur?



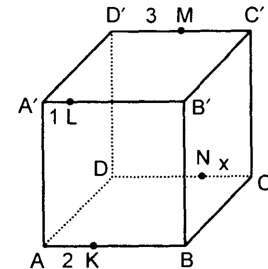
A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 5

7. Bir kare dik prizmanın cisim köşegeninin uzunluğu 8 cm dir.

Köşegenin taban düzlemi ile yaptığı açı 30° ise prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

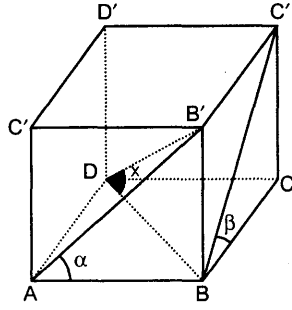
A) 64 B) 72 C) 84 D) 96 E) 108

8. ☑ Şekildeki kübün bir ayrıt uzunluğu 6 birimdir.
$|AK| = 2$ birim,
$|A'L| = 1$ birim,
$|D'M| = 3$ birim ve
$(KLM) \cap [DC] = \{N\}$
ise $|NC| = x$
kaç birimdir?



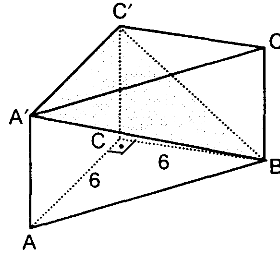
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. ABCDA′B′C′D′ bir dikdörtgenler prizmasıdır. Yanal yüz köşegenlerinin taban düzlemi ile yaptığı açıların ölçüleri α ve β; cisim köşegeninin taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü x tir. Tanα=1 ve tgβ=2 ise tgx değeri nedir?



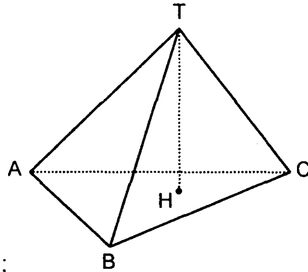
A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. ABCA′B′C′ dik prizmasının tabanı bir ikizkenar dik üçgendir. Tabanın eşit kenarlarından her biri ve prizmanın yüksekliği 6 cm olduğuna göre A′BC′ üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?



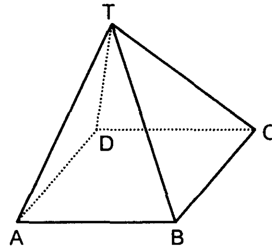
A) $12\sqrt{2}$ B) $12\sqrt{3}$ C) 24 D) $18\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{3}$

11. (T, ABC) üçgen piramitinde ABC tabanı bir çeşitkenar üçgen olup yan yüzler taban düzlemi ile eşit açılar yapmaktadır. Buna göre piramidin [TH] yüksekliğinin H ayağı, ABC üçgeninin;



A) Yüksekliklerinin kesim noktasıdır.
B) Kenarortaylarının kesim noktasıdır.
C) Kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır.
D) Açıortaylarının kesim noktasıdır.
E) Piramıdin yanal yüzlerinin taban düzlemiyle yaptığı açıya göre değişen bir noktasıdır.

12. Şekildeki kare piramidin yüksekliği 4 cm ve yanal ayrıtları 5 er cm dir. Piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

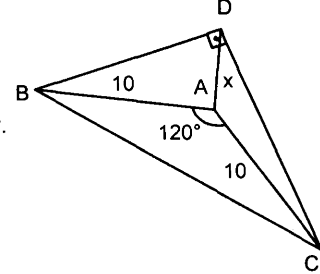


A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

13. Bir piramidin tabandan 10 cm ve 20 cm uzaklıktaki kesitlerinin alanları sırasıyla 27 cm^2 ve 12 cm^2 dir. Buna göre piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

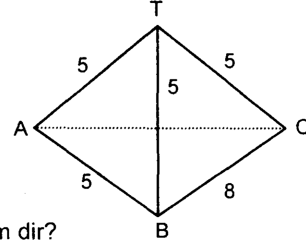
A) 720 B) 640 C) 560 D) 480 E) 360

14. ☑ ABC ikizkenar üçgeninde
$|AB| = |AC| = 10$ cm
ve $m(\widehat{BAC}) = 120°$ dir.
$AD \perp (ABC)$ ve
$m(\widehat{BDC}) = 90°$ ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



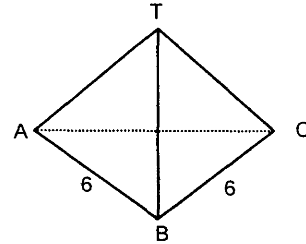
A) $2\sqrt{10}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{3}$

15. ☑ (T, ABC) piramidinin [BC] dışındaki her ayrıtının uzunluğu 5 cm ve $|BC| = 8$ cm dir. Buna göre piramidin ABC tabanına ait yüksekliği kaç cm dir?



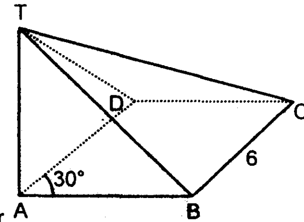
A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5\sqrt{11}}{6}$ C) $\frac{5\sqrt{13}}{6}$ D) $\frac{5\sqrt{15}}{6}$ E) $\frac{10}{3}$

16. (T, ABC) düzgün üçgen piramidinin taban ayrıtları 6 şar cm dir. Yan yüzler taban düzlemi ile 60° lik açılar yaptığına göre piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



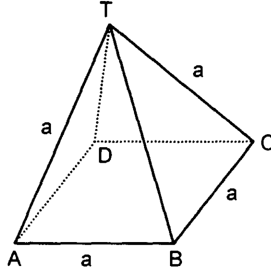
A) $6\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$ D) $15\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

17. ☑ Şekildeki piramidin tabanı, açılarından biri 30° ve kenarları 6 şar cm olan bir eşkenar dörtgendir. (TAB) ve (TAD) düzlemleri taban düzlemine dik olup diğer yanal yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



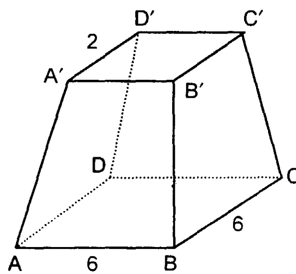
A) $12\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$
D) $21\sqrt{3}$ E) $24\sqrt{3}$

18. (T, ABCD) piramidinin bütün ayrıtları birbirine eşittir. (TBC) ve (TCD) düzlemleri arasındaki açının tanjantı nedir?



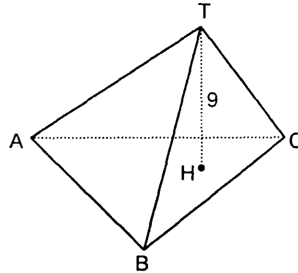
A) –1 B) $-\sqrt{2}$ C) $-\sqrt{3}$ D) –2 E) $-2\sqrt{2}$

19. Şekildeki kesik piramidin alt tabanı bir kenarı 6 cm olan bir kare olup yan yüzleri taban düzlemi ile 45 er derecelik açılar yapmaktadır. Üst tabanın bir kenarı 2 cm ise kesik piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



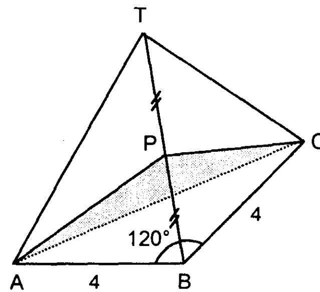
A) $\frac{80}{3}$ B) $\frac{88}{3}$ C) 32 D) $\frac{104}{3}$ E) $\frac{112}{3}$

20. T-ABC piramidinin (TAB) ve (ABC) yüzleri eşkenar üçgen olup aralarındaki açı 60° dir. Piramidin [TH] yüksekliği 9 cm ise hacmi kaç cm^3 tür?



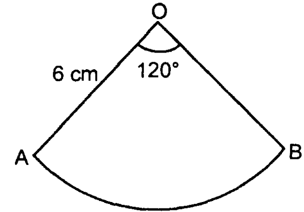
A) $96\sqrt{3}$ B) $108\sqrt{3}$ C) $112\sqrt{3}$
D) $120\sqrt{3}$ E) $124\sqrt{3}$

21. (T, ABC) piramidinin tabanı bir açısı 120° ve eşit kenarları 4 er cm olan ABC ikizkenar üçgenidir. (TAC) yüzü taban düzlemine dik olup diğer yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır.
P∈[TB] ve $|TP| = |PB|$ olduğuna göre A($\overset{\triangle}{PAC}$) kaç cm^2 dir?



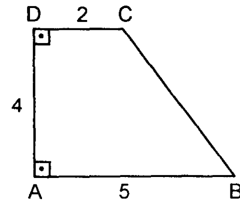
A) $\sqrt{33}$ B) 6 C) $\sqrt{39}$ D) $\sqrt{42}$ E) $3\sqrt{5}$

22. Şekildeki, merkez açısı 120° olan 6 cm yarıçaplı daire diliminin [OA] ve [OB] kenarlarının çakıştırılması ile elde edilen koninin yüksekliği kaç cm olur?



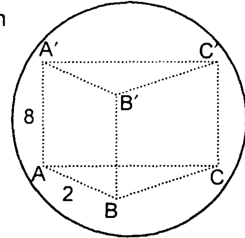
A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

23. ABCD dik yamuğunda AB // CD, AB ⊥ AD,
$|AB| = 5$ cm,
$|CD| = 2$ cm ve
$|AD| = 4$ cm dir.
Yamuğun, [AB] kenarı etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç cm^3 tür?



A) 48π B) 54π C) 56π D) 64π E) 72π

24. 5 cm yarıçaplı küre içine köşeleri küre yüzeyinde olmak üzere yerleştirilen üçgen dik prizmanın tabanı bir dik üçgendir. (AB ⊥ BC)
Prizmanın yüksekliği 8 cm ve tabanın dik kenarlarından biri 2 cm ise prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

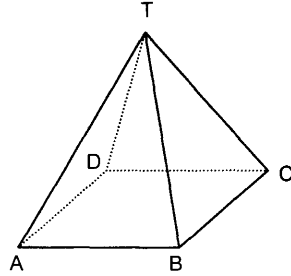


A) $20\sqrt{2}$ B) $24\sqrt{2}$ C) $28\sqrt{2}$
D) $32\sqrt{2}$ E) $36\sqrt{2}$

1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

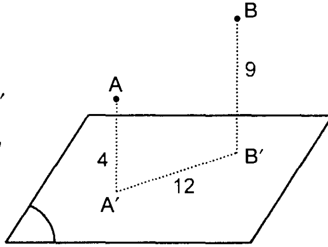
A) Bir doğru bir düzlem içindeki bir doğruya dikse düzleme de diktir.
B) Bir doğru birbirine paralel olan iki doğruya dikse bunların belirttiği düzleme de diktir.
C) Aynı doğruya paralel olan iki düzlem birbirine paraleldir.
D) Aynı düzleme paralel olan iki doğru birbirine paraleldir.
E) Aynı doğruya dik olan iki düzlem birbirine paraleldir.

2. (T, ABCD) piramidinin tabanı ABCD karesidir. (TAD) ve (TBC) düzlemlerinin arakesiti için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



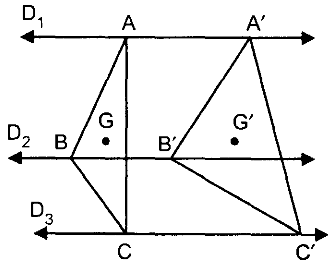
A) [AB] ayrıtına paraleldir.
B) [BD] köşegenine paraleldir.
C) [BC] ayrıtına paraleldir.
D) [AC] köşegenine paraleldir.
E) T noktasıdır.

3. A ve B noktalarının E üzerindeki dik izdüşümleri A′ ve B′ olup $|AA'| = 4$ birim, $|BB'| = 9$ birim ve $|A'B'| = 12$ birimdir. $M \in E$ olmak üzere $|MB| - |MA|$ farkının en büyük değeri nedir?



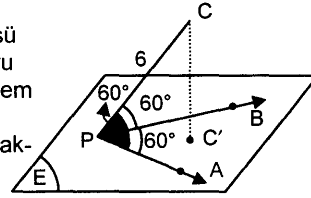
A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 16

4. Uzayda AA′//BB′//CC′ doğruları veriliyor. ABC ve A′B′C′ üçgenlerinin ağırlık merkezleri G ve G′ dür. $|AA'| = 17$ cm, $|BB'| = 8$ cm ve $|CC'| = 14$ cm ise $|GG'|$ kaç cm dir?



A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

5. E düzlemi içindeki APB açısının ölçüsü 60° dir. [PC] doğru parçası hem [PA hem de [PB ışınları ile 60° lik açılar yapmaktadır. $|PC| = 6$ cm olduğuna göre C noktasının E düzlemine uzaklığı kaç cm dir?

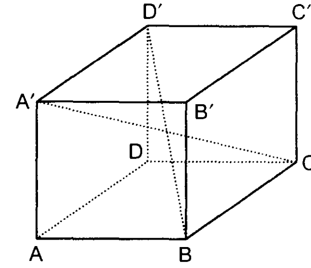


A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{6}$

6. Bir küpte, bir cisim köşegeni ile bu köşegenin bir ucundan geçen ayrıt arasındaki açı α ise tgα değeri nedir?

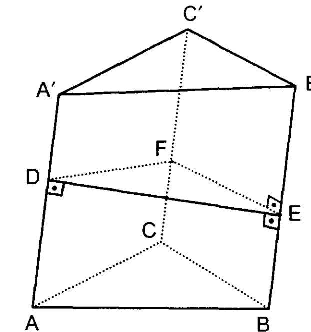
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

7. Tabanı eşkenar dörtgen olan dik prizmanın [A′C] ve [BD′] köşegenleri taban düzlemi ile sırasıyla 30° ve 45° lik açılar yapmaktadır. Prizmanın yüksekliği 6 cm ise hacmi kaç cm^3 tür?



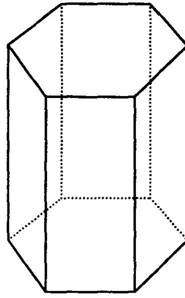
A) $72\sqrt{2}$ B) $72\sqrt{3}$ C) $108\sqrt{2}$
D) $108\sqrt{3}$ E) 216

8. Şekildeki üçgen eğik prizmanın dik kesiti, bir kenarı 6 cm olan eşkenar üçgen olup yanal ayrıtları taban düzlemi ile 60° lik açılar yapmaktadır. Prizmanın yüksekliği 6 cm ise hacmi kaç cm^3 tür?



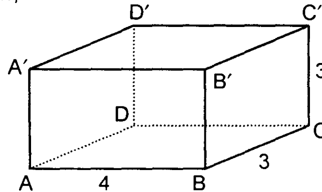
A) 54 B) $36\sqrt{3}$ C) 72 D) $54\sqrt{3}$ E) 108

9. ☑ Şekildeki düzgün altıgen dik prizmanın iki cisim köşegeninin uzunlukları $\sqrt{21}$ cm ve 5 cm dir. Prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



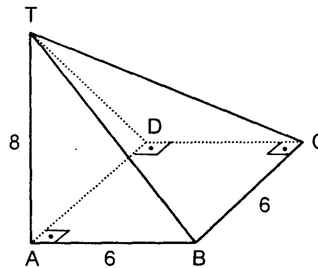
A) $12\sqrt{3}$ B) $15\sqrt{3}$ C) $16\sqrt{3}$
D) $18\sqrt{3}$ E) $21\sqrt{3}$

10. Boyutları $|AB| = 4$ m, $|BC| = |CC'| = 3$ m olan dikdörtgenler prizması biçimindeki odanın C′ köşesinde bulunan karıncanın, A noktasına gidebileceği en kısa yolun uzunluğu kaç metre olur?



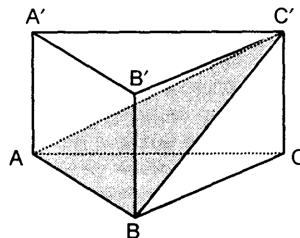
A) 7 B) $2\sqrt{13}$ C) $2\sqrt{14}$ D) $2\sqrt{15}$ E) 8

11. Tabanı kare olan piramidin [TA] ayrıtı taban düzlemine diktir. Karenin bir kenarı 6 cm, $|TA| = 8$ cm ise piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?



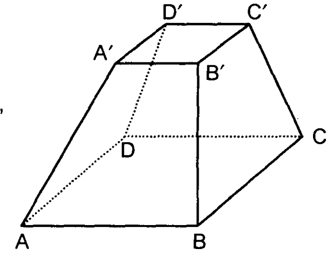
A) 96 B) 108 C) 120 D) 132 E) 144

12. Şekildeki dik prizmanın tabanı eşkenar üçgendir. $A(\overset{\triangle}{ABC'}) = 12\sqrt{3}$ cm^2 ve (ABC′) düzlemi taban düzlemi ile 60° lik açı yapıyorsa prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



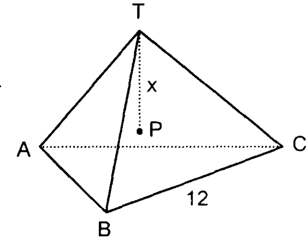
A) $36\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{6}$ C) $48\sqrt{3}$
D) $48\sqrt{6}$ E) $54\sqrt{2}$

13. Şekildeki kesik kare piramidin taban alanları 24 cm^2 ve 6 cm^2, yüksekliği 3 cm dir. Kesik piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



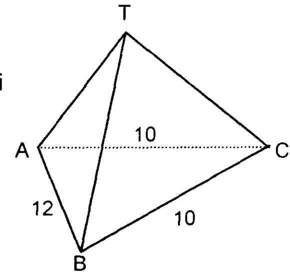
A) 35 B) 42 C) 49 D) 56 E) 63

14. ☑ (T, ABC), bir ayrıtı 12 cm olan düzgün dörtyüzlüdür. P noktası köşelerden eşit uzaklıkta olduğuna göre $|PT| = x$ kaç cm dir?



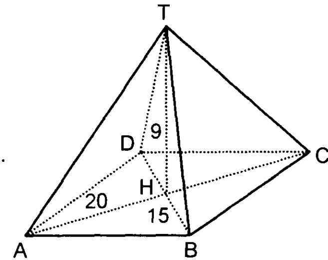
A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

15. ☑ Tabanı ikizkenar üçgen olan (T, ABC) piramidinde, yanal yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yapmaktadır. $|AB| = 12$ cm ve $|AC| = |BC| = 10$ cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



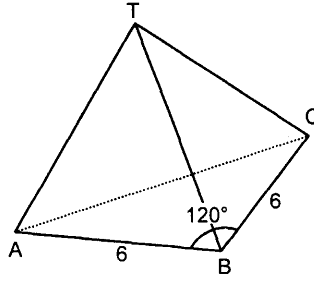
A) $48\sqrt{3}$ B) $54\sqrt{3}$ C) $60\sqrt{3}$
D) $64\sqrt{3}$ E) $72\sqrt{3}$

16. ☑ Tabanı eşkenar dörtgen olan piramidin yükseklik ayağı, taban köşegenlerinin kesim noktasıdır. $|AC| = 40$ cm, $|BD| = 30$ cm ve $|TH| = 9$ cm ise piramidin yanal alanı kaç cm^2 dir?



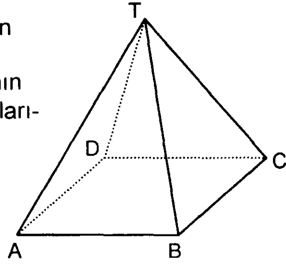
A) 720 B) 750 C) 800 D) 840 E) 900

17. (T, ABC) üçgen piramidinin tabanı, eşit kenarları 6 şar cm ve tepe açısı 120° olan bir ikizkenar üçgendir. Yanal ayrıtlar taban düzlemi ile 45° lik açı yaptığına göre piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



A) $18\sqrt{2}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{2}$
D) $24\sqrt{3}$ E) $36\sqrt{2}$

18. Şekildeki kare piramidin yanal yüzlerinin taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü α ve yanal ayrıtlarının taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü β dır. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ise $\cos\beta$ değeri nedir?



A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

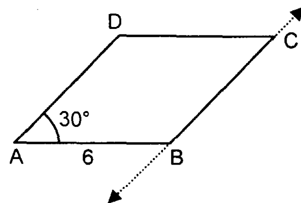
19. Bir silindirin taban yarıçapı % 25 arttırılıyor. Hacminin değişmemesi için yüksekliği % kaç azaltılmalıdır?

A) 18 B) 25 C) 27 D) 36 E) 40

20. Bir dik koninin taban alanının yanal alanına oranı $\frac{3}{5}$ tir. Koninin yüksekliği 8 cm ise hacmi kaç cm^3 tür?

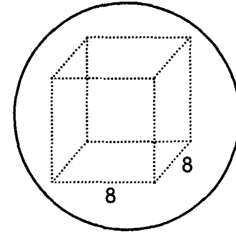
A) 48π B) 60π C) 72π D) 84π E) 96π

21. ABCD eşkenar dörtgeninde $|AB| = 6$ cm ve $m(\widehat{A}) = 30°$ dir. dörtgenin [BC] etrafında 360° döndürülmesiyle taranan uzay parçasının hacmi kaç cm^3 olur?



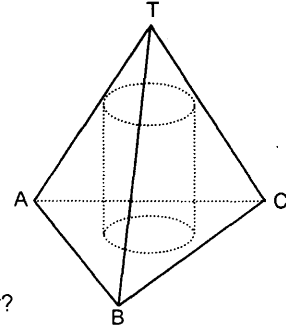
A) 48π B) 54π C) 60π D) 64π E) 72π

22. 6 cm yarıçaplı küre içine, köşeleri küre yüzeyinde olmak üzere yerleştirilen kare dik prizmanın tabanının bir kenarı 8 cm dir. Buna göre prizmanın yüksekliği kaç cm dir?



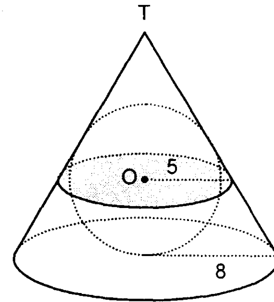
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

23. Bir ayrıtı 6 cm olan düzgün dörtyüzlünün tabanına oturtulan silindir yana yüzlere değmektedir. Silindirin taban yarıçapı 1 cm olduğuna göre yüksekliği kaç cm dir?



A) $2(\sqrt{6}-1)$ B) $2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ C) $2(\sqrt{6}-\sqrt{3})$
D) $2(\sqrt{3}-1)$ E) $2(3-\sqrt{3})$

24. Şekildeki O merkezli küre, dik koninin yüzlerine teğettir. Kürenin merkezinden geçen ve koninin taban düzlemine paralel olan düzlemin koni ile arakesiti, yarıçapı 5 cm olan çemberdir. Koninin taban yarıçapı 8 cm ise yüksekliği kaç cm dir?

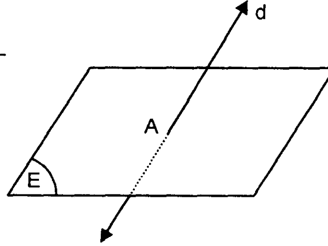


A) $\frac{20}{3}$ B) 8 C) 9 D) $\frac{32}{3}$ E) 12

1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

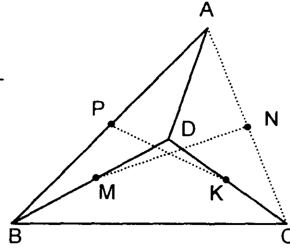
A) Aynı doğruya dik olan iki doğru düzlemseldir.
B) Aynı düzleme paralel olan iki doğru düzlemseldir.
C) Aynı düzlemle eşit açılar yapan iki doğru düzlemseldir.
D) Aynı düzleme dik olan iki doğru düzlemseldir.
E) Aynı doğruyu kesen iki doğru düzlemseldir.

2. d doğrusu E düzlemini A da kesmektedir. d den geçen düzlemlerin E düzlemi ile arakesitlerinin geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?



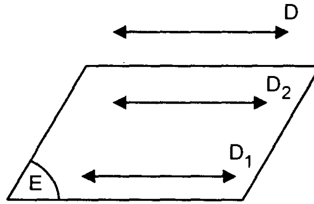
A) A noktası
B) E düzlemi
C) d doğrusu
D) A dan geçen bir doğru
E) A merkezli bir çember

3. ABCD uzay dörtgeninde [AB] ve [CD] kenarlarının orta noktaları P ve K; [BD] ve [AC] köşegenlerin orta noktaları M ve N dir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



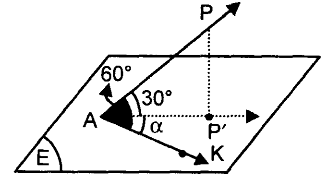
A) P, M, K, N düzlemseldir.
B) AD // (KMN)
C) BC // (PMK)
D) (ABM)∩(AKC) =BC
E) (PMN)∩(BCD) =MK

4. D⊄E, D_1 ⊂ E ve D doğrusunun E düzlemindeki dik izdüşümü D_2 dir. D ile D_1 arasındaki uzaklık 8 birim ve D_1 ile D_2 arasındaki uzaklık 4 birim ise D doğrusunun E düzlemine uzaklığı kaç birimdir?



A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $2\sqrt{10}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{3}$

5. [AP ışınının E düzlemi üzerindeki dik izdüşümü [AP′ ışınıdır. [AK⊂ E, $m(\widehat{PAP'}) = 30°$, $m(\widehat{PAK}) = 60°$ ve $m(\widehat{KAP'}) = \alpha$ olduğuna göre tgα değeri kaçtır?

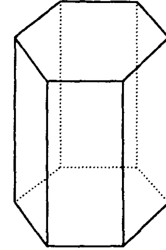


A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{2}$

6. Cisim köşegeninin uzunluğu $10\sqrt{2}$ cm olan dikdörtgenler prizmasının boyutları 3, 4 ve 5 sayıları ile doğru orantılıdır. Buna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 360 B) 420 C) 480 D) 540 E) 600

7. Şekildeki düzgün altıgen dik prizmanın en uzun köşegeninin uzunluğu 8 cm dir. Bu köşegen bitişik yanal ayrıtla 60° lik açı yaptığına göre, prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

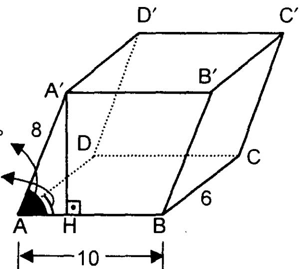


A) $36\sqrt{3}$ B) $42\sqrt{3}$ C) $48\sqrt{3}$
D) $60\sqrt{3}$ E) $72\sqrt{3}$

8. Bir küpte, iki cisim köşegeni arasındaki dar açı α ise tgα değeri nedir?

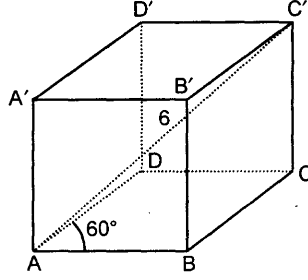
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

9. ABCDA′B′C′D′ eğik paralelyüzünde, A köşesinden geçen ayrıtların uzunlukları
|AB| = 10 cm,
|AD| = 6 cm ve
|AA′| = 8 cm dir.
[AA′] ayrıtının taban düzlemi üzerindeki dik izdüşümü [AH] olup [AB] üzerine düşmektedir. $m(\widehat{BAD}) = 60°$ ve $m(\widehat{A'AH}) = 60°$ ise prizmanın ADD′A′ yüzünün alanı kaç cm^2 dir?



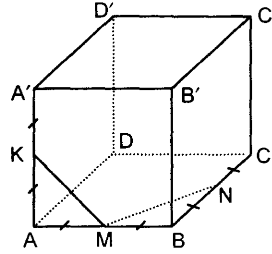
A) $12\sqrt{15}$ B) $16\sqrt{6}$ C) $18\sqrt{5}$
D) $24\sqrt{2}$ E) $24\sqrt{3}$

10. Tabanı eşkenar dörtgen olan dik prizmanın [AC′] köşegeni taban düzlemi ile 45° lik açı yapmaktadır. m($\widehat{BAD}$) = 60° ve $|AC'| = 6$ cm ise prizmanın hacmi kaç cm³ tür?



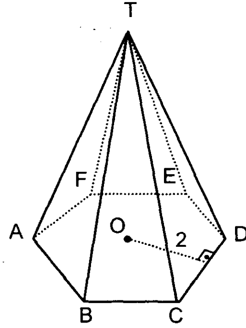
A) $9\sqrt{2}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{6}$ D) $12\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{3}$

11. ☑ Şekildeki küpte K, M ve N, ayrıtların orta noktalarıdır. Kübün bir ayrıtı 6 cm olduğuna göre (KMN) düzlemi ile kübün arakesiti olan şeklin alanı kaç cm² dir?



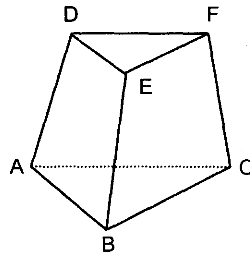
A) $18\sqrt{3}$ B) $24\sqrt{3}$ C) $27\sqrt{3}$
D) $32\sqrt{3}$ E) $36\sqrt{3}$

12. Şekildeki prizmanın tabanı, apotemi 2 cm olan düzgün altıgendir. Yanal yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yaptığına göre prizmanın yanal alanı kaç cm² dir?



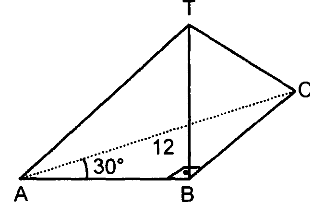
A) $12\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $18\sqrt{3}$
D) $20\sqrt{3}$ E) $24\sqrt{3}$

13. Şekildeki kesik piramitte (ABC)//(DEF) dir. A($\overset{\triangle}{ABC}$) = 27 cm², A($\overset{\triangle}{DEF}$) = 12 cm² ve kesik piramidin yüksekliği 4 cm ise hacmi kaç cm³ tür?



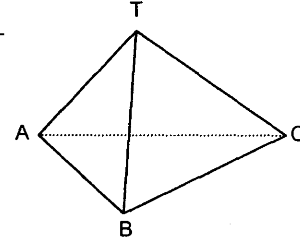
A) 72 B) 76 C) 81 D) 90 E) 108

14. ☑ (T, ABC) piramidinin tabanı dik üçgen olup TAC yüzü taban düzlemi ile 45° lik açı yapmaktadır. AB ⊥ BC, m($\widehat{BAC}$) = 30°, $|AC| = 12$ cm ve [TB] ⊥ (ABC) ise $|TB|$ kaç cm dir?



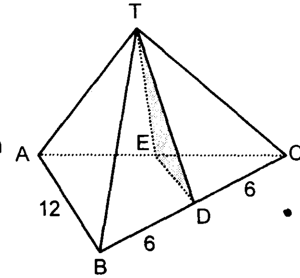
A) $3\sqrt{3}$ B) 6 C) $3\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

15. Tabanı eşkenar üçgen olan piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yapmaktadır. Piramidin toplam alanı $18\sqrt{3}$ cm² ise hacmi kaç cm³ tür?



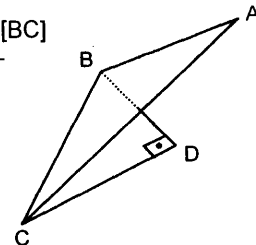
A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{6}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{2}$

16. ☑ (T, ABC), eşkenar üçgen düzgün piramittir. D ve E kenarların orta noktaları, $|AB| = 12$ cm ve (TED) düzlemi ile taban düzlemi arasındaki açı 60° ise A($\overset{\triangle}{TED}$) kaç cm² dir?



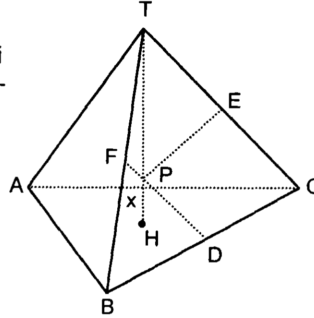
A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

17. ☑ ABC bir kenarı 6 cm olan eşkenar üçgen; DBC ise hipotenüsü [BC] olan ikizkenar dik üçgendir. (ABC) ve (DBC) düzlemleri arasındaki açı 30° ise $|AD|$ kaç cm dir?



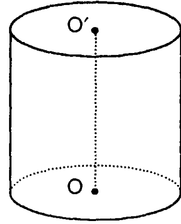
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $3\sqrt{2}$

18. (T, ABC) düzgün dörtyüzlüsünün [TH] yüksekliği üzerindeki P noktası, (TBC) yüzüne ait ayrıtların orta noktalarından eşit uzaklıktadır. Dörtyüzlünün ayrıtları 6 şar cm olduğuna göre $|PH| = x$ kaç cm dir?



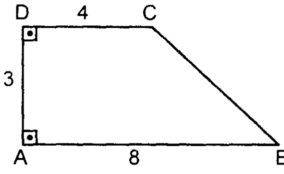
A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

19. Şekildeki silindirin taban yarıçapı 15 cm dir. silindirin, simetri ekseninden 9 cm uzaklıktaki düzlemle arakesiti bir kare olduğuna göre silindirin yüksekliği kaç cm dir?



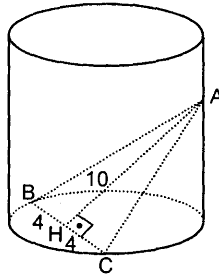
A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

20. ABCD dik yamuğunda AB // CD, AB ⊥ AD, $|AB| = 8$ cm, $|CD| = 4$ cm ve $|AD| = 3$ cm dir. Yamuğun, [AD] kenarı etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç cm^3 tür?



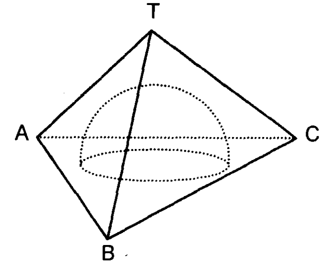
A) 96π B) 112π C) 120π D) 128π E) 136π

21. B ve C köşeleri dik silindirin taban çevresi üzerinde, A tepesi silindirin yanal yüzünde bulunan ABC ikizkenar üçgeninde $|BC| = 8$ cm ve [BC] tabanına ait yükseklik 10 cm dir. (ABC) düzleminin taban düzlemi ile yaptığı açının tanjantı $\frac{3}{4}$ ise silindirin taban çapı kaç cm dir?



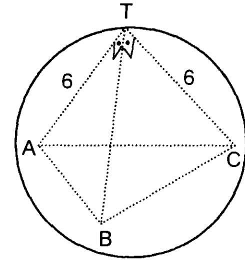
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

22. (T, ABC) düzgün dörtyüzlüsünün tabanına oturtulan yarım küre yanal yüzlere teğettir. Dörtyüzlünün bir ayrıtı 9 cm ise yarım kürenin yarıçapı kaç cm dir?



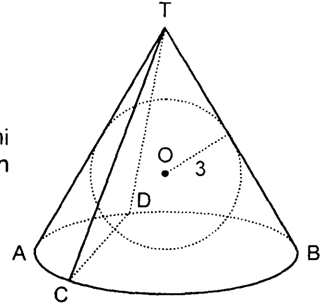
A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 4

23. (T, ABC) piramidinin 6 şar cm uzunluğundaki yanal ayrıtları ikişer ikişer birbirine diktir. Piramidin köşelerinin belirttiği kürenin yarıçapı kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6

24. 3 cm yarıçaplı küre, yüksekliği 7 cm olan dik koninin yüzlerine teğettir. Küre, koninin taban düzlemi ile 60° lik açı yapan (TCD) düzlemi ile kesilirse, küre ile (TCD) düzleminin arakesitinin alanı kaç cm^2 olur?

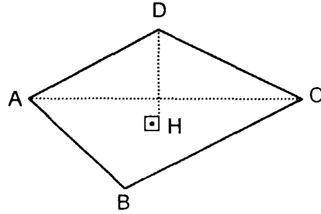


A) 4π B) 5π C) 6π D) 7π E) 8π

1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

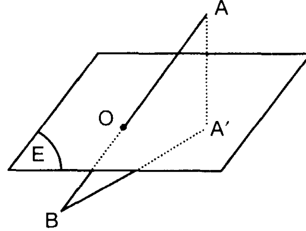
A) Birbirine dik olmayan iki doğrudan, doğrular farklı düzlemlerde kalmak koşuluyla birbirine dik iki düzlem geçirilebilir.
B) Kesişen D ve L doğrularını farklı noktalarda kesen doğruların geometrik yeri D ile L nin belirttiği düzlemdir.
C) Kesişen D ve L doğrularından D yi kesen ve L ye paralel olan doğruların geometrik yeri L ye paralel bir düzlemdir.
D) İkişer ikişer kesişen üç doğru ya aynı düzlem içinde bulunurlar, ya da aynı bir noktadan geçerler.
E) Aykırı üç doğrudan ikisini kesen üçüncüsüne paralel olan en az bir doğru vardır.

2. $D \notin (ABC)$, $H \in (ABC)$, $[DA] \perp [BC]$, $[DC] \perp [AB]$ ve $[DH] \perp (ABC)$ ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $[BH] \perp [AC]$
B) $[BH] \perp (DAC)$
C) $[CH] \perp [AB]$
D) $[BC] \perp (DAH)$
E) $[BD] \perp [AC]$

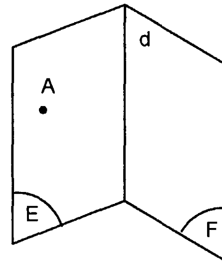
3. E düzlemi [AB] doğru parçasının orta noktasından geçmektedir. A noktasının E düzlemi üzerindeki dik izdüşümü A′ noktasıdır.



$|AB| = 12$ cm olduğuna göre ABA′ üçgeninin alanı en çok kaç cm^2 olabilir?

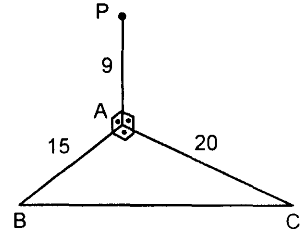
A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

4. (E, d, F) iki düzlemli açısı 60° ve $A \in E$ dir. A noktasından geçen ve E ile 30° lik açı yapan doğruların geometrik yeri ile F düzleminin arakesiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) d doğrusuna paralel bir doğru
B) d doğrusuna dik bir doğru
C) Herhangi bir doğru
D) Bir çember
E) Bir konik

5. ABC dik üçgeninde $|AB| = 15$ cm ve $|AC| = 20$ cm dir. $PA \perp (ABC)$ ve $|PA| = 9$ cm ise P noktasının [BC] hipotenüsüne uzaklığı kaç cm dir?



A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) $9\sqrt{3}$

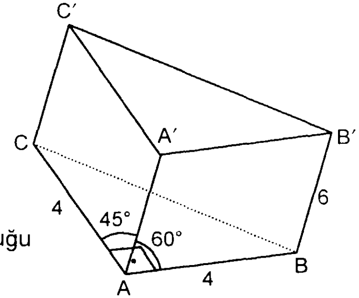
6. İki küpten birinin alanı diğerinin k katı ise hacmi kaç katı olur?

A) $\sqrt{k}$ B) $\sqrt[3]{k}$ C) $\sqrt[3]{k^2}$ D) $k\sqrt{k}$ E) k^2

7. Bir prizmanın bütün ayrıtlarının uzunlukları % 20 arttırılırsa hacmi % kaç artar?

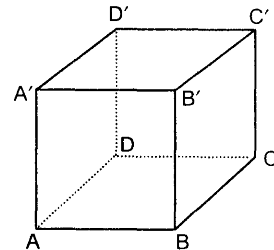
A) 60 B) 68,2 C) 72,8 D) 76,4 E) 80

8. ☑ Şekildeki eğik prizmanın tabanı ikizkenar dik üçgendir. $AB \perp AC$, $|AB| = |AC| = 4$ cm, $m(\widehat{A'AB}) = 60°$, $m(\widehat{A'AC}) = 45°$ ve bir yanal ayrıt uzunluğu 6 cm ise prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



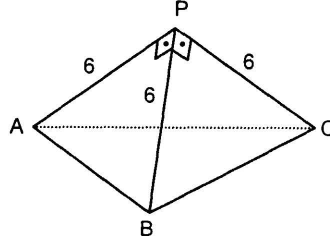
A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 42

9. Şekildeki küpte [AB], [AA′] ve [A′D′] ayrıtlarına teğet olan kürenin merkezi için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?



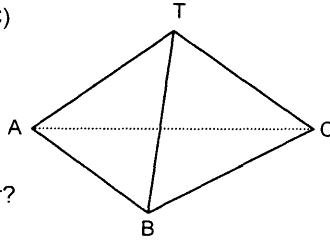
A) [A′C] köşegeni üzerindedir.
B) [DB′] köşegeni üzerindedir.
C) [AC′] köşegeni üzerindedir.
D) [BD′] köşegeni üzerindedir.
E) [CC′] ayrıtı üzerindedir.

10. [PA], [PB] ve [PC] ayrıtları birbirine ikişer ikişer dik olan (P, ABC) piramidinin adı geçen ayrıtlarının uzunlukları 6 şar cm dir. Piramidin (ABC) yüzüne ait yüksekliği kaç cm dir?



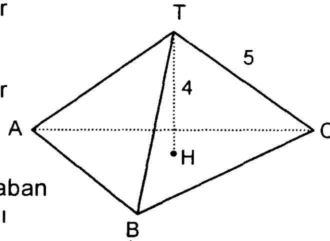
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

11. Şekildeki (T, ABC) düzgün dörtyüzlüsünün iki yüzü arasındaki açı α olduğuna göre $\tan\alpha$ değeri kaçtır?



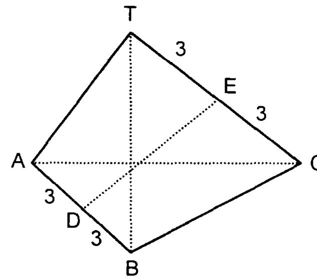
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

12. (T, ABC) eşkenar üçgen düzgün piramittir. Piramidin yanal ayrıtları 5 er cm, yüksekliği $|TH| = 4$ cm ve yanal yüzlerinin taban düzlemi ile yaptığı açı α ise $\tan\alpha$ değeri nedir?



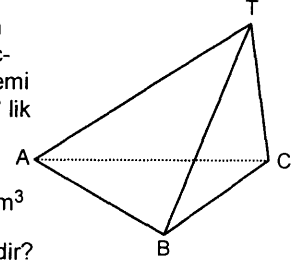
A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

13. (T, ABC) düzgün dörtyüzlüsünün bir ayrıtı 6 cm dir. D noktası [AB] nin, E noktası [TC] nin ortası olduğuna göre $|DE|$ kaç cm dir?



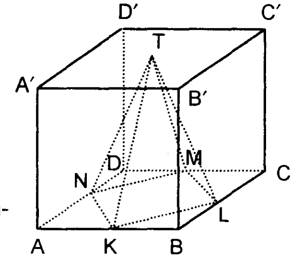
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6

14. (T, ABC) piramidinin tabanı bir eşkenar üçgen olup (TAB) düzlemi tabandüzlemi ile 30° lik açı yapmaktadır. TC ⊥ (ABC) ve piramidin hacmi $72\sqrt{3}$ cm^3 ise $A(\overset{\triangle}{TAB})$ kaç cm^2 dir?



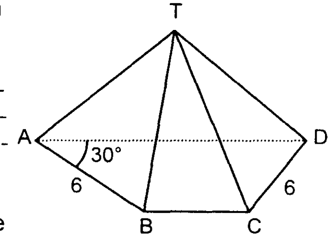
A) 72 B) 96 C) 108 D) 120 E) 144

15. Bir kenarı a birim olan küpün üst tabanının merkezi alt taban kenarlarının orta noktalarına birleştiriliyor. Elde edilen (T, KLMN) piramidinin yanal yüz alanı kaç birimkaredir?



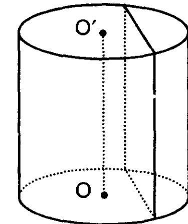
A) a^2 B) $\frac{3}{2}a^2$ C) $2a^2$ D) $\frac{3}{2}a^2$ E) $3a^2$

16. Şekildeki piramidin tabanı ikizkenar yamuk olup yanal yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Yamuğun yan kenarları 6 şar cm ve bir açısı 30° ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



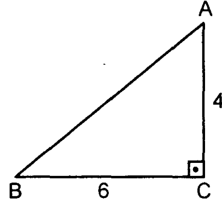
A) $8\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $10\sqrt{3}$
D) $12\sqrt{3}$ E) $16\sqrt{3}$

17. Yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 20 cm olan dönel silindir, simetri ekseninden 3 cm uzakta bulunan bir düzlemle kesiliyor. Küçük parçanın hacmi kaç cm^3 olur?



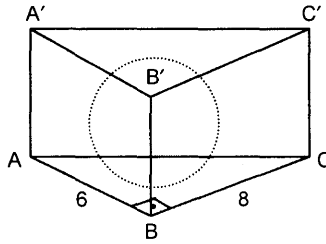
A) $40(2\pi-\sqrt{3})$ B) $40(3\pi-2\sqrt{3})$
C) $40(4\pi-3\sqrt{3})$ D) $60(3\pi-2\sqrt{3})$
F) $60(4\pi-3\sqrt{3})$

18. ABC dik üçgeninde
$BC \perp AC$, $|BC| = 6$ cm
ve $|AC| = 4$ cm dir.
Üçgenin [BC] etrafında döndürülmesiyle elde edilen koninin hacminin, [AC] etrafında döndürülmesiyle elde edilen koninin hacmine oranı nedir?



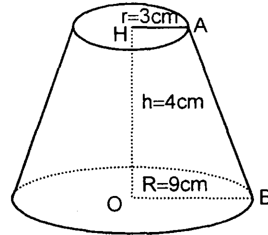
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

19. Şekildeki küre dik üçgen dik prizmanın yüzlerine teğettir. $AB \perp BC$,
$|AB| = 6$ cm ve
$|BC| = 8$ cm ise
prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



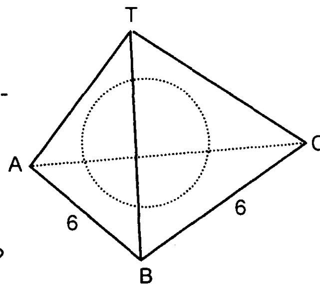
A) 96 B) 108 C) 120 D) 132 E) 144

20. Şekildeki kesik, dik piramidin taban yarıçapları ve yüksekliği verilmiştir. Buna göre kesik koninin hacmi kaç π cm^3 tür?



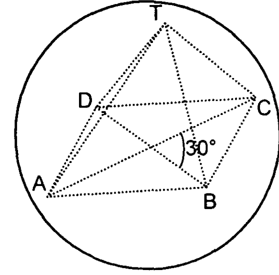
A) 112 B) 124 C) 136 D) 144 E) 156

21. ☑ Şekildeki piramidin tabanı bir kenarı 6 cm olan eşkenar üçgendir. Yanal yüzler taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yaptığına göre piramidin yüzlerine teğet olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?



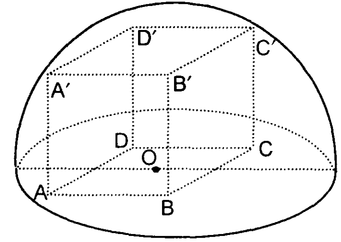
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

22. ☑ Şekildeki piramidin köşeleri 6 cm yarıçaplı küre üzerinde olup yanal ayrıtlar taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin tabanı, köşegenleri arasında 30° lik açı olan ABCD dikdörtgenidir. Buna göre piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



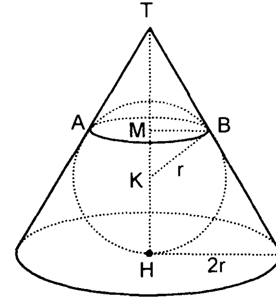
A) 72 B) $48\sqrt{3}$ C) 81 D) $72\sqrt{3}$ E) $81\sqrt{3}$

23. ☑ ABCDA′B′C′D′ küpünün ABCD yüzü, 6 cm yarıçaplı yarım kürenin taban düzlemindedir. A′, B′, C′ ve D′ köşeleri küre yüzeyinde bulunduğuna göre küpün bir ayrıtı kaç cm dir?



A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

24. ☑ Yarıçapı r birim olan küre, taban yarıçapı 2r birim olan dik koninin tabanına ve yanal yüzüne teğettir. Küre ile koninin değme çemberinin yarıçapı kaç r birimdir?



A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

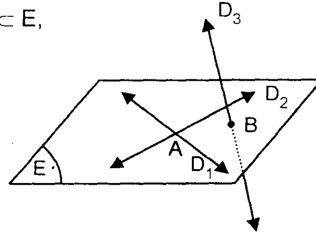
1. R^3 te aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Bir E düzlemi ile düzlem dışındaki bir A noktası arasında kalan doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri A noktasından E düzlemine çizilen dikmenin orta dikme düzlemidir.
B) İki paralel düzlemin sınırladığı doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri bu düzlemlere paralel ve eşit uzaklıkta bir düzlemdir.
C) A ve B gibi sabit iki noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri [AB] nin orta dikme düzlemidir.
D) Sabit üç noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri bu üç noktadan geçen çemberin merkezinden çember düzlemine çıkılan dik doğrudur.
E) Kesişen iki doğrudan eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri bu doğruların düzlemine paralel bir çift düzlemdir.

2. Aynı düzlemde bulunmayan A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıkta kaç düzlem vardır?

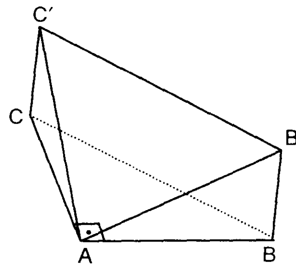
A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

3. Şekilde $D_1 \subset E$, $D_2 \subset E$, $D_3 \cap E = \{B\}$ ve $D_1 \cap D_2 = \{A\}$ dır. A noktası ile D_3 doğrusunun belirttiği düzlem F olsun. D_1, D_2 ve D_3 doğrularının üçünü de kesen doğrular için hangisi doğrudur?



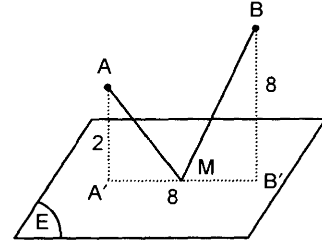
A) Yalnız AB doğrusudur.
B) Yalnız E düzleminde bulunurlar.
C) Yalnız F düzleminde bulunurlar.
D) Yalnız $E \cap F$ kümesinde bulunurlar.
E) $E \cup F$ kümesinde bulunurlar.

4. ABC, dik açı köşesi A olan ikizkenar dik üçgendir. $BB' \perp (ABC)$, $CC' \perp (ABC)$, $AB'C'$ eşkenar üçgen ve (ABC) düzlemi ile (AB'C') düzlemi arasındaki açı α ise $\cos\alpha$ değeri nedir?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

5. A ve B noktalarının E üzerindeki dik izdüşümleri A′ ve B′ olup $|AA'| = 2$ birim, $|BB'| = 8$ birim ve $|A'B'| = 8$ birimdir. $M \in E$ olmak üzere $|MA|^2 + |MB|^2$ toplamının en küçük değeri nedir?



A) 68 B) 80 C) 100 D) 104 E) 118

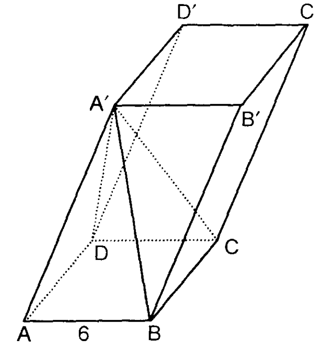
6. Bütün ayrıtları $2\sqrt{3}$ cm olan düzgün altıgen dik prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

A) 108 B) 96 C) 81 D) 72 E) 54

7. Bir kübün köşelerinden geçen kürenin alanının, bu kübün yüzlerine teğet olan kürenin alanına oranı nedir?

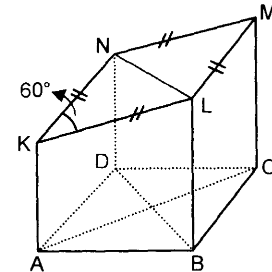
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

8. ☑ Tabanı ABCD karesi olan eğik prizmanın bütün yanal yüzleri eşkenar dörtgendir. Karenin bir kenarı 6 cm dir. A′ köşesi taban köşelerinden eşit uzaklıkta olduğuna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



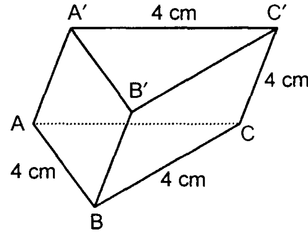
A) $48\sqrt{3}$ B) $72\sqrt{2}$ C) $72\sqrt{3}$
D) $90\sqrt{2}$ E) $108\sqrt{2}$

9. ☑ ABCD tabanlı kare dik prizmanın bir düzlemle arakesiti, dar açısı 60° olan KLMN eşkenar dörtgenidir. LN // BD ise (KLMN) düzlemi ile (ABCD) düzleminin yaptığı açının tanjantı nedir?



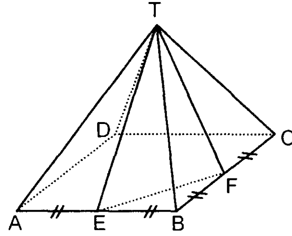
A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

10. ABCA′B′C′ üçgen eğik prizmasının bütün ayrıtları birbirine eşit olup 4 er cm dir. Prizmanın BCC′B′ yüzü taban düzlemine diktir. [BC′] köşegeninin uzunluğu $|BC'| = 6$ cm olduğuna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



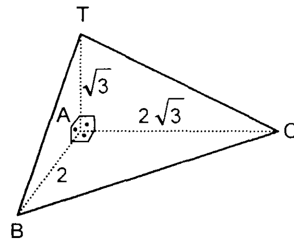
A) $8\sqrt{7}$ B) $12\sqrt{7}$ C) $16\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{21}$ E) $9\sqrt{2}$

11. Bütün ayrıtlarının uzunluğu a olan (T, ABCD) kare piramidinin [AB] ve [BC] ayrıtlarının orta noktaları E ve F dir. (TEF) düzleminin (ABCD) düzlemi ile yaptığı açının tanjantı nedir?



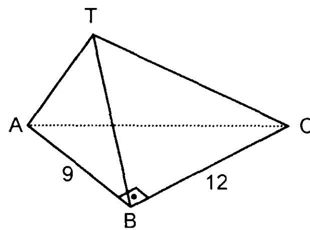
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 3

12. (T, ABC) piramidinin ABC tabanı bir dik üçgen olup [TA] ayrıtı ABC tabanına diktir. $m(\widehat{BAC}) = 90°$, $|TA| = \sqrt{3}$ birim, $|AB| = 2$ birim ve $|AC| = 2\sqrt{3}$ birim ise $A(\overset{\triangle}{TBC})$ kaç birimkaredir?



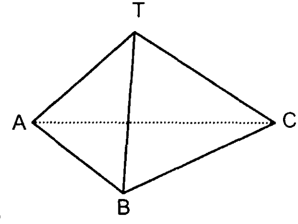
A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 6

13. (T, ABC) piramidinde ABC tabanı dik üçgen olup (TAC) ve (TBC) yüzleri taban düzlemi ile 45 er derecelik açı yapmaktadır. (TAB)⊥(ABC), $|AB| = 9$ cm ve $|BC| = 12$ cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



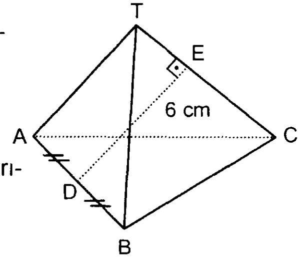
A) 54 B) 63 C) 72 D) 81 E) 90

14. Şekildeki üçgen piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin taban alanı 36 cm^2 olduğuna göre yanal yüzlerin toplam alanı kaç cm^2 dir?



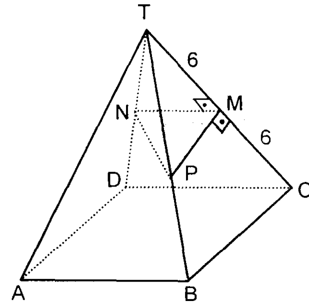
A) $24\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) 72 D) $48\sqrt{3}$ E) 90

15. (T, ABC) düzgün piramidinin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60° lik açı yapmaktadır. [AB] taban ayrıtının D orta noktasının, [TC] yanal ayrıtına uzaklığı 6 cm olduğuna göre piramidin, ABC tabanına ait yüksekliği kaç cm dir?



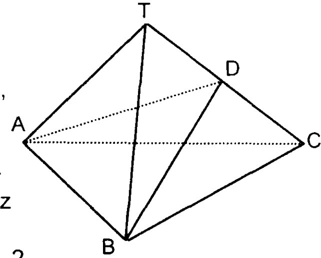
A) $2\sqrt{7}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{2}$

16. ☑ Şekildeki kare piramidin yanal ayrıtları taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. [TC] nin orta noktasından [TC] ye dik çizilen düzlem, [TB] ve [TD] yi P ve N noktalarında kesmektedir. $|TM| = |MC| = 6$ cm ise $A(\overset{\triangle}{MNP})$ kaç cm^2 dir?



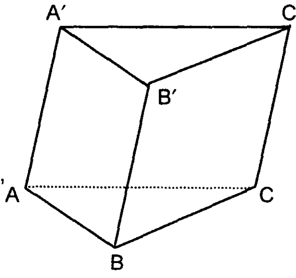
A) $6\sqrt{3}$ B) 12 C) $8\sqrt{3}$ D) 16 E) $9\sqrt{3}$

17. ☑ (T, ABC) eşkenar üçgen düzgün piramittir. (ABD) ⊥ [TC], (ABD) düzlemi ile taban düzlemi arasındaki açının ölçüsü α ve iki yanal yüz arasındaki açının ölçüsü β dır. $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ ise cosβ değeri kaçtır?



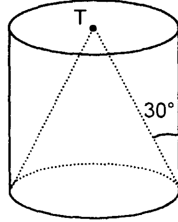
A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{2}{9}$

18. Şekildeki üçgen eğik prizmanın yanal ayrıtlarının ikişer ikişer birbirinden uzaklıkları 13 birim, 20 birim ve 21 birimdir. Buna göre büyük yanal yüzeyin, karşısındaki yanal ayrıttan uzaklığı kaç birimdir?



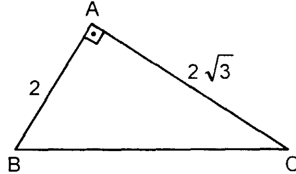
A) 8 B) 9 C) 10 D)12 E)15

19. Dik koninin tepesi silindirin üst tabanının merkezindedir. Koni ile silindirin tabanları ortaktır ve aynı noktadan geçen anadoğruları arasındaki açı 30° dir. Koninin toplam alanı 12π cm^2 ise silindirin hacmi kaç cm^3 tür?



A) $6\sqrt{3}\,\pi$ B) $8\sqrt{3}\,\pi$ C) $9\sqrt{3}\,\pi$
D) 12π E) 16π

20. ABC dik üçgeninde $|AB| = 2$ cm ve $|AC| = 2\sqrt{3}$ cm dir. ABC üçgensel bölgesinin, [BC] hipotenüsü etrafında 360° döndürülmesiyle taranan uzay parçasının hacmi kaç π cm^3 tür?

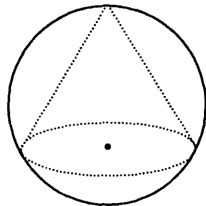


A) 3π B) 4π C) 5π D) 6π E) 7π

21. Yüksekliği 6 cm olan bir koni, tepeden 4 cm uzaklıkta tabana paralel bir düzlemle kesiliyor. Kesit alanı 8 cm^2 olduğuna göre koninin hacmi kaç cm^3 tür?

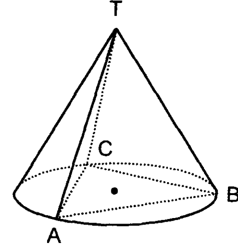
A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 45

22. Şekilde yarıçapı 6 cm olan kürenin içine yerleştirilmiş dik koninin yüksekliği 9 cm olduğuna göre hacmi kaç cm^3 tür?



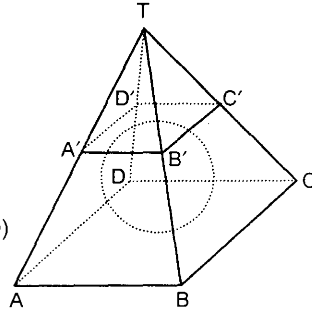
A) 54π B) 63π C) 72π D) 81π E) 90π

23. ☑ Koni ile piramidin tepeleri aynı; piramidin diğer köşeleri koninin taban çemberi üzerindedir. Piramidin tabanı, tepe açısı 45° olan bir ikizkenar üçgendir. Koninin hacmi 2π cm^3 ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



A) $\sqrt{2}+1$ B) $\sqrt{3}+1$ C) $2\sqrt{2}+1$
D) $3\sqrt{2}-1$ E) $2\sqrt{3}-1$

24. ☑ (T, ABCD) kare düzgün piramidinin bir taban kenarı 12 cm ve yüksekliği 8 cm dir. Küre, piramidin yüzlerine ve (A′B′C′D′) düzlemine teğettir. (A′B′C′D′) // (ABCD) ise ABCDA′B′C′D′ kesik piramidinin hacmi kaç cm^3 tür?

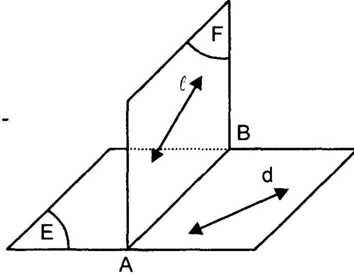


A) 324 B) 342 C) 360 D) 378 E) 396

1. Uzayda, düzlemsel olmayan A, B, C, D noktalarından eşit uzaklıkta olan en çok kaç nokta bulunabilir?

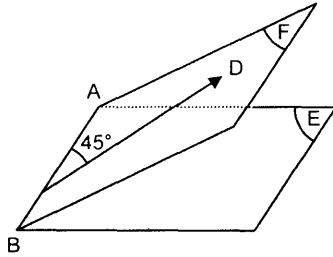
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 7

2. Şekilde $d \subset E$, $\ell \subset F$ ve $E \cap F = AB$ dir. d ve ℓ doğrularının kesişmeleri ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



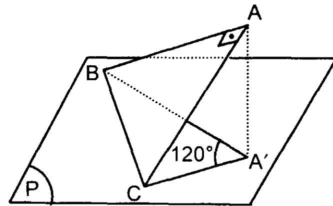
A) d // AB ise kesişmezler.
B) d // ℓ ise kesişmezler.
C) ℓ // AB ise kesişmezler.
D) d ve ℓ düzlemsel ise kesişirler.
E) AB üzerinde kesişebilirler.

3. F düzlemindeki D doğrusu AB arakesiti ile 45° lik, E düzlemi ile 30° lik açılar yapmaktadır. E ve F düzlemleri arasındaki açının ölçüsü α ise $\cos\alpha$ değeri kaçtır?



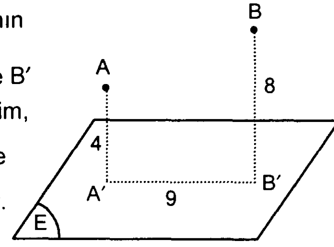
A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

4. ABC ikizkenar dik üçgeninin A köşesinin, [BC] hipotenüsünden geçen P düzlemi üzerindeki dik izdüşümü A′ noktasıdır. $m(\widehat{BA'C}) = 120°$ ve (ABC) ile P arasındaki açı α ise $\cos\alpha$ değeri kaçtır?



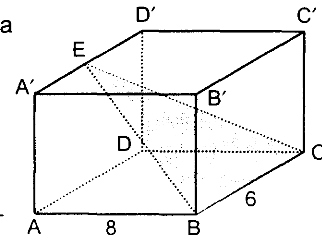
A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. A ve B noktalarının E üzerindeki dik izdüşümleri A′ ve B′ olup $|AA'| = 4$ birim, $|BB'| = 8$ birim ve $|A'B'| = 9$ birimdir. $M \in E$ olmak üzere $|MA| + |MB|$ toplamının en küçük değeri nedir?



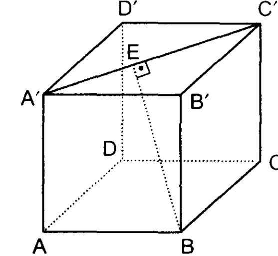
A) 12 B) 13 C9 14 D) 15 E) 16

6. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $E \in [A'D']$ dür. $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 6$ cm ve $A(\overset{\triangle}{EBC}) = 30$ cm^2 ise prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?



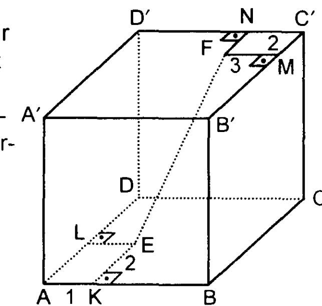
A) 288 B) 336 C) 384 D) 392 E) 480

7. Şekildeki küpte B köşesinin [A′C′] köşegenine uzaklığı $|BE| = 6$ cm olduğuna göre kübün hacmi kaç cm^3 tür?



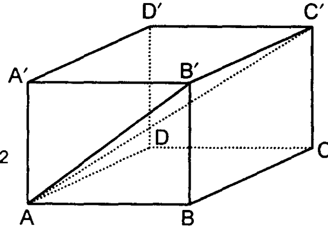
A) $48\sqrt{3}$ B) $48\sqrt{6}$ C) $54\sqrt{2}$
D) $54\sqrt{3}$ E) $54\sqrt{6}$

8. ☑ Şekildeki kübün bir ayrıtı 8 cm dir. Alt tabandaki E, üst tabandaki F noktalarının taban kenarlarına uzaklıkları, $|EK| = 2$ cm, $|EL| = 1$ cm, $|FM| = 3$ cm ve $|FN| = 2$ cm ise $|EF|$ kaç cm dir?



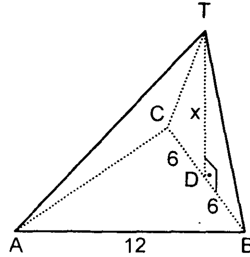
A) $4\sqrt{5}$ B) $5\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{6}$ D) $4\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{6}$

9. ABCDA′B′C′D′ bir dikdörtgenler prizmasıdır. A(BCC′B′) =12 cm^2 ve A(AB′C′) =18 cm^2 ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



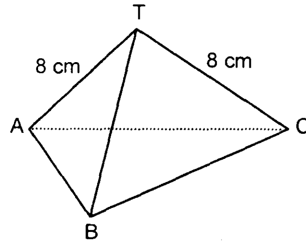
A) $16\sqrt{2}$ B) 24 C) $18\sqrt{2}$ D) $24\sqrt{2}$ E) 36

10. (T, ABC) piramidinin tabanı, bir kenarı 12 cm olan ABC eşkenar üçgenidir. Piramidin tepesi, [BC] nin orta noktasından (ABC) düzlemine çıkılan dikme üzerindedir. (TAB) ve (TAC) yüzleri birbirine dik ise $|TD| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{6}$

11. (T, ABC) düzgün üçgen piramidinin yanal ayrıtları 8 er cm dir. Bir yanal ayrıt taban düzlemi ile 60° lik açı yaptığına göre piramidin hacmi kaç cm^3 tür?

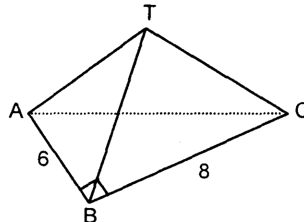


A) 48 B) $32\sqrt{3}$ C) 54 D) $36\sqrt{3}$ E) 64

12. Bir ayrıtı 3 cm olan düzgün sekizyüzlünün hacmi kaç cm^3 tür?

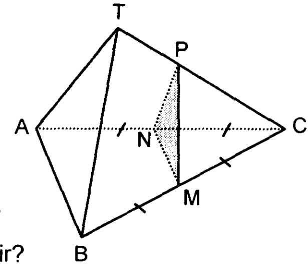
A) $3\sqrt{6}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{3}$

13. (T, ABC) piramidinin ABC tabanı dik üçgen olup yanal ayrıtları taban düzlemi ile 45 er derecelik açı yapmaktadır. AB ⊥ BC, $|AB| = 6$ cm ve $|BC| = 8$ cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



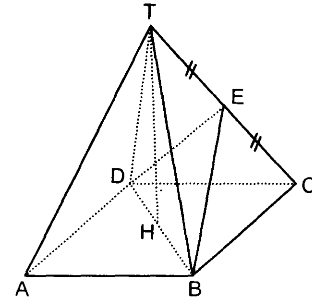
A) 40 B) 48 C) 56 D) 64 E) 72

14. (T, ABC) eşkenar üçgen düzgün piramidinin bir taban ayrıtı 12 cm, yüksekliği 8 cm dir. M ve N kenarların orta noktaları ve (MNP) ⊥ (ABC) ise $A(\overset{\triangle}{MNP})$ kaç cm^2 dir?



A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

15. (T, ABCD) kare düzgün piramittir. Tabanın [BD] köşegeni ile [TC] nin orta noktası E nin belirlediği düzlem taban düzlemi ile 30° lik açı yapmaktadır. Piramidin yüksekliği 6 cm ise hacmi kaç cm^3 tür?

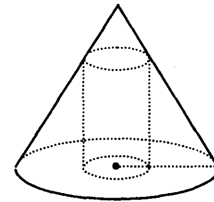


A) 288 B) 360 C) 432 D) 468 E) 504

16. Taban yarıçapı 6 cm olan silindirik bir kap yarısına kadar su ile doludur. Kaba atılan metal bir küre tamamen batıyor ve su yüzeyi 1 cm yükseliyor. Kürenin yarıçapı kaç cm dir?

A) $\sqrt[3]{3}$ B) 2 C) $2\sqrt[3]{2}$ D) 3 E) $2\sqrt[3]{3}$

17. Bir dik koninin içine bir dik silindir şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Koni ve silindirin taban yarıçaplarının oranı 3 olduğuna göre hacimlerinin oranı kaçtır?

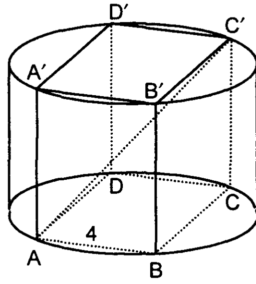


A) 3 B) $\frac{9}{2}$ C) 6 D) $\frac{15}{2}$ E) 9

18. İki küreden birinin hacmi diğerinin k katı ise alanı kaç katıdır?

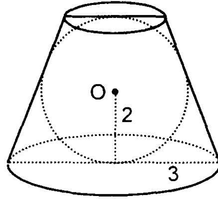
A) $\sqrt{k}$ B) $\sqrt[3]{k}$ C) $\sqrt[3]{k^2}$ D) $k \cdot \sqrt{k}$ E) k^2

19. Şekildeki dikdörtgenler prizmasının yanal ayrıtları silindirin yanal yüzündedir. [AC′] köşegeni taban düzlemi ile 45°, (ADD′A′) yüzü ile 30° lik açı yapmaktadır. Tabanın uzun kenarı $|AB| = 4$ cm ise silindirin hacmi kaç cm^3 tür?



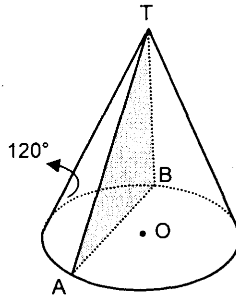
A) $24\sqrt{2}\,\pi$ B) 36π C) $27\sqrt{2}\,\pi$
D) $32\sqrt{2}\,\pi$ E) $36\sqrt{2}\,\pi$

20. 2 cm yarıçaplı küre, alt taban yarıçapı 3 cm olan kesik dik koninin bütün yüzlerine teğettir. Buna göre kesik koninin üst taban yarıçapı kaç cm dir?



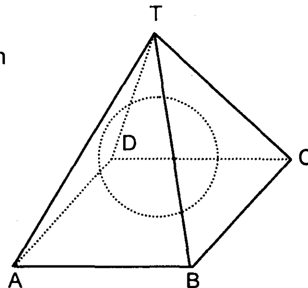
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

21. Dik koninin tepesinden geçen düzlem taban düzlemi ile 60° lik açı yapmakta ve taban çemberinde 120° lik yay ayırmaktadır. Taban çemberinin yarıçapı 6 cm ise koni ile düzlemin arakesitinin alanı kaç cm^2 dir?



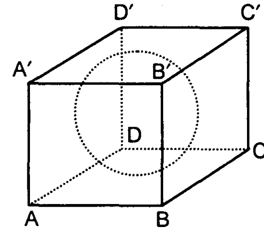
A) $12\sqrt{3}$ B) 24 C) $15\sqrt{3}$ D) $16\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

22. Şekildeki kare piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin yüksekliği 6 cm ise piramidin yüzlerine teğet olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?



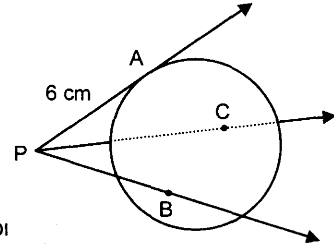
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

23. Şekildeki dik prizmanın tabanı, köşegen uzunlukları 30 cm ve 40 cm olan ABCD eşkenar dörtgenidir. Prizmanın yüzlerine teğet olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?



A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

24. Şekildeki kürenin [PA, [PB ve [PC teğetleri birbirleriyle 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. A, B ve C değme noktalarıdır. $|PA| = 6$ cm ise kürenin yarıçapı kaç cm dir?

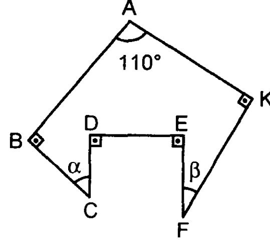


A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{15}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

12. Bölüm

Genel Testler

1. Şekildeki verilere göre $\alpha+\beta$ toplamı kaç derecedir?



A) 50 B) 55 C) 60 D) 70 E) 80

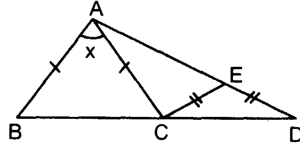
2. ABC üçgeninde

$|AB| = |AC|$,

$|EC| = |ED|$ ve

$m(\widehat{ACE}) - m(\widehat{CAE}) = 50°$

ise $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?



A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

3. Bir ABC üçgeninde a<b<c dir. $b+c=12$ birim ise üçgenin çevresinin en büyük tamsayı değeri kaç olabilir?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

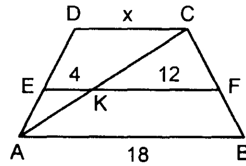
4. ABC yamuğunda EF // AB // CD,

$|EK| = 4$ cm,

$|KF| = 12$ cm ve

$|AB| = 18$ cm ise

$|CD| = x$ kaç cm dir?



A) 7 B) 8 C) 9 D) 11 E) 12

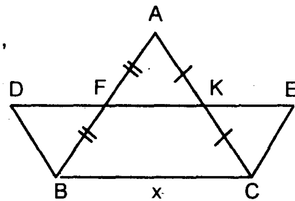
5. ABC üçgeninde BD // AC, CE // AB,

$|AF| = |BF|$,

$|AK| = |KC|$ ve

$|DE| = 12$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



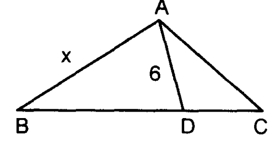
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

6. ABC üçgeninde

$\frac{|BD|}{3} = \frac{|AC|}{2} = \frac{|CD|}{1}$

ve $|AD| = 6$ cm ise

$|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

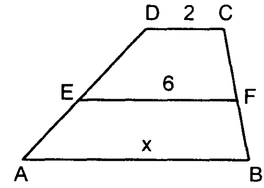
7. ABFE ve EFCD yamukları benzerdir.

$|CD| = 2$ cm ve

$|EF| = 6$ cm

olduğuna göre

$|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

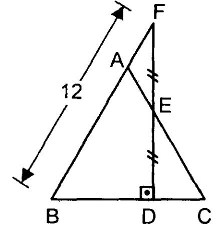
8. ABC eşkenar üçgendir.

DF ⊥ BC,

$|DE| = |EF|$ ve

$|BF| = 12$ cm ise

$|AB|$ kaç cm dir?

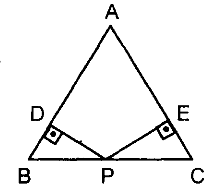


A) 8 B) 9 C) $4\sqrt{3}$ D) 10 E) $6\sqrt{3}$

9. ABC eşkenar üçgeninde PD ⊥ AB ve PE ⊥ AC dir.

$|PD| + |PE| = 12$ cm ise

$|AD| + |AE|$ toplamı kaç cm dir?

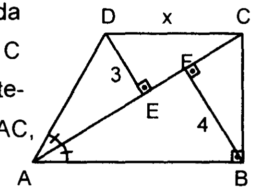


A) 12 B) $8\sqrt{3}$ C) 16 D) $12\sqrt{3}$ E) $16\sqrt{3}$

10. ABCD dik yamuğunda A açısının açıortayı C köşesinden geçmektedir. DE ⊥ AC, DF ⊥ AC,

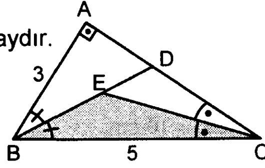
$|DE| = 3$ cm ve

$|BF| = 4$ cm ise $|DC| = x$ kaç cm dir?



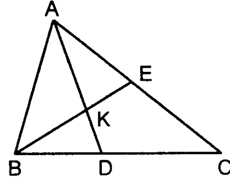
A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $3\sqrt{3}$ E) 6

11. ABC dik üçgeninde [BD] ve [CE] açıortaydır. $|AB| = 3$ cm ve $|BC| = 5$ cm ise $A(\overset{\triangle}{EBC})$ kaç cm^2 dir?



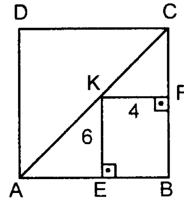
A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

12. ABC üçgeninde $[AD] \cap [BE] = \{K\}$ dır. $A(\overset{\triangle}{KAB}) = 12$ cm^2, $A(\overset{\triangle}{KBD}) = 6$ cm^2 ve $A(\overset{\triangle}{KAE}) = 8$ cm^2 ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



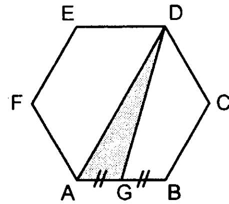
A) 32 B) 36 C) 39 D) 42 E) 45

13. ABCD karesinde [AC] köşegendir. $K \in [AC]$, $KE \perp AB$, $KF \perp BC$, $|KE| = 6$ cm ve $|KF| = 4$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



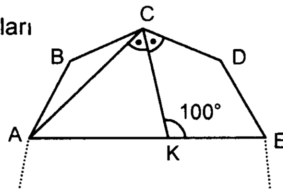
A) 64 B) 72 C) 81 D) 96 E) 100

14. Çevresi $12\sqrt{3}$ cm olan şekildeki düzgün altıgende $|AG| = |GB|$ ise A(ADG) kaç cm^2 dir?



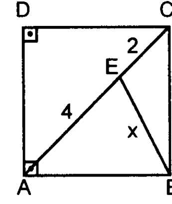
A) $6\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 6 E) 3

15. A, B, C, D ve E noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir. $m(\widehat{ACK}) = m(\widehat{KCD})$ ve $m(\widehat{CKE}) = 100°$ ise bu düzgün çokgen kaç kenarlıdır?



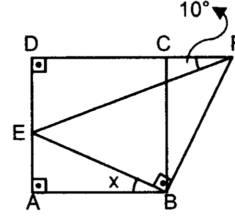
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

16. ABCD karesinde [AC] köşegendir. $|AE| = 4$ cm ve $|EC| = 2$ cm ise $|BE| = x$ kaç cm dir?



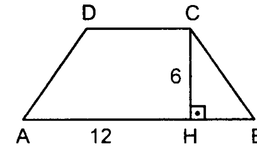
A) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{3}$

17. ABCD kare, $E \in [AD]$, $F \in [DC$ ve $BE \perp BF$ dir. $m(\widehat{DFE}) = 10°$ ise $m(\widehat{ABE}) = x$ kaç derecedir?



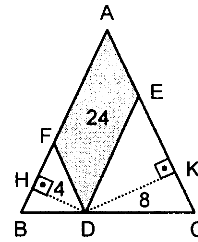
A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

18. ABCD ikizkenar yamuğunda $CH \perp AB$, $|CH| = 6$ cm ve $|AH| = 12$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



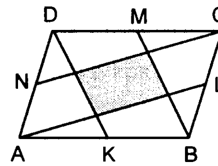
A) 48 B) 54 C) 60 D) 72 E) 84

19. ABC ikizkenar üçgen, AFDE paralelkenardır. $|AB| = |AC|$, $DH \perp AB$, $DK \perp AC$, $|DH| = 4$ cm, $|DK| = 8$ cm ve $A(AFDE) = 24$ cm^2 ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



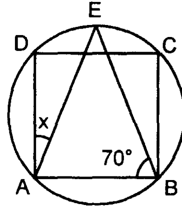
A) 42 B) 48 C) 54 D) 60 E) 64

20. ABCD paralelkenarında K, L, M, N kenarların orta noktalarıdır. Taralı alan 12 cm^2 ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



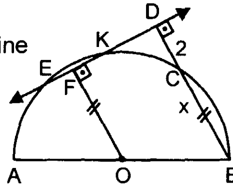
A) 36 B) 48 C) 60 D) 72 E) 84

21. ABCD kirişler dörtgeni bir karedir.
$m(\widehat{ABE}) = 70°$ ise
$m(\widehat{DAE}) = x$
kaç derecedir?



A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

22. O merkezli, [AB] çaplı yarıçemberin EK kesenine [OF] ve [BD] dikmeleri çizilmiştir.

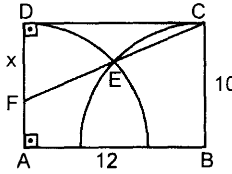


$|OF| = |BC|$ ve

$|CD| = 2$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) $2\sqrt{3}$

23. ABCD dikdörtgendir. A ve B merkezli yaylar E de kesişmektedir.



$|AB| = 12$ cm ve

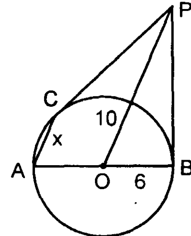
$|BC| = 10$ cm ise $|DF| = x$ kaç cm dir?

A) $2\sqrt{2}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 6 E) $6\sqrt{2}$

24. [PB] ve [PC], çapı $|AB| = 12$ cm olan çemberin teğetleridir.

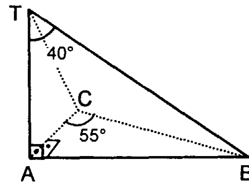
$|OP| = 10$ cm ise

$|AC| = x$ kaç cm dir?



A) 5,6 B) 6,4 C) 6,8 D) 7,2 E) 8,4

25. Şekilde
$AB \perp AC$,
$TA \perp (ABC)$,
$m(\widehat{ATB}) = 40°$ ve
$m(\widehat{ACB}) = 55°$
olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $|TA| < |TC|$ B) $|TB| < |TC|$ C) $|TA| < |TB|$
D) $|AC| < |TB|$ E) $|BC| < |TC|$

26. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında

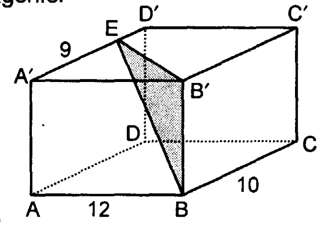
$|AB| = 12$ cm,

$|BC| = 10$ cm,

$|A'E| = 9$ cm ve

$A(BB'E) = 60$ cm^2

ise prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

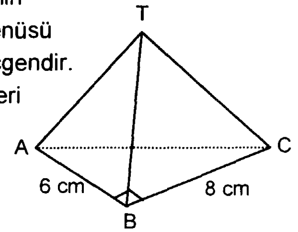


A) 600 B) 720 C) 840 D) 960 E) 1080

27. (T, ABC) piramidinin ABC tabanı, hipotenüsü [AC] olan bir dik üçgendir. Piramidin yan yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açı yapmaktadır.

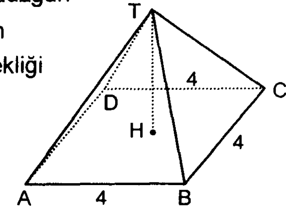
$|AB| = 6$ cm ve

$|BC| = 8$ cm ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



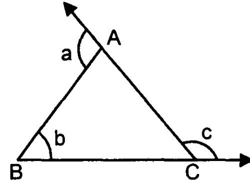
A) $16\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $20\sqrt{3}$
D) 36 E) $24\sqrt{3}$

28. (T. ABCD) kare düzgün piramidinin taban ayrıtları ile yüksekliği 4 er cm dir.
Bu piramidin köşelerinden geçen kürenin hacmi kaç cm^3 tür?



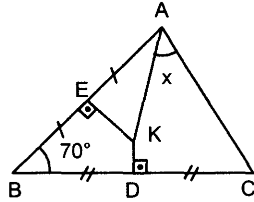
A) 24π B) 27π C) 30π D) 32π E) 36π

1. a, b ve c üzerine yazıldıkları açıların ölçüleridir.
$a + b + c = 270°$
ise $m(\hat{B}) = b$
kaç derecedir?



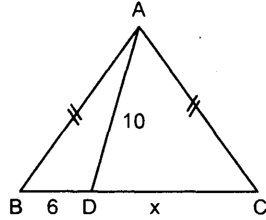
A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

2. ABC üçgeninde DK ve EK kenar orta dikmeleridir.
$m(\hat{B}) = 70°$ ise
$m(\widehat{CAK}) = x$
kaç derecedir?



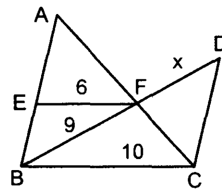
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

3. ABC üçgeninde
$|AB| = |AC|$ ve
$D \in [BC]$ dir.
$|AD| = 10$ birim ve
$|BD| = 6$ birim ise
$|DC| = x$ in en büyük tamsayı değeri nedir?



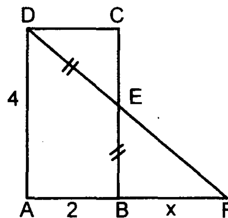
A) 15 B) 16 C) 21 D) 25 E) 31

4. AB // CD, EF // BC dir.
$|EF| = 6$ cm,
$|BF| = 9$ cm ve
$|BC| = 10$ cm ise
$|FD| = x$ kaç cm dir?



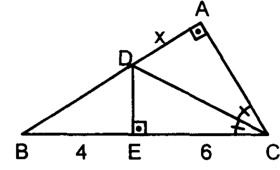
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

5. ABCD dikdörtgen,
$|DE| = |BE|$,
$|AB| = 2$ cm ve
$|AD| = 4$ cm ise
$|BF| = x$ kaç cm dir?



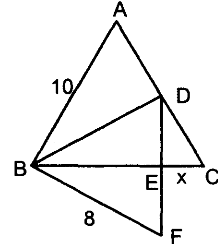
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

6. ABC dik üçgeninde [CD] açıortaydır.
DE ⊥ BC,
$|BE| = 4$ cm ve
$|EC| = 6$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



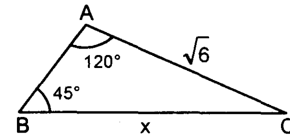
A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) 4

7. ABC ve BDF üçgenleri eşkenardır.
Üçgenlerin kenar uzunlukları 8 cm ve 10 cm olduğuna göre
$|EC| = x$ kaç cm dir?



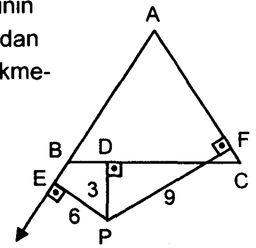
A) 2 B) 2,4 C) 3 D) 3,2 E) 3,6

8. ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 120°$,
$m(\hat{B}) = 45°$ ve
$|AC| = \sqrt{6}$ cm
ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



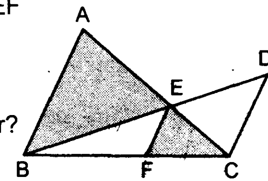
A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 4 E) $3\sqrt{3}$

9. ABC eşkenar üçgeninin dışındaki P noktasından kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları
$|PD| = 3$ cm,
$|PE| = 6$ cm ve
$|PF| = 9$ cm ise
ABC üçgeninin bir kenarı kaç cm dir?



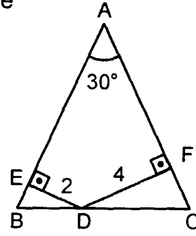
A) 12 B) $8\sqrt{3}$ C) $10\sqrt{3}$ D) 18 E) $12\sqrt{3}$

10. Şekilde AB // CD // EF ve $|AB| = 2|CD|$ ise
$\frac{A(\overset{\Delta}{ABE})}{A(\overset{\Delta}{EFC})}$ oranı nedir?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

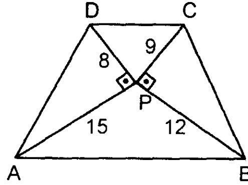
11. ABC ikizkenar üçgeninde
$|AB| = |AC|$,
$DE \perp AB$ ve
$DF \perp AC$ dir.
$|DE| = 2$ cm,
$|DF| = 4$ cm ve



$m(\hat{A}) = 30°$ ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 40 E) 48

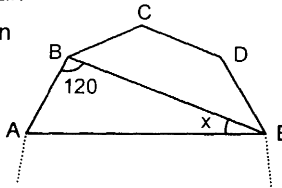
12. ABCD dörtgeninin iç bölgesinde alınan bir P noktası [AD] ve [BC] kenarlarını dik açı altında görmektedir.
$|PA| = 15$ cm,
$|PB| = 12$ cm,
$|PC| = 9$ cm ve



$|PD| = 8$ cm ise $\dfrac{A(P\overset{\triangle}{A}B)}{A(P\overset{\triangle}{C}D)}$ oranı nedir?

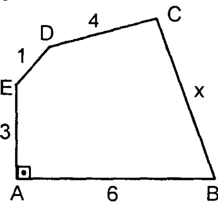
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

13. A, B, C, D, E noktaları bir düzgün çokgenin ardışık köşeleridir.
$m(\widehat{ABE}) = 120°$ ise
$m(\widehat{AEB}) = x$ kaç derecedir?



A) 6 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

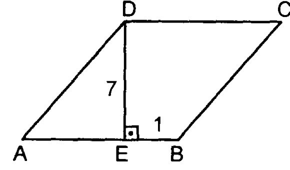
14. ABCDE bir konveks beşgendir.
$m(\hat{A}) = 90°$,
$|AB| = 6$ birim,
$|AE| = 3$ birim,
$|ED| = 1$ birim ve



$|DC| = 4$ birim ise $|BC| = x$ in en büyük tamsayı değeri nedir?

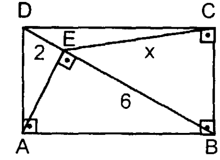
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

15. ABCD eşkenar dörtgendir.
$DE \perp AB$,
$|DE| = 7$ cm ve
$|EB| = 1$ cm ise
eşkenar dörtgenin alanı kaç cm² dir?



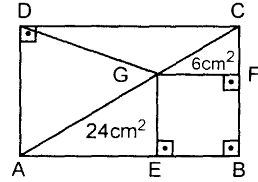
A) 140 B) 161 C) 175 D) 196 E) 210

16. ABCD dikdörtgeninde
$AE \perp BD$,
$|DE| = 2$ cm ve
$|EB| = 6$ cm ise
$|EC| = x$ kaç cm dir?



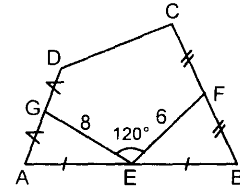
A) $2\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{7}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 6 E) $2\sqrt{10}$

17. ABCD dikdörtgeninin bir köşegeni $[AC]$ ve $G \in [AC]$ dir.
EBFG dikdörtgen,
$A(C\overset{\triangle}{G}F) = 6$ cm² ve
$A(G\overset{\triangle}{A}E) = 24$ cm² ise
$A(G\overset{\triangle}{C}D)$ kaç cm² dir?



A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

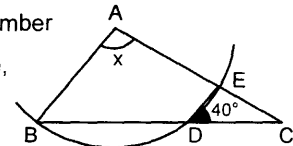
18. ABCD dörtgeninde
E, F ve G kenarların orta noktalarıdır.
$|EF| = 6$ cm,
$|EG| = 8$ cm ve



$m(\widehat{GEF}) = 120°$ ise A(ABCD) kaç cm² dir?

A) $24\sqrt{3}$ B) $36\sqrt{3}$ C) $42\sqrt{3}$
D) $48\sqrt{3}$ E) $54\sqrt{3}$

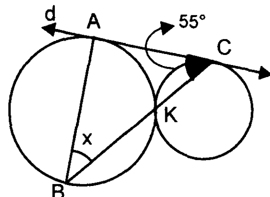
19. ABC üçgeninde A merkezli, $[AB]$ yarıçaplı çember yayı $[BC]$ yi D de, $[AC]$ yi E de kesmektedir.



$m(\widehat{EDC}) = 40°$ ise $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

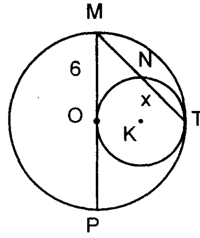
A) 40 B) 45 C) 60 D) 80 E) 90

20. Çemberler birbirine K da, d doğrusuna A da ve C de teğettir. $K \in [BC]$ ve $m(\widehat{BCA}) = 55°$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?



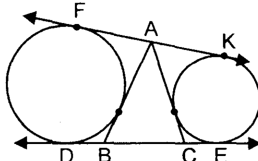
A) 27,5 B) 35 C) 45 D) 55 E) 62.5

21. O ve K merkezli çemberler T noktasında, [MP] küçük çembere O noktasında teğettir. $|OM| = 6$ cm ise $|NT| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) $3\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

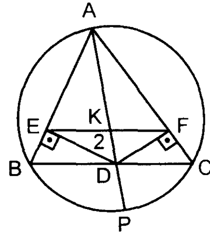
22. Ortak teğetleri DE ve FK olan çemberlerden biri, ABC üçgeninin [AB] kenarına diğeri [AC] kenarına teğettir.



ABC üçgeninin çevresi 24 cm ise |FK| kaç cm dir?

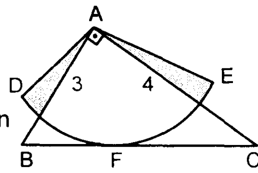
A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

23. [AP], ABC üçgeninin çevrel çemberinin çapıdır. $DE \perp AB$, $DF \perp AC$ $|AE| = 2|BE|$ ve $|KD| = 2$ cm ise çemberin çapı kaç cm dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

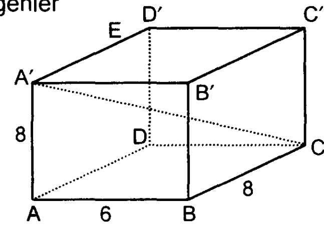
24. ABC dik üçgeninde A merkezli DE yayı [BC] hipotenüsüne F de teğettir. DE yayının uzunluğu |BC| ye eşittir.



$|AB| = 3$ cm ve $|AC| = 4$ cm ise taralı alanlar toplamı kaç cm^2 dir?

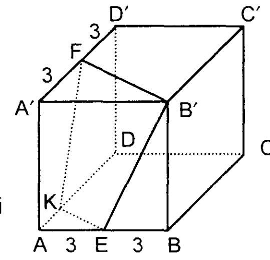
A) $\frac{\pi}{2}$ B) $6-1,44\pi$ C) 2 D) 6π E) $6-0,72\pi$

25. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 8$ cm, $|AA'| = 8$ cm ve [A'C] köşegeninin [BC] ayrıtı ile yaptığı açı α ise $\tan\alpha$ değeri nedir?



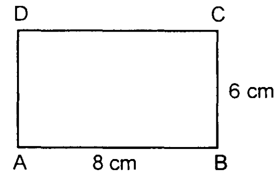
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{7}$

26. Bir kenarı 6 cm olan küpte [AB] nin ortası E ve [A'D'] nün ortası F dir. (EB'F) düzlemi [AD] yi K da kestiğine göre AEKA'B'F şeklinin hacmi kaç cm^3 tür?



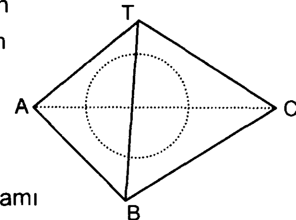
A) 18 B) 24 C) 27 D) 30 E) 32

27. ABCD dikdörtgeni yüksekliği 6 cm veya yüksekliği 8 cm olan iki farklı dik silindirin yan yüzü olabilir. Bu silindirlerin hacimlerinin oranı nedir?



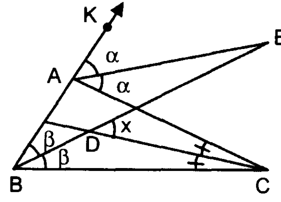
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{27}{64}$ D) $\frac{16}{27}$ E) $\frac{9}{64}$

28. (T, ABC) piramidinin yüzleri yarıçapı 3 cm olan küreye teğettir. Piramidin taban alanı 18 cm^2, yan yüzlerin alanları toplamı 42 cm^2 ise hacmi kaç cm^3 tür?



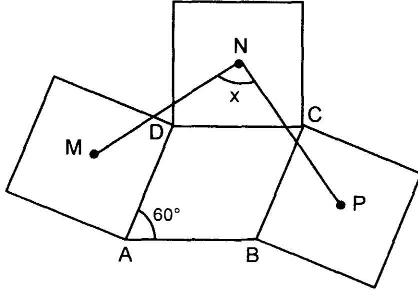
A) 54 B) 60 C) 72 D) 81 E) 90

1. ABC üçgeninde [AE dış açıortay, [BE iç açıortaydır.
$m(\widehat{KAC}) = 2\alpha$,
$m(\widehat{KBC}) = 2\beta$
olduğuna göre
$m(\widehat{CDE})$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) $\alpha - \beta$ B) $\alpha - \frac{\beta}{2}$ C) α
D) $\frac{\alpha+\beta}{2}$ E) $\alpha + \frac{\beta}{2}$

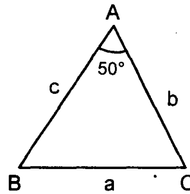
2.



Şekildeki paralelkenarın $\hat{A}$ açısı 60° dir. M, N, P noktaları, kenarlar üzerine oturtulmuş karelerin merkezleridir.
Buna göre $m(\widehat{MNP}) = x$ kaç derecedir?

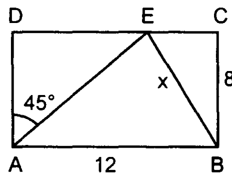
A) 75 B) 90 C) 105 D) 120 E) 135

3. ABC üçgeninde a < b < c dir.
$m(\hat{A}) = 50°$ ise
$m(\hat{C})$ nin derece cinsinden en küçük tamsayı değeri nedir?



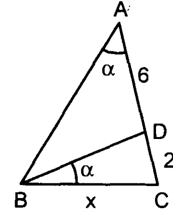
A) 61 B) 63 C) 64 D) 65 E) 66

4. ABCD dikdörtgendir.
$m(\widehat{DAE}) = 45°$,
$|AB| = 12$ cm ve
$|BC| = 8$ cm ise
$|BE| = x$ kaç cm dir?



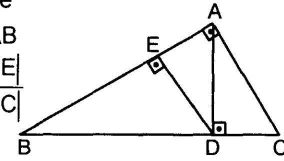
A) $5\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{6}$ D) 10 E) $8\sqrt{2}$

5. $m(\hat{A}) = m(\widehat{DBC}) = \alpha$,
$|AD| = 6$ cm ve
$|DC| = 2$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



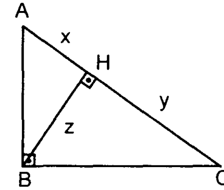
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

6. ABC dik üçgeninde
$AD \perp BC$, $DE \perp AB$
ve $\frac{|BD|}{|DC|} = 3$ ise $\frac{|DE|}{|DC|}$
oranı kaçtır?



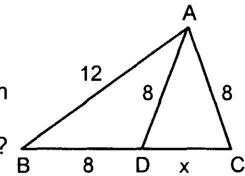
A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{4}{3}$

7. ABC dik üçgeninde [BH] yüksekliktir.
$|AH| = x$ birim,
$|HC| = y$ birim ve
$|BH| = z$ birim ise
$\frac{|AB|}{|BC|}$ oranı nedir?



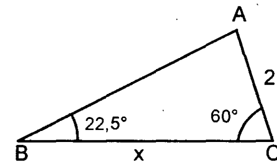
A) $\sqrt{\frac{x}{y}}$ B) $\frac{x}{y}$ C) $\frac{x^2}{y^2}$ D) $\frac{x}{z}$ E) $\frac{z^2}{y^2}$

8. ABC üçgeninde
$|AB| = 12$ cm ve
$|BD| = |AD| = |AC| = 8$ cm
ise $|DC| = x$ kaç cm dir?



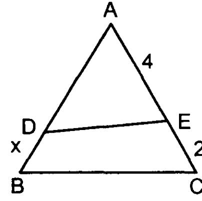
A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

9. ABC üçgeninde
$m(\hat{B}) = 22{,}5°$,
$m(\hat{C}) = 60°$ ve
$|AC| = 2$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir?



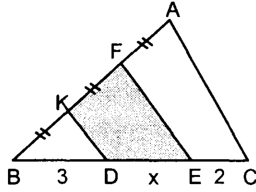
A) $\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{6} + \sqrt{2} + 1$ C) $\sqrt{6} + \sqrt{3} + 1$
D) $\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$ E) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

10. ABC eşkenar üçgeninde
$|AE| = 4$ cm,
$|EC| = 2$ cm ve
$A(\overset{\Delta}{ADE}) = A(BCED)$
ise $|BD| = x$ kaç cm dir?



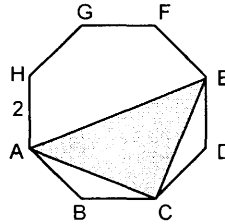
A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{13}{10}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

11. ABC üçgeninin alanı taralı alanın iki katıdır.
$|BK| = |KF| = |FA|$,
$|BD| = 3$ cm ve
$|EC| = 2$ cm ise $|DE| = x$ kaç cm dir?



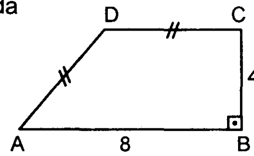
A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

12. ABCDEFGH bir kenarı 2 cm olan düzgün sekizgendir.
$A(\overset{\Delta}{ACE})$ kaç cm^2 dir?



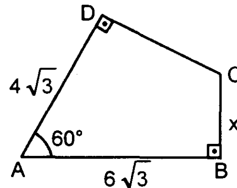
A) $\sqrt{2}+6$ B) $\sqrt{2}+8$ C) $2\sqrt{2}+2$
D) $2\sqrt{2}+4$ E) $2\sqrt{2}+6$

13. ABCD dik yamuğunda
$|AD| = |DC|$ dir.
$|AB| = 8$ cm ve
$|BC| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



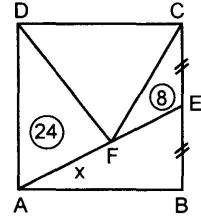
A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

14. ABCD dörtgeninde
AB ⊥ BC ve
AD ⊥ CD dir.
$m(\widehat{BAD}) = 60°$,
$|AB| = 6\sqrt{3}$ cm ve
$|AD| = 4\sqrt{3}$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



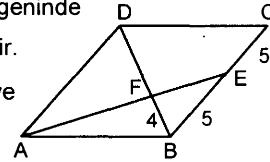
A) 1 B) 2 C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

15. ABCD karesinde
$|BE| = |EC|$ ve
F ∈ [AE] dir.
$A(\overset{\Delta}{DAF}) = 24$ cm^2 ve
$A(\overset{\Delta}{CFE}) = 8$ cm^2 ise
$|AF| = x$ kaç cm dir?



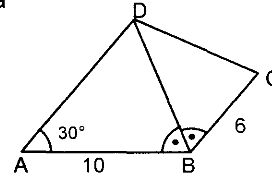
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

16. ABCD eşkenar dörtgeninde
$[BD] \cap [AE] = \{F\}$ dir.
$|BE| = |EC| = 5$ cm ve
$|BF| = 4$ cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?



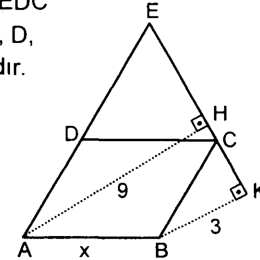
A) 72 B) 84 C) 96 D) 108 E) 120

17. ABCD yamuğunda
BC // AD dir.
$\widehat{ABD} \cong \widehat{CBD}$,
$|AB| = 10$ cm,
$|BC| = 6$ cm ve
$m(\hat{A}) = 30°$ ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



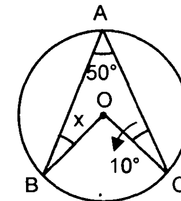
A) 36 B) 40 C) 45 D) 48 E) 50

18. ABCD paralelkenar, EDC eşkenar üçgen ve A, D, E noktaları doğrusaldır.
A ve B nin [EC ye uzaklıkları
$|AH| = 9$ cm ve
$|BK| = 3$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir?



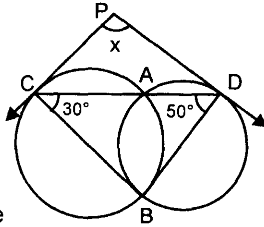
A) $4\sqrt{3}$ B) 7 C) 8 D) 9 E) $6\sqrt{3}$

19. O noktası çemberin merkezidir.
$m(\widehat{BAC}) = 50°$ ve
$m(\widehat{OCA}) = 10°$ ise
$m(\widehat{OBA}) = x$
kaç derecedir?



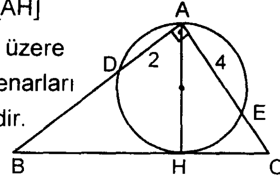
A) 10 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

20. A ve B de kesişen çemberlerin bir ortak kirişi CAD dir.
$m(\widehat{BCD}) = 30°$,
$m(\widehat{CDB}) = 50°$ ve
[PC ile [PD , C ve D de çemberlere teğet ise $m(\widehat{CPD})= x$ kaç derecedir?



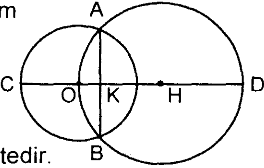
A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

21. ABC dik üçgeninde [AH] yüksekliği çap olmak üzere çizilen çember, dik kenarları D ve E de kesmektedir.
|AD| = 2 cm ve
|AE| = 4 cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



A) 20 B) 25 C) 32 D) 36 E) 40

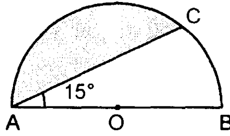
22. Küçük çemberin merkezi büyük çember üzerindedir. Çemberlerin kesim noktaları A ve B olup merkezler doğrusu çemberleri C ve D de, [AB]yi de K da kesmektedir.



|CK| = 4 cm ve |KD| = 8 cm ise küçük çemberin yarıçapı kaç cm dir?

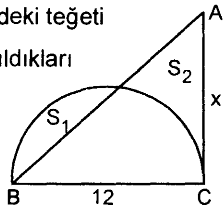
A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{13}{4}$ E) $\frac{7}{2}$

23. [AB] çaplı yarıçemberde
|AB| = 12 cm ve
$m(\widehat{BAC}) = 15°$ ise
taralı alan kaç cm^2 dir?



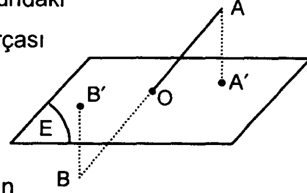
A) $12\pi - 9$ B) $15\pi - 9$ C) $18\pi - 9$
D) $24\pi - 18$ E) $36\pi - 18$

24. [BC] çaplı yarıçemberin C deki teğeti [AC] dir. S_1 ve S_2 içine yazıldıkları bölgelerin alanlarıdır.
$S_1 = S_2$ ve |BC| = 12 cm ise |AC| = x kaç cm dir?



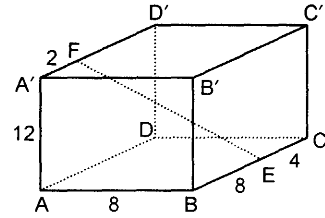
A) 3π B) 4π C) 5π D) 6π E) 8π

25. 20 cm uzunluğundaki [AB] doğru parçası (E) düzlemini O noktasında kesmektedir.
A ve B uçlarının düzlemden uzaklıkları |AA'| = 12 cm ve |BB'| = 4 cm ise [AB] nin (E) düzlemindeki dik izdüşümünün uzunluğu kaç cm dir?



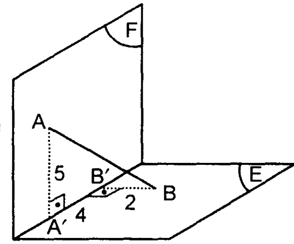
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

26. Şekildeki dikdörtgenler prizmasında
|AB| = 8 cm,
|BE| = 8 cm,
|EC| = 4 cm,
|AA'| = 12 cm,
|A'F| = 2 cm ve [EF] nin taban düzlemi ile yaptığı açı α ise tanα değeri nedir?



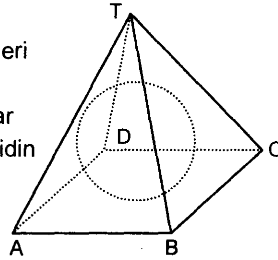
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{8}{7}$ E) $\frac{9}{8}$

27. Şekilde E ⊥ F
A∈ F ve B∈ E dir.
A ve B noktalarının arakesite uzaklıkları
|AA'| = 5 cm,
|BB'| = 4 cm ve
|A'B'| = 2 cm ise |AB| kaç cm dir?



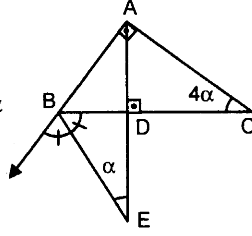
A) $3\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{3}$ C) 7 D) $5\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{6}$

28. (T, ABCD) kare piramidinin yan yüzleri taban düzlemi ile 60 ar derecelik açılar yapmaktadır. Piramidin yüzlerine teğet olan kürenin alanı 36π cm^2 ise piramidin hacmi kaç cm^3 tür?



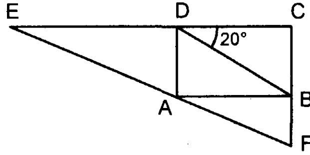
A) 252 B) 288 C) 306 D) 324 E) 360

1. [BE açıortay,
BA ⊥ AC, BC ⊥ AE,
$m(\hat{E}) = \alpha$, $m(\hat{C}) = 4\alpha$
ise $m(\hat{C})$ kaç derecedir?



A) 30 B) 40 C) 44 D) 50 E) 60

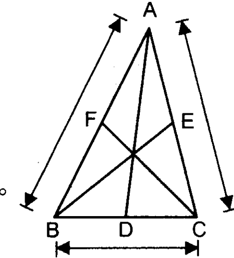
2.



ABCD dikdörtgen, $|DB| = |CF|$ ve $m(\widehat{BDC}) = 20°$
ise $m(\widehat{FEC})$ kaç derecedir?

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

3. ABC üçgeninde
a < b < c ise
aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $m(\hat{A}) + \frac{1}{2}m(\hat{B}) < 90°$

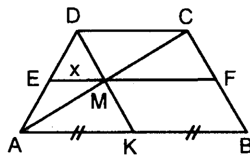
B) $m(\hat{A}) + \frac{1}{2}m(\hat{C}) < 90°$

C) $m(\hat{B}) + \frac{1}{2}m(\hat{A}) < 90°$

D) $m(\hat{B}) + \frac{1}{2}m(\hat{C}) < 90°$

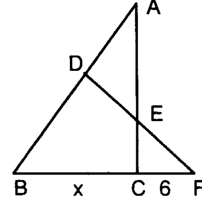
E) $\frac{1}{2}m(\hat{A}) + \frac{1}{2}m(\hat{B}) < m(\hat{C})$

4. ABCD yamuğunda
EF // AB // CD,
$|AK| = |KB|$ ve
$|EF| = 12$ cm ise
$|EM| = x$ kaç cm dir?



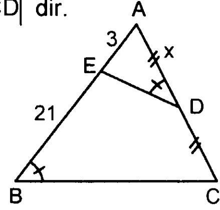
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. Şekilde $|AE| = 4 \cdot |EC|$,
$\frac{|DE|}{|EF|} = \frac{2}{3}$ ve
$|CF| = 6$ cm ise
$|EC| = x$ kaç cm dir?



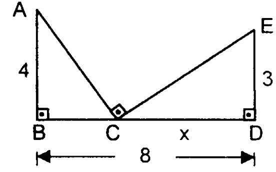
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

6. ABC üçgeninde $|AD| = |CD|$ dir.
$|AE| = 3$ cm,
$|BE| = 21$ cm ve
$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ABC})$
ise $|AD| = x$ kaç cm dir?



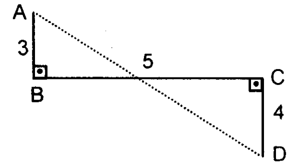
A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) 5 D) $3\sqrt{3}$ E) 6

7. Şekilde
$m(\hat{A}) < m(\hat{E})$,
AC ⊥ CE, AB ⊥ BD,
DE ⊥ BD,
$|AB| = 4$ cm,
$|BD| = 8$ cm ve $|DE| = 3$ cm ise $|CD| = x$ kaç cm dir?



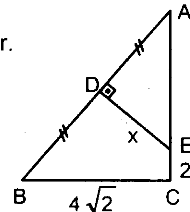
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. Şekilde AB ⊥ BC ve CD ⊥ BC dir.
$|AB| = 3$ cm,
$|CD| = 4$ cm ve
$|BC| = 5$ cm olduğuna göre $|AD|$ kaç cm dir?



A) 8 B) $3\sqrt{7}$ C) $\sqrt{74}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $\sqrt{83}$

9. ABC dik üçgeninde DE, [AB] nin orta dikmesidir.
$|BC| = 4\sqrt{2}$ cm ve
$|CE| = 2$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

10. ABCD dörtgeninde

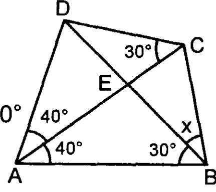
$[AC] \cap [BD] = \{E\}$ dir.

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAC}) = 40°$

ve $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ACD}) = 30°$

ise $m(\widehat{CBD}) = x$

kaç derecedir?



A) 20 B) 30 C) 35 D) 40 E) 50

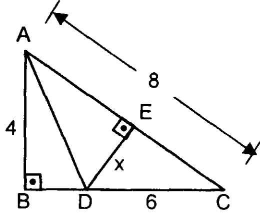
11. Şekilde $AB \perp BC$ ve $DE \perp AC$ dir.

$|AB| = 4$ cm,

$|DC| = 6$ cm ve

$|AC| = 8$ cm ise

$|DE| = x$ kaç cm dir?



A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

12. ABC üçgeninde

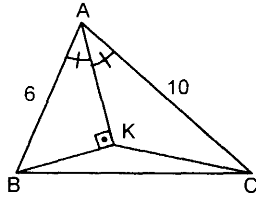
$[AK]$ açıortay ve

$AK \perp BK$ dır.

$|AB| = 6$ cm,

$|AC| = 10$ cm ve

$A(\overset{\triangle}{KBC}) = 8$ cm² ise $A(\overset{\triangle}{KAC})$ kaç cm² dir?



A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

13. ABC üçgeninde $[BE]$ ve

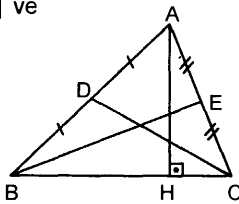
$[CD]$ kenarortay,

$[AH]$ yüksekliktir.

$|BE| = 15$ cm,

$|AH| = 24$ cm ve

$|CD| = 6\sqrt{5}$ cm ise $A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm² dir?



A) 84 B) 96 C) 120 D) 144 E) 160

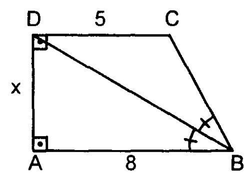
14. ABCD dik yamuk

$[BD]$ açıortaydır.

$|AB| = 8$ cm ve

$|DC| = 5$ cm ise

$|AD| = x$ kaç cm dir?



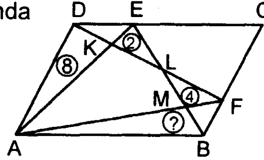
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. ABCD paralelkenarında

$[AE] \cap [DF] = \{K\}$,

$[BE] \cap [DF] = \{L\}$ ve

$[AF] \cap [BE] = \{M\}$ dir.



$A(\overset{\triangle}{ADK}) = 8$ cm², $A(\overset{\triangle}{EKL}) = 2$ cm² ve

$A(\overset{\triangle}{FLM}) = 4$ cm² ise $A(\overset{\triangle}{ABM})$ kaç cm² dir?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

16. ABCD dikdörtgeninde

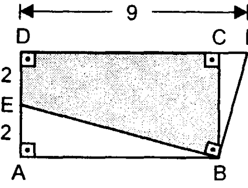
AB > BC dir.

$|AE| = |ED| = 2$ cm,

$BE \perp BF$ ve

$|DF| = 9$ cm ise

A(BCDE) kaç cm² dir?



A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

17. ABCD dörtgeninde

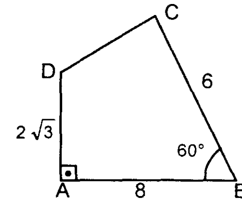
$m(\hat{A}) = 90°$ ve

$m(\hat{B}) = 60°$ dir.

$|AB| = 8$ cm,

$|BC| = 6$ cm ve

$|AD| = 2\sqrt{3}$ cm ise A(ABCD) kaç cm² dir?



A) $14\sqrt{3}$ B) $15\sqrt{3}$ C) $16\sqrt{3}$

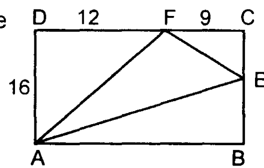
D) $17\sqrt{3}$ E) $18\sqrt{3}$

18. ABCD dikdörtgeninde

$E \in [BC]$ ve

$F \in [CD]$ dir.

$|AD| = 16$ cm,



$|DF| = 12$ cm ve $|FC| = 9$ cm ise AEF üçgeninin çevresi en az kaç cm olabilir?

A) 50 B) 51 C) 52 D) 53 E) 54

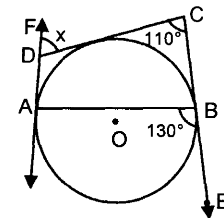
19. $[AB]$, O merkezli çemberin bir kirişi;

AF, [CE ve [DC] teğetleridir.

$m(\widehat{ABE}) = 130°$ ve

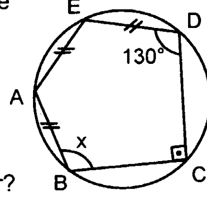
$m(\widehat{ECD}) = 110°$ ise

$m(\widehat{CDF}) = x$ kaç derecedir?



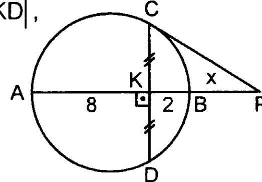
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

20. ABCDE kirişler beşgeninde
$|BA| = |AE| = |ED|$,
$m(\widehat{CDE}) = 130°$ ve
$m(\widehat{BCD}) = 90°$ ise
$m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?



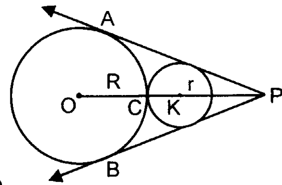
A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

21. $[PC]$, çembere C de teğettir.
$[CD] \perp [AP]$, $|CK| = |KD|$,
$|AK| = 8$ cm ve
$|KB| = 2$ cm ise
$|BP| = x$ kaç cm dir?



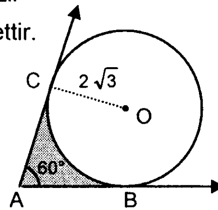
A) 2 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

22. O ve K merkezli çemberler
C de teğettir.
$[PA$ ve $[PB$,
çemberlerin
ortak teğetleridir.
$|OC| = |CP| = R$ ise
küçük çemberin yarıçapı kaç R dir?



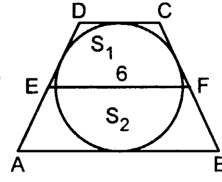
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

23. $[AB$ ve $[AC$, O merkezli
çembere B ve C de teğettir.
$|OC| = 2\sqrt{3}$ cm
ve $m(\widehat{BAC}) = 60°$ ise
taralı bölgenin alanı
kaç cm² dir?



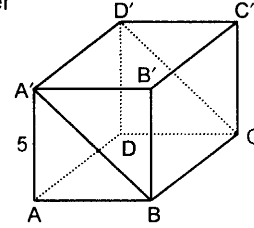
A) $4(3\sqrt{3} - \pi)$ B) $3(3\sqrt{3} - \pi)$ C) $12\sqrt{3} - \pi$
D) $8\sqrt{3} - 3\pi$ E) $9\sqrt{3} - 4\pi$

24. ABCD ikizkenar yamuğu
bir teğetler dörtgenidir.
$[EF]$ orta tabanının ABCD
dörtgeninde ayırdığı
alanlar S_1 ve S_2, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$
ve $|EF| = 6$ cm ise yamuğun yüksekliği kaç cm
dir?



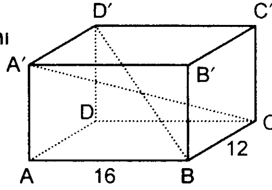
A) 4 B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{6}$ D) 5 E) $2\sqrt{7}$

25. Şekildeki dikdörtgenler
prizmasında
$A(ABCD) = 40$ cm²,
$A(A'BCD') = 60$ cm²
ve $|AA'| = 5$ cm ise
prizmanın yan alanı
kaç cm² dir?



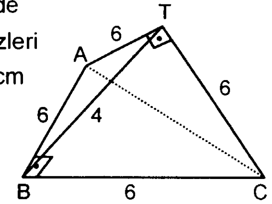
A) $48\sqrt{5}$ B) $56\sqrt{5}$ C) $64\sqrt{5}$
D) $72\sqrt{5}$ E) $80\sqrt{5}$

26. Şekildeki
dik prizmanın tabanı
bir paralelkenardır.
Taban düzlemi
ile $[A'C]$ köşegeni
45° lik, $[BD']$
köşegeni 60° lik açı yapmaktadır.
$|AB| = 16$ cm ve $|BC| = 12$ cm ise $|BD|$ kaç cm
dir?



A) $10\sqrt{2}$ B) 15 C) $4\sqrt{15}$ D) $5\sqrt{10}$ E) $10\sqrt{3}$

27. (T, ABC) piramidinde
(TAC) ve (ABC) yüzleri
dik kenarları 6 şar cm
olan birer ikizkenar
dik üçgendir.
$|TB| = 4$ cm ise
piramidin hacmi kaç cm³ tür?

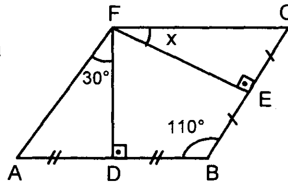


A) $8\sqrt{6}$ B) $8\sqrt{7}$ C) $16\sqrt{2}$ D) 24 E) $8\sqrt{10}$

28. Tabanının yarıçap 2 cm ve yüksekliği $2\sqrt{5}$ cm olan silindirin, taban çemberlerinden geçen kürenin hacmi kaç cm³ tür?

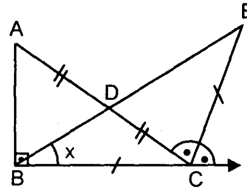
A) 18π B) 24π C) 27π D) 36π E) 45π

1. [FD], [AB] nin ve [FE], [BC] nin orta dikmeleridir.
m(ABC) = 110° ve
m(AFD) = 30° ise
m(EFC) = x kaç derecedir?



A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

2. ABC dik üçgeninde [BD hipotenüse ait kenarortay, [CE dış açıortaydır. |BC| = |CE| olduğuna göre m(CBE) kaç derecedir?



A) 30 B) 32 C) 36 D) 40 E) 45

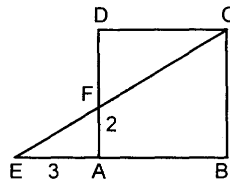
3. Bir konveks çokgenin üç iç açısının ölçüleri 120°, 140° ve 150° dir. Diğer iç açıları dar açı olduğuna göre bu çokgen kaç kenarlıdır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. Bir ABC üçgeninde $a < b < c$ ve $a + b = 12$ birim ise üçgenin çevresinin en küçük tamsayı değeri kaç olabilir?

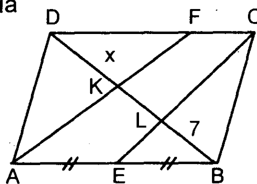
A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

5. $|EA| = 3$ cm ve
$|AF| = 2$ cm ise
ABCD karesinin bir kenarı kaç cm dir?



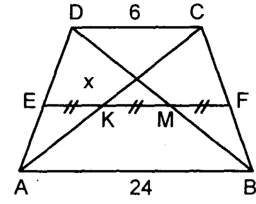
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

6. ABCD paralelkenarında
$|AE| = |EB|$,
$|DF| = 3 \cdot |FC|$ ve
$|BL| = 7$ cm ise
$|DK| = x$ kaç cm dir?



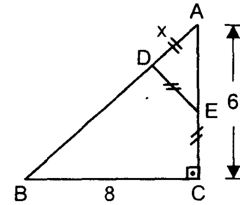
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

7. ABCD yamuğunda
AB // EF // DC,
$|AB| = 24$ birim ve
$|CD| = 6$ birim ise
$|EK| = |KM| = |MF| = x$
kaç birimdir?



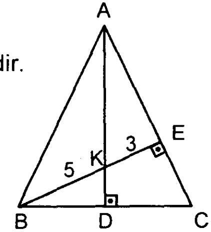
A) 2 B) $\frac{8}{3}$ C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

8. ABC dik üçgeninde
$|AC| = 6$ cm,
$|BC| = 8$ cm ve
$|AD| = |DE| = |EC|$ ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



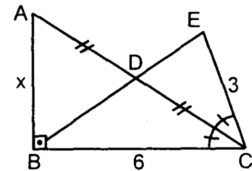
A) $\frac{24}{11}$ B) $\frac{30}{11}$ C) $\frac{36}{11}$ D) $\frac{32}{13}$ E) $\frac{40}{13}$

9. ABC ikizkenar üçgeninde
[AD] ve [BE] yükseklikleri
K noktasında kesişmektedir.
$|AB| = |AC|$,
$|BK| = 5$ cm ve
$|KE| = 3$ cm olduğuna
göre $|AC|$ kaç cm dir?



A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) 10 D) $4\sqrt{3}$ E) 12

10. Şekilde ABC dik üçgen, $|AD| = |DC|$,
BCA ≅ ACE ve
E ∈ [BD dir.
$|BC| = 6$ cm ve
$|CE| = 3$ cm ise
$|AB| = x$ kaç cm dir ?



A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

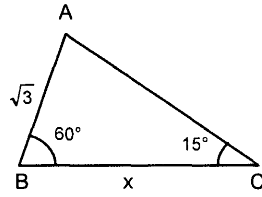
11. ABC üçgeninde

$m(\hat{B}) = 60°$,

$m(\hat{C}) = 15°$ ve

$|AB| = \sqrt{3}$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?

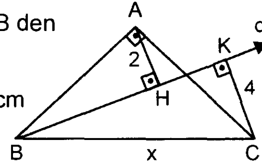


A) $\sqrt{3} + 2$ B) $\sqrt{3} + 3$ C) $2\sqrt{3} + 2$

D) $3\sqrt{3} + 1$ E) $2\sqrt{3} + 3$

12. ABC ikizkenar dik üçgendir.

A ve C köşelerinin B den geçen d doğrusuna uzaklıkları $|AH| = 2$ cm ve $|CK| = 4$ cm olduğuna göre $|BC| = x$ kaç cm dir?



A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{6}$ E) 10

13. ABC üçgeninde

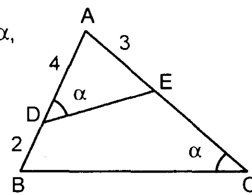
$m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$,

$|AD| = 4$ cm,

$|DB| = 2$ cm ve

$|AE| = 3$ cm ise

$\dfrac{A(\overset{\Delta}{ABC})}{A(\overset{\Delta}{ADE})}$ oranı nedir?



A) 3 B) 4 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$

14. ABC ikizkenar üçgeninde

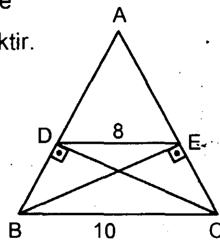
[BE] ve [CD] yüksekliktir.

$|AB| = |AC|$,

$|BC| = 10$ cm ve

$|DE| = 8$ cm ise

$A(\overset{\Delta}{ABC})$ kaç cm² dir?



A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

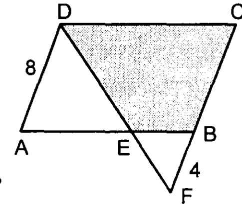
15. ABCD paralelkenar,

$|AD| = 8$ cm,

$|BF| = 4$ cm ve

$A(\overset{\Delta}{ADE}) = 20$ cm² ise

A(EBCD) kaç cm² dir?

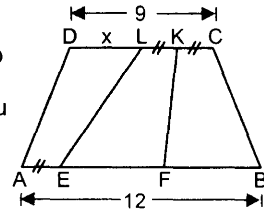


A) 30 B) 40 C) 45 D) 60 E) 80

16. ABCD yamuğunda

$|AE| = |LK| = |KC|$ olup

[EL] ile [FK], yamuğu eşit alanlı 3 parçaya ayırmaktadır.



$|AB| = 12$ cm ve $|CD| = 9$ cm ise $|DL| = x$ kaç cm dir?

A) 4 B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) $\frac{13}{2}$

17. ABCD yamuğunda

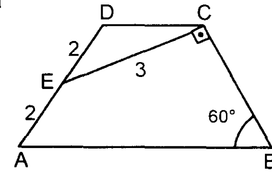
AB // CD ve

EC ⊥ BC dir.

$|AE| = |ED| = 2$ cm,

$|EC| = 3$ cm ve

$m(\hat{B}) = 60°$ ise A(ABCD) kaç cm² dir?



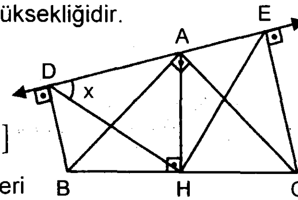
A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

18. ABC ikizkenar dik üçgen,

[AH] üçgenin yüksekliğidir.

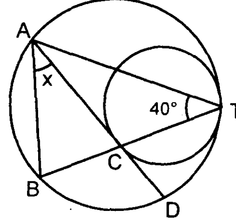
A noktasından geçen DE doğrusuna [CD] ve [CE] dikmeleri çizilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{EDH}) = x$ kaç derecedir?



A) 30 B) 45 C) 60 D) 67,5 E) 75

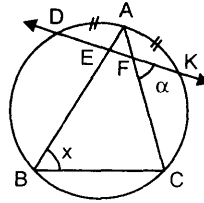
19. Şekildeki çemberler T noktasında içten teğettir. Büyük çemberin [AD] kirişi küçük çembere C de teğet olup [BT] kirişi C den geçmektedir.



Buna göre $m(\widehat{T}) = 40°$ ise $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

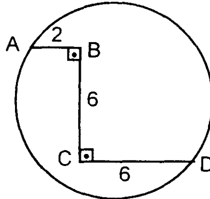
A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50

20. Şekilde ABC üçgeninin çevrel çemberi ve DEFK keseni çizilmiştir.
$m(\overset{\frown}{DA}) = m(\overset{\frown}{AK})$ ve
ise $m(\widehat{CFK}) = \alpha$ ise
$m(\widehat{ABC}) = x$ nedir?



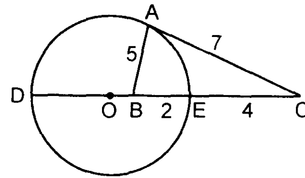
A) α B) $\frac{\pi}{2} - \alpha$ C) 2α
D) $\pi - 2\alpha$ E) $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$

21. Şekilde, A ile D noktaları çember üzerindedir.
AB ⊥ BC, BC ⊥ CD,
$|AB| = 2$ cm ve
$|BC| = |CD| = 6$ cm ise
çemberin yarıçapı en az kaç cm dir?



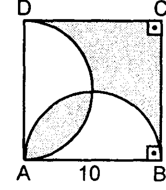
A) 4 B) $\frac{9}{2}$ C) 5 D) $\frac{11}{2}$ E) 6

22. ABC üçgeninin A köşesinden geçen çemberin merkezi BC üzerindedir.
$|AB| = 5$ cm,
$|AC| = 7$ cm, $|BE| = 2$ cm ve $|EC| = 4$ cm ise çemberin çapı kaç cm dir?



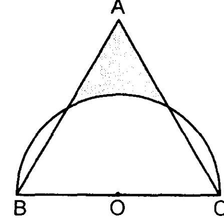
A) 15 B) 19 C) 21 D) 25 E) 27

23. ABCD karesinin bir kenarı 10 cm dir. [AB] ve [AD] yarıçemberlerin çapları ise taralı alan kaç cm² dir?



A) 25π B) 50π C) 50 D) 60 E) 80

24. Yarı çemberin çapı, bir kenarı 6 cm olan ABC eşkenar üçgeninin [BC] kenarıdır. Buna göre taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?



A) $\frac{3}{2}(3\sqrt{3} - \pi)$ B) $\frac{9}{2}(2\sqrt{3} - \pi)$ C) $3(2\sqrt{3} - \pi)$
D) $6(3\sqrt{3} - \pi)$ E) $\frac{9}{2}(3\sqrt{3} - \pi)$

25. İçinde su bulunan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir kabın bir köşesinden geçen ayrıtlarının uzunlukları a, b ve c olup $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$ tür.
Kap, en büyük yüzü üzerine otultulduğunda su yüksekliği 6 cm olduğuna göre, en küçük yüzü üzerine otultulduğunda su yüksekliği kaç cm olur?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

26. Bir kare düzgün piramidin taban köşeleri, tabanının yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 4 cm olan dik koninin taban çemberi üzerinde olup bunların tepe noktaları aynıdır. Buna göre piramidin yanal alanı kaç cm² dir?

A) 18 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

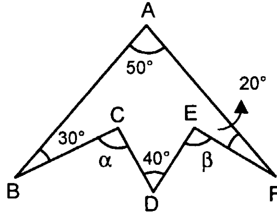
27. Bir kenarı 6 cm olan kübün köşelerinden geçen kürenin hacmi kaç cm³ tür?

A) $96\sqrt{3}\pi$ B) $108\sqrt{3}\pi$ C) $112\sqrt{3}\pi$
D) $124\sqrt{3}\pi$ E) $132\sqrt{3}\pi$

28. Yarıçapı 6 cm olan bir küre içine, tepesi ve taban çemberi küre yüzeyinde bulunmak üzere, yüksekliği 10 cm olan bir dik koni yerleştirilecektir. Bu koninin tabanının yarıçapı kaç cm olur?

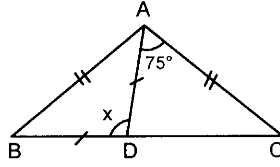
A) $3\sqrt{2}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $2\sqrt{5}$

1. Şekilde verilenlere göre $\alpha + \beta$ toplamı kaç derecedir?



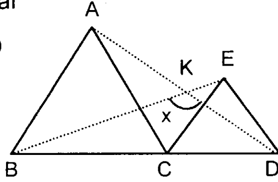
A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

2. ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$, $|BD| = |AD|$ ve $m(\widehat{DAC}) = 75°$ ise $m(\widehat{ADB}) = x$ kaç derecedir?



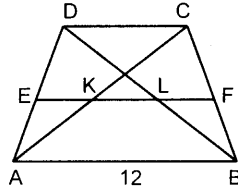
A) 105 B) 110 C) 115 D) 120 E) 130

3. ABC ve CDE eşkenar üçgenler ve B, C, D noktaları doğrusal ise $m(\widehat{BKD})$ kaç derecedir?



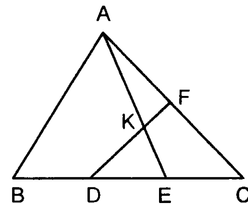
A) 105 B) 115 C) 120 D) 135 E) 150

4. AB // EF // DC, $|DC| = |KL| = 3 \cdot |EK|$ ve $|AB| = 12$ birim ise $|EF|$ kaç birimdir?



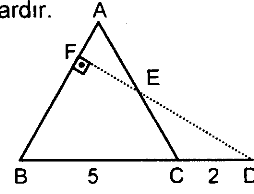
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. ABC üçgeninde $|BD| = |DE| = |EC|$ ve $|AF| = |FC|$ ise $\frac{|AK|}{|KE|}$ oranı nedir?



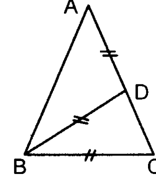
A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

6. ABC üçgeni eşkenardır. $|BC| = 5$ cm ve $|CD| = 2$ cm ise $|FA|$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

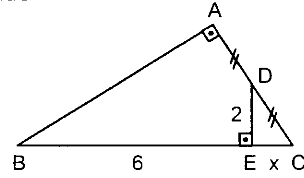
7. ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ ve $|BC| = |BD| = |DA|$ dır.



Çevre $(\overset{\triangle}{ABD})$ – Çevre$(\overset{\triangle}{BCD})$ = 4 cm ve Çevre$(\overset{\triangle}{ABC})$ = 16 cm ise $|CD|$ kaç cm dir?

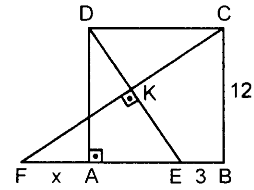
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. ABC dik üçgeninde $|AB| < |AC|$, $|AD| = |DC|$ ve $DE \perp BC$ dir. $|BE| = 6$ cm ve $|DE| = 2$ cm ise $|EC| = x$ kaç cm dir?



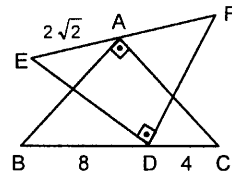
A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $2\sqrt{3}$ E) 4

9. ABCD karesinin bir kenarı 12 cm dir. $|EB| = 3$ cm ve $CF \perp DE$ ise $|FA| = x$ kaç cm dir?



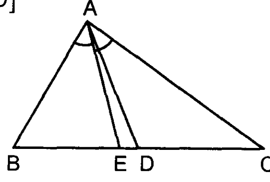
A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

10. ABC ve DEF ikizkenar dik üçgenlerinden birinin dik açı köşesi diğerinin hipotenüsü üzerindedir. $|BD| = 8$ cm, $|DC| = 4$ cm ve $|EA| = 2\sqrt{2}$ cm ise $|EF|$ kaç cm dir?



A) $6\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{2}$ C) $9\sqrt{2}$ D) $10\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{2}$

11. ABC üçgeninde [AD] kenarortay ve [AE] BAC açısının açıortayıdır.



$|AC| = 2|AB|$

olduğuna göre ABC üçgeninin alanı AED üçgeninin alanının kaç katıdır?

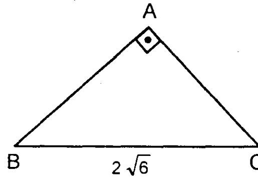
A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

12. ABC dik üçgeninde

$|AB| + |AC| = 6$ cm ve

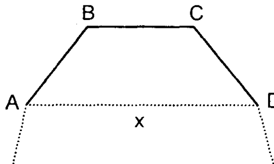
$|BC| = 2\sqrt{6}$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



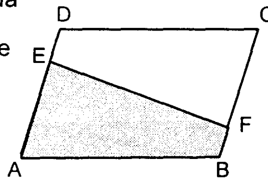
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

13. A, B, C, D noktaları bir kenarı 6 cm olan düzgün onikigenin ardışık köşeleridir. Buna göre $|AD| = x$ kaç cm dir?



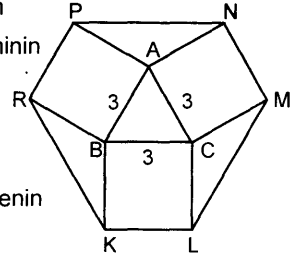
A) $6+\sqrt{3}$ B) $6+2\sqrt{3}$ C) $6+3\sqrt{3}$
D) $6+4\sqrt{3}$ E) $6+6\sqrt{3}$

14. ABCD paralelkenarında $3|DE| = 4|BF| = |BC|$ ise taralı alanın paralel kenarın alanına oranı nedir?



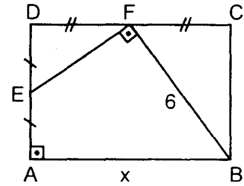
A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{7}{24}$ C) $\frac{11}{24}$ D) $\frac{13}{24}$ E) $\frac{17}{24}$

15. Bir kenarı 3 cm olan ABC eşkenar üçgeninin kenarları üzerine kareler oturtularak KLMNPR altıgeni elde edilmiştir. Altıgenin alanı kaç cm^2 dir?



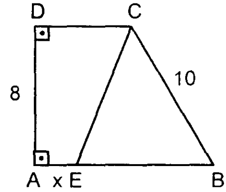
A) $6\sqrt{3}+27$ B) $9\sqrt{3}+27$ C) $9\sqrt{3}+36$
D) $12\sqrt{3}+27$ E) $12\sqrt{3}+36$

16. ABCD dikdörtgeninde E ve F, kenarların orta noktalarıdır. $EF \perp BF$ ve $|DF| = 6$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

17. [CE], ABCD dik yamuğunu eşit alanlı iki parçaya ayırmaktadır.



$|AD| = 8$ cm ve

$|BC| = 10$ cm ise $|AE| = x$ kaç cm dir?

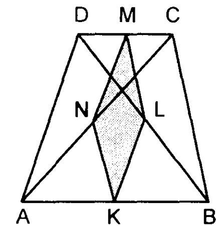
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. ABCD yamuğunda tabanların orta noktaları K ve M, köşegenlerin orta noktaları N ve L dir.

$|AB| = 2|CD|$ ve

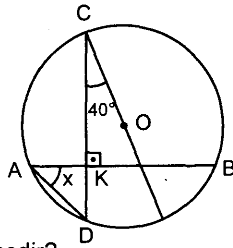
$A(KLMN) = 12$ cm^2

ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



A) 48 B) 60 C) 64 D) 72 E) 84

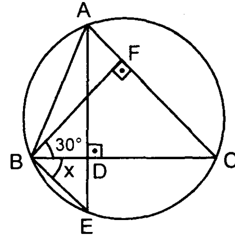
19. [AB] ile [AD], O merkezli çemberin birbirine dik iki kirişi ve [CE] çapıdır.



Buna göre $m(\widehat{C}) = 40°$ ise $m(\widehat{A}) = x$ kaç derecedir?

A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 65

20. Şekilde $AE \perp BC$, $BF \perp AC$ ve $m(\widehat{CBF}) = 30°$ ise $m(\widehat{EBC}) = x$ kaç derecedir?

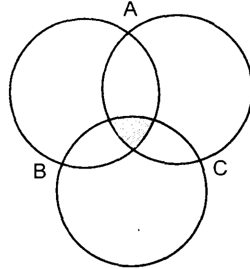


A) 20 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

21. (O; 6 cm) çemberinin, birbirine dik teğetlerinin kesim noktasının geometrik yeri olan çemberin yarıçapı kaç cm dir?

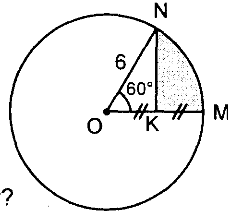
A) 6 B) 9 C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$ E) 12

22. 6 cm yarıçaplı üç çember, ikişer ikişer merkezler arası uzaklıkları eşit olacak biçimde şekildeki gibi kesiştirilecektir. Buna göre A, B, ve C noktalarından geçen en büyük çemberin yarıçapı kaç cm olabilir? (Taralı bölge boş küme olmayacaktır.)



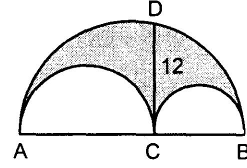
A) $3\sqrt{3}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) $6\sqrt{3}$

23. O, çemberin merkezidir. $|ON| = 6$ cm, $m(\widehat{MON}) = 60°$ ve $|OK| = |KM|$ ise taralı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?



A) $6\pi - 6\sqrt{3}$ B) $6\pi - \frac{9\sqrt{3}}{2}$ C) $6\pi - 3\sqrt{3}$
D) $6\pi - 4\sqrt{2}$ E) 3π

24. [AB], [AC] ve [CB] yarı dairelerin çapları; [CD] içteki yarım dairelerin ortak teğetidir. $|CD| = 12$ cm ise taralı alan kaç π cm^2 dir?



A) 9 B) 12 C) 20 D) 18 E) 36

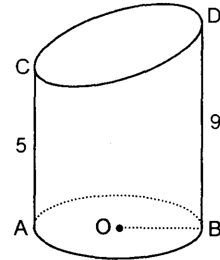
25. Bir dikdörtgenler prizmasının iki yüz köşegeninin uzunlukları 5 birim ve 7 birimdir. Bu prizmanın cisim köşegeninin uzunluğu en az hangi tamsayı değerini alabilir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

26. Bir dikdörtgenler prizmasında 10 cm uzunluğundaki cisim köşegeni yan yüzlerle 30° ve 45° lik açılar yapmaktadır. Buna göre prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

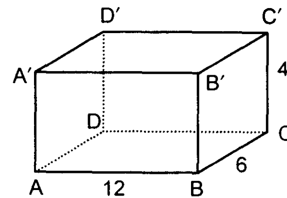
A) $100\sqrt{3}$ B) $108\sqrt{2}$ C) $108\sqrt{3}$
D) $125\sqrt{2}$ E) $125\sqrt{3}$

27. Tabanının yarıçapı 4 cm olan bir dik silindir bir düzlemle kesiliyor. Elde edilen kesik silindirin en kısa anadoğrusu [AC], en uzun anadoğrusu [BD] dir. $|AC| = 5$ cm ve $|BD| = 9$ cm ise kesik silindirin hacmi kaç cm^3 tür?



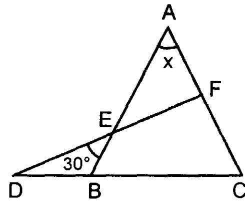
A) 96π B) 112π C) 120π D) 124π E) 122π

28. Boyutları 12 cm, 6 cm ve 4 cm olan dikdörtgenler prizmasının köşelerinden geçen kürenin yarıçapı kaç cm dir?



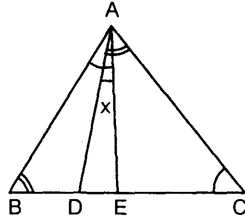
A) 7 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) $8\sqrt{2}$

1. $|AB| = |AC|$,
$|DC| = |DF|$,
$m(\widehat{DEB}) = 30°$ ise
$m(\hat{A}) = x$ kaç derecedir?



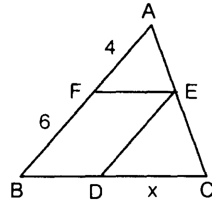
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

2. ABC üçgeninde
$m(\hat{B}) = m(\widehat{DAC})$,
$m(\hat{C}) = m(\widehat{BAE})$ ve
$m(\widehat{BAC}) = 75°$ ise
$m(\widehat{DAE}) = x$ kaç derecedir?



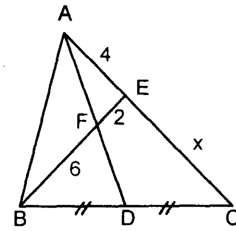
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

3. BDEF paralelkenardır.
$|AF| = 4$ cm,
$|FB| = 6$ cm ve
$|BC| = 5$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



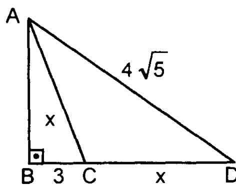
A) 1 B) 2 C) 3 D) 5/2 E) 7/2

4. ABC üçgeninde
$[AD]$ kenarortaydır.
$|BF| = 6$ cm,
$|FE| = 2$ cm ve
$|AE| = 4$ cm ise
$|EC| = x$ kaç cm dir?



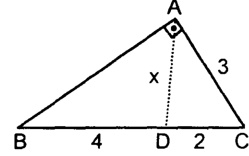
A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

5. $AB \perp BD$,
$|BC| = 3$ cm ve
$|AD| = 4\sqrt{5}$ cm
ise $|AC| = |CD| = x$
kaç cm dir?



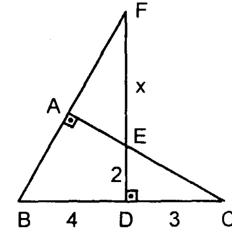
A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) 4

6. ABC dik üçgendir.
$|BD| = 4$ cm,
$|DC| = 2$ cm ve
$|AC| = 3$ cm ise
$|AD| = x$ kaç cm dir?



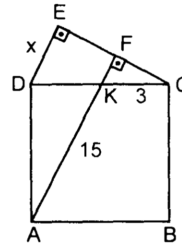
A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

7. ABC dik üçgeninde
$DF \perp BC$ çiziliyor.
$|BD| = 4$ cm,
$|DC| = 3$ cm ve
$|DE| = 2$ cm ise
$|EF| = x$ kaç cm dir?



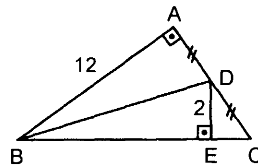
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. ABCD karedir.
$DE \perp EC$,
$AF \perp EC$,
$|AK| = 15$ cm ve
$|KC| = 3$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?



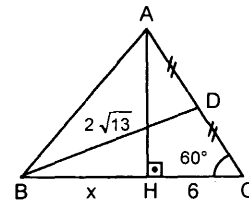
A) 4,8 B) 6,4 C) 7,2 D) 9,6 E) 12

9. ABC dik üçgeninde
$[BD]$ kenarortaydır.
$DE \perp BC$,
$|AB| = 12$ cm ve
$|DE| = 2$ cm ise
$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



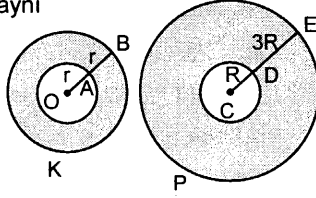
A) $12\sqrt{2}$ B) 18 C) $16\sqrt{2}$ D) 24 E) $18\sqrt{2}$

10. ABC üçgeninde $[AH]$ yükseklik,
$[BD]$ kenarortaydır.
$m(\hat{C}) = 60°$,
$|HC| = 6$ cm ve
$|BD| = 2\sqrt{13}$ cm ise
$|BH| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. Şekilde verilen, aynı maddeden yapılmış içleri boş kürelerin kütleleri eşittir. Boşlukların ve kürelerin yarıçap ölçüleri şekildeki gibi verilmiştir. K küresinin hacminin P küresinin hacmine oranı nedir?

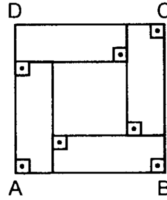


A) $\frac{9}{8}$ B) $\frac{27}{16}$ C) 6 D) 8 E) 9

12. Yalnız 10 tane iç açısı geniş açı olan konveks çokgen en çok kaç kenarlı olabilir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

13. ABCD karesi birbirine eş dört dikdörtgen ile bir kareye ayrılmıştır. Küçük karenin alanı bir dikdörtgenin alanına eşit ise dikdörtgenin uzun kenarının kısa kenarına oranı nedir?



A) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}+2}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

D) $\frac{\sqrt{5}+4}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}+5}{2}$

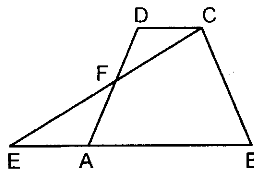
14. ABCD yamuk,

$|AB| = 3|EA|$,

$A(\overset{\triangle}{EAF}) = 3\ cm^2$ ve

$A(ABCF) = 33\ cm^2$

ise A(ABCD) kaç cm^2 dir?



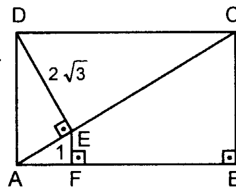
A) 36 B) 39 C) 42 D) 45 E) 48

15. ABCD dikdörtgeninde DE ⊥ AC ve EF ⊥ AB dir.

$|DE| = 2\sqrt{3}$ cm ve

$|EF| = 1$ cm ise

A(ABCD) kaç cm^2 dir?



A) $12\sqrt{3}$ B) 24 C) $16\sqrt{3}$ D) 28 E) $18\sqrt{3}$

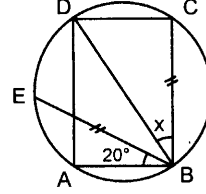
16. ABCD kirişler dörtgeni bir dikdörtgendir.

$|BE| = |BC|$ ve

$m(\widehat{ABE}) = 20°$ ise

$m(\widehat{CBD}) = x$

kaç derecedir?



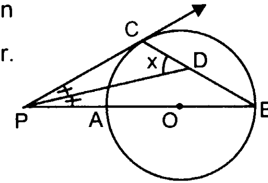
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

17. [AB) çaplı çemberin C deki teğeti [PC dir.

$\widehat{BPD} \cong \widehat{DPC}$ ise

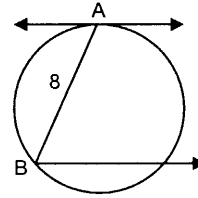
$m(\widehat{PDC}) = x$

kaç derecedir?



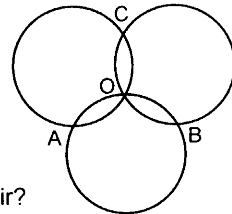
A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 60

18. Yarıçapı 5 cm olan çemberin 8 cm uzunluğundaki [AB] kirişinin A ucundan çembere bir teğet, B ucundan da bu teğete bir paralel çizilmiştir. Paraleller arasındaki uzaklık kaç cm dir?



A) 5,6 B) 6 C) 6,4 D) 6,8 E) 7,2

19. O noktasından geçen 6 cm yarıçaplı üç çemberin iç bölgelerinde kalan bütün yaylar eştir. Buna göre, çemberlerden herhangi ikisinin ortak kirişinin uzunluğu kaç cm dir?



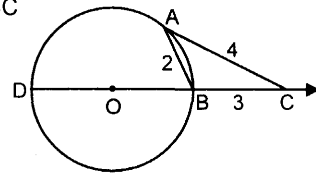
A) 2 B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) 6

20. ABC üçgeninin A ve B köşelerinden geçen çemberin merkezi BC üzerindedir.

$|AB| = 2$ cm,

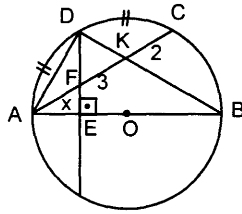
$|BC| = 3$ cm ve

$|AC| = 4$ cm ise çemberin yarıçapı kaç cm dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

21. [AB] çaplı çemberde $\overset{\frown}{AD} \cong \overset{\frown}{DC}$, DE ⊥ AB, [DE] ∩ [AC] = {F}, [BD] ∩ [AC] = {K} dir.

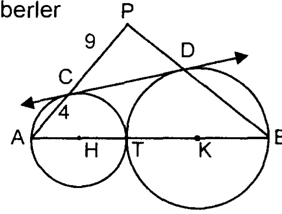


|FK| = 3 cm ve

|KC| = 2 cm ise |FE| = x kaç cm dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

22. H ve K merkezli çemberler T de teğet olup CD bu çemberlerin ortak teğetidir.

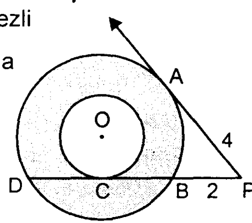


|AC| = 4 cm ve

|PC| = 9 cm ise $A(\overset{\triangle}{PCD})$ kaç cm² dir?

A) 18 B) 24 C) 27 D) 32 E) 38

23. [PA ve [PD O merkezli dairelere sırasıyla A da ve C de teğettir.



|PA| = 4 cm ve

|PB| = 2 cm ise

taralı bölgenin alanı kaç cm² dir?

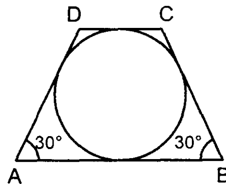
A) 4π B) 5π C) 8π D) 9π E) 12π

24. ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir.

A(ABCD) = 32 cm² ve

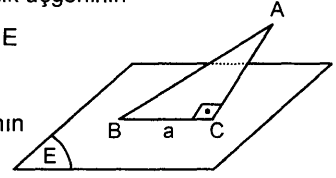
$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 30°$ ise

çemberin yarıçapı kaç cm dir?



A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) 4

25. ABC ikizkenar dik üçgeninin [BC] dik kenarı E düzlemindedir. [AC] dik kenarının E düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü 45° ve [AB] hipotenüsünün E ile yaptığı açının ölçüsü α ise tanα değeri nedir?

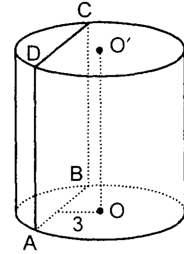


A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

26. Bir dikdörtgenler prizmasının yüz köşegenlerinin uzunlukları 5 cm, 7 cm ve 8 cm dir. Bu prizmanın cisim köşegeninin uzunluğu kaç cm dir?

A) $\sqrt{65}$ B) $\sqrt{67}$ C) $\sqrt{69}$ D) $\sqrt{71}$ E) $\sqrt{73}$

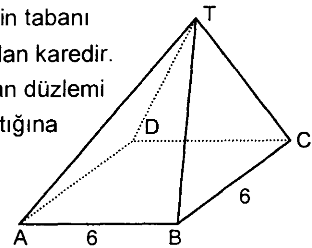
27. Bir silindirin simetri ekseninden 3 cm uzaktaki düzlemle arakesiti bir kare olup kesen düzlem silindirin tabanlarında 60 ar derecelik yay ayırmaktadır.



Buna göre silindirin yan alanı kaç cm² dir?

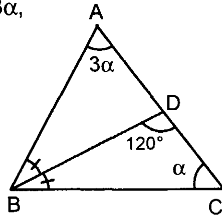
A) 16π B) 18π C) 21π D) 24π E) 27π

28. Şekildeki piramidin tabanı bir kenarı 6 cm olan karedir. Yanal yüzler taban düzlemi ile 30° lik açı yaptığına gore piramidin köşelerinden geçen kürenin çapı kaç cm dir?



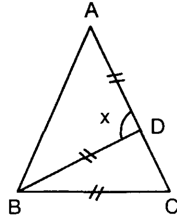
A) $5\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $7\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

1. $[BD]$ açıortay, $m(\hat{A}) = 3\alpha$, $m(\hat{C}) = \alpha$ ve $m(\widehat{BDC}) = 120°$ ise $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?



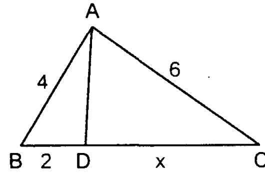
A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

2. Şekilde, $|AB| = |AC|$, $|AD| = |BD| = |BC|$ ise $m(\widehat{ADB}) = x$ kaç derecedir?



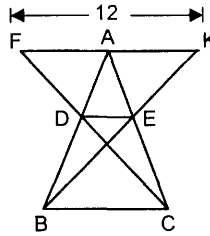
A) 90 B) 95 C) 100 D) 108 E) 110

3. ABC üçgeninde $D \in [BC]$ dir. $|AB| = 4$ cm, $|AC| = 6$ cm ve $|BD| = 2$ cm ise $|DC| = x$ in en büyük tamsayı değeri nedir?



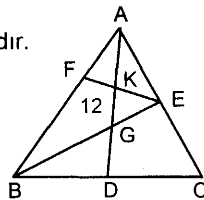
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. BC // FK, $|AD| = |DB|$, $|AE| = |EC|$, $|FK| = 12$ cm ise $|DE|$ kaç cm dir?



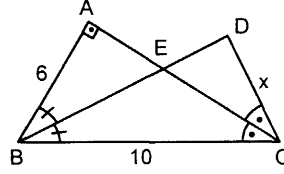
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. ABC üçgeninde $[AD]$ ve $[BE]$ kenarortaydır. $|BF| = 2|AF|$ ve $|KG| = 12$ cm olduğuna göre $|AD|$ kaç cm dir?



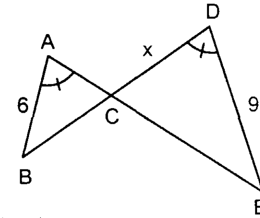
A) 30 B) 36 C) 45 D) 48 E) 60

6. Şekilde ABC dik üçgen, ABC açısının açıortayı $[BD$ ve BCD açısının açıortayı $[CA$ dır. $|AB| = 6$ cm ve $|BC| = 10$ cm ise $|CD| = x$ kaç cm dir?



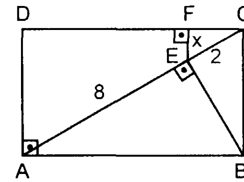
A) $\frac{40}{11}$ B) $\frac{50}{11}$ C) 5 D) $\frac{60}{11}$ E) 6

7. Şekilde $m(\hat{A}) = m(\hat{D})$, $|AB| = 6$ cm, $|DE| = 9$ cm, $|BD| = 14$ cm ve $|AE| = 16$ cm ise $|CD| = x$ kaç cm dir?



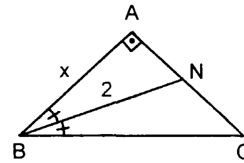
A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

8. ABCD dikdörtgeninde $EF \perp CD$, $BE \perp AC$ dir. $|EC| = 2$ cm ve $|EA| = 8$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir?



A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

9. ABC ikizkenar dik üçgeninde $[BN]$ açıortaydır. $|BN| = 2$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir?



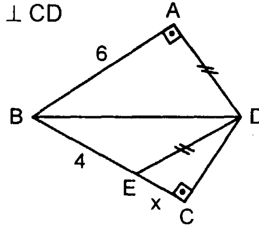
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{1+\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$

10. Şekilde AB ⊥ AD, BC ⊥ CD ve $|AD| = |DE|$ dir.

$|AB| = 6$ cm ve

$|BE| = 4$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

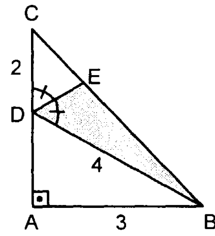
11. Şekilde [DE] açıortay ve AB ⊥ AC dir.

$|DC| = 2$ cm,

$|AB| = 3$ cm ve

$|BD| = 4$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{EBD})$ kaç cm^2 dir?



A) $3\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{2}$ C) 2 D) 4 E) 5

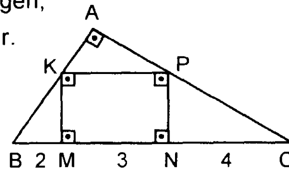
12. Şekilde ABC dik üçgen, MNPK dikdörtgendir.

$|BM| = 2$ cm,

$|MN| = 3$ cm ve

$|NC| = 4$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{ABC})$ kaç cm^2 dir?



A) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ B) $9\sqrt{2}$ C) $12\sqrt{2}$

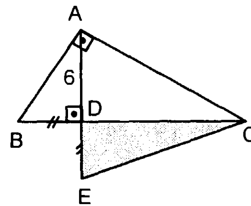
D) $\frac{27\sqrt{2}}{2}$ E) $15\sqrt{2}$

13. ABC dik üçgeninde AE ⊥ BC,

$|BD| = |DE|$ ve

$|AD| = 6$ cm ise

$A(\overset{\triangle}{DEC})$ kaç cm^2 dir?



A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

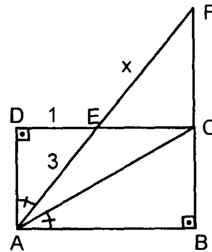
14. ABCD dikdörtgendir.

$\widehat{BAC} \cong \widehat{DAE}$,

$|AE| = 3$ cm ve

$|DE| = 1$ cm ise

$|EF| = x$ kaç cm dir?



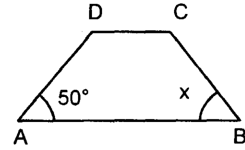
A) 7 B) 12 C) 14 D) 18 E) 21

15. ABCD yamuğunda

$|AB| = |AD| + |DC|$

ve $m(\hat{A}) = 50°$ ise

$m(\hat{B}) = x$ kaç derecedir?



A) 40 B) 50 C) 65 D) 70 E) 75

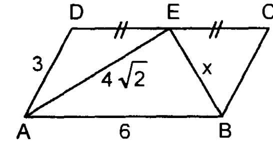
16. ABCD paralelkenarında

$|DE| = |EC|$ dir.

$|AB| = 6$ cm,

$|AD| = 3$ cm ve

$|AE| = 4\sqrt{2}$ cm ise $|BE| = x$ kaç cm dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{6}$

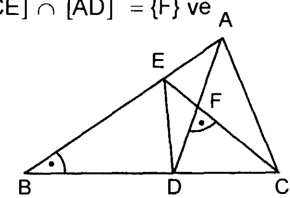
17. ABC üçgeninde $[CE] \cap [AD] = \{F\}$ ve $\widehat{ABC} \cong \widehat{DFC}$ dir.

$|AB| = 8$ cm,

$|BC| = 10$ cm,

$|AD| = 5$ cm ve

$|EC| = 4$ cm ise $\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{BED})}$ oranı nedir?



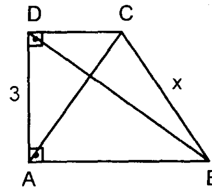
A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

18. ABCD dik yamuğunda

$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{5}{2}$, $\frac{|AC|}{|BD|} = \frac{1}{2}$

ve $|AD| = 3$ cm ise

$|BC| = x$ kaç cm dir?



A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) 5 D) 6 E) $6\sqrt{2}$

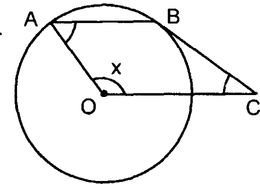
19. [CB], O merkezli çembere B de teğettir.

AB // OC ve

$m(\widehat{OAB}) = 2m(\widehat{OCB})$

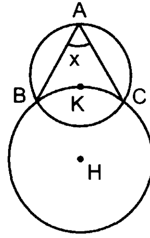
ise $m(\widehat{AOC}) = x$

kaç derecedir?



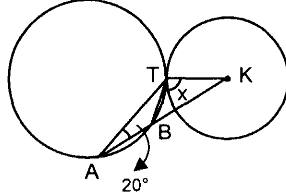
A) 100 B) 105 C) 120 D) 135 E) 150

20. H ve K çemberlerin merkezleridir.
$m(\widehat{BKC}) = 80°$ ise
$m(\widehat{BAC}) = x$
kaç derecedir?



A) 70 B) 80 C) 90 D) 100 E) 105

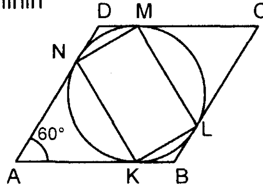
21. Çemberler T de teğet olup K noktası içinde bulunduğu çemberin merkezidir. K dan geçen bir doğru diğer çemberi A ve B de kesmektedir.



$m(\widehat{KAT}) = 20°$ ise $m(\widehat{KTB}) = x$ kaç derecedir?

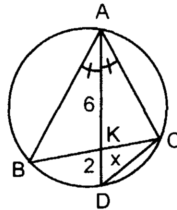
A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

22. ABCD eşkenar dörtgeninin bir kenarı 4 cm ve bir dar açısı 60° dir. ABCD nin içteğet çemberinin değme noktaları K, L, M ve N ise A(KLMN) kaç cm² dir?



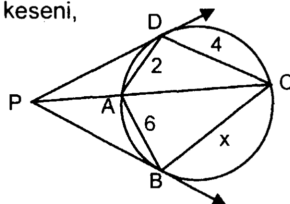
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

23. [AD], BAC açısının açıortayıdır.
$|AK| = 6$ cm ve
$|KD| = 2$ cm ise
$|DC| = x$ kaç cm dir?



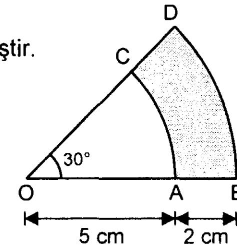
A) $2\sqrt{2}$ B) 3 C) 4 D) $3\sqrt{3}$ E) 6

24. [PC], çemberin bir keseni, [PB ve [PD teğetleridir.
$|AD| = 2$ cm,
$|DC| = 4$ cm ve
$|AB| = 6$ cm ise $|BC| = x$ kaç cm dir?



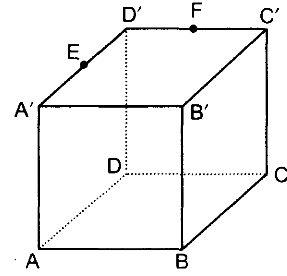
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

25. Şekilde O merkezli iki daire dilimi verilmiştir.
$|OA| = 5$ cm,
$|AB| = 2$ cm ve
$m(\widehat{BOD}) = 30°$ ise taralı bölgenin alanı kaç π cm² dir?



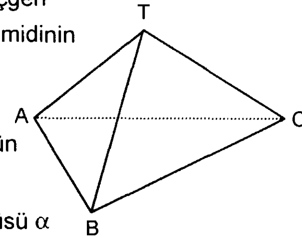
A) 2 B) 3 C) 6 D) 12 E) 15

26. Şekildeki kübün bir ayrıtının uzunluğu 4 cm dir. E ve F noktaları üzerinde bulundukların ayrıtların orta noktaları olduğuna göre (AEF) düzlemi ile kübün arakesiti olan şeklin alanı kaç cm² dir?



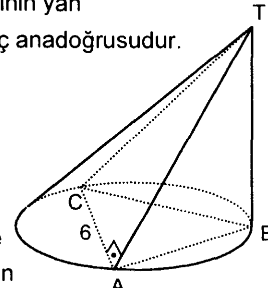
A) $12\sqrt{2}$ B) 18 C) $12\sqrt{3}$ D) 24 E) $18\sqrt{2}$

27. Tabanı eşkenar üçgen olan (T, ABC) piramidinin yan yüzleri ikişer ikişer birbirine diktir. Bir yan yüzün taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü α ise $\cos\alpha$ değeri nedir?



A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

28. (T, ABC) piramidinin yan ayrıtları koninin üç anadoğrusudur.
TA ⊥ AC,
TB ⊥ (ABC),
$|AC| = 6$ cm ve
taban çemberinin yarıçapı 5 cm ise piramidin hacminin koninin hacmine oranı nedir?



A) $\frac{27}{50\pi}$ B) $\frac{18}{25\pi}$ C) $\frac{24}{25\pi}$ D) $\frac{27}{25\pi}$ E) $\frac{36}{25\pi}$

1974-1999

ÖSS-ÖYS SORULARI

(Kitaptaki konu sırasına göre düzenlenmiştir

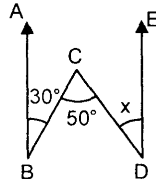
1. 229632 saniyelik bir açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir? (1986-II)

A) 63°47′12″ B) 63°47′22″ C) 63°46′12″
D) 63°46′22″ E) 62°47′12″

2. Bir düzlem içindeki farklı üç doğrunun birbirine göre durumu ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle yanlıştır? (1995-I)

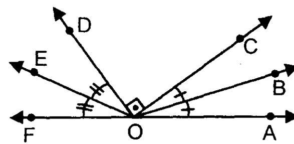
A) Bir düzlem içindeki üç doğru bir noktada kesişebilir.
B) Bir düzlem içindeki üç doğru birbirlerini ikişer ikişer farklı noktalarda kesebilir.
C) Bir düzlem içindeki üç doğrudan ikisi paralel ise, üçüncü doğru onları kesebilir.
D) Bir düzlem içindeki üç doğrudan ikisi bir noktada kesişir, üçüncü doğru bunlara paralel olabilir.
E) Bir düzlem içindeki üç doğru birbirlerine paralel olabilir.

3. AB // DE ise x kaç derecedir? (1980)



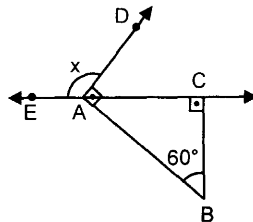
A) 50 B) 40 C) 30 D) 20 E) 10

4. $m(\widehat{DOC}) = 90°$ ve F, O, A noktaları doğrusal ise $m(\widehat{BOE})$ kaç derecedir?



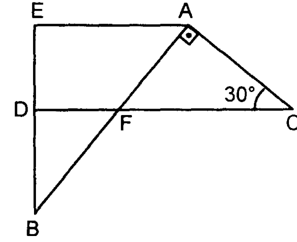
A) 120 B) 125 C) 135 D) 145 E) 150

5. EC ⊥ BC, AB ⊥ AD dir. $m(\widehat{B}) = 60°$ ise $m(\widehat{EAD})$ kaç derecedir?



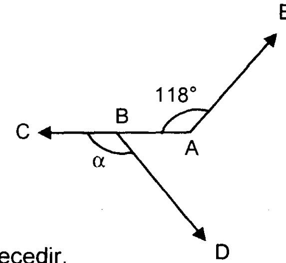
A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 140

6. DC // EA, EB ⊥ EA, BA ⊥ AC ve $m(\widehat{C}) = 30°$ ise $m(\widehat{B})$ kaç derecedir? (1986-I)



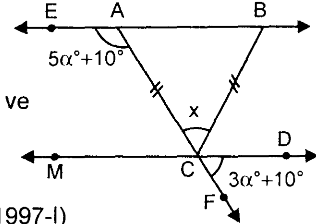
A) 75 B) 60 C) 45 D) 30 E) 15

7. A, B, C, D, E noktaları düzlemsel, [AE ⊥ BD, $m(\widehat{CAE}) = 118°$ ve $m(\widehat{CBD}) = \alpha$ dır. Buna göre $m(\widehat{CBD}) = \alpha$ kaç derecedir. (1994-II)



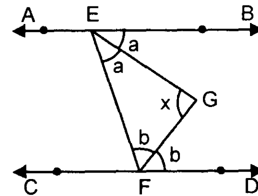
A) 152 B) 150 C) 148 D) 146 E) 144

8. EB // MD, $|AC| = |BC|$, $m(\widehat{FCD}) = 3\alpha° + 10°$ ve $m(\widehat{EAC}) = 5\alpha° + 10°$ ise $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir? (1997-I)



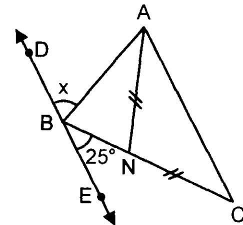
A) 70 B) 60 C) 50 D) 40 E) 30

9. AB // CD ise şekilde verilenlere göre $m(\widehat{EGF})$ aşağıdakilerden hangisidir?



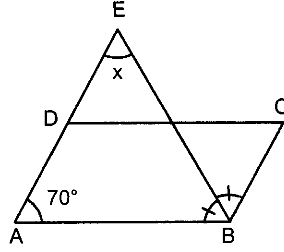
A) $\frac{a+b}{2}$ B) 2(a+b) C) 45° D) 60° E) 90°

10. AC // DE, $|AN| = |NC|$, [AN] BAC açısının açıortayı ve $m(\widehat{EBN}) = 25°$ ise $m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir? (1990-II)



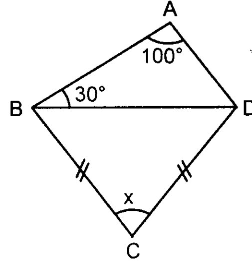
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

11. ABCD paralelkenar, [BE] açıortay ve $m(\hat{A}) = 70°$ ise $m(\hat{E})$ kaç derecedir? (1983-I)



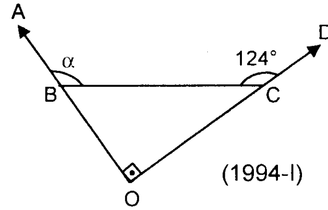
A) 40 B) 55 C) 60 D) 70 E) 80

12. AD // BC, $|BC| = |CD|$, $m(\hat{A}) = 100°$, $m(\widehat{ABD}) = 30°$ ise $m(\hat{C})$ kaç derecedir? (1987-I)



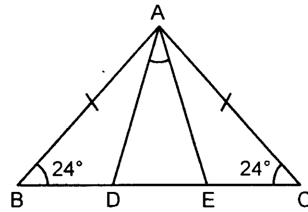
A) 80 B) 85 C) 90 E) 95 E) 100

13. B, [OA ve C, [OD üzerindedir. [OA ⊥ [OD, $m(\widehat{BCD}) = 124°$ ise $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ kaç derecedir? (1994-I)



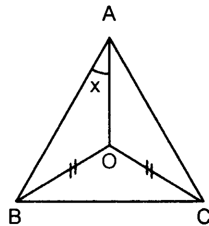
A) 138 B) 146 C) 148 D) 152 E) 154

14. Taban açıları 24° olan ABC ikizkenar üçgeninde tepe açısını üç eş parçaya bölen ışınlar arasındaki açı kaç derecedir? (1990-II)



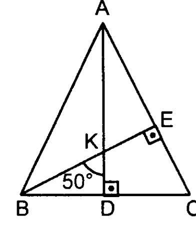
A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

15. ABC eşkenar üçgen, $|OB| = |OC|$ ise $m(\widehat{BAO})$ kaç derecedir? (1982-II)



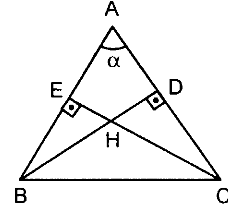
A) 50 B) 45 C) 40 D) 30 E) 25

16. AD ⊥ BC, BE ⊥ AC dir. $m(\widehat{BKD}) = 50°$ ise $m(\hat{C})$ kaç derecedir? (1985)



A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

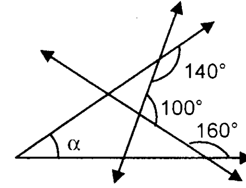
17. ABC üçgeninde [BD] ve [CE] yükseklıktir. $m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ise $m(\widehat{BHC})$ nedir? (1981-II)



A) $180 - \alpha$ B) $90 + \frac{\alpha}{2}$ C) $90 + \alpha$

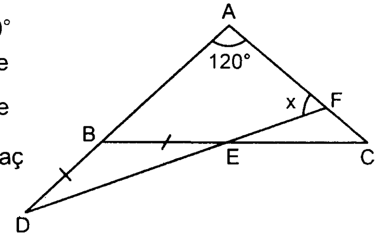
D) 2α E) $180 - \frac{\alpha}{2}$

18. Şekildeki verilere göre α açısı kaç derecedir? (1992-I)



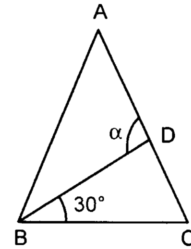
A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

19. $m(\widehat{BAC}) = 120°$ $|AB| = |AC|$ ve $|DB| = |BE|$ ise $m(\widehat{AFD}) = x$ kaç derecedir? (1997-I)



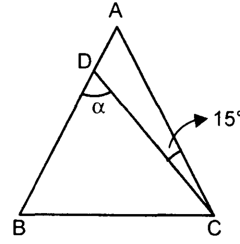
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

20. Yandaki şekilde ABC ve ABD birer ikizkenar üçgendir. $m(\widehat{DBC}) = 30°$, $m(\widehat{ADB}) = \alpha$, $|AB| = |AC|$ ve $|AD| = |BD|$ ise $m(\widehat{ADB}) = \alpha$ kaç derecedir? (1999)



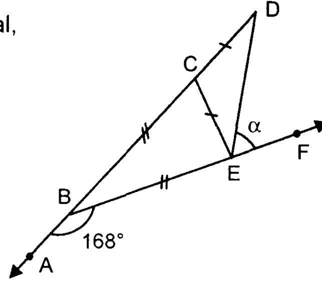
A) 95 B) 100 C) 105 D) 110 E) 115

21. Şekilde
$|AB| = |AC|$,
$|BD| = |BC|$ ve
$m(\widehat{DCA}) = 15°$,
olduğuna göre
$m(\widehat{BDC}) = \alpha$
kaç derecedir? (1998-I)



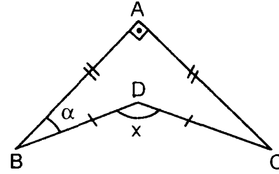
A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

22. A, B, C, D doğrusal,
B, E, F doğrusal,
$|BC| = |BE|$,
$|CD| = |CE|$ ve
$m(\widehat{ABF}) = 168°$ ise
$m(\widehat{DEF}) = \alpha$ kaç derecedir?
(1999-İ)



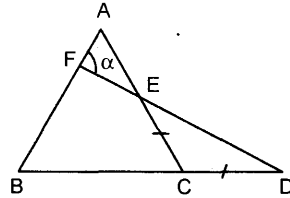
A) 50 B) 54 C) 58 D) 60 E) 64

23. $m(\widehat{A}) = 90°$,
$m(\widehat{B}) = \alpha$,
$|AB| = |AC|$ ve
$|BD| = |DC|$ ise
x kaç derecedir? (1984-I)



A) $90+\alpha$ B) $90+\frac{3\alpha}{2}$ C) $90+2\alpha$
D) $180-\alpha$ E) $180-2\alpha$

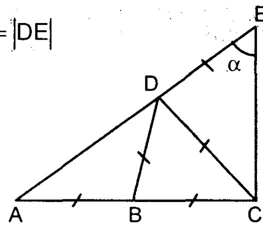
24. Şekilde ABC bir eşkenar üçgen ve
$|EC| = |CD|$ ise
$m(\widehat{AFE}) = \alpha$ kaç derecedir?
(1997-II)



A) 110 B) 105 C) 100 D) 95 E) 90

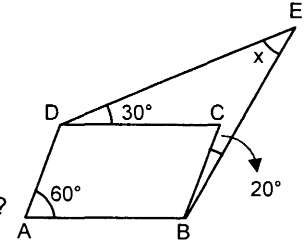
25. $|AB| = |BC| = |BD| = |CD| = |DE|$
ise $m(\widehat{CED}) = \alpha$
kaç derecedir?

(1998-I)



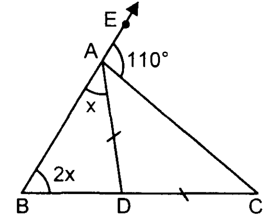
A) 90 B) 60 C) 45 D) 30 E) 20

26. ABCD paralelkenar,
$m(\widehat{A}) = 60°$,
$m(\widehat{CDE}) = 30°$ ve
$m(\widehat{CBE}) = 20°$ ise
$m(\widehat{E})$ kaç derecedir?



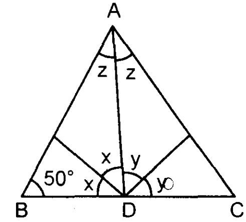
A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

27. ABC üçgeninde
$|AD| = |DC|$,
$m(\widehat{B}) = 2x$,
$m(\widehat{BAD}) = x$ ve
$m(\widehat{EAC}) = 110°$ ise
x kaç derecedir?
(1987-I)



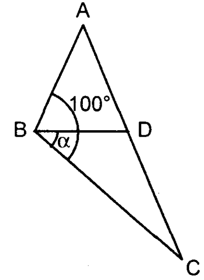
A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

28. $m(\widehat{ABC}) = 50°$
ve $x-y = 10°$ ise
$m(\widehat{BCA})$ kaç derecedir?
(1981-II)



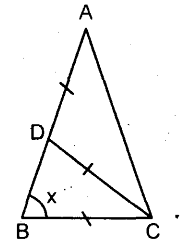
A) 75 B) 70 C) 65 D) 60 E) 55

29. D, [AC] üzerindedir.
$|AB| = |AD|$,
$m(\widehat{ABC}) = 100°$,
$m(\widehat{CBD}) = \alpha$ dır.
Şekildeki ABC üçgeninde A açısının α türünden değeri hangisidir? (1991-I)



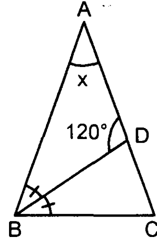
A) $100-2\alpha$ B) $100-\alpha$ C) $2\alpha-10$
D) $2\alpha-20$ E) $\alpha+10$

30. ABCD üçgeninde
$|AB| = |AC|$ ve
$|AD| = |DC| = |BC|$
ise $m(\widehat{B})$ kaç derecedir? (1986-II)



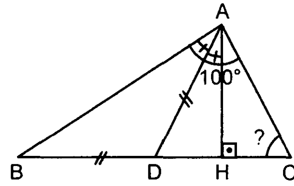
A) 80 B) 75 C) 72 D) 60 E) 45

31. $|AB| = |AC|$,
BD açıortay ve
$m(\widehat{BDA}) = 120°$
ise $m(\hat{A})$ kaç derecedir?
(1989-I)



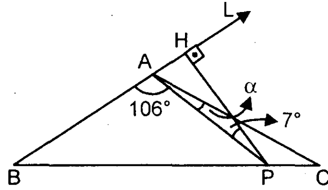
A) 15 B) 20 C) 25 D) 35 E) 40

32. $[AH] \perp [BC]$,
$|AD| = |BD|$,
$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAH})$
ve $m(\widehat{BAC}) = 100°$
ise ACB açısının ölçüsü kaç derecedir? (1992-II)



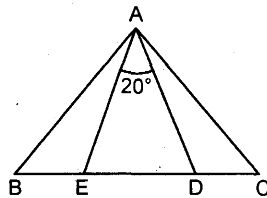
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

33. ABC üçgeninde
$P \in [BC]$,
$[PH] \perp [BL$,
$m(\widehat{BAC}) = 106°$ ve
$m(\widehat{APH}) = 7°$ ise
$m(\widehat{PAC}) = \alpha$ kaç derecedir? (1993-I)



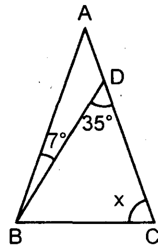
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

34. ABC bir üçgen,
$|AB| = |BD|$,
$|AC| = |CE|$ ve
$m(\widehat{EAD}) = 20°$ ise
BAC açısının ölçüsü kaç derecedir? (1994-I)



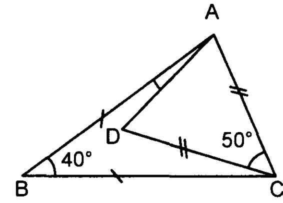
A) 150 B) 140 C) 130 D) 120 E) 110

35. $|AB| = |AC|$,
$m(\widehat{ABD}) = 7°$ ve
$m(\widehat{BDC}) = 35°$ ise
$m(\hat{C})$ kaç derecedir?
(1990-II)



A) 74 B) 75 C) 76 D) 77 E) 78

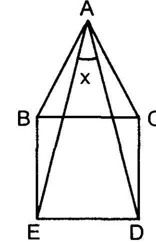
36. $|AB| = |BC|$,
$|AC| = |DC|$,
$m(\hat{B}) = 40°$ ve
$m(\widehat{DCA}) = 50°$
ise $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?



(1987-II)

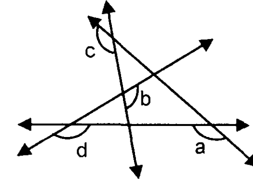
A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 3

37. ABC eşkenar üçgen,
BEDC kare ise
$m(\widehat{EAD})$ kaç derecedir?
(1987-I)



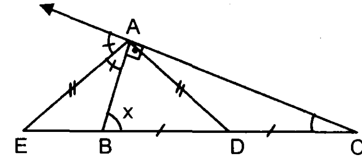
A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

38. Şekilde verilenlere göre a+b+c+d toplamı kaç dik açıdır?
(1977)



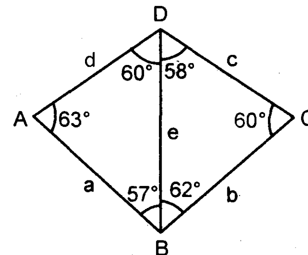
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

39. $m(\widehat{BAC}) = 90°$,
[AD] ABC üçgeninin kenarortayı, [AE] dış açıortayı ve
$|AE| = |AD|$ ise
$m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir? (1979)



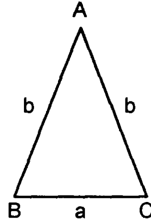
A) 80 B) 75 C) 60 D) 55 E) 50

40. Şekilde verilenlere göre en uzun kenar hangisidir?
(1977)



A) a B) b C) c D) d E) e

1. Şekildeki ikizkenar üçgende $a<b$ ise A açısının derece cinsinden tamsayı değeri en çok kaç olabilir? (1982-II)

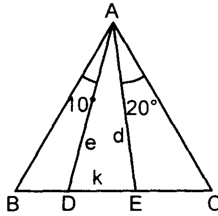


A) 30 B) 59 C) 60 D) 44 E) 29

2. a, b, c gerçel sayıları bir üçgenin kenarlarının uzunlukları olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır? (1998-II)

A) $a+b>c$ B) $a+c>b$ C) $b-c>a$
D) $b+c>a$ E) $a>o$, $b>o$, $c>o$

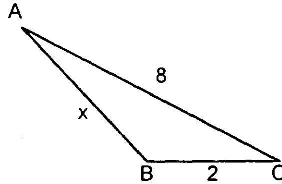
3. ABC eşkenar üçgen,
$m(\widehat{BAD}) = 10°$,
$m(\widehat{EAC}) = 20°$,
$|AD| = e$, $|AE| = d$
ve $|DE| = k$ ise
hangisi doğrudur?
(1989-I)



A) $k<d<e$ B) $d<e<k$ c) $e<k<d$
D) $d<k<e$ E) $k<e<d$

4. B açısı geniş açı ise x kaç birim olabilir?

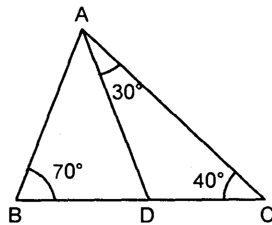
(1981-I)



A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 2

5. Şekilde verilenlere göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

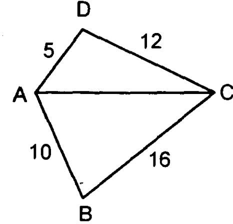
(1985-I)



A) $|BD| = |AD|$ B) $|AB| = |BD|$
C) $|BD| < |AD|$ D) $|AB| < |BD|$
E) $|AB| < |AD|$

6. Şekilde verilenlere göre $|AC|$ uzunluğu kaç birim olabilir?

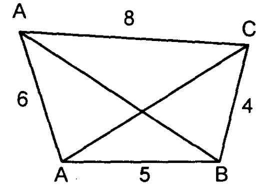
(1983-II)



A) 22 B) 19 C) 17 D) 12 E) 7

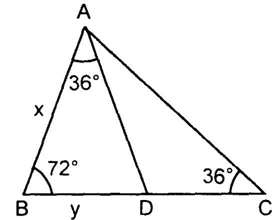
7. Şekilde verilenlere göre $|AC| + |BD|$ toplamı kaç birim olabilir?

(1985-I)



A) 25 B) 23 C) 21 D) 19 E) 6

8. ABC üçgeninde
$m(\widehat{BAD}) = 36°$,
$m(\widehat{B}) = 72°$,
$m(\widehat{C}) = 36°$,
$|AB| = x$ ve
$|BD| = y$ ise
$|AC|$ nedir? (1983-II)

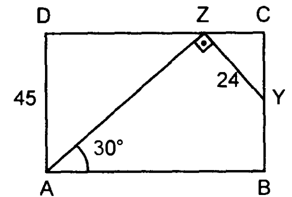


A) 2y B) $\frac{3x}{2}$ C) x+y D) 2x–y E) 3y–x

9. Sadece pergel ve cetvel kullanılarak aşağıda ölçüleri verilen açılardan hangisi tam olarak çizilemez? (1985-I)

A) 22,5° B) 30° C) 50° D) 60° E) 67,5°

10. ABCD dikdörtgen,
$[AZ] \perp [ZY]$,
$m(\widehat{ZAB}) = 30°$,
$|AD| = 45$ birim,
$|ZY| = 24$ birim ise
$|AB|$ kaç birimdir?
(1995-II)



A) $12\sqrt{3}+45$ B) $12+45\sqrt{3}$ C) $15\sqrt{3}+45$
D) $15+45\sqrt{3}$ E) 75

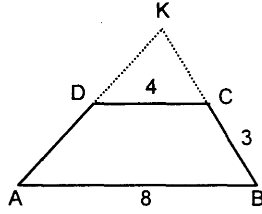
11. ABCD yamuğunda yan kenar doğruları K da kesişmektedir.

$|AB| = 8$ cm,

$|BC| = 3$ cm ve

$|CD| = 4$ cm ise

$|CK|$ kaç cm dir? (1991-I)



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

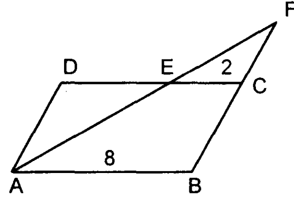
12. ABCD paralelkenar,

$|EC| = 2$ cm ve

$|AB| = 8$ cm ise

$\frac{|AF|}{|AE|}$ kaçtır?

(1989-I)



A) 2 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

13. ABC üçgeninde, DE // BC,

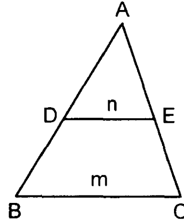
$|AB| = 12$ birim,

$|BC| = m$, $|DE| = n$ ve

$2m^2 - mn - 3n^2 = 0$

olduğuna göre

$|AD|$ kaç birimdir? (1983-II)



A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

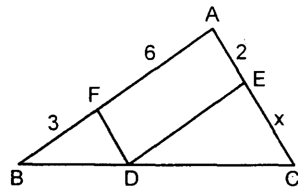
14. ABC üçgeninde DF // AC, DE // AB,

$|AF| = 6$ cm,

$|BF| = 3$ cm ve

$|AE| = 2$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir? (1992-I)



A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

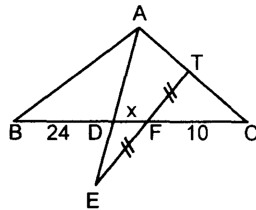
15. AB // TE, $|EF| = |FT|$,

$|FC| = 10$ cm ve

$|BD| = 24$ cm ise

$|DF| = x$ kaç cm dir?

(1996-I)



A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

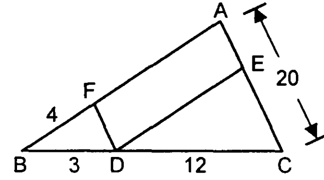
16. ABC bir üçgen, FDEA bir paralelkenardır.

$|BF| = 4$ cm,

$|BD| = 3$ cm,

$|DC| = 12$ cm ve

$|AC| = 20$ cm ise FDEA paralelkenarının çevresi kaç cm dir? (1997-I)



A) 38 B) 40 C) 42 D) 44 E) 46

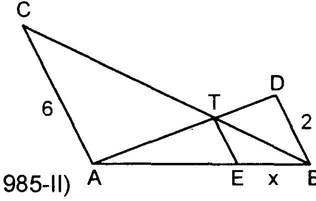
17. AC // TE // DB,

$|AC| = 6$ cm,

$|BD| = 2$ cm ve

$|AB| = 24$ cm ise

$|EB|$ kaç cm dir?(1985-II)



A) 12 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

18. ABC üçgeninde FP // AC, PE // AB,

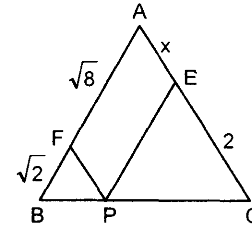
$|BF| = \sqrt{2}$ cm,

$|FA| = \sqrt{8}$ cm ve

$|EC| = 2$ cm ise

$|AE| = x$ kaç cm dir?

(1988-II)



A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

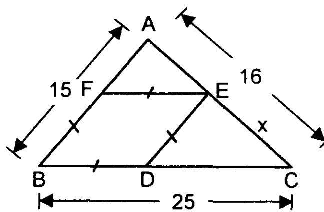
19. ABC bir üçgen ve BDEF bir eşkenar dörtgendir.

$|AB| = 15$ cm,

$|AC| = 16$ cm ve

$|BC| = 25$ cm ise

$|EC| = x$ kaç cm dir? (1996-I)



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

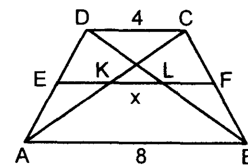
20. ABCD yamuğunda [EF] ortataban,

$|AB| = 8$ cm ve

$|CD| = 4$ cm ise

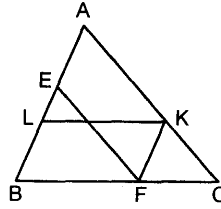
$|KL| = x$ kaç cm dir?

(1974)



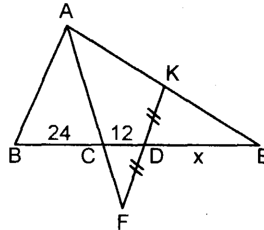
A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) 3 D) 4 E) $\frac{1}{2}$

21. $|AB| = 6$ cm,
$|AE| = 2$ cm,
EF // AC, FK // AB,
KL // BC ise
$|EL|$ kaç cm dir?
(1980)



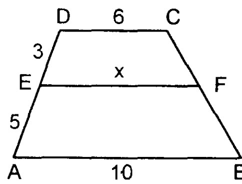
A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) 3 E) $\frac{5}{2}$

22. AB // FK,
$|FD| = |DK|$,
$|BC| = 24$ cm ve
$|CD| = 12$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir?
(1987)



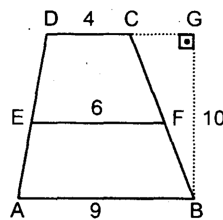
A) 21 B) 32 C) 34 D) 35 E) 36

23. AB // EF // DC
ise şekilde verilenlere göre
$|EF|$ kaç birimdir? (1990-II)



A) $\frac{17}{2}$ B) $\frac{15}{2}$ C) 7 B) 8 E) 9

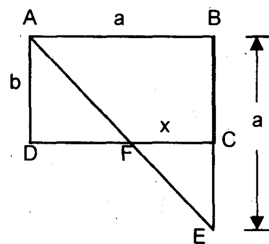
24. AB // EF // CD
ise şekilde verilenlere göre
[EF] nin [AB] den uzaklığı kaç birimdir? (1988-II)



A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

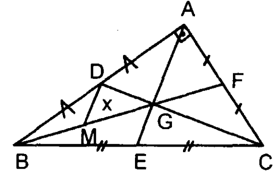
25. ABCD dikdörtgen,
$|AB| = |BE| = a$,
$|AD| = b$ ise
$|FC|$ nedir?

(1984-I)



A) a–b B) $\frac{a}{b}$ C) $\frac{a}{2}$ D) b E) $\frac{a+b}{2}$

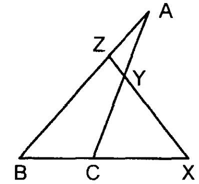
26. ABC dik üçgeninde
G kenarortayların kesim noktasıdır.
DM // AE ve
$|BC| = 12$ cm ise
$|DM| = x$ kaç cm dir?



(1998-II)

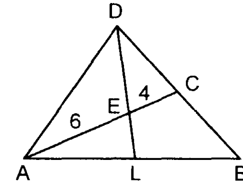
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

27. Şekilde $|XC| = 3$ cm,
$|YC| = 2$ cm ve
$|YA| = 1$ cm, $|ZA| = 2$ cm
ve $|ZB| = 3$ cm olduğuna
göre $|XB|$ uzunluğu kaç
cm dir? (1974)



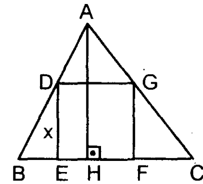
A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{9}{5}$ D) $\frac{9}{6}$ E) 1

28. $|AE| = 6$ cm,
$|EC| = 4$ cm ve
$\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{8}{9}$
olduğuna göre
$\frac{|EL|}{|ED|}$ oranı kaçtır? (1998-II)



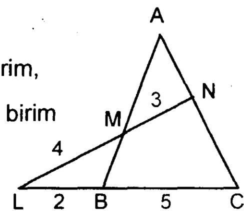
A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{1}{28}$

29. ABC bir üçgen,
DEFG bir kare,
$[AH] \perp [BC]$, $|DE| = x$
ve DEFG karesinin
köşeleri şekildeki
gibi ABC üçgeninin
kenarları üzerindedir. $|AH| = 8$ cm ve $|BC| = 12$ cm olduğuna göre $|DE| = x$ kaç cm dir? (1999)



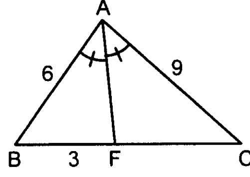
A) 4,3 B) 4,4 C) 4,5 D) 4,6 E) 4,8

30. L, M, N doğrusal
L, B, C doğrusal,
$|LB| = 2$ birim, $|BC| = 5$ birim,
$|LM| = 4$ birim ve $|MN| = 3$ birim
ise $\frac{|NA|}{|NC|}$ oranı kaçtır?
(1995-II)



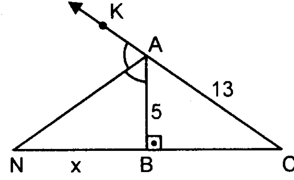
A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{15}{7}$ C) $\frac{17}{6}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{21}{4}$

31. [AF] açıortay ise şekilde verilenlere göre $|BC|$ kaç birimdir?
(1982-II)



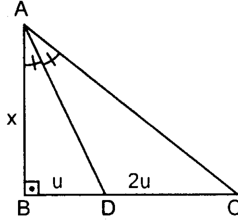
A) 6 B) 7 C) 7,5 D) 8 E) 8,5

32. ABC dik üçgen,
$m(\widehat{ABC}) = 90°$,
[AN, BAK açısının açıortayı,
$|AC| = 13$ cm ve
$|AB| = 5$ cm ise
$|NB| = x$ kaç cm dir? (1997-I)



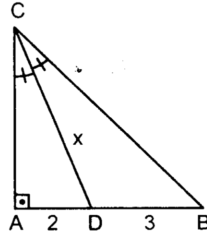
A) $\frac{15}{2}$ B) $\frac{17}{2}$ C) 4 D) 5 E) 6

33. ABC dik üçgen,
[AD] açıortay,
$|BD| = 2u$ birim
ise $|AB| = x$ in u türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?(1983-II)



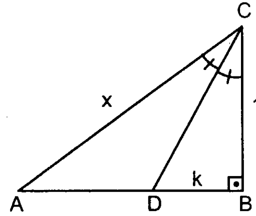
A) $u\sqrt{2}$ B) $u\sqrt{3}$ C) 2u D) 3u E) 4u

34. [CD] açıortay,
$|AD| = 2$ birim,
$|DB| = 3$ birim ve
$m(\widehat{A}) = 90°$ ise
$|CD|$ kaç birimdir?(1979)



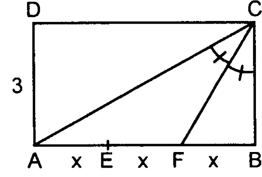
A) $\sqrt{5}+\sqrt{8}$ B) $2+\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$
D) $2\sqrt{6}$ E) $2+\sqrt{6}$

35. ABC dik üçgen,
$D \in [AB]$,
[CD] açıortay,
$|BC| = 1$ birim,
$|DB| = k$ birim ise
$|AC| = x$ in k türünden değeri hangisidir?(1991-II)



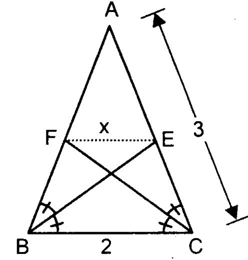
A) 1+k B) $1+k^2$ C) $\frac{1+k}{1-k}$ D) $\frac{1+k^2}{1-k^2}$ E) $\frac{1+k^3}{1-k^3}$

36. ABCD dikdörtgeninde
$m(\widehat{ACF}) = m(\widehat{BCF})$ ve
$|AD| = 3$ birim ise
$|AE| = |EF| = |FB| = x$
kaç birimdir?
(1992-II)



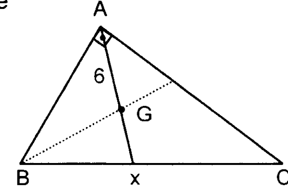
A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

37. $|AB| = |AC|$,
[BE] ve [CF] açıortay, $|AC| = 3$ birim
ve $|BC| = 2$ birim ise
$|EF| = x$ kaç birimdir?
(1992-I)



A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{6}{5}$

38. ABC dik üçgeninde
G kenarortayların kesim noktasıdır.
$|GA| = 6$ cm ise
$|BC|$ kaç cm dir?
(1981-II)



A) 36 B) 18 C) 16 D) 12 E) 9

39. x>0 olmak koşulu ile 2x+1, 3x+1, 4x+1 sayıları bir dik üçgenin kenar uzunluklarını göstermektedir. Bu üçgenin hipotenüs uzunluğu kaç birimdir? (1981-I)

A) $\sqrt{12}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\sqrt{10}$ D) 5 E) 11

40. Bir ABC üçgeninde, [BC] kenarına çizilen paralel bir doğru öteki iki kenarı D ve E noktalarında kesiyor. DE doğrusu [BC] ye paralel olarak hareket ediyor.
[DE] doğru parçasının orta noktasının geometrik yeri hangisidir? (1974)

A) A açısının iç açıortayı
B) a kenarının orta dikmesi
C) a kenarına ait yükseklik
D) Çevrel çemberin A dan geçen çapı
E) a kenarının kenarortayı

1. AD ⊥ BC,

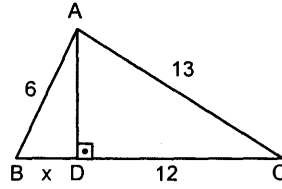
$|AB| = 6$ cm,

$|AC| = 13$ cm ve

$|DC| = 12$ cm ise

$|BD|$ kaç cm dir?

(1986-II)



A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{8}$ C) 3 D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{11}$

2. $m(\widehat{BCA}) = 90°$

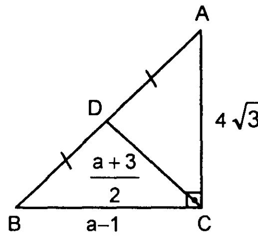
$|BD| = |DA|$,

$|DC| = \frac{a+3}{2}$ birim,

$|AC| = 4\sqrt{3}$ birim ve

$|BC| = (a-1)$ birim

ise a kaçtır? (1988-I)



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Birbirinden uzaklığı 8 km olan A ve B noktalarında birer ışıldak vardır. A daki ışıldak AB doğrusu ile 45 derecelik, B deki de aynı doğru ile 90 derecelik açı yaparak bir aracı aydınlatmaktadır. Buna göre aracın A ışıldağına uzaklığı kaç km dir? (1982-I)

A) $8\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{2}$ C) 8 D) $4\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

4. 16 m uzunluğundaki bir merdiven yer ile 45° lik açı yapacak şekilde, yere dik bir duvara dayandırılıyor.
Buna göre merdiven ayağının duvara olan uzaklığı kaç m dir?

A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $7\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

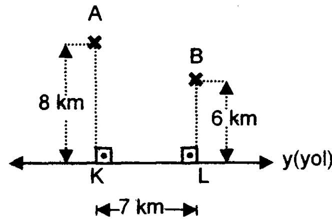
5. [AK] ⊥ y, [BL] ⊥ y,

$|AK| = 8$ km,

$|BL| = 6$ km,

$|KL| = 7$ km

Şekilde A ve B kentleri y yolunun aynı tarafında bulunmaktadır. A kentinden y yolu üzerindeki bir N noktasına uğrayarak B kentine giden en kısa $|AN| + |NB|$ yolu kaç km dir? (1995-I)



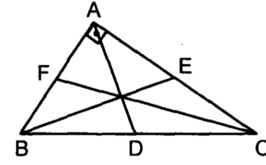
A) 10 B) 12 C) 13 D) $5\sqrt{5}$ E) $7\sqrt{5}$

6. ABC dik üçgeninde a, b, c kenarlarına ait kenarortaylar V_a, V_b, V_c dir.

$V_b^2 + V_c^2$ toplamı

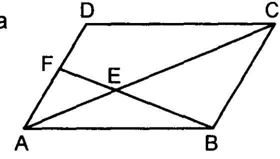
V_a^2 nin kaç katıdır?

(1982-II)



A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

7. ABCD paralelkenarında $|AB| \neq |BC|$ dir. [AC] köşegeni üzerinde $|BE| = |BC|$ alınıyor.
Aşağıdaki üçgenlerden hangisi ikizkenar üçgendir? (1974)

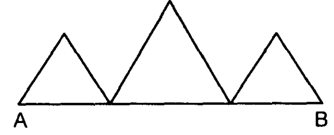


A) $\overset{\triangle}{AEB}$ B) $\overset{\triangle}{ADC}$ C) $\overset{\triangle}{AFB}$ D) $\overset{\triangle}{AEF}$ E) $\overset{\triangle}{ABC}$

8. Şekildeki üçgenler birer eşkenar üçgendir.

$|AB| = 9$ cm

ise bu üçgenlerin çevrelerinin toplamı kaç cm dir? (1983-I)



A) 27 B) 24 C) 21 D) 18 E) 15

9. AL // BM,

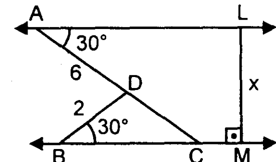
[LM] ⊥ BM

$m(\widehat{LAD}) = 30°$,

$m(\widehat{DBC}) = 30°$,

$|AD| = 6$ cm ve

$|BD| = 2$ cm ise $|LM| = x$ kaç cm dir? (1999)



A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

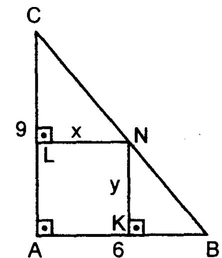
10. Dik kenarları

$|AC| = 9$ birim,

$|AB| = 6$ birim olan

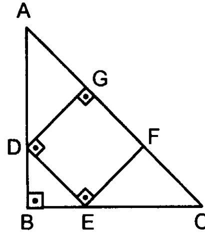
ABC dik üçgeninin BC hipotenüsü üzerinde bir N noktası alınıyor. $|NK| = y$,

$|NL| = x$ ise x+y nin en küçük değeri hangisine en yakındır? (1983-I)



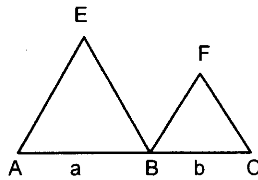
A) 11 B) 10 C) 9 D) 6 E) 5

11. ABC ikizkenar dik üçgen, DEFG kare ve $|AC| = 18$ cm ise karenin bir kenarı kaç cm dir? (1984-II)



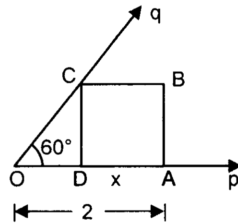
A) 9 B) 7 C) 6 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

12. ABE ve FBC birer eşkenar üçgendir. A, B, C doğrusal, $|AB| = a$, $|BC| = b$ ve E, B, F noktaları bir dik üçgenin köşeleri ise a ile b arasındaki bağıntı nedir? (1986-II)



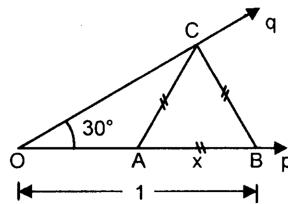
A) a=3b B) a=2b C) $a=\sqrt{3}\,b$
D) $a=\sqrt{2}\,b$ E) a=b+3

13. $[DA] \subset p$, $C \in q$, $m(\widehat{DOC}) = 60°$, $|OA| = 2$ birim ve ABCD kare ise $|DA| = x$ kaç birimdir? (1992-II)



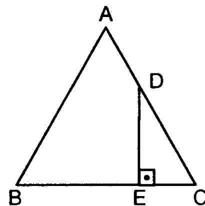
A) $\sqrt{3}-1$ B) $\sqrt{2}-1$ C) $\frac{1}{2}$ D) $3-\sqrt{3}$ E) $3-\sqrt{2}$

14. $[AB] \subset p$, $C \in q$, $m(\widehat{BOC}) = 30°$, $|OB| = 1$ birim ve ABC eşkenar üçgen olduğuna göre $|AB| = x$ kaç birimdir? (1992-I)



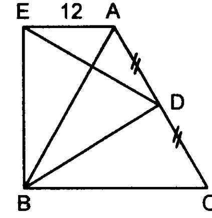
A) $\sqrt{3}-1$ B) $\sqrt{2}-1$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

15. ABC bir eşkenar üçgen, $DE \perp BC$ ve $\frac{|DC|}{|DA|} = \frac{2}{3}$ ise $\frac{|EB|}{|EC|}$ oranı nedir? (1997-I)



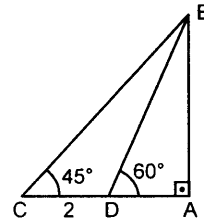
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 4 D) 5 E) 6

16. ABC ve EBD birer eşkenar üçgendir. $|AD| = |DC|$ ve $|AE| = 12$ cm ise $|BC|$ kaç cm dir? (1983-II)



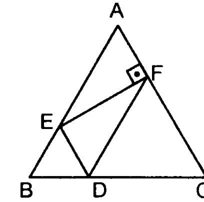
A) 27 B) 24 C) 21 D) 18 E) 15

17. $m(\widehat{ADB}) = 60°$, $m(\widehat{C}) = 45°$, $|CD| = 2$ cm ise $|AB|$ kaç cm dir? (1980)



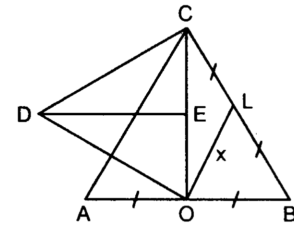
A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $3+\sqrt{3}$ E) 6

18. ABC eşkenar üçgeninin bir kenarı 6 cm dir. AEDF paralelkenar, $m(\widehat{EFA}) = 90°$ ise $|EF|$ kaç cm dir? (1982-II)



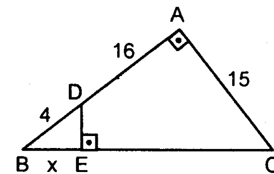
A) $4\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

19. ABC ve DOC eşkenar üçgenler, $|CL| = |LB|$, $|AO| = |OB|$, DE // AB ve $|DE| = 8$ cm ise $|OL| = x$ kaç cm dir? (1996-I)



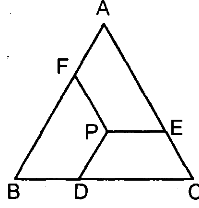
A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{28}{3}$ C) 10 D) 12 E) 14

20. $m(\widehat{BAC}) = 90°$, $m(\widehat{BED}) = 90°$, $|BD| = 4$ cm, $|DA| = 16$ cm $|AC| = 15$ cm ise $|BE| = x$ kaç cm dir? (1998-I)



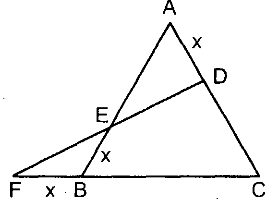
A) $\frac{16}{5}$ B) $\frac{13}{5}$ C) 5 D) 4 E) 3

21. Bir kenarının uzunluğu 6 cm olan ABC eşkenar üçgeninin içinde alınan bir P noktasından kenarlara sıra ile PE, PF ve PD paralelleri çiziliyor.
$|PE|+|PF|+|PD|$ toplamı kaç cm dir? (1974)



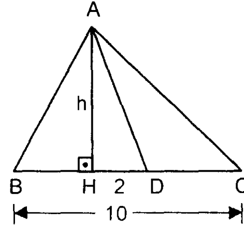
A) 12 B) 6 C) 4 D) 10 E) 5

22. ABC eşkenar üçgeninin bir kenarı 6 cm ise
$|FB|=|BE|=|AD|=x$
kaç cm dir?
(1981-II)



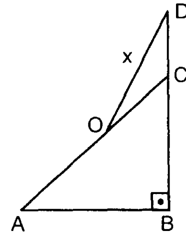
A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

23. ABC bir üçgen,
[AD] kenarortay,
[AH] ⊥ [BC],
$|BC|=10$ cm,
$|HD|=2$ cm,
$|AH|=h$ cm ve
ABC üçgeninin çevresi 30 cm olduğuna göre $|AH|=h$ kaç cm dir? (1994-I)



A) $6\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

24. ABC bir ikizkenar dik üçgen,
$|BD|=|AC|=2$ cm,
ve $|OA|=|OC|$ ise
$|OD|=x$ kaç cm dir?
(1994-II)

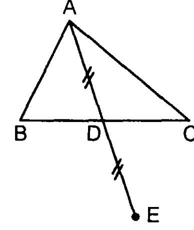


A) $\sqrt{3-\sqrt{2}}$ B) $\sqrt{4-2\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{5-\sqrt{3}}$
D) $\sqrt{4-\sqrt{2}}$ E) $\sqrt{5-2\sqrt{2}}$

25. I. a=6 cm, b=7 cm, $m(\hat{A})=95°$
II. a=4 cm, h_a=6 cm, $m(\hat{C})=90°$
III. a=5 cm, b=3 cm, h_a=4 cm
Yukarıdaki grupların hangilerinde verilen elemanlar bir üçgen belirtir? (1986-I)

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

26. A, D, E doğrusal
$|AD|=|DE|$
Şekle göre $|AC|$ kenar uzunluğu, $|AD|$ kenarortay uzunluğu ve A açısının ölçüsü verilen ABC üçgenini çizmek için aşağıdaki yardımcı üçgenlerden hangisini çizmek gerekir? (1996-I)

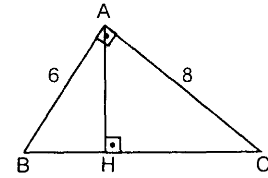


A) ACD B) ABD C) ACE D) BED E) CDE

27. İçteğet çemberinin yarıçapı 2 cm olan eşkenar üçgenin kenar uzunluğu kaç cm dir? (1976)

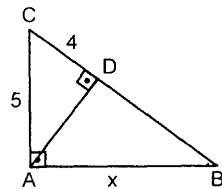
A) $4\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

28. $m(\hat{A})=90°$,
AH ⊥ BC,
$|AB|=6$ cm ve
$|AC|=8$ cm ise
$|BH|$ kaç cm dir?
(1974)



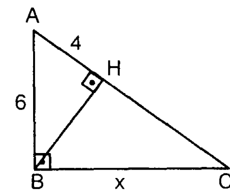
A) 2 B) 3,6 C) 6,4 D) 7,25 E) 8,25

29. ABC dik üçgeninde
AD ⊥ BC,
$|AC|=5$ cm ve
$|CD|=4$ cm ise
$|AB|$ kaç cm dir?
(1977)



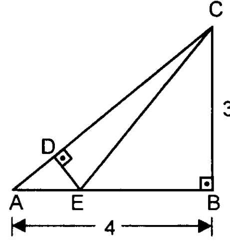
A) $\frac{9}{4}$ B) 3 C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{25}{4}$ E) $\frac{20}{3}$

30. ABC dik üçgen,
BH ⊥ AC,
$|AH|=4$ cm ve
$|AB|=6$ cm ise
$|BC|$ kaç cm dir?
(1989-II)



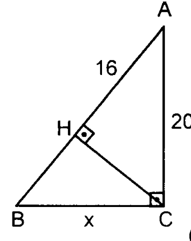
A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

31. ED ⊥ AC,
$|AB| = 4$ cm,
$|BC| = 3$ cm ve
CED ikizkenar dik üçgen ise
$|DE|$ kaç cm dir?
(1979)



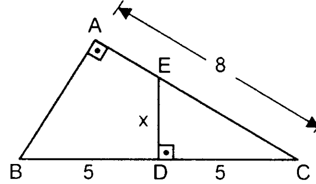
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

32. ACB bir dik üçgen
$m(\widehat{BCA}) = 90°$,
$m(\widehat{BHC}) = 90°$,
$|AC| = 20$ cm ve
$|AH| = 16$ cm ise
$|BC| = x$ kaç cm dir? (1999-İ)



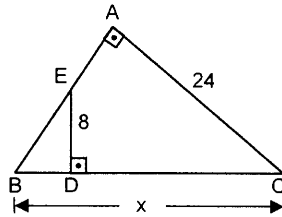
A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

33. ABC dik üçgeninde
$|BD| = |DC| = 5$ cm,
$|AC| = 8$ cm ve
DE ⊥ BC ise
$|DE|$ kaç cm dir?
(1985-II)



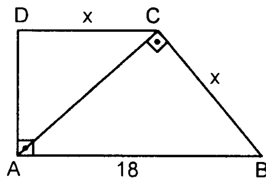
A) $\frac{11}{4}$ B) $\frac{13}{4}$ C) $\frac{15}{4}$ D) 2 E) 3

34. ABC dik üçgeninde
DE ⊥ BC,
$|BE| = 10$ cm,
$|DE| = 8$ cm ve
$|AC| = 24$ cm olduğuna göre $|BC| = x$
kaç cm dir? (1993-II)



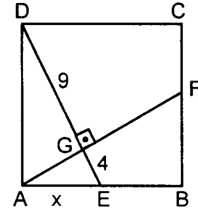
A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

35. ABCD dik yamuk,
AC ⊥ BC,
$|AB| = 18$ cm ise
$|DC| = |BC| = x$
kaç cm dir?
(1996-II)



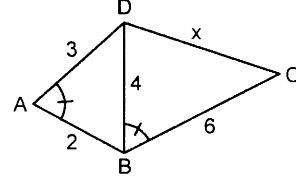
A) $9\sqrt{5} - 9$ B) $6\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{5}$
D) $3\sqrt{3} - 3$ E) $2\sqrt{3} - 2$

36. ABCD bir kare
DE ⊥ AF,
$|DG| = 9$ cm ve
$|GE| = 4$ cm ise
$|AE| = x$ kaç cm dir?
(1997-I)



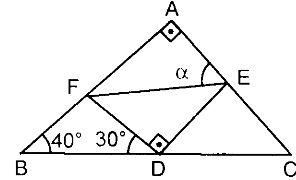
A) $\sqrt{57}$ B) $\sqrt{55}$ C) $\sqrt{54}$ D) $\sqrt{53}$ E) $\sqrt{52}$

37. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{DBC})$
ise şekilde verilenlere göre $|DC|$
kaç birimdir?
(1977)



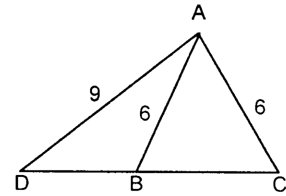
A) 5 B) 5,5 C) 8 D) 6,5 E) 9

38. $m(\widehat{BAC}) = 90°$,
$m(\widehat{FDE}) = 90°$,
$m(\widehat{ABC}) = 40°$,
$m(\widehat{BDF}) = 30°$,
$m(\widehat{AEF}) = \alpha$
Şekilde DEF dik üçgeninin köşeleri ABC dik üçgeninin kenarları üzerindedir. ABC üçgeni DEF üçgenine benzer ($\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$) olduğuna göre $m(\widehat{AEF}) = \alpha$ kaç derecedir? (1999)



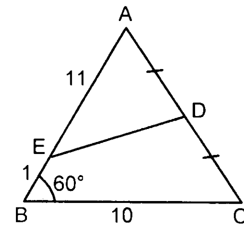
A) 50 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

39. ADC bir üçgen,
$|AD| = 9$ cm ve
$|AB| = |AC| = 6$ cm ise
$|DB| \cdot |DC|$ çarpımının
sayısal değeri kaçtır?
(1999)



A) 36 B) 39 C) 42 D) 45 E) 48

40. ABC bir üçgen,
$|AD| = |DC|$,
$m(\widehat{ABC}) = 60°$,
$|BC| = 10$ cm,
$|AE| = 11$ cm ve
$|BE| = 1$ cm ise
$|DE| = x$ kaç cm dir? (1999-İ)



A) $5\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $7\sqrt{3}$ D) 3 E) 4

1. ABCD dikdörtgeninde $|DE| > |EC|$,

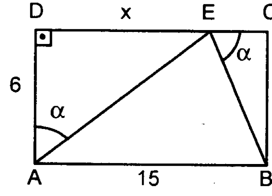
$|AB| = 15$ birim,

$|AD| = 6$ birim ve

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{CEB}) = \alpha$

olduğuna göre

$|DE| = x$ kaç birimdir? (1988-II değiştirilmiş biçimi)



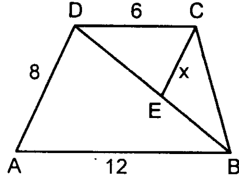
A) 14 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

2. ABCD yamuğunda CE // AD,

$|AB| = 12$ birim,

$|AD| = 8$ birim ve

$|DC| = 6$ birim olduğuna göre $|CE| = x$ kaç birimdir? (1993-II)



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. ABC üçgeninde

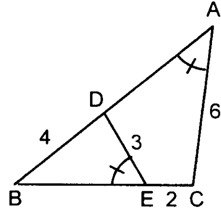
$m(\hat{A}) = m(\widehat{BED})$,

$|BD| = 4$ cm,

$|DE| = 3$ cm,

$|EC| = 2$ cm ve

$|AC| = 6$ cm ise $|AD|$ kaç cm dir? (1977)



A) 6 B) 7 C) 8 D) 20 E) 11

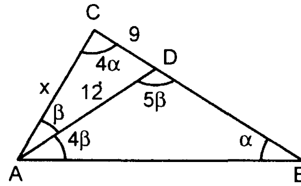
4. $|AD| = 12$ cm,

$|CD| = 9$ cm

Şekildeki verilere göre

$|AC| = x$ kaç cm dir?

(1996-II)



A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

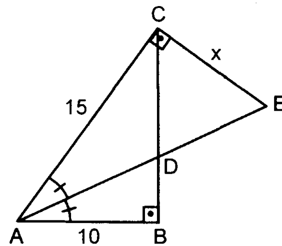
5. ABC bir dik üçgen, ACE bir dik üçgen, AE açıortay,

$|AB| = 10$ cm ve

$|AC| = 15$ cm ise

$|CE| = x$ kaç cm dir?

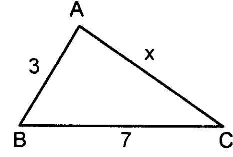
(1994-II)



A) 6 B) 5 C) $5\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

6. $m(\widehat{ABC}) < 60°$ ise $|AC|$ hangisi olabilir?

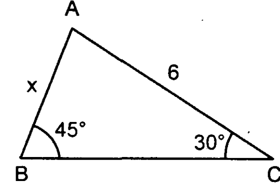
(1988-II)



A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. Şekildeki verilere göre $|AB| = x$ kaç cm dir?

(1996-II)



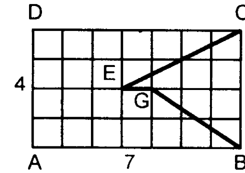
A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

8. ABCD dörtgeni, bir kenarı 1 cm olan karelere ayrılmıştır.

$|AB| = 7$ cm,

$|AD| = 4$ cm ise

ABGECD nin alanı kaç cm^2 dir? (1986-II)



A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

9. $m(\widehat{CAB}) = 90°$

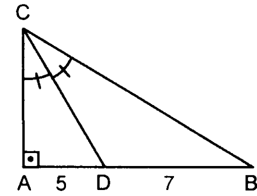
[CD] açıortay,

$|AD| = 5$ cm ve

$|DB| = 7$ cm ise

ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

(1998-II)



A) $35\sqrt{6}$ B) $30\sqrt{6}$ C) $25\sqrt{6}$

D) $20\sqrt{3}$ E) $15\sqrt{3}$

10. $m(\widehat{ABC}) = 90°$

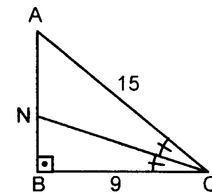
[CN] açıortay,

$|AC| = 15$ cm ve

$|BC| = 9$ cm ise

ANC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

(1998-II)



A) $\frac{81}{4}$ B) $\frac{135}{4}$ C) $\frac{81}{2}$ D) $\frac{135}{2}$ E) 56

11. $m(\widehat{AHC}) = 90°$
$m(\widehat{BLC}) = 90°$
$|AL| = |LC| = 8$ cm
ve $|LB| = 6$ cm ise
$\frac{|AH|}{|HL|}$ oranı kaçtır?
(1997-II)

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{8}{5}$

12. Bir eşkenar üçgenin çevresi, alanı 81 cm^2 olan bir karenin çevresine eşittir. Bu eşkenar üçgenin alanı kaç cm^2 dir? (1996-I)

A) $9\sqrt{3}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{3}$
D) $36\sqrt{3}$ E) $48\sqrt{3}$

13. $|BD| = 2$ cm,
$|DC| = 8$ cm ve
ABD üçgeninin alanı 6 cm^2 olduğuna göre ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1998-I)

A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

14. $m(\widehat{BAC}) = 90°$
$|AB| = 7$ cm,
$|EC| = 4$ cm ve
$|BD| = |DC|$ ise
EBD üçgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1995-II)

A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

15. $AH \perp BC$,
$|AE| = |EC|$,
$|AH| = 8$ cm ve
$|DC| = 5$ cm ise
$Alan(\overset{\triangle}{ADE})$ kaç cm^2 dir? (1980)

A) 3 B) 5 C) 10 D) 15 E) 20

16. ABCD bir paralelkenar,
$[AC] \cap [DB] = E$,
$[DH] \perp [AC]$,
$|AK| = |DH| = 2\sqrt{3}$ birim,
ve $|KE| = \sqrt{3}$ birim
ise A(ABCD) kaç birimkaredir? (1995-I)

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

17. $|AD| = |BD| = |DC| = a$
olan ABC üçgeninin B köşesi sabit değildir. Bu üçgenin alanının en büyük değeri nedir? (1976)

A) 2a B) a^2 C) $2a^2$ D) 3a E) 4a

18. $|AB| = 4$ birim,
$|AC| = 12$ birim,
[AD] açıortay ise
$\overset{\triangle}{ADC}$ nin alanı $\overset{\triangle}{ABD}$ nin alanının kaç katıdır? (1984-II)

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

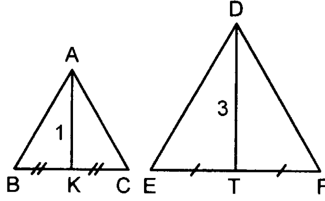
19. $|BF| = \frac{|AB|}{4}$, $|DE| = \frac{|AC|}{5}$
$Alan(\overset{\triangle}{ABC}) = 36$ cm^2 ise
$Alan(\overset{\triangle}{DFE})$ kaç cm^2 dir?
(1987-II)

A) 5 B) 9 C) $\frac{36}{5}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{27}{5}$

20. $|AB| = 6$ birim,
$|AC| = 10$ birim ve
Alan(ABC) = 15 $birim^2$
ise $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?
(1977)

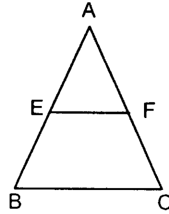
A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 180

21. ABC ve DEF üçgenleri benzerdir. [AK] ve [DT] kenarortaylar, $|AK| = 1$ birim, $|DT| = 3$ birim, ABC üçgeninin alanı a^2 ise DEF üçgeninin alanı kaç a^2 dir? (1988-II)



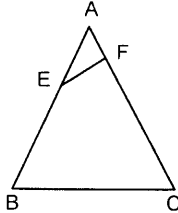
A) 9 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

22. ABC bir üçgen, $E \in [AB]$, $F \in [AC]$, [EF] // [BC] ve A(AEF)=A(EBCF) olduğuna göre $\frac{|AE|}{|AB|}$ oranı kaçtır?



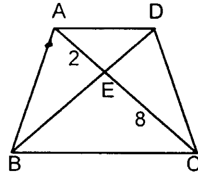
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

23. $\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{1}{4}$, ve $\frac{|AF|}{|AC|} = \frac{1}{7}$ ise $\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(AEF)}}$ kaçtır? (1985-II)



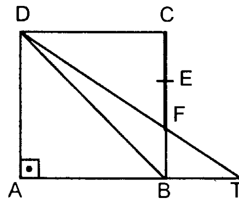
A) 4 B) 7 C) 8 D) 14 E) 28

24. ABCD dörtgeninin köşegenleri E'de kesişmektedir. $|AE| = 2$ birim ve $|CE| = 8$ birim ise ABCD dörtgeninin alanı ABD üçgeninin alanının kaç katı olur? (1981-I)



A) 3 B) 4 C) 5 D) 9 E) 16

25. ABCD bir kare, F, [DT] üzerinde ve $|CE| = |EF| = |FB|$ ise $\frac{A(FBT)}{A(DBF)}$ oranı kaçtır? (1994-II)

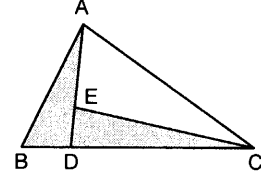


A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

26. Dik kenarları b ve c, hipotenüsü a olan bir dik üçgende; (a+b+c)(b+c–a) =120 ise üçgenin alanı nedir? (1983-II)

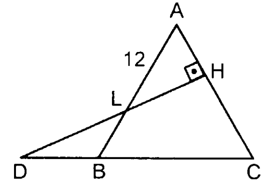
A) 60 B) 40 C) 30 D) 20 E) 15

27. ABC üçgeninde $|BC| = 6 \cdot |BD|$ ve $|AD| = 5 \cdot |ED|$ dir. Buna göre taralı ABCE dörtgeninin alanının ABC üçgeninin alanına oranı kaçtır? (1999)



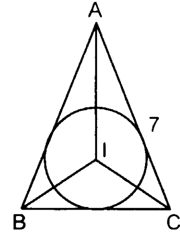
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

28. $[DH] \perp [AC]$, $[AB] \cap [DH] = L$, $|LA| = 12$ cm ve $A(DBL) = 16\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre ABC eşkenar üçgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1995-I)



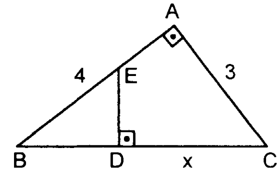
A) $110\sqrt{3}$ B) $100\sqrt{3}$ C) $80\sqrt{3}$ D) 70 E) 60

29. ABC üçgeninde $|AC| = 7$ birim, içteğet çemberin merkezi I dir. ABI, BIC ve AIC üçgenlerinin alanları sırası ile 2, 3 ve 4 sayıları ile orantılı ise $|BC|$ kaç birimdir? (1982-I)



A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{14}{3}$ D) 5 E) $\frac{21}{4}$

30. ABC dik üçgeninde $DE \perp BC$, $|AB| = 4$ birim, $|AC| = 3$ birim ve Alan(BDE) = Alan(AEDC) olduğuna göre $|DC| = x$ kaç birimdir? (1987-II)

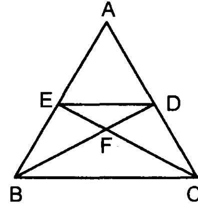


A) $5-\sqrt{2}$ B) $5-2\sqrt{2}$ C) $5-3\sqrt{2}$
D) $3+\sqrt{2}$ E) $3+2\sqrt{2}$

31. ABC üçgeninde F, kenarortayların kesim noktası ise

$$\frac{\text{Alan}(\overset{\triangle}{DEF})}{\text{Alan}(\overset{\triangle}{ABC})}$$ kaçtır?

(1979)

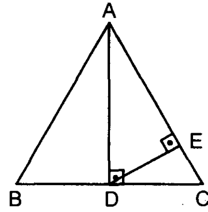


A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{12}$

32. ABC eşkenar üçgen, $AD \perp BC$, $DE \perp AC$

ise $\frac{\text{Alan}(\overset{\triangle}{ABC})}{\text{Alan}(\overset{\triangle}{DEC})}$

kaçtır? (1970)

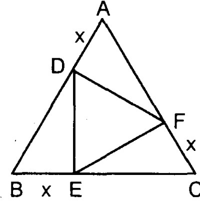


A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

33. Şekildeki ABC eşkenar üçgeninin kenarları üzerinde

$|AD| = |BE| = |CF| = x$

olacak şekilde D, E, F noktaları alınıyor.



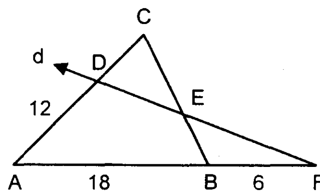
$\text{Alan}(\overset{\triangle}{DEF}) = \frac{1}{2}\text{Alan}(\overset{\triangle}{ABC})$ ve $|BC| = 6$ cm olduğuna göre x kaç cm olabilir? (1995-II)

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3-\sqrt{3}$ E) 5

34. d doğrusu ABC üçgeninin kenar doğrularını D, E ve F noktalarında kesmektedir.

$|AD| = 12$ cm,

$|AB| = 18$ cm,



$|BF| = 6$ cm ve $A(\overset{\triangle}{CDE}) = A(\overset{\triangle}{EBF})$ olduğuna göre

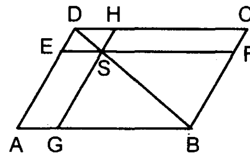
$|AC|$ kaç cm dir? (1996-II)

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

35. ABCD paralelkenar, EF // AB, GH // AD dir.

$|DS| = \frac{1}{3}|DB|$ ve

Alan(ABCD) =36 cm²



ise $\text{Alan}(\overset{\triangle}{DES})$ kaç cm² dir? (1974)

A) 9 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

36. Alanı S olan bir ABC üçgeninde BC kenarı p tane, AC kenarı q tane eşit parçaya bölünüyor. Sonra, A ve B ye en yakın iki bölme noktası birleştiriliyor. Bu yolla elde edilen üçgenin alanı hangisidir? (1975)

A) $\frac{p}{q}S$ B) $\left(1-\frac{1}{p}\right)\left(1-\frac{1}{q}\right)\cdot S$ C) $\frac{|p-q|}{p+q}\cdot S$

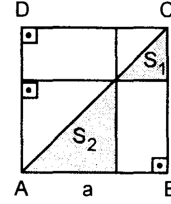
D) $\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}-\frac{1}{pq}\right)\cdot S$ E) $\frac{|p^2-q^2|}{p^2+q^2}\cdot S$

37. ABCD karesinin bir kenar uzunluğu a dır.

Taralı S_1 alanı $\frac{a^2}{18}$

İse S_2 kaç a^2 dir?

(1985-II)



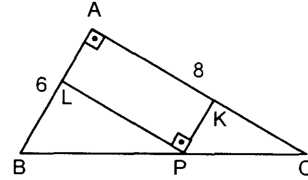
A) $\frac{17}{36}$ B) $\frac{14}{25}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{3}{16}$ E) $\frac{2}{9}$

38. ABC dik üçgeninde PL // AC, PK // AB,

$|AB| = 6$ birim,

$|AC| = 8$ birim ve

ALPK dikdörtgeninin alanı LBP ve KPC üçgenlerinin alanları toplamına eşit olduğuna göre $|BP|$ kaç birimdir? (1990-II)



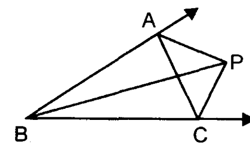
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

39. Şekildeki ABC üçgeninin dışında ve B açısının içinde bir P noktası alınmıştır.

$A(\overset{\triangle}{PAB})+A(\overset{\triangle}{PBC})$

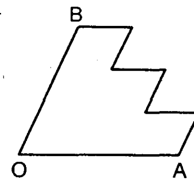
sabit olduğuna göre

P nin geometrik yeri nedir? (1993-II)



A) Işın
B) Doğru parçası
C) Çember yayı
D) Parabol yayı
E) Hiperbol yayı

40. Şekildeki yatay ve eğik doğru parçaları birbirine paraleldir. şeklin çevre uzunluğu 40 cm olduğuna göre B ve A noktaları arasındaki O noktasından geçmeyen kırık çizginin uzunluğu kaç cm dir? (1981-I)



A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 26

1. Bir onbeşgenin aynı köşesinden diğer köşelere çizilen köşegenler bu çokgeni kaç üçgene böler? (1995-I)

A) 13 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

2. 12 kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısı kaç derecedir? (1998-I)

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120 E) 110

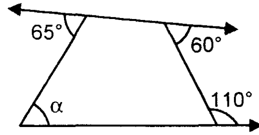
3. Bir iç açısı 150° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır? (1986-I)

A) 16 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

4. Aşağıdaki dörtgenlerden hangisini, köşegenleri dört eşit üçgene ayırır? (1979-I)

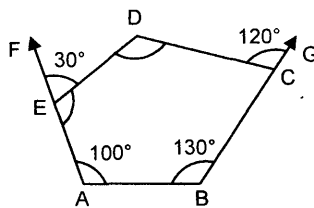
A) Paralelkenar
B) İkizkenar yamuk
C) Deltoit
D) Eşkenar dörtgen
E) Dikdörtgen

5. Şekildeki verilere göre α açısı kaç derecedir? (1992-II)



A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 40

6. ABCD beşgeninde $m(\widehat{FED}) = 30°$, $m(\widehat{A}) = 100°$, $m(\widehat{B}) = 130°$ ve $m(\widehat{DCG}) = 120°$ ise $m(\widehat{D})$ kaç derecedir? (1987-I)

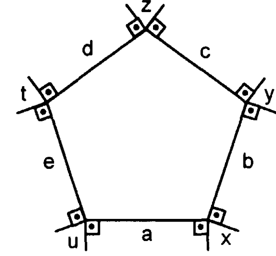


A) 100 B) 95 C) 90 D) 85 E) 80

7. Düzgün bir çokgenin bir iç açısı bir dış açısının 4 katı olduğuna göre bu çokgenin kenar sayısı kaçtır? (1998-II)

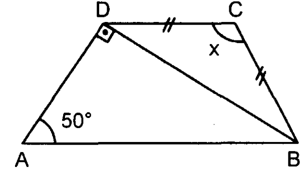
A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

8. Kenarları a, b, c, d ve e olan beşgenin her köşesinden, bu köşeyi oluşturan kenarlara birer dikme çizilerek şekildeki x, y, z, t ve u açıları elde edilmiştir. Buna göre x+y+z+t+u toplamı kaç derecedir? (1999-İ)



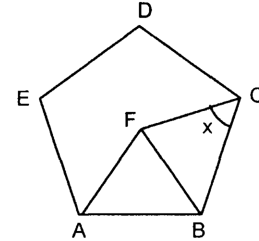
A) 860 B) 720 C) 640 D) 450 E) 360

9. ABCD bir yamuk AB // CD, $|DC| = |BC|$, $m(\widehat{ADB}) = 90°$ ve $m(\widehat{DAB}) = 50°$ ise $m(\widehat{DCB}) = x$ kaç derecedir? (1997-I)



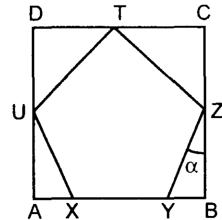
A) 120 B) 115 C) 110 D) 105 E) 100

10. ABCDE düzgün beşgen, ABF eşkenar üçgen ise $m(\widehat{BCF})$ kaç derecedir? (1987-II)



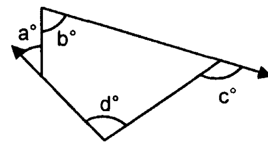
A) 48 B) 55 C) 60 D) 66 E) 75

11. Şekildeki düzgün beşgenin köşeleri ABCD dikdörtgeninin kenarları üzerindedir. Buna göre $m(\widehat{YZB}) = \alpha$ kaç derecedir? (1992-I)



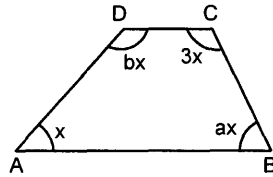
A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

12. Şekildeki açıların ölçüleri olan a, c ; b, d arasındaki ilişki nedir? (1974)



A) a+b =d+c
B) a+c =b+c
C) a+d =b+c
D) 2a =3c ve b =2d
E) a+b+c+d =360°

13. AB // CD ise b – a kaçtır? (1989-I)



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

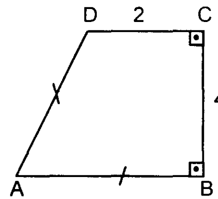
14. Boyutları 6 cm ve 12 cm olan bir dikdörtgende, köşegenlerin kesim noktasının iki komşu kenara uzaklıkları toplamı kaç cm dir? (1983-I)

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 24

15. Bir kenarının uzunluğu a, yüksekliği h olan bir eşkenar dörtgenin içinde bulunan N noktasının tüm kenarlara olan uzaklıkları toplamı nedir? (1983-I)

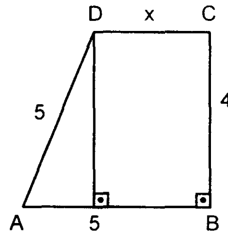
A) a B) h C) 2a D) a+h E) 2h

16. ABCD dik yamuk, $|AB| = |AD|$, $|BC| = 4$ birim ve $|CD| = 2$ birim ise $|AB|$ kaç birimdir? (1989-II)



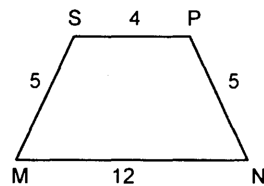
A) 5 B) 6 C) 7 D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

17. Kenar uzunlukları şekilde verilen dik yamuk, bir doğru parçasıyla, çevreleri eşit bir üçgen ile bir dikdörtgene ayrılmıştır. Buna göre x kaç birimdir? (1991-II)



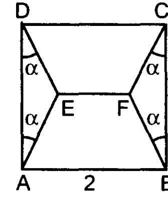
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

18. Şekilde verilenlere göre MNPS yamuğunun yüksekliği kaç birimdir? (1982-I)



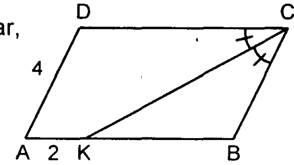
A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

19. ABCD kare, $|AB| = 2$ birim ve $\alpha = 30°$ ise $|EF|$ kaç birimdir? (1989-II)



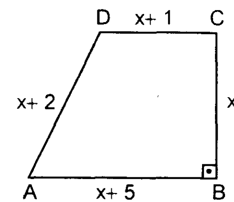
A) $2-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ B) $2-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ C) $4-2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

20. ABCD paralelkenar, [CK] açıortay, $|AD| = 4$ cm ve $|AK| = 2$ cm ise $|DC|$ kaç cm dir? (1982-II)



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

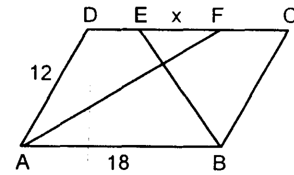
21. ABCD bir dik yamuk, [CB] ⊥ [AB], $|AB| = x+5$ birim, $|BC| = x$ birim, $|CD| = x+1$ birim, $|AD| = x+2$ birim



Yukarıda verilenlere göre x kaçtır? (1994-I)

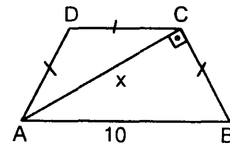
A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 2

22. ABCD paralelkenar, [AF] açıortay, [BE] açıortay, $|AD| = 12$ cm ve $|AB| = 18$ cm ise $|EF| = x$ kaç cm dir? (1998-I)



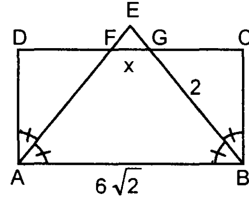
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

23. ABCD bir ikizkenar yamuk, $m(\widehat{ACB}) = 90°$, $|AD| = |DC| = |BC|$ ve $|AB| = 10$ cm ise $|AC| = x$ kaç cm dir? (1997-II)



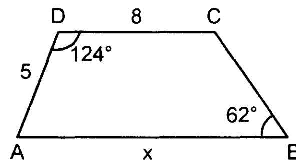
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

24. ABCD bir dikdörtgen, [AE ve [BE açıortay, $|AB| = 6\sqrt{2}$ cm ve $|GB| = 2$ cm ise $|FG| = x$ kaç cm dir? (1997-I)



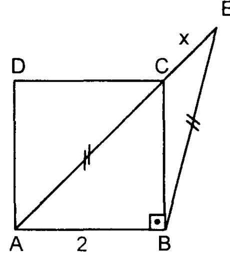
A) $3\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

25. ABCD bir yamuk, [AB] // [DC], $m(\widehat{ADC}) = 124°$, $m(\widehat{ABC}) = 62°$, $|AD| = 5$ cm ve $|DC| = 8$ cm ise $|AB| = x$ kaç cm dir? (1999)



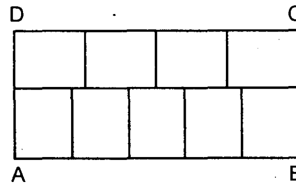
A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 10

26. Kenar uzunluğu 2 birim olan ABCD karesinin AC köşegen doğrusu üzerinde E noktası alınmıştır. $|AC| = |BE|$ olduğuna göre $|CE| = x$ kaç birimdir? (1992-II)



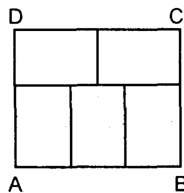
A) $\sqrt{6}/2$ B) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{2} + 1$

27. Alanı 180 cm^2 olan ABCD dikdörtgeninin içine, boyutları birbirine eşit ve birer tamsayı olan 9 dikdörtgen yerleştirilmiştir. ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç cm dir? (1978)



A) 104 B) 96 C) 58 E) 52 E) 44

28. Uzun kenarı 24 cm olan ABCD dikdörtgeni birbirine eşit olan beş dikdörtgene ayrılmıştır. ABCD nin kısa kenarı kaç cm dir? (1990-I)

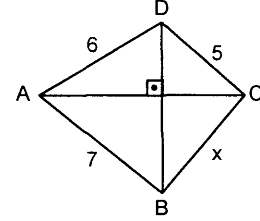


A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 22

29. Herhangi bir dik üçgende, dik açı köşesi, yükseklik ayağı ve dik kenarların orta noktaları aşağıdaki dörtgenlerden hangisinin köşeleri olabilir? (1978)

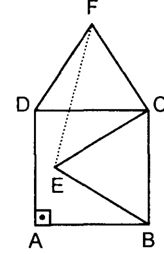
A) Yamuk
B) Paralelkenar
C) Dikdörtgen
D) Kare
E) Deltoit

30. AC ⊥ BD ise şekilde verilenlere göre $|BC|$ kaç birimdir? (1989-II)



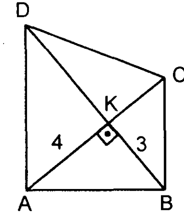
A) 6 B) $\sqrt{30}$ C) $\sqrt{32}$ D) $\sqrt{34}$ E) $\sqrt{38}$

31. Şekildeki birim karenin iki kenarı üzerine BEC ve DFC eşkenar üçgenleri çizilmiştir. Buna göre $|EF|$ uzunluğu kaçtır? (1993-I)



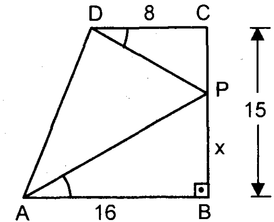
A) 4 B) 3 C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

32. Şekildeki ABCD dik yamuğunun köşegenleri K noktasında birbirine diktir. $|AK| = 4$ birim ve $|BK| = 3$ birim ise $|KC| \cdot |KD|$ çarpımı kaç birimkaredir? (1992-II)



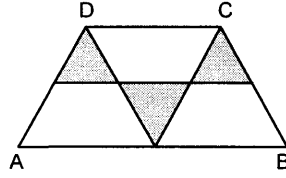
A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

33. ABCD bir dik yamuk P, [BC] üzerinde, $m(\widehat{BAP}) = m(\widehat{CDP})$, $|AB| = 16$ birim, $|BC| = 15$ birim, $|CD| = 8$ birim ise $|BP| = x$ kaç birimdir? (1993-I)



A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

34. ABCD yamuk, taralı üçgenler ise kenar uzunluğu a olan eşkenar üçgenlerdir. ABCD yamuğunun çevresi kaç a dır? (1984-I)

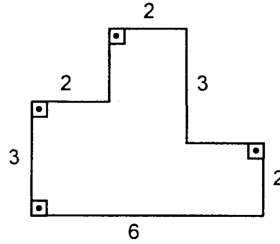


A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

35. Köşegenleri birbirine dik olan bir ikizkenar yamukta, tabanların oranı $\frac{3}{4}$ ve büyük tabanın uzunluğu 8 cm ise yükseklik kaç cm dir? (1976)

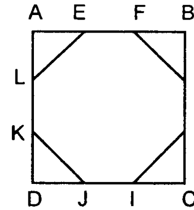
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

36. Yandaki şeklin alanı kaç birimkaredir? (1978)



A) 22 B) 16 C) 24 D) 14 E) 20

37. Bir kenarı 12 cm olan ABCD karesinin kenarları üçer eşit parçaya bölünerek EFGHIJKL sekizgeni elde ediliyor. Sekizgenin alanı kaç cm^2 dir? (1989-II)

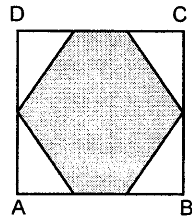


A) 128 B) 120 C) 112 D) 108 E) 96

38. ABCD karesinin [AB] ve [CD] kenarları üçer, [BC] ve [AD] kenarları da ikişer eşit parçaya bölünmüştür.

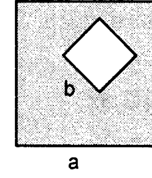
$\frac{\text{Altıgenin Alanı}}{\text{Karenin Alanı}}$

kaçtır? (1990-I)



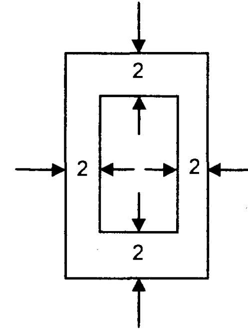
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$

39. Kenarları a ve b olan karelerin çevreleri toplamı 44 cm dir. Taralı alan 55 cm^2 ise a–b kaç cm dir? (1982-II)



A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

40. İçteki dikdörtgenin kenarları dıştakinden 2 şer cm içtedir. Dıştaki dikdörtgenin boyutları x cm ve y cm ise içtekinin alanı kaç cm^2 dir? (1984-II)



A) xy–4(x+y)+4
B) xy–2(x–y)+4
C) xy–4(y+x)+16
D) xy+2(x+y)–16
E) xy+x+y+4

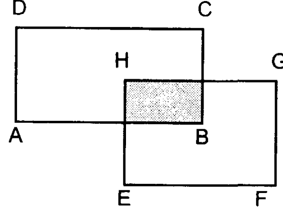
1. ABCD ve EFGH birer dikdörtgen,

$|AD| = 4$ cm,

$|DC| = 8$ cm,

$|EF| = 7$ cm,

$|FG| = 6$ cm ve



Alan(ABCD ∪ EFGH) =60 cm^2 olduğuna göre Alan(ABCD ∩ EFGH) taralı bölgesinin alanı kaç cm^2 dir? (1991-I)

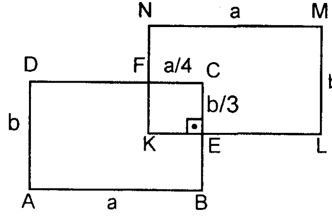
A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 9

2. ABCD ve KLMN boyutları eşit iki dikdörtgendir.

$|AB| = |NM| = a$

$|AD| = |ML| = b$

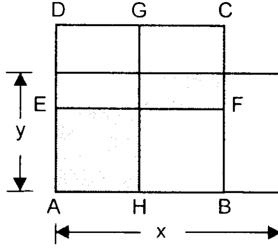
$|CE| = \frac{b}{3}$, $|CF| = \frac{a}{4}$



ise ABELMNFD çokgeninin alanı nedir? (1986-1)

A) $\frac{7}{2}$ ab B) $\frac{7}{12}$ ab C) $\frac{11}{6}$ ab D) 2ab E) $\frac{23}{12}$ ab

3. Şekildeki ABCD karesi [EF] ve [GH] doğru parçaları ile dört eşit kareye ayrılmıştır. ABCD nin alanı $4a^2$ olduğuna göre şekilde görüldüğü biçimde kenarları x, y olan dikdörtgenin içinde kalan taralı alanların toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?



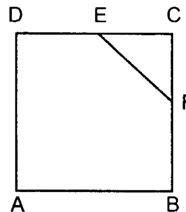
(1981-I)

A) a(2a–y) B) ax C) y(x–a)
D) a·y E) a·(y – a)

4. ABCD kare, EFC ikizkenar üçgen,

$\frac{\text{Alan(ABCD)}}{\text{Alan(EFC)}} = 8$

ise $\frac{|DC|}{|EC|}$ kaçtır?



(1985-II)

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. ABCD bir kare

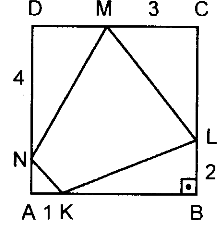
$|AB| = 5$ birim,

$|BL| = 2$ birim,

$|DN| = 4$ birim

$|AK| = 1$ birim ve

$|CM| = 3$ birim dir.



Bir kenarı 5 birim olan ABCD karesinin içine şekildeki gibi köşeleri karenin kenarları üzerinde olan KLMN dörtgeni çizilmiştir. Buna göre KLMN dörtgeninin alanı kaç birimkaredir? (1994-I)

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

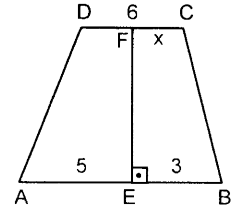
6. E∈[AB], F∈[CD],

EF ⊥ AB,

$|DC| = 6$ birim,

$|AE| = 5$ birim,

$|EB| = 3$ birimdir.



Şekildeki ABCD yamuğu tabanlara dik EF doğru parçasıyla alanları eş iki bölgeye ayrılmıştır. Buna göre $|CF| = x$ kaç birimdir? (1991-I)

A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

7. ABCD dik yamuk,

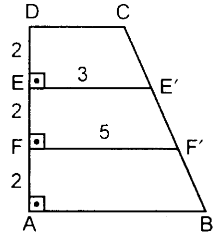
$|DE| = |EF| = |FA| = 2$ cm,

$|EE'| = 3$ cm,

$|FF'| = 5$ cm ve

DC // EE′ // FF′

ise Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?



(1987-II)

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

8. ABCD yamuk,

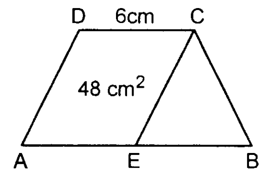
AECD paralelkenar,

$|AB| = 10$ cm,

$|CD| = 6$ cm ve

Alan(AECD) =48 cm^2

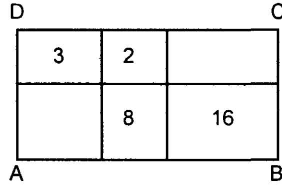
ise Alan($\overset{\triangle}{CEB}$) kaç cm^2 dir?



(1986-II)

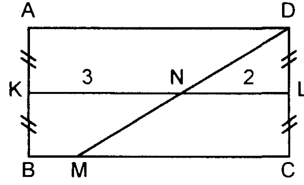
A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

9. ABCD dikdörtgeni şekilde görüldüğü gibi 6 dikdörtgene ayrılmıştır. Bunlardan dördünün alanı şekilde verilmiştir. ABCD dikdörgeninin alanı nedir? (1987-I)



A) 48 B) 45 C) 42 D) 39 E) 36

10. ABCD dikdörtgen, $|AK| = |KB|$, $|DL| = |LC|$, $|KN| = 3$ birim ve $|NL| = 2$ birim ise $\frac{\text{Alan(ABCD)}}{\text{Alan(DMC)}}$ oranı nedir? (1988-I)

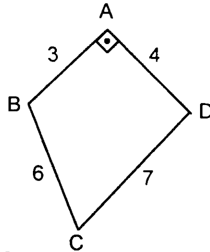


A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{7}{2}$

11. Bir kenarı 13 cm ve bir köşegeni 24 cm olan eşkenar dörtgenin alanı kaç cm^2 dir? (1987-II)

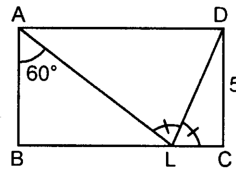
A) 60 B) 80 C) 90 D) 120 E) 150

12. Şekilde $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 6$ cm, $|CD| = 7$ cm $|AD| = 4$ cm ve $m(\hat{A}) = 90°$ ise Alan(ABCD) kaç cm^2 dir? (1988-II)



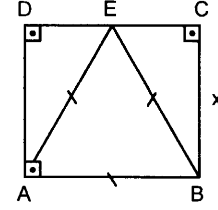
A) $9(2+\sqrt{5})$ B) $6(1+\sqrt{6})$ C) $5(2+\sqrt{7})$ D) $3(1+\sqrt{3})$ E) $2(3+\sqrt{3})$

13. ABCD bir dikdörtgen $m(\widehat{BAL}) = 60°$, $m(\widehat{ALD}) = m(\widehat{DLC})$ ve $|DC| = 5$ cm ise A(ABCD) kaç cm^2 dir? (1996-I)



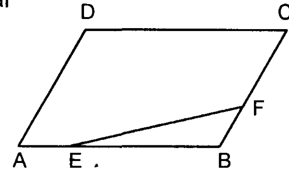
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

14. ABCD bir dikdörtgen EAB bir eşkenar üçgen ve ABCD dikdörtgeninin alanı $72\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre, $|BC| = x$ kaç cm dir? (1997-II)



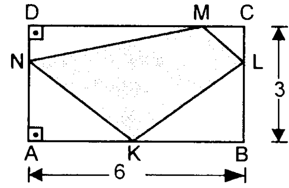
A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

15. ABCD bir paralelkenar $|AB| = 6 \cdot |AE|$, $|BC| = 4 \cdot |BF|$ ve EBF üçgeninin alanı 5 cm^2 olduğuna göre ABCD paralelkenarının alanı kaç cm^2 dir? (1999-İ)



A) 96 B) 84 C) 72 D) 60 E) 48

16. ABCD bir dikdörtgen $|DN| = |CL|$, $|AB| = 6$ cm ve $|BC| = 3$ cm ise KLMN dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1999-İ)

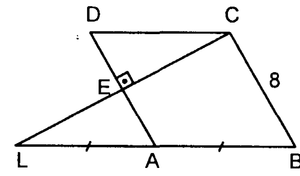


A) 8 B) 9 C) 10 D) 13 E) 14

17. Köşegenleri birbirine dik olan ABCD ikizkenar yamuğunun tabanları, $|AB| = 15$ cm ve $|DC| = 5$ cm dir. Bu yamuğun alanı kaç cm^2 dir? (1998-II)

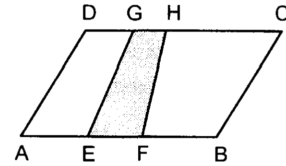
A) 50 B) 75 C) 100 D) 125 E) 150

18. $CL \perp DA$, $|LA| = |AB|$, $|CB| = 8$ cm ise şekildeki eşkenar dörtgenin alanı kaç cm^2 dir? (1998-I)



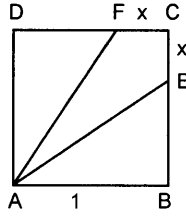
A) 16 B) 20 C) $16\sqrt{3}$ D) $20\sqrt{3}$ E) $32\sqrt{3}$

19. ABCD paralelkenarının alanı 80 cm^2, $|EF| = \frac{1}{4}|AB|$ ve $|GH| = \frac{1}{5}|DC|$ olduğuna göre EFHG dörtgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1997-I)



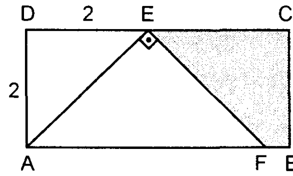
A) 4 B) 5 C) 9 D) 18 E) 27

20. ABCD karesinde,
$|AB| = 1$ birim ve
$\text{Alan}(AECF) = \dfrac{\text{Alan}(ABCD)}{2}$
olduğuna göre
$|FC| = |CE| = x$
kaç birimdir? (1993-II)



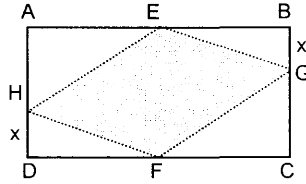
A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

21. ABCD dikdörtgen,
$|AD| = |DE| = 2$ cm,
$|AB| = 5$ cm,
$AE \perp EF$ ise
Alan(FBCE) kaç cm^2 dir? (1980)



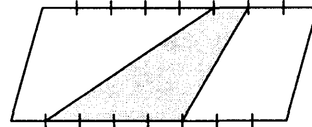
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

22. ABCD dikdörtgen,
E ve F kenarların orta noktaları,
$|AB| = 10$ birim,
$|AD| = 8$ birim,
$|DH| = |BG| = x$ ise
Alan(EGFH) kaç birimkaredir? (1983-II)



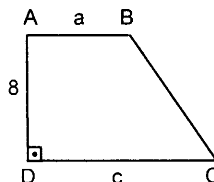
A) $10(8-x)+8(5-x)$ B) $20(8-x)$ C) 40
D) 20 E) $5(8-x)$

23. Alanı 160 cm^2 olan paralelkenarın karşılıklı iki kenarı 8 eşit parçaya bölünüyor. Bu parçalardan 1 tanesi bir kenar üzerinden, 4 tanesi karşı kenar üzerinden alınıp uçları birleştirilerek elde edilen (taranmış) alan kaç cm^2 olur? (1976)



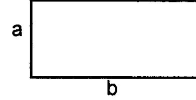
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

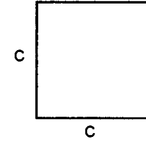
24. ABCD dik yamuk,
$|AD| = 8$ birim,
Alan(ABCD) =88 br^2
ise a+c kaç birimdir?
(1985-I)



A) 11 B) 13 C) 16 D) 19 E) 22

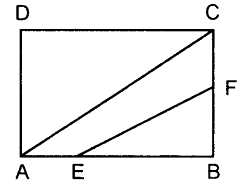
25. Şekildeki dikdörtgen ve karenin boyutları arasında $\dfrac{a+b}{2} = c$ bağıntısı vardır. a, b, c birer tamsayı ve karenin alanı 25 ise kare ile dikdörtgenin alanları farkı en çok kaç olabilir? (1985-I)





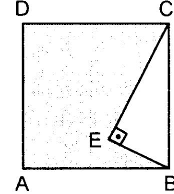
A) 1 B) 4 C) 7 D) 16 E) 19

26. ABCD dikdörtgeninde
$|AB| = 5|AE|$ ve
$|BC| = 3|CF|$ dir.
AEFC dörtgeninin alanı 35 cm^2 olduğuna göre ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1998-II)



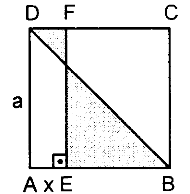
A) 105 B) 120 C) 135 D) 150 E) 175

27. ABCD karesinin çevresi 32 cm, BEC dik üçgeninin çevresi 18 cm dir. Buna göre taralı ABECD alanı kaç cm^2 dir?
(1996-I)



A) 54 B) 55 C) 56 D) 57 E) 58

28. ABCD kare,
$EF \perp AB$ dir.
$|AD| = a$, $|AE| = x$
ise taralı alanların toplamı hangisidir?
(1984-I)

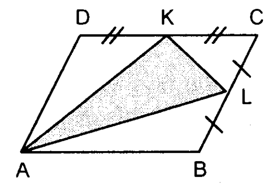


A) $x^2 + ax + a^2$ B) $2x^2 - ax + \dfrac{a^2}{2}$

C) $x^2 + 2ax + \dfrac{a^2}{4}$ D) $2x^2 + 2ax + a^2$

E) $x^2 - ax + \dfrac{a^2}{2}$

29. ABCD paralelkenar, K, L kenarların orta noktaları,
Alan(ABCD) =24 cm^2
ise Alan($\overset{\triangle}{AKL}$) kaç cm^2 dir? (1978)



A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

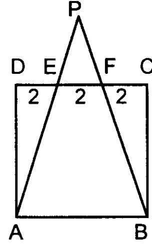
30. ABCD kare,

$|DE| = |EF| = |FC| = 2$ cm

ise Alan($\overset{\triangle}{PAB}$)

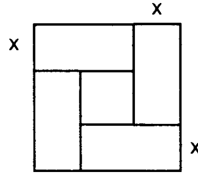
kaç cm^2 dir?

(1987-I)



A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 30

31. Kenar uzunluğu 1 birim olan kare, bir kare ile birbirine eş dört dikdörtgene ayrılmıştır. Bu beş parçanın alanları birbirine eşit ise x kaç birimdir? (1989-II)



A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3+\sqrt{6}}{6}$ D) $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{5-\sqrt{5}}{10}$

32. $m(\widehat{ABC}) = 90°$,

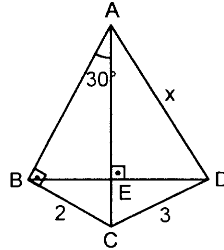
$m(\widehat{AED}) = 90°$,

$m(\widehat{BAE}) = 30°$,

$|CD| = 3$ cm ise

$|AD| = x$ kaç

cm dir? (1995-II)



A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{15}$ E) $\sqrt{17}$

33. ABCD paralelkenar,

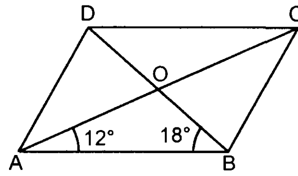
$m(\widehat{CAB}) = 12°$,

$m(\widehat{DBA}) = 18°$,

$|AC| = 6$ cm,

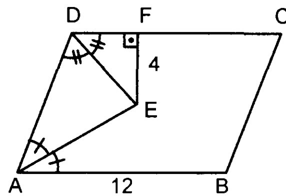
$|BD| = 4$ cm ise

Alan(ABCD) kaç cm^2 dir? (1976)



A) 24 B) 12 C) 6 D) $12\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

34. ABCD paralelkenar, AE ve DE açıortay, E'nin DC ye uzaklığı 4 cm ve $|AB| = 12$ cm ise Alan(ABCD) kaç cm^2 dir?
(1984-II)



A) 96 B) 92 C) 84 D) 72 E) 64

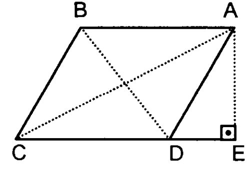
35. ABCD bir eşkenar dörtgendir.

$|AD| = 16$ cm,

$|BD| = 12$ cm ve

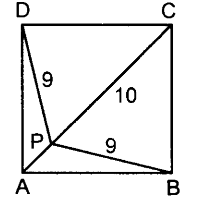
AE ⊥ CD olduğuna

göre $|AE|$ kaç cm dir? (1981-II)



A) 9 B) 9,2 C) 9,4 D) 9,6 E) 9,8

36. Şekildeki karenin bir köşegeni üzerindeki P noktasının üç köşeye uzaklıkları 9, 10, 9 birim olduğuna göre dördüncü köşeye uzaklığı kaç birimdir? (1986-II)



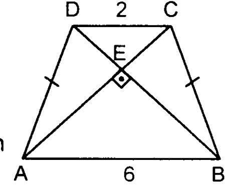
A) $\sqrt{62}$ B) $2\sqrt{14}$ C) $5\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\sqrt{39}$

37. ABCD bir ikizkenar yamuk,

$m(\widehat{AEB}) = 90°$, $|AB| = 6$ cm,

$|CD| = 2$ cm $|AD| = |BC|$ ise

ABCD ikizkenar yamuğunun alanı kaç cm^2 dir?

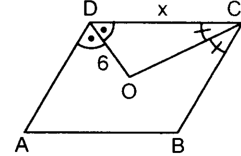


A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

38. ABCD bir eşkenar dörtgen, [DO] ile [CO] açıortaylar ve A(ABCD) = 96 cm^2 ise

$|DC| = x$ kaç cm dir?

(1999-İ)



A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 16

39. ABCD bir dik yamuk,

$m(\widehat{ADC}) = 90°$,

$m(\widehat{DAB}) = 90°$,

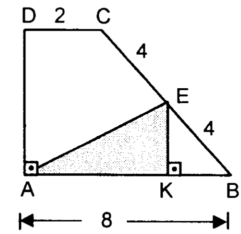
$m(\widehat{EKB}) = 90°$,

$|BE| = |CE| = 4$ cm

$|DC| = 2$ cm ve

$|AB| = 8$ cm ise AKE

üçgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1999-İ)



A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ D) $\frac{5\sqrt{11}}{2}$ E) $\frac{7\sqrt{11}}{2}$

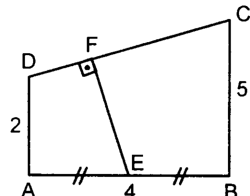
40. ABCD dik yamuğunda,

$|AE| = |EB|$, EF ⊥ CD,

$|AD| = 2$ cm, $|AB| = 4$ cm

ve $|BC| = 5$ cm ise $|EF|$

kaç cm dir? (1991-II)

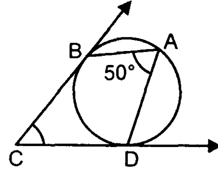


A) 2,8 B) 3 C) 3,5 D) 3,6 E) 4

1. [CB ve [CD teğet,

$m(\hat{A}) = 50°$ ise

$m(\hat{C})$ kaç derecedir?
(1983-II)

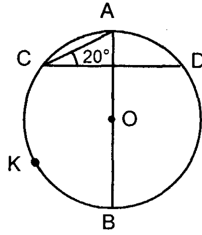


A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60

2. O, çemberin merkezi,
AB ⊥ CD,

$m(\hat{C}) = 20°$ ise

$m(\widehat{CKB})$ kaç derecedir?
(1984-I)

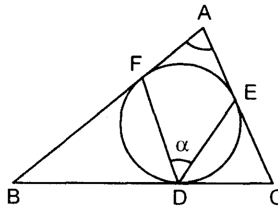


A) 70 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

3. Şekildeki ABC üçgeninin içteğet çemberinin değme noktaları D, E ve F dir.

$m(\hat{A}) = 50°$ ise

$m(\widehat{EDF}) = \alpha$ kaç derecedir? (1993-II)

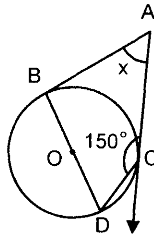


A) 70 B) 65 C) 60 D) 55 E) 50

4. [AB ve [AC, [BD] çaplı çemberin teğetleridir.

$m(\widehat{ACD}) = 150°$ ise

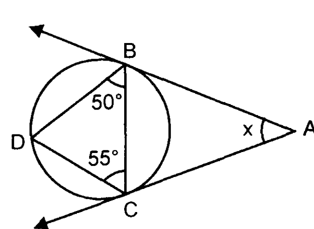
$m(\hat{A})$ kaç derecedir?
(1986-I)



A) 75 B) 60 C) 50 D) 45 E) 30

5. [AB ve [AC teğet,
$m(\widehat{CBD}) = 50°$,
$m(\widehat{BCD}) = 55°$ ise

$m(\hat{A})$ kaç derecedir?
(1985-I)



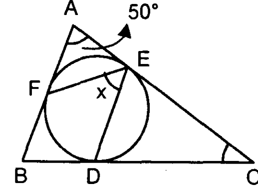
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

6. ABC üçgeninde içteğet çemberin değme noktaları D, E ve F dir.

$m(\hat{A}) = 50°$ ve

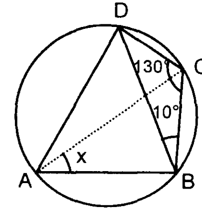
$m(\hat{C}) = 42°$ ise

$m(\widehat{DEF})$ kaç derecedir? (1979)



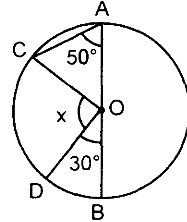
A) 32 B) 42 C) 44 D) 46 E) 71

7. ABCD bir kirişler dörtgeni,
$m(\widehat{BCD}) = 130°$,
$m(\widehat{CBD}) = 10°$
dlduğuna göre
$m(\widehat{BAC}) = x$
kaç derecedir? (1991-I)



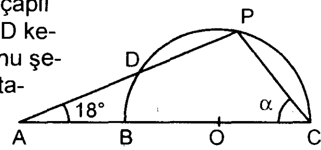
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

8. O çemberin merkezi,
$m(\widehat{OAC}) = 50°$,
$m(\widehat{BOD}) = 30°$ ise
$m(\widehat{DOC})$ kaç derecedir?
(1989-I)



A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

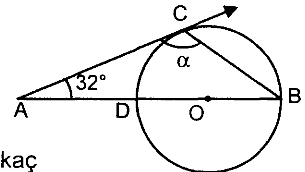
9. O merkezli [BC] çaplı yarım çemberin PD keseni, BC doğrusunu şekildeki gibi A noktasında kesmektedir. |AD| = |BO|



ve $m(\widehat{PAC}) = 18°$ olduğuna göre $m(\widehat{ACP}) = \alpha$ kaç derecedir? (1999)

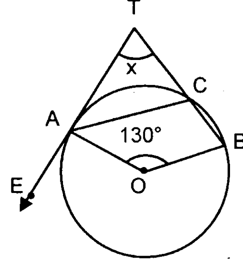
A) 51 B) 54 C) 57 D) 60 E) 63

10. O çemberin merkezi $m(\widehat{CAD}) = 32°$ ve [AC ışını, O merkezli çembere C noktasında teğet olduğuna göre $m(\widehat{ACB}) = \alpha$ kaç derecedir?
(1997-II)



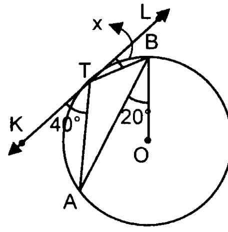
A) 115 B) 116 C) 117 D) 118 E) 119

11. B, C çember üzerinde T, B, C doğrusal, $m(\widehat{AOB}) = 130°$, [TE, O merkezli çembere A noktasında teğettir. AC // OB olduğuna göre $m(\widehat{ATC}) = x$ kaç derecedir? (1996-I)



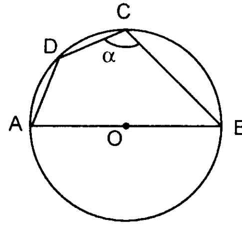
A) 50 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

12. $m(\widehat{KTA}) = 40°$, $m(\widehat{ABO}) = 20°$ ve KL doğrusu O merkezli çembere T noktasında teğet olduğuna göre $m(\widehat{LTB}) = x$ kaç derecedir? (1998-II)



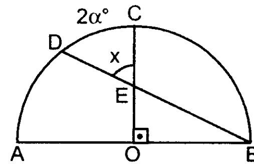
A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

13. O, çemberin merkezi; [AB] çapıdır. $|AD| = a$ cm, $|AB| = 2a$ cm olduğuna göre $m(\widehat{DCB}) = \alpha$ kaç derecedir? (1998-I)



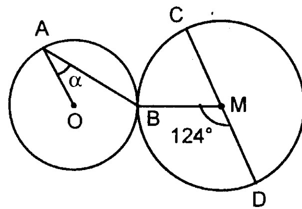
A) 120 B) 110 C) 100 D) 90 E) 80

14. O noktası [AB] çaplı yarım çemberin merkezidir. $m(\overset{\frown}{DC}) = 2\alpha°$ ve $m(\widehat{BOC}) = 90°$ ise $m(\widehat{DEC}) = x$ derece cinsinden hangisine eşittir? (1997-I)



A) α B) 2α C) α+45 D) α+90 E) 2α+45

15. [CD] çap, $m(\widehat{BMD}) = 124°$, M ve O merkezli çemberler B noktasında dıştan teğet ve [AO] // [CD] ise $m(\widehat{OAB}) = \alpha$ kaç derecedir? (1999-I)

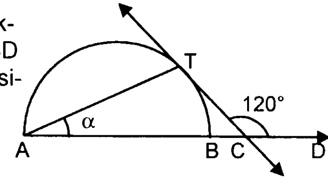


A) 33 B) 30 C) 28 D) 26 E) 21

16. Sabit bir [AB] doğru parçasına ortasından [OY dikmesi çiziliyor. A noktasından çizilen bir doğru [OY 'yi C noktasında kesiyor. C merkezli, [AC] yarıçaplı çember AC doğrusunu D noktasında kesiyor. $m(\widehat{BCD}) = 120°$ ise $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir? (1976)

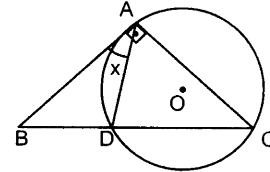
A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 60

17. Şekildeki [AB] çaplı yarı çemberin T noktasındaki teğeti, ABD doğrusunu C de kesiyor. $m(\widehat{DCT}) = 120°$ olduğuna göre $m(\widehat{TAB}) = \alpha$ kaç derecedir? (1992-I)



A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

18. ABC ikizkenar dik üçgen ve O, çemberin merkezi ise $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir? (1983-I)

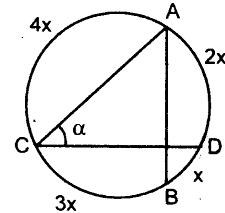


A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

19. r yarıçaplı çember içine çizilen bir ABC üçgeninde, $|AB| = |AC| = r$ ise A, B, C açıları sıra ile kaçar derecedir? (1978)

A) 90, 45, 45
B) 60, 60, 60
C) 110, 35, 35
D) 120, 30, 30
E) 150, 15, 15

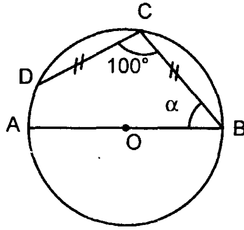
20. Şekildeki çemberde kesişen [AB] ve [CD] kirişlerinin oluşturduğu dört yayın derece türünden ölçüleri verildiğine göre α açısı kaç derecedir? (1992-I)



A) 32 B) 35 C) 36 D) 40 E) 45

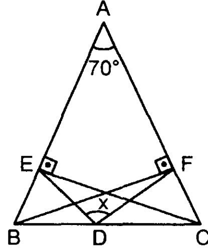
21. Şekilde $|CB| = |CD|$, $m(\widehat{BCD}) = 100°$, O merkezli çemberin [AB] çapı ile birbirine eşit [BC] ve [CD kirişleri çizilmiştir.

Buna göre $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ kaç derecedir?
(1994-I)



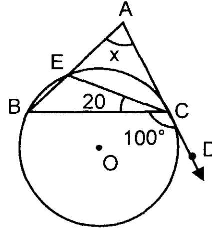
A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

22. [BF] ve [EC], ABC üçgeninin yükseklikleridir. $|BD| = |DC|$, $m(\widehat{A}) = 70°$ ise $m(\widehat{EDF})$ kaç derecedir?



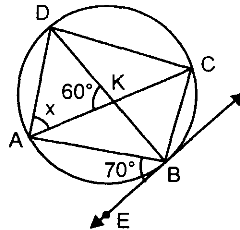
A) 40 B) 45 C) 60 D) 70 E) 75

23. [AD, O merkezli çemberin teğeti, $m(\widehat{BCE}) = 20°$, $m(\widehat{BCD}) = 100°$ ise $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?
(1984-II)



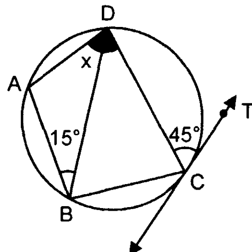
A) 45 B) 40 C) 35 D) 30 E) 25

24. BE teğet, $m(\widehat{ABE}) = 70°$, $m(\widehat{AKD}) = 60°$ ise $m(\widehat{DAC})$ kaç derecedir?
(1987-I)



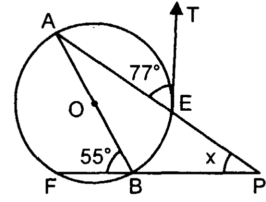
A) 60 B) 90 C) 120 D) 135 E) 150

25. CT teğet, $m(\widehat{ABD}) = 15°$, $m(\widehat{DCT}) = 45°$ ise $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir?
(1987-II)



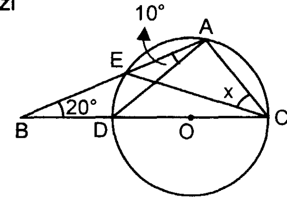
A) 60 B) 90 C) 120 D) 135 E) 150

26. [AB] çap, [ET teğet, $m(\widehat{ABF}) = 55°$, $m(\widehat{AET}) = 77°$ ise $m(\widehat{P})$ kaç derecedir?
(1986-II)



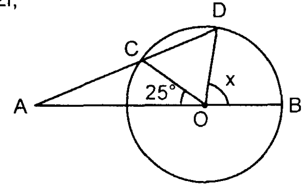
A) 39 B) 40 C) 41 D) 42 E) 43

27. O çemberin merkezi $m(\widehat{B}) = 20°$, $m(\widehat{BAD}) = 10°$ ise $m(\widehat{ECA})$ kaç derecedir?
(1983-II)



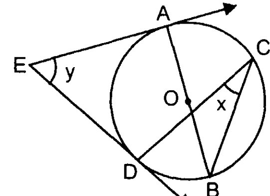
A) 55 B) 50 C) 45 D) 40 E) 35

28. O, çemberin merkezi, $|AC| = |OB|$, $m(\widehat{COA}) = 25°$ ise $m(\widehat{BOD})$ kaç derecedir?
(1982-II)



A) 50 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

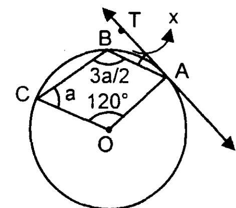
29. O, çemberin merkezi, [EA ve [ED teğet ise x ve y arasındaki bağıntı nedir?
(1981-II)



A) $y = x$ B) $y = 2x$ C) $y = \frac{x}{2}$

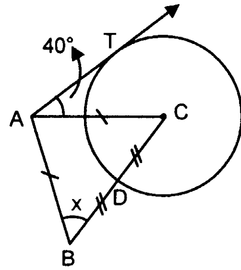
D) $y = 90 - x$ E) $y = \frac{90 + x}{2}$

30. O, çemberin merkezi, AT teğet, $m(\widehat{B}) = \frac{3a}{2}$, $m(\widehat{C}) = a$ ve $m(\widehat{ABC}) = 120°$ ise $m(\widehat{BAT})$ kaç derecedir?
(1980)



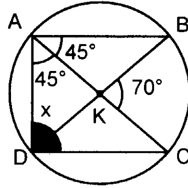
A) 35 B) 40 C) 50 D) 60 E) 75

31. C, çemberin merkezi, AT teğet, $|AB| = |AC|$, $|BD| = |DC|$, $m(\widehat{CAT}) = 40°$ ise $m(\widehat{B})$ kaç derecedir? (1983-II)



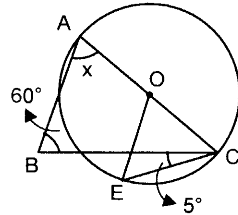
A) 80 B) 70 C) 60 D) 50 E) 40

32. $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAB}) = 45°$ ve $m(\widehat{BKC}) = 70°$ ise $m(\widehat{ADC})$ kaç derecedir? (1978)



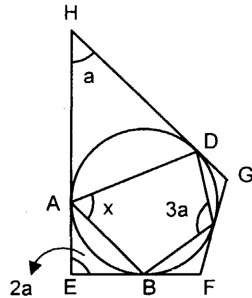
A) 100 B) 110 C) 90 D) 70 E) 115

33. O, çemberin merkezi, AB // OE, $m(\widehat{B}) = 60°$, $m(\widehat{BCE}) = 5°$ ise $m(\widehat{A})$ kaç derecedir? (1979)



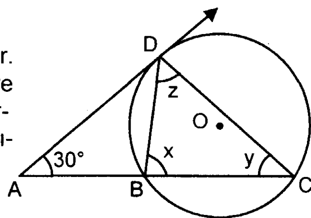
A) 35 B) 40 C) 45 D) 70 E) 80

34. ABCD kirişler dörtgeni, EFGH teğetler dörtgenidir. $m(\widehat{H}) = a$, $m(\widehat{E}) = 2a$, $m(\widehat{BCD}) = 3a$ ise $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir? (1984-II)



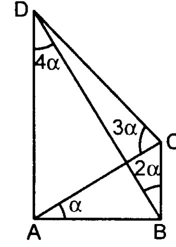
A) 65 B) 60 C) 55 D) 50 E) 45

35. [AD, O merkezli çemberin teğetidir. Şekilde verilenlere göre aşağıdakilerden hangisi çıkarılamaz? (1985-I)



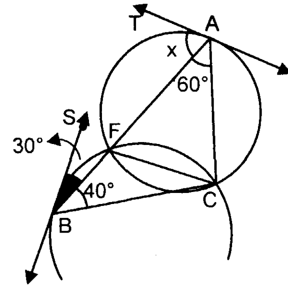
A) y+z<150° B) x >30° C) x >y
D) 2x+z>180° E) x >z

36. Şekildeki kirişler dörtgeninde, işaretli dört açının ölçüleri verilmiştir. Buna göre dörtgenin ABC açısının ölçüsü kaç derecedir? (1993-I)



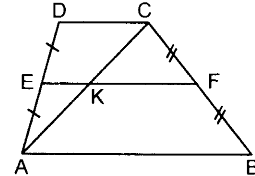
A) 90 B) 80 C) 75 D) 70 E) 60

37. AFC ve FBC üçgenlerinin çevrel çemberleri çiziliyor. BS ve AT teğet, $m(\widehat{FBC}) = 40°$, $m(\widehat{BAC}) = 60°$ ve $m(\widehat{FBS}) = 30°$ ise $m(\widehat{BAT})$ kaç derecedir? (1988-II)



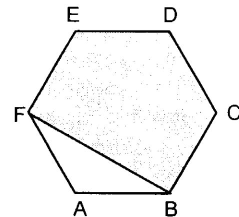
A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

38. ABCD bir yamuk, [EF] orta taban, $A(AEK) = 4$ cm^2 ve $A(CFK) = 8$ cm^2 ise A(ABCD) kaç cm^2 dir? (1996-I)



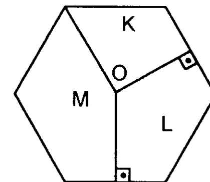
A) 48 B) 44 C) 40 D) 36 E) 24

39. Şekildeki ABCDEF düzgün altıgenindeki taralı alan $720\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğu kaç cm dir? (1997-II)



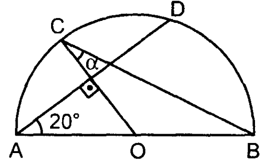
A) 12 B) 14 C) 20 D) 22 E) 24

40. O merkezli çember içine çizilen düzgün altıgende K, L ve M bölgelerinin alanları hangi sayılarla orantılıdır? (1999-İ)



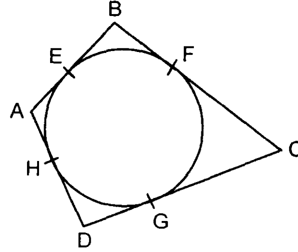
	K	L	M
A)	1	3	6
B)	1	5	6
C)	2	3	6
D)	3	4	5
E)	3	4	6

1. O merkezli [AB] çaplı yarım çember; C ve D, AB yayı üzerinde, $[OC] \perp [AD]$ ve $m(\widehat{DAB}) = 20°$ ise $m(\widehat{OCB}) = \alpha$ kaç derecedir? (1994-II)



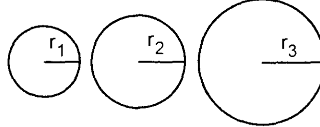
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

2. Şekilde $|AH| = 1$ cm, $|HD| = 3$ cm, $|DC| = 6$ cm ve $|BC| = 5$ cm ise $|BE|$ uzunluğu kaç cm dir? (1974)



A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

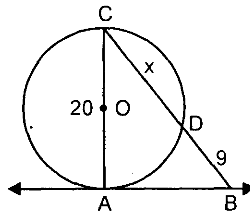
3. Çemberlerin yarıçapları r_1, r_2, r_3, çevreleri $Ç_1$, $Ç_2$, $Ç_3$ tür. $Ç_1 < Ç_2 < Ç_3$,



$a = \frac{Ç_1}{2r_1}$, $b = \frac{Ç_2}{2r_2}$, $c = \frac{Ç_3}{2r_3}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur? (1987-I)

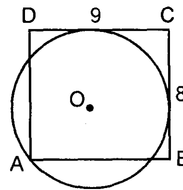
A) c<b<a B) b<c<a C) a<c<b
D) a<b<c E) a =b =c

4. Şekildeki [AC] çaplı çemberin, A daki teğetine ait B noktasını C ye birleştiren doğru, çemberi D de kesmektedir. $|AC| = 20$ cm ve $|BD| = 9$ cm ise $|CD| = x$ kaç cm dir? (1999)



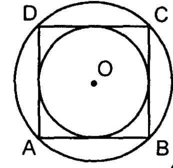
A) 18 B) 16 C) 15 D) 14 E) 12

5. Kenarları 9 cm ve 8 cm olan ABCD dikdörtgeninin A köşesinden geçen O merkezli çember, bu dikdörtgenin [BC] ve [DC] kenarlarına teğettir. $|DC| = 9$ cm, $|BC| = 8$ cm ise çemberin yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir? (1999)



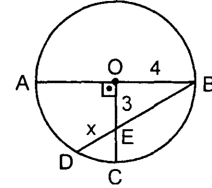
A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 6 D) 5 E) 2

6. Şekildeki O merkezli iki çember, ABCD karesinin iç teğet ve çevrel çemberidir. Çevrel çemberin alanının iç teğet çemberin alanına oranı kaçtır? (1997-II)



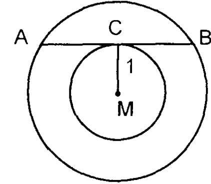
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

7. O, çemberin merkezi, $m(\widehat{AOC}) = 90°$, $|OB| = 4$ cm ve $|OE| = 3$ cm ise $|DE| = x$ kaç cm dir? (1997-II)



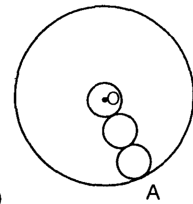
A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

8. İki çember de M merkezli, [AB] kirişi küçük çembere C de teğet, $|AB| = 6$ cm, $|CM| = 1$ cm ise büyük çemberin yarıçapı kaç cm dir? (1988-I)



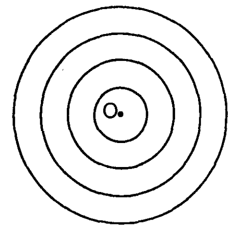
A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) $\sqrt{10}$

9. Yarıçapı R olan O merkezli çemberin içine yarıçapları r olan birbirine dıştan teğet üç eş çember çizilmiştir. En içteki çember O merkezlidir. OA doğrusu üç değme noktasından geçtiğine göre r/R oranı kaçtır? (1986-I)



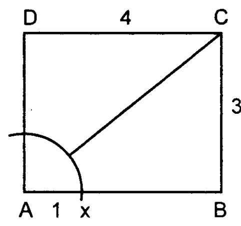
A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

10. Aynı merkezli dört çemberin O'dan başlayan bir ışın üzerinde ayırdığı parçalar birbirine eşittir. Buna göre en dıştaki çemberin çevresi, en içtekinin çevresinin kaç katıdır? (1982-I)



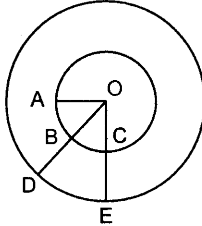
A) 16 B) 9 C) 8 D) 6 E) 4

11. Kenar uzunlukları 4 birim ve 3 birim olan ABCD dikdörtgeninde, şekildeki gibi A merkezli 1 birim yarıçaplı çember yayı çizilmiştir. C nin, bu yay üzerinde kendisine en yakın olan nokta ile arasındaki uzaklık kaç birimdir? (1993-I)



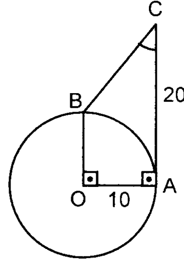
A) 4,3 B) 4,2 C) 4 D) $2\sqrt{3}$ E) 3

12. O merkezli iki çemberden içtekinin yarıçapı R =100 m. dıştakinin yarıçapı R′=101 m. dir. AC ve DE yaylarının uzunlukları eşit ve 404 m. dir. AB yayının uzunluğu kaç m. dir? (1981-I)



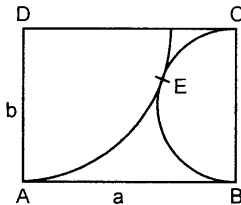
A) 14 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

13. O çemberin merkezi, $OB \perp OA$, $AC \perp OA$ dır. $|OA| = 10$ cm, $|AC| = 20$ cm ise $m(\widehat{C})$ kaç derecedir? (1984-II)



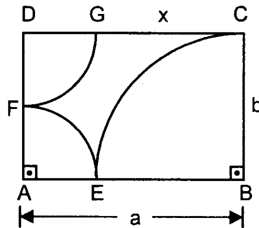
A) 15 B) 30 C) 37,5 D) 45 E) 60

14. ABCD dikdörtgeninde $|AB| = a$, $|AD| = b$ dir. D merkezli b yarıçaplı dörtte bir çember ile [BC] çaplı yarı çember E de teğettir. $\frac{a}{b}$ kaçtır? (1987-I)



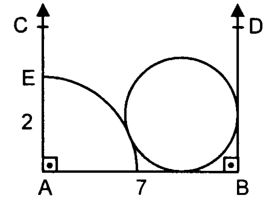
A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

15. ABCD dikdörtgen, $|AB| = a$, $|BC| = b$, EC; B merkezli, EF; A merkezli, FG; D merkezli çember yayı ise $|CG|$ nedir? (1987-II)



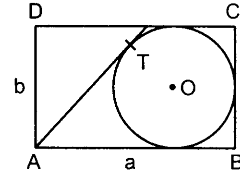
A) a–2b B) 2a–b C) 2(a–b) D) 3a–2b E) 2a–3b

16. $CA \perp AB$, $BD \perp AB$, $|AB| = 7$ birim ve $|AE| = 2$ birim ise A merkezli ve 2 birim yarıçaplı çembere, AB doğrusuna ve BD doğrusuna teğet olan çemberin yarıçapı kaç birimdir? (1990-II)



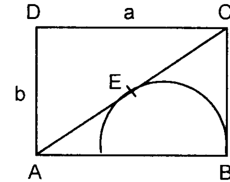
A) 3,5 B) 3 C) 2,5 D) 2 E) 1,5

17. ABCD dikdörtgen, $|AB| = a$, $|AD| = b$ ve O merkezli çember üç kenara teğettir. [AT teğetinin değme noktası T ve $|AD| = |AT|$ olduğuna göre $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır? (1992-I)



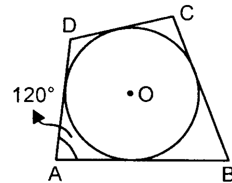
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

18. Kenar uzunlukları a ve b olan bir ABCD dikdörtgeninde bir çember [BC] ye B de, [AC] ye E de teğettir. $|AD| = |AE|$ olduğuna göre $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır? (1991-II)



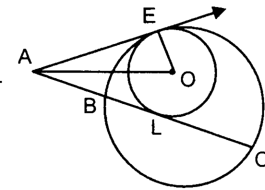
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

19. ABCD bir teğetler dörtgeni, O, çemberin merkezi, $m(\widehat{DAB})=120°$ ve $|OA| = 8\sqrt{3}$ cm olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm dir? (1997-II)



A) 12 B) 13 C) 14 D) $5\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{3}$

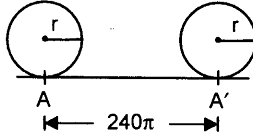
20. Şekildeki iki çember E de içten teğet ve içteki çemberin merkezi O dur. [AE ışını çemberlere E de teğet, dış çemberin ABC keseni içteki çembere L de teğettir.



$|OE| = 10$ cm, $|OA| = 26$ cm, $|LC| = 12$ cm olduğuna göre $|BL|$ kaç cm dir? (1996-II)

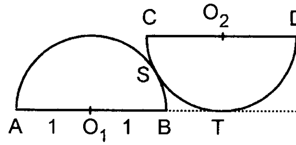
A) 13 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

21. A noktasından yuvarlanmaya başlayan r yarıçaplı bir çember 5 tam dönme yaparak şekildeki gibi A′ noktasında durmuştur. $|AA'| = 240\pi$ cm olduğuna göre çemberin yarıçapı r kaç cm dir? (1998-I)



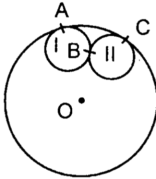
A) 30 B) 26 C) 24 D) 20 E) 18

22. AB // CD dir. O_1, O_2 çemberlerin merkezleri, $|AB| = |CD| = 2$ birim, T ve S değme noktaları ise $|BT|$ kaç birimdir? (1986-II)



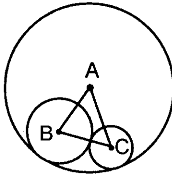
A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{3}-1$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

23. Şekilde, I ve II çemberleri birbiriyle özdeştir. Bu çemberler A ve C noktasında dış çembere, B de de birbirine teğettir. Dış çember içine her iki çemberi de kesecek biçimde çizilecek III. bir çemberin, bu iki çemberden eşit parçalar ayırabilmesi için hangi özelliği sağlaması yeterlidir? (1980)



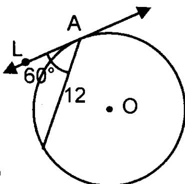
A) Merkezinin I. ve II. çemberin ortak teğeti üzerinde olması
B) Çapının, dış çember çapının yarısına eşit olması
C) I. ve II. çemberle aynı büyüklükte olması
D) Dış çembere teğet olması
E) Dış çemberin merkezinden geçmesi

24. Şekildeki üç çember ikişer ikişer teğettir ve merkezleri ABC üçgeninin köşeleridir. Çemberlerin yarıçapları 8 cm, 3 cm, 2 cm ise üçgenin çevresi kaç cm dir? (1983-II)



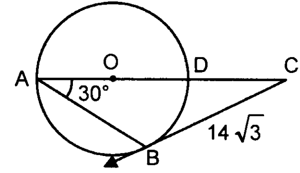
A) 13 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

25. LA, O merkezli çembere A noktasında teğettir. $m(\widehat{LAB}) = 60°$ ve $|AB| = 12$ birim ise çemberin yarıçapı kaç birimdir? (1993-I)



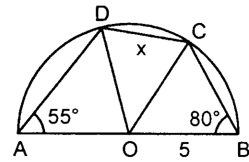
A) 6 B) $6\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

26. [AD], O merkezli çemberin çapı; A, D, C doğrusal; [CB, B noktasında çembere teğet, $m(\widehat{DAB}) = 30°$ ve $|CB| = 14\sqrt{3}$ birim ise $|DC|$ kaç birimdir? (1995-I)



A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

27. [AB] çaplı yarıçemberin merkezi O dur. $m(\widehat{DAO}) = 55°$, $m(\widehat{CBO}) = 80°$ ve $|OB| = 5$ birim ise $|CD| = x$ kaç birimdir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) $5\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{3}$

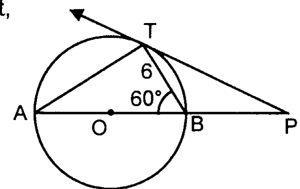
28. $2<|AB|<8$ olmak üzere, A noktasından 3 birim, B noktasından 5 birim uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir? (1996-II)

A) İki nokta
B) İki çember yayı
C) Bir doğru parçası
D) Bir doğru
E) Bir çember

29. Bir saat kulesindeki saatin akrebinin uzunluğu 72 cm dir. Bu akrebin ucu 1 saatte kaç cm yol alır? (1999)

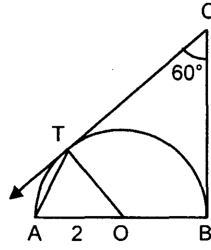
A) 12π B) 10π C) 8π D) 6π E) 4π

30. [AB] çap, PT teğet, $m(\widehat{ABT}) = 60°$ ve $|BT| = 6$ cm ise $\frac{|PB|}{|AT|}$ kaçtır? (1990-I)



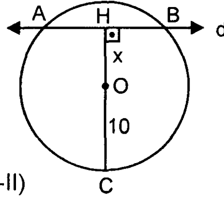
A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

31. O, yarıçemberin merkezi, $|OA| = 2$ cm, [CB ve [CT teğet ve $m(\widehat{BCT}) = 60°$ ise $|AT|$ kaç cm dir? (1987-II)



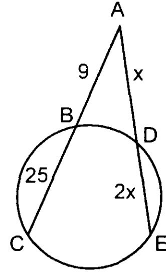
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1 D) 2 E) 3

32. d doğrusu O merkezli çemberi A ve B de kesmektedir. $O \in [CH]$, $CH \perp d$, $|OC| = r = 10$ cm ve $2|HB| = |CH|$ ise $|OH| = x$ kaç cm dir? (1996-II)



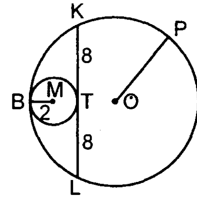
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

33. $|AB| = 9$ cm, $|BC| = 25$ cm ve $|DE| = 2x$ ise $|AD| = x$ kaç cm dir? (1998-II)



A) $8\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $\sqrt{17}$ D) $\sqrt{51}$ E) $\sqrt{102}$

34. Şekilde yarıçapı 2 cm olan M merkezli çember, O merkezli, r yarıçaplı çembere B noktasında içten teğet ve O merkezli çember içindeki [KL] kirişine de T noktasında teğettir. $|KT| = |TL| = 8$ cm ise O merkezli çemberin yarıçapı $|OP| = r$ kaç cm dir? (1999-İ)



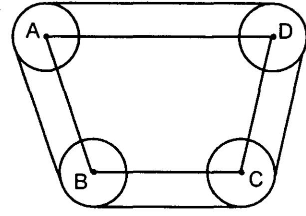
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

35. Merkezleri arasındaki uzaklık 15 birim olan, r ve R yarıçaplı eş düzlemli iki çember farklı iki noktada kesişmektedir.

$\frac{r}{R} = \frac{1}{4}$ olduğuna göre r için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? (1997-I)

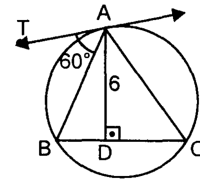
A) $1<r<3$ B) $3<r<5$ C) $5<r<6$
D) $6<r<7$ E) $7<r<8$

36. A, B, C ve D bir düzlemin dört noktası olmak üzere, merkezleri bu noktalar olan 3 cm yarıçaplı dört makara, şekildeki gibi bir iple sıkıca çevrelenmiştir. ABCD dörtgeninin çevresi 47π cm olduğuna göre, ipin uzunluğu kaç cm dir? (1999)



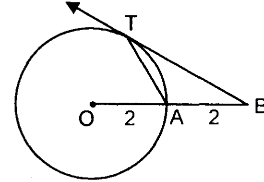
A) 50π B) 51π C) 53π D) 56π E) 60π

37. AT teğet, $m(\widehat{TAB}) = 60°$, $AD \perp BC$ dir. $|AD| = 6$ cm ise $|AC|$ kaç cm dir? (1985-II)



A) 8 B) 7 C) $4\sqrt{3}$ D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

38. Şekildeki [BT ışını O merkezli [OA] yarıçaplı çembere T noktasında teğettir. $|OA| = |AB| = 2$ cm olduğuna göre, TAB üçgeninin alanı kaç cm² dir? (1995-II)

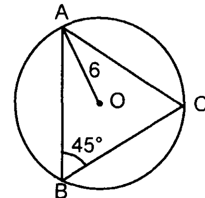


A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{10}$

39. Çevrel çemberinin yarıçapı R olan bir ABC üçgeninde, $m(\hat{A}) = 30°$ ise $|BC|$ uzunluğu ne kadardır? (1976)

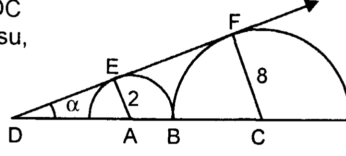
A) R B) $\frac{R}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}R}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}R}{2}$ E) 2R

40. ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O dur. $m(\hat{B}) = 45°$ ve $|OA| = 6$ cm ise O noktasının [AC] ye uzaklığı kaç cm dir? (1998-II)



A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

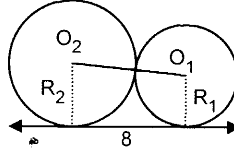
1. A ve C noktaları çemberlerin merkezleri, EF ortak teğet, DC merkezler doğrusu, B çemberlerin değme noktası, $|EA| = 2$ birim, $|FC| = 8$ birim,



$m(\hat{D}) = \alpha$ ise $\tan\alpha$ kaçtır? (1988-II)

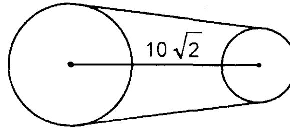
A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

2. R_1, R_2 yarıçaplı, O_1, O_2 merkezli çemberler teğettir. Ortak dışteğetin uzunluğu 8 birim ise $R_1 \cdot R_2$ çarpımı nedir? (1982-II)



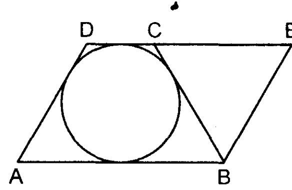
A) 16 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

3. Merkezleri arasındaki uzaklık $10\sqrt{2}$ cm olan 1 cm ve 11 cm yarıçaplı iki çelik çemberi gergin olarak saran kayışın uzunluğu kaç cm dir? (1987)



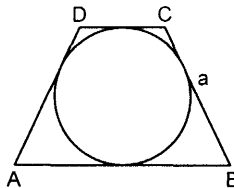
A) $20+18\pi$ B) $20+3\pi$ C) $20+17\pi$
D) $20+6\pi$ D) $20+12\pi$

4. ABCD teğetler dörtgeni, ABED bir paralelkenardır. $|AB| = 8$ cm, $|DC| = 5$ cm ise BEC üçgeninin çevresi kaç cm dir? (1983-II)



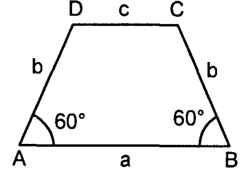
A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

5. Çemberin yarıçapı R, ABCD ikizkenar yamuğunun $|BC|$ kenar uzunluğu a dır. Alan(ABCD) nedir? (1980)



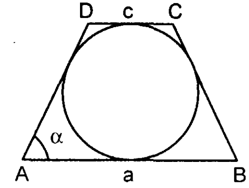
A) $\frac{2}{3}$aR B) 2ar C) $\frac{3}{2}$aR D) $\frac{5}{2}$aR E) 3ar

6. $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 60°$, $|AD| = |BC| = b$, $|AD| = a$, $|CD| = c$ ve ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgeni ise $\frac{a}{c}$ kaçtır? (1988-II)



A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

7. ABCD ikizkenar yamuğu bir teğetler dörtgenidir. $m(\widehat{DAB}) = \alpha$, $|AB| = a$, $|CD| = c$ ve $a>c$ ise $\cos\alpha$ nedir? (1987-II)



A) $\frac{a-c}{a+c}$ B) $\frac{a-c}{2a+c}$ C) $\frac{a-c}{a+2c}$
D) $\frac{a}{a+c}$ E) $\frac{c}{a+c}$

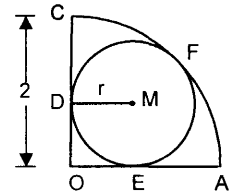
8. Çapı 26 cm olan bir çemberin içine tabanları 24 cm ve 10 cm olan bir yamuk çiziliyor. Merkez, yamuğun içinde olduğuna göre yamuğun alanı kaç cm^2 dir? (1975)

A) 109 B) 130 C) 260 D) 289 E) 320

9. Birbirine içten teğet iki çemberin merkezler arası uzaklığı 10 cm ve büyük çemberin çapı 22 cm dir. Buna göre küçük çemberin çapı kaç cm dir? (1990-II)

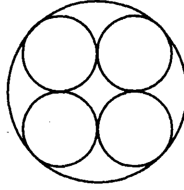
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Şekilde merkezi O, yarıçapı 2 birim olan dörtte bir çember içindeki M merkezli, r yarıçaplı çember [OC] ye D de, [OA] ya E de ve CA ya F de teğettir. $[OC] \perp [OA]$ olduğuna göre $|DM| = r$ kaç birimdir? (1994-II)



A) $2\sqrt{3}-2$ B) $2\sqrt{2}-2$ C) $2\sqrt{2}-1$
D) $\sqrt{3}-1$ E) $\sqrt{2}-1$

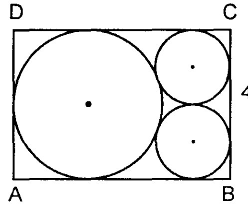
11. Herbirinin yarıçapı 5 cm olan dört çember şekildeki gibi birbirine dıştan teğet ve hepsi birden bir büyük çembere içten teğettir. Büyük çemberin yarıçapı kaç cm dir? (1976)



A) $5\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2}$ C) $\frac{25}{2}\sqrt{2}$

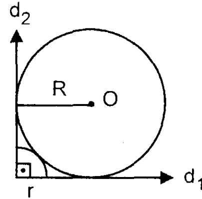
D) $5(\sqrt{2}-1)$ E) $5(\sqrt{2}+1)$

12. [BC] uzunluğu 4 cm olan ABCD dikdörtgeninin içine, şekildeki gibi aralarında teğet olan üç çember çizilmiştir. Büyük çember dikdörtgenin üç kenarına, eş olan iki çember iki ikişer kenarına teğettir. Köşeleri bu çemberlerin merkezleri olan üçgenin alanı kaç cm^2 dir?



A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 2 E) 3

13. Yarıçapı r olan dörtte bir çember ile d_1 ve d_2 doğrularına teğet olan çemberin R yarıçapı ne olur? (1975)



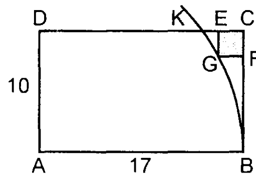
A) $r(\sqrt{2}-1)$ B) $r\sqrt{2}$ C) $r(\sqrt{2}+1)$

D) $2\sqrt{2}\,r$ E) 2r

14. Bir ABCD eşkenar dörtgeninin açılarından biri kendisine komşu olan açının yarısına eşittir. Bu dörtgenin kenarlarına teğet olarak çizilen çemberin yarıçapı r ise dörtgenin alanı kaç r^2 dir?

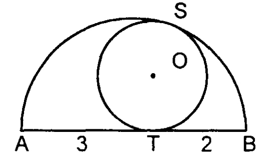
A) 3 B) 2 C) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

15. ABCD dikdörtgen, $|AB| = 17$ cm ve $\widehat{KGB}$ A merkezli çember yayıdır. GFCE karesinin bir kenarı kaç cm dir? (1990-II)



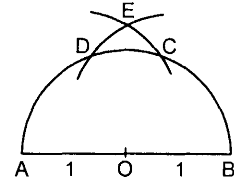
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

16. [AB], yarım çemberin çapı, $|AT| = 3$ birim, $|TB| = 2$ birim ve O merkezli çember [AB] ye T de, AB ye S de teğettir. Bu çemberin yarıçapı nedir? (1991-II)



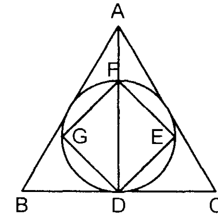
A) 1,0 B) 1,2 C) 1,5 D) 1,6 E) 1,8

17. O merkezli, $|OA| = 1$ cm yarıçaplı yarıçember D ve C noktalarıyla üç eşit parçaya ayrılmıştır. A merkezli [AC] yarıçaplı çember ile B merkezli [BD] yarıçaplı çember yayları E de kesişmiştir. $|OE|$ kaçtır? (1988-II)



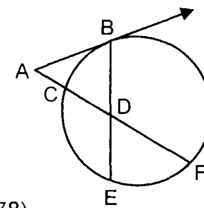
A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

18. ABC üçgeninin içteğet çemberi ile bu çember içine DEFG karesi çiziliyor. Karenin alanının, eşkenar üçgenin alanına oranı nedir? (1977)



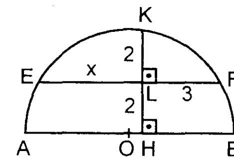
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ E) $\frac{2}{5}$

19. AB doğrusu çembere B de teğettir. $|AB| = |AD| = |DE|$, $|AC| = 1$ cm ve $|CF| = 15$ cm ise $|BD|$ kaç cm dir? (1978)



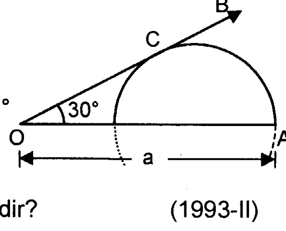
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

20. [AB] çaplı O merkezli yarım çemberde, [HK] ⊥ [EF], [HK] ⊥ [AB], $|KL| = |LH| = 2$ birim ve $|LF| = 3$ birim ise $|EL| = x$ kaç birimdir? (1992-II)



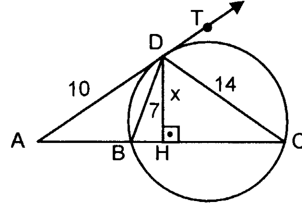
A) 8 B) 6 C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

21. Şekilde A dan geçen ve merkezi [OA] üzerinde olan çember, OB ye C de teğettir. $m(\widehat{AOB}) = 30°$ ve $|OA| = a$ birim ise çemberin yarıçapının a türünden değeri hangisidir? (1993-II)



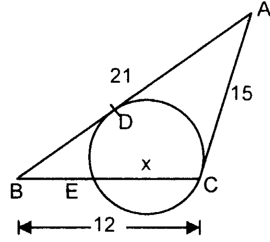
A) $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{a}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{a}{3}$ E) $\frac{a}{4}$

22. [AT, D noktasında teğet, B, C çember üzerinde, $DH \perp AC$, $|AD| = 10$ cm, $|DC| = 14$ cm ve $|DB| = 7$ cm ise $|DH| = x$ kaç cm dir? (1996-I) (Düzeltilmiş biçimi)



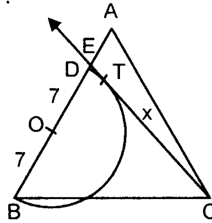
A) $\frac{3}{5}\sqrt{66}$ B) $\frac{4}{5}\sqrt{66}$ C) $\sqrt{66}$
D) $\frac{6}{5}\sqrt{66}$ E) $\frac{7}{5}\sqrt{66}$

23. Şekildeki çember [AC] ye C de, [AB] ye D de teğettir. $|AB| = 21$ birim, $|AC| = 15$ birim ve $|BC| = 12$ birim ise $|EC| = x$ kaç birimdir? (1992-II)



A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

24. Merkezi [AB] üzerinde olan O merkezli [BD] çaplı yarım çember CE doğrusuna T de teğettir. ABC eşkenar üçgen, $|AC| = 16$ cm ve $|OB| = |OD| = 7$ cm ise $|CT| = x$ kaç cm dir? (1994-II)

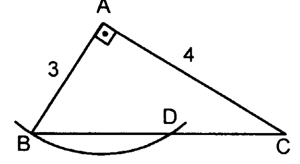


A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

25. r yarıçaplı bir çember içine bir kenar uzunluğu $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ olan bir düzgün çokgen çizilmiştir. Buna göre düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır? (1994-II)

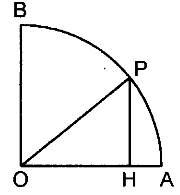
A) 20 B) 18 C) 15 D) 13 E) 12

26. $AB \perp AC$ dir. $|AC| = 4$ cm, A merkezli ve B den geçen çember [BC] yi ayrıca D de kesiyor. $|CD|$ kaç cm dir? (1990-II)



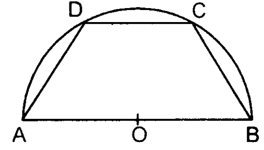
A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{9}{5}$ E) 2

27. Dik yarıçapları [OA], [OB] olan dörtte bir birim çember üzerindeki değişken bir P noktasının OA üzerindeki dik izdüşümü H olduğuna göre POH üçgeninin çevresi en çok kaç birim olabilir? (1990-II)



A) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}-1$ C) $2\sqrt{3}-1$
D) $1+\sqrt{3}$ E) $1+\sqrt{2}$

28. Çapı $|AB| = 2$ birim olan bir yarıçemberin içine çizili ABCD yamuğunun alanı en büyük değerini aldığında yüksekliği kaç birim olur? (1990-II)

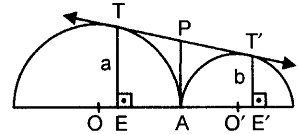


A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

29. Bir çembere ait aşağıdaki bilgilerin hangisinin verilmesi bu çemberin yarıçapını bulmak için yeterli değildir? (1981-I)

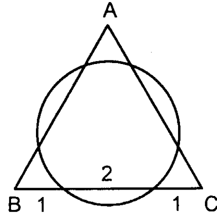
A) İki kirişi
B) Bir kirişi ve bu kirişi gören çevre açısı
C) Bir kirişi ve merkezin bu kirişe uzaklığı
D) Farklı iki teğeti ve birinin değme noktası
E) Bir kirişi ve bir teğeti

30. O ve O′ merkezli çemberler A da teğettir. TT′ ortak teğet, $TE \perp OO'$, $|TE| = a$ ve $|T'E'| = b$ ise $|TT'|$ nedir? (1984-II)



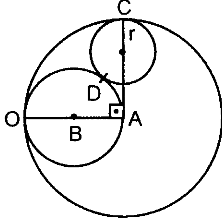
A) 4(a–b) B) $a+\frac{3b}{2}$ C) $\frac{2a}{3}+b$
D) $\frac{2(a+b)}{2}$ E) a+b

31. Bir kenarı 4 cm olan eşkenar bir üçgenin kenarları üzerinde, köşelerden uzaklıkları 1'er cm olan 6 nokta alınıyor. Bu noktalardan geçen çemberin yarıçapı kaç cm dir? (1989-II)



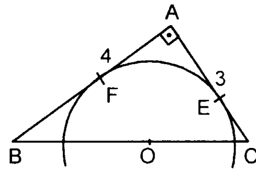
A) 2 B) $\sqrt{\frac{20}{3}}$ C) $\sqrt{\frac{7}{3}}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

32. Merkezi B, yarıçapı 3 birim olan küçük çember, merkezi A, yarıçapı 5 birim olan büyük çembere şekildeki gibi O'da teğettir. [AC] büyük çemberin [OA] ya dik bir yarıçapıdır. Büyük çembere C de içten teğet, küçük çembere D de dıştan teğet olan üçüncü çemberin r yarıçapı kaç birimdir? (1993-II)



A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

33. O merkezli çember ABC dik üçgeninin yan kenarlarına E ve F de teğettir.
$|AB| = 4$ birim ve
$|AC| = 3$ birim ise
çemberin yarıçapı kaç birimdir? (1992-II)

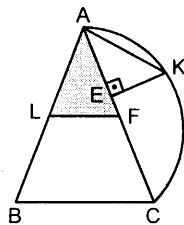


A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

34. Değişken bir yamuğun bütün kenarları sabit bir çembere teğettir. Bu yamuğun yan kenarlarını çap kabul eden çemberler; (1975)

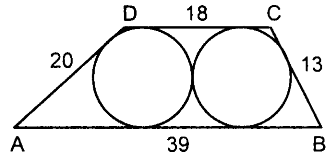
A) kesişmezler.
B) farklı iki noktada kesişirler.
C) teğettirler.
D) diktirler.
E) orta tabanı kuvvet ekseni kabul ederler.

35. $|AE| = \frac{1}{3}|AC|$, [AC] yarıçemberin çapı, EK ⊥ AC, $|AF| = |AK|$ ve FL // BC ise $\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(ALF)}}$ kaçtır?
(1980)



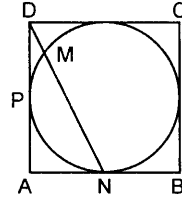
A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{13}{4}$

36. ABCD yamuğunun kenar uzunlukları şekilde verilmiştir. Eş çemberlerin yarıçap uzunluğu kaç birimdir? (1989-II)



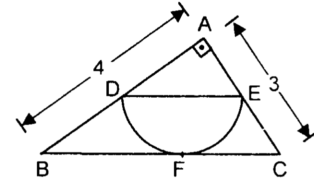
A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6

37. ABCD karesi çembere teğettir. Çemberin yarıçapı a ise $|PM|$ kaçtır?
(1979)



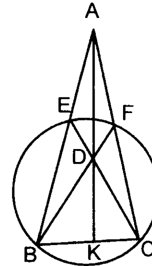
A) $\frac{a}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{a}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{a}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

38. $|AB| = 4$ cm,
$|AC| = 3$ cm,
AB ⊥ AC, DE // BC dir. [DE] yarıçemberin çapı, F değme noktası ise yarıçemberin yarıçapı kaç cm dir? (1989-II)



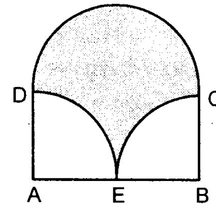
A) $\frac{60}{46}$ B) $\frac{60}{47}$ C) $\frac{60}{48}$ D) $\frac{60}{49}$ E) $\frac{60}{50}$

39. $|BK| = 6$ cm,
$|KC| = 1$ cm,
$|CF| = 1$ cm ve
$|FA| = 3$ cm ise
$|AE|$ kaç cm dir?
(1979)



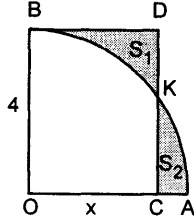
A) 7 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

40. ABCD dikdörtgen, $\overset{\frown}{CD}$; [CD] çaplı yarıçember yayı, $\overset{\frown}{DE}$; A merkezli çeyrek çember yayı, $\overset{\frown}{EC}$; B merkezli çeyrek çember yayı, $|BC| = 1$ cm ise taralı alan kaç birimkaredir? (1987-II)



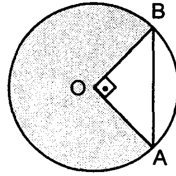
A) 1 B) 2 C) 3 D) π E) 2π

1. OCDB dikdörtgen, $\overset{\frown}{BKA}$, O merkezli çember yayı, $|OB| = |OA| = 4$ birim ve taralı S_1 ve S_2 alanları birbirine eşit ise $|OC| = x$ kaç birimdir? (1987-I)



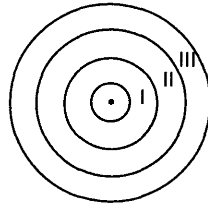
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) $\sqrt{3}\,\pi$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) π

2. Taralı kısmın alanı $\frac{3\pi}{4}$ birimkare ise AOB dik üçgeninin alanı kaç birimkaredir?



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) 2

3. Şekildeki aynı merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 1, 2, 3 ve 4 cm dir. Ardışık iki çember arasında kalan alanlar I, II, III ile gösterilmiştir. I alanı, bir sütun grafiğinde 3 cm yüksekliğinde bir dikdörtgenle gösterilirse, III alanı aynı grafikte kaç cm yüksekliğinde gösterilir? (1981-I)

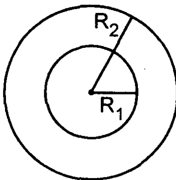


A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. Aynı merkezli iki çemberin birinin P uzunluğundaki kirişi diğer çembere teğet olduğuna göre, bu iki çember arasında kalan alan nedir? (1976)

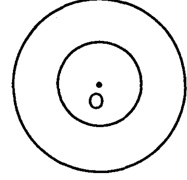
A) $4p^2\pi$ B) $2p^2\pi$ C) $p^2\pi$ D) $\frac{1}{2}p^2\pi$ E) $\frac{1}{4}p^2\pi$

5. $R_1+R_2 = 6$ cm ve $R_2-R_1 = k$ cm ise iki çember arasında kalan halkanın alanı kaç cm^2 dir? (1981-II)



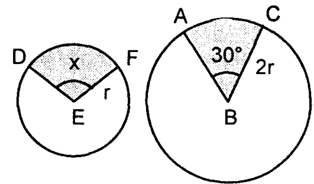
A) $3\pi k$ B) $4\pi k$ C) $6\pi k$ D) $8\pi k$ E) $9\pi k$

6. Aynı merkezli iki çemberin çevreleri toplamı 16π cm ve aralarındaki halkanın alanı 16π cm^2 ise dıştaki çemberin yarıçapı kaç cm dir? (1984-II)



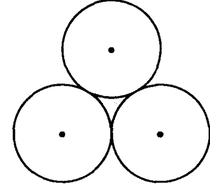
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

7. Şekildeki çemberlerden küçüğünün yarıçapı r, büyüğünün yarıçapı 2r dir. Taralı dilimlerin alanları eşit ve $m(\widehat{ABC}) = 30°$ ise $m(\widehat{DEF})$ kaç derecedir? (1986-II)



A) 60 B) 90 C) 100 D) 120 E) 150

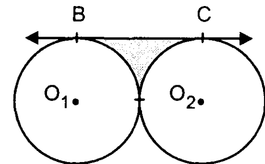
8. Yarıçapı 1 cm olan üç çember birbirine teğettir. Bu çemberler arasındaki alan kaç cm^2 dir? (1977)



A) $\pi+\sqrt{3}$ B) $\pi-2\sqrt{3}$ C) $\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}$

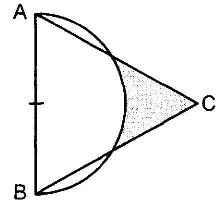
D) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}$ E) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$

9. Eş çemberler A da teğettir. BC ortak teğet ve yarıçaplar 4 cm ise taralı alan kaç cm^2 dir? (1974)



A) 16π B) $5\sqrt{5}\,\pi$ C) $32-8\pi$ D) 2π E) $1+\pi$

10. ABC eşkenar üçgen ve yarıçemberin çapı [AB] dir. $|AB| = 2$ cm ise taralı alan kaç cm^2 dir? (1986-II)



A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D) $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$ E) $\frac{2\sqrt{3}-\pi}{6}$

11. R^3 te, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır? (1996-I)

A) Farklı iki noktadan yalnız bir doğru geçer.
B) Farklı iki noktadan birçok düzlem geçer.
C) Aynı doğru üzerinde olmayan üç noktadan yalnız bir düzlem geçer.
D) Kesişen iki doğruyu içine alan yalnız bir düzlem vardır.
E) İki düzlem birbirine dikse, bu düzlemlerden birinin içinde olan her doğru, öteki düzleme diktir.

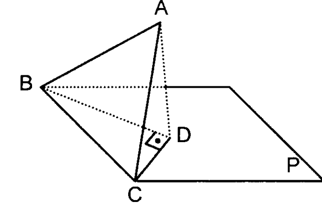
12. Uzayda $|AB| = 40\sqrt{3}$ cm lik bir doğru parçası ile bu doğru parçasını 60° lik açıyla orta noktasından kesen bir düzlem veriliyor. Buna göre A noktası- nın düzleme olan uzaklığı kaç cm dir? (1992-II)

A) 32 B) 30 C) 28 D) 26 E) 24

13. D_1 ve D_2 kesişen düzlemlerinin ölçek açısı 60° dir. $E \in D_1$ alınıyor. A'nın D_2'ye uzaklığı 6 cm ise A'nın düzlemlerinin arakesitine uzaklığı kaç cm dir? (1990-II)

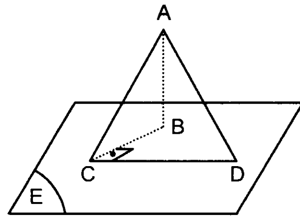
A) 3 B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

14. Şekilde ABC, kenar uzunluğu 8 cm olan bir eşkenar üçgendir. Bu üçgenin BC kenarından geçen P düzlemi üzerindeki dik izdüşümü, D açısı dik açı olan DBC üçgenidir. DBC üçgeninin alanı kaç cm² dir? (1982-II)



A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

15. Şekilde A noktasının E düzlemi içindeki dik izdüşümü B dir. CD doğrusu, E düzlemi içinde ve $m(\widehat{BCD}) = 90°$ olduğuna göre, aşağıdaki açılardan hangisi kesinlikle diktir? (1981-II)

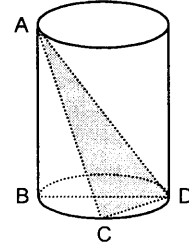


A) $\widehat{ADC}$ B) $\widehat{ACB}$ C) $\widehat{ACD}$ D) $\widehat{CBD}$ E) $\widehat{ADB}$

16. Bir E düzlemi içinde bir çember ile düzlemin dışında bir d doğrusu ve doğrunun üzerinde olmayan bir A noktası veriliyor. A noktasından çemberi ve d doğrusunu kesen en fazla kaç doğru çizilebilir? (1985-II)

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

17. Şekildeki dik silindirde [AB] anadoğru, [BD] doğru parçası taban çapıdır. C taban çevresi üzerinde bir nokta. $|AB| = 8$ cm, $|BD| = 10$ cm, $|CD| = 8$ cm olduğuna göre ACD üçgeninin alanı kaç cm² dir? (1982-II)



A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

18. Kenarları 3 cm, 6 cm ve 12 cm olan bir dikdörtgenler prizmasının hacmine eşit hacimde olan kübün bir kenarı kaç cm dir? (1995-I)

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19. Bir dikdörtgenler prizmasının boyutları 3, 5, 7 sayıları ile orantılıdır. Bu prizmanın tüm alanı 568 cm² olduğuna göre hacmi kaç cm³ tür? (1979)

A) 640 B) 440 C) 840 D) 540 E) 740

20. Bir dikdörtgenler prizmasının x, y, z boyutları 2, 3, 4 sayıları ile doğru orantılıdır. Bu prizmanın hacmi 3000 cm³ olduğuna göre alanı kaç cm² dir? (1996-I)

A) 1100 B) 1200 C) 1300 D) 1400 E) 1500

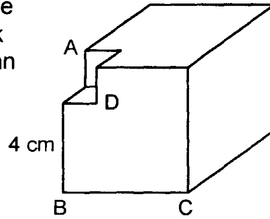
21. Tabanının boyutları 6 cm ve 8 cm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki bir kapta bir miktar su vardır. Bir ayrıtının uzunluğu 5 cm olan kapalı bir küp, tabanı kabın tabanına değecek biçimde suya batırılınca su seviyesi kübün yarısına kadar yükseliyor. Buna göre suyun ilk yüksekliği kaç cm dir? (1997-I)

A) $\frac{115}{96}$ B) $\frac{113}{94}$ C) $\frac{111}{92}$ D) $\frac{109}{90}$ E) $\frac{103}{90}$

22. Boyu eninin 2 katı uzunluğunda olan dikdörtgen şeklindeki bir kartonun tümü kullanılarak 16 cm^3 hacminde, kare prizma şeklinde kapaksız bir kutu yapılıyor. Kare prizmanın taban kenarı, verilen kartonun enine eşit olduğuna göre kullanılan kartonun alanı kaç cm^2 dir? (1988-II)

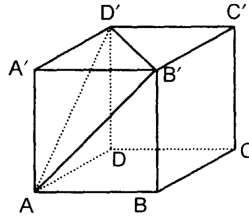
A) 128 B) 96 C) 64 D) 32 E) 16

23. Şekildeki küp biçiminde tahta bir bloktan küçük bir küp alınmıştır. Kalan tahtanın hacmi 208 cm^3 olduğuna göre $|BC|$ kaç cm dir? (1989-II)



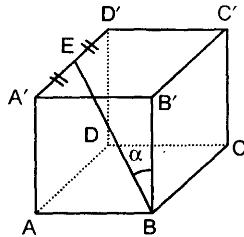
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

24. Şekildeki kübün bir ayrıtının uzunluğu 1 cm dir. Buna göre D′AB′ üçgeninin alanı kaç cm^2 dir? (1987-II)



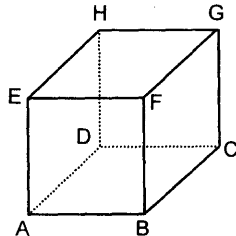
A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

25. $m(\widehat{EBB'}) = \alpha$, $|A'E| = |ED'|$, ABCDA′B′C′D′ bir küp ise $\tan\alpha$ kaçtır? (1988-I)



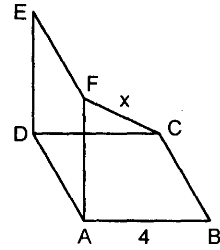
A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

26. ABCDEFGH bir birim küp olduğuna göre [DF] ve [DA] arasındaki açının kosinüsü kaçtır? (1995-II)



A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

27. Şekildeki ABCD ve ADEF kareleri birbirine dik ve eşittir. $|AB| = 4$ birim olduğuna göre $|FC| = x$ kaç birimdir? (1994-II)



A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{5}$

28. Kenarları 60 cm ve 80 cm olan dikdörtgen biçimindeki karton, bükülerek dik silindir biçiminde boru haline getirilecektir. Bükme işlemi uzun kenar ve kısa kenar üzerine yapıldığında elde edilecek iki farklı boru silindirin yan alanları oranı kaçtır? (1995-I)

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

29. Bir kürenin merkezinden 4 cm uzaklıktaki kesitinin çevresi 6π cm olduğuna göre bu kürenin yarıçapı kaç cm dir? (1977)

A) 8 B) $\sqrt{52}$ C) 6 D) $\sqrt{22}$ E) 5

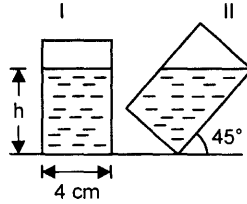
30. Yarıçapı R olan bir küre, merkezinden $\frac{R}{3}$ uzaklıkta bir düzlemle kesiliyor. Elde edilen kesitin alanı kaç πR^2 dir? (1982-II)

A) $\frac{8}{3}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{8}{9}$

1. Bir silindirin yanal alanı 20π ve yüksekliği 10 birim olduğuna göre hacmi kaç birimküptür? (1976)

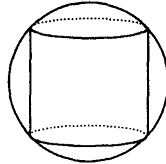
A) π B) 10π C) 20π D) 25π E) 100π

2. 1 nci şekil taban çapı 4 cm, yüksekliği 10 cm olan bir silindirdir. Bu silindirdeki suyun yüksekliği h dır. Bu kap II nci şekilde görüldüğü gibi yatayla 45° lik açı yapacak biçimde eğildiğinde su düzeyi şekilde görüldüğü gibi kabın ağzına dayanmaktadır. Buna göre h kaç cm dir? (1982-II)



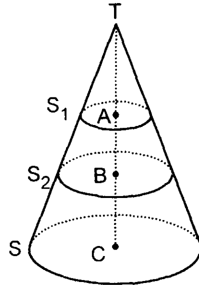
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. Şekilde küre içine yerleştirilmiş silindirin yüksekliği 8 cm ve hacmi 72π cm^3 olduğuna göre kürenin yarıçapı kaç cm dir? (1983-II)



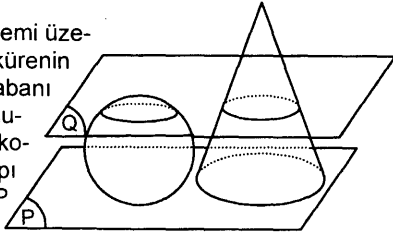
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. Taban alanı S olan şekildeki dik konide, alanları S_1, S_2 olan tabana paralel iki kesit ve bu kesitlerin merkezleri verilmiştir. $|TC| = 2$ cm, $|TA| = 1$ cm ve $S = S_1 + S_2$ olduğuna göre $|AB|$ kaç cm dir? (1990-II)



A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}-1$ D) $\sqrt{2}-1$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

5. Şekilde P düzlemi üzerine konmuş kürenin çapı 10 cm, tabanı P üzerinde bulunan dik dönel koninin taban çapı da 16 cm dir. P düzleminden 8 cm uzaklıktaki bir Q düzleminin küre ve koni ile arakesit dairelerinin alanları eşit olduğuna göre koninin yüksekliği kaç cm dir? (1984-II)

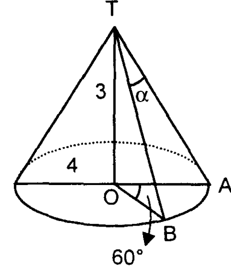


A) 32 B) 24 C) 20 D) 16 E) 12

6. Bir dönel koni, tabana paralel üç düzlemle kesilerek, yükseklikleri eşit olan dört parçaya ayrılıyor. Tepeden birinci parçanın hacminin, ikinci parçanın hacmine oranı nedir? (1978)

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

7. Şekildeki dönel koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 3 cm, taban yarıçapı 4 cm dir. Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir. $m(\widehat{AOB}) = 60°$, $m(\widehat{ATB}) = \alpha$ olduğuna göre $\cos\alpha$ değeri kaçtır? (1993-II)

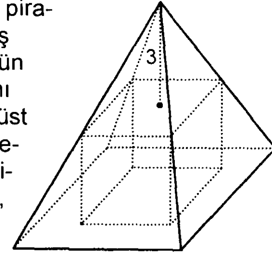


A) $\frac{17}{25}$ B) $\frac{19}{25}$ C) $\frac{21}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

8. Taban yarıçapı 8 cm, yanal yüzeyinin alanı 96π cm^2 olan bir dönel koninin, yüksekliğinin bir ana doğrusuna oranı kaçtır? (1995-I)

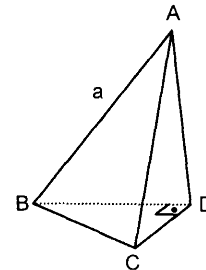
A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

9. Şekilde kare tabanlı dik piramidin içine yerleştirilmiş küp görülmektedir. Kübün alt yüzü piramidin tabanı ile aynı düzlemde olup üst köşeleri ayrıtlar üzerindedir. Üstte kalan küçük piramidin yüksekliği 3 cm, hacmi 9 cm^3 olduğuna göre büyük piramidin taban kenarlarından biri kaç cm dir? (1986-I)



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. Şekildeki ABCD dörtyüzlüsünün ABC yüzü, bir kenarının uzunluğu a olan bir eşkenar üçgen, BDC yüzü ise D açısı dik olan bir üçgendir. AD ayrıtı BDC düzlemine dik olduğuna göre bu dörtyüzlünün hacmi ne kadardır? (1980)

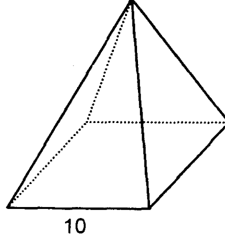


A) $\frac{a^3}{24}$ B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$ C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ E) $\frac{a^3\sqrt{3}}{46}$

11. Bir düzgün dörtyüzlünün tüm alanı $256\sqrt{3}$ birimkaredir. Bu dörtyüzlünün yanal yüz yüksekliği kaç birimdir? (1995-II)

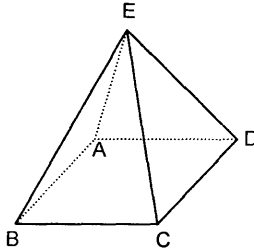
A) $6\sqrt{3}$ B) $7\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $9\sqrt{3}$ E) $10\sqrt{3}$

12. Taban kenarı 10 cm olan bir düzgün kare piramidin bütün alanı 360 cm^2 dir. Buna göre piramidin yüksekliği kaç cm dir? (1987-II)



A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

13. Şekildeki kare piramidin bir yan yüzü, taban düzlemi ile 60° lik açı yapmaktadır. Piramidin hacmi $288\sqrt{3}$ cm^2 olduğuna göre tabanının bir kenarı kaç cm dir? (1996-II)



A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

14. Bütün ayrıtlarının uzunluğu a olan kare piramidin yan yüzlerinin taban düzlemi ile yaptığı açının ölçüsü α ise cos α'nın değeri nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

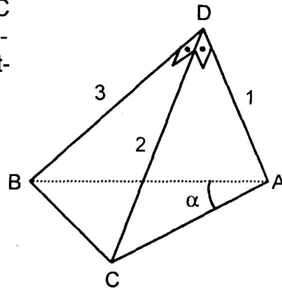
15. Şekilde verilen DABC dörtyüzlüsünün D köşesinden geçen ayrıtları birbirine diktir.

$|DB| = 3$ cm,

$|DC| = 2$ cm,

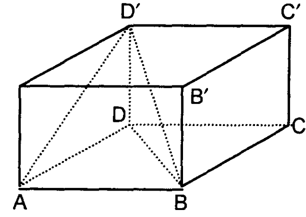
$|DA| = 1$ cm ve

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ ise cos α kaçtır?



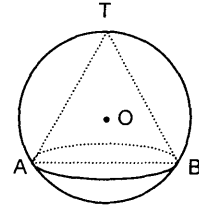
A) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

16. ABCD kare tabanlı ABCDA'B'C'D' dikdörtgenler prizmasında D' noktası A ve B ile D noktası da B ile birleştirilirse hacmi 300 cm^3 olan (D', ABD) piramidi elde ediliyor.
Prizmanın yüksekliği 15 cm olduğuna göre tabanının bir kenarı kaç cm dir? (1988-I)



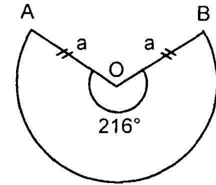
A) $\sqrt{15}$ B) $2\sqrt{15}$ C) $3\sqrt{15}$
D) $2\sqrt{30}$ E) $3\sqrt{30}$

17. Şekilde taban yarıçapı 6 cm olan dik koninin tepe noktası ve taban çemberi, O merkezli kürenin yüzeyindedir. Dik koninin hacmi 216π cm^3 olduğuna göre kürenin yarıçapı kaç cm dir? (1999-İ)



A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

18. Yandaki şekil, anadoğrusunun uzunluğu a cm olan bir dik koninin açılımıdır. Koninin hacmi 96π cm^3 ve $m(\widehat{AOB}) = 216°$ olduğuna göre $|OA| = |OB| = a$ kaç cm dir? (1998-II)



A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

19. Yanal alanı 135π cm^2 olan bir dik koninin taban yarıçapı 9 cm dir. Bu koninin hacmi kaç cm^3 tür? (1998-I)

A) 282π B) 292π C) 302π D) 312π E) 324π

20. Kare tabanlı bir dik prizmanın hacmi 30 cm^3 tür. Karenin bir kenarı x cm olduğuna göre prizmanın tüm alanını veren y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir? (1998-II)

A) $y = \frac{2x+60}{x^2}$ B) $y = \frac{x^2+30}{x}$ C) $y = \frac{x^2+120}{x}$

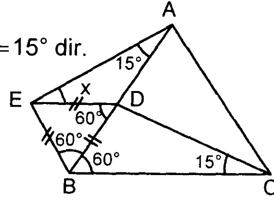
D) $y = \frac{x^3+60}{x^2}$ E) $y = \frac{2x^3+120}{x}$

Testlerdeki Seçilmiş (☑) Soruların Çözümleri

Test – 2

27. $\overset{\triangle}{EBA} \cong \overset{\triangle}{DBC}$ (K.A.K.)

$\Rightarrow m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{BCD}) = 15°$ dir.



AED üçgeninde

$x = 60° - 15° \Rightarrow x = 45°$ olur.

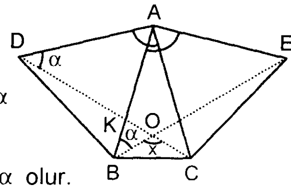
28. I. **YOL :**

$\overset{\triangle}{ADC} \cong \overset{\triangle}{ABE}$ (K.A.K.)

olduğunu görünüz.

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ABC}) = \alpha$

dersek



$(\widehat{BKO}) = m(\widehat{DKA}) = x - \alpha$ olur.

ADK üçgeninde

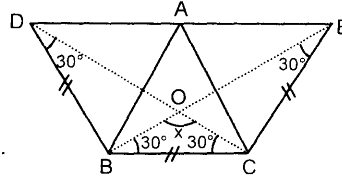
$\alpha + x - \alpha + 60° = 180° \Rightarrow x = 120°$ bulunur.

II. **YOL :**

Problemde ABC üçgeninin herhangi bir özeliği verilmemiştir. Bu, ABC üçgeni nasıl seçilirse seçilsin $m(\widehat{BOC}) = x$ değeri değişmeyecektir demektir.

Öyleyse ABC üçgenini özel bir üçgen, örneğin eşkenar üçgen alarak çözümü kolayca yapabiliriz.

Şekli inceleyiniz.



UYARI : "Her durumda doğru olan, özel bir durumda da doğrudur." ilkesi ile ispat yöntemine "**tümdengelim yöntemi**" denir.

II. çözümde bu yöntem kurnazca kullanılmıştır. "Kurnazca" diyoruz; çünkü ABC üçgeni değiştikçe x değerinin değişmeyeceği, sorunun kökünde pek de belli değildir. Bunu biz seçeneklerin belirli sayısal değerler oluşundan çıkarıyoruz. Bir başka deyişle, cevaplardan bilgi çalarak bu bilgiyi cevaba ulaşmada kullanıyoruz.

Bu kurnazlık sınavlarda doğru seçeneği bulmanıza yarayabilir; ama köşenizde çalışırken bunu yapmayınız.

Problemi diğer yollardan çözdükten sonra, ancak **"Çözemeseydim, doğru seçeneği nasıl bulurdum?"** düşüncesiyle bu yöntemi kullanabilirsiniz. Çünkü bu yöntemi kullandığınızda problemin size uygulatmak istediği bilgileri uygulayamamış, görmenizi istediği özelikleri görememiş olursunuz.

Ayrıca, cevaplardan bu şekilde yararlanmak bilimsel bir davranış değildir. Seçenekler hatalı düzenlenmişse, siz de hataya düşebilirsiniz.

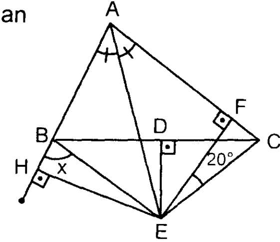
29. EH ⊥ AB çizersek,

AE açıortay olduğundan

$|EH| = |EF|$;

DE kenarorta dikmesi olduğundan

$|EB| = |EC|$ dir.



Öyleyse,

$\overset{\triangle}{EBH} \cong \overset{\triangle}{ECF}$ (K.K.A) olup

$\Rightarrow m(\widehat{BEH}) = m(\widehat{CEF}) = 20°$ ve

$m(\widehat{EBH}) = 70°$ olur.

Test – 3

27. ABC dörtgeninde

$m(\hat{B}) = 360° - 9x$ tir.

ABCD dörtgeni konveks olduğundan

$\left.\begin{array}{l} 0 < 360° - 9x < 180° \\ 0 < 4x < 180° \end{array}\right\}$ olmalıdır.

Buradan

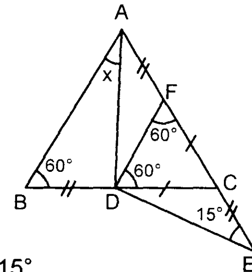
$20° < x < 45° \Rightarrow 40° < 2x < 90°$ bulunur.

Öyleyse, A açısının ölçüsünün derece cinsinden en küçük tamsayı değeri 41 olur.

28. DF // AB çizelim.

ABC eşkenar üçgen olduğundan FDC eşkenar üçgen ve

$|BD| = |AF|$ olur.



$\overset{\triangle}{ACD} \cong \overset{\triangle}{EFD}$ (K.A.K.)

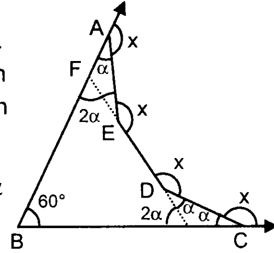
$\Rightarrow m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DEF}) = 15°$

$\Rightarrow m(\widehat{BAD}) = 45°$ bulunur.

Test – 4

23. I. YOL :

$DE \cap AB = \{F\}$ ve
$DE \cap BC = \{K\}$ olsun.
Ölçüleri x olan açıların bütünleri olan açıların ölçülerine α dersek
$m(\widehat{BFK}) = m(\widehat{BKF}) = 2\alpha$ olur.
FBK üçgeninde



$2\alpha + 2\alpha + 60° = 180° \Rightarrow \alpha = 30°$
ve $x = 150°$ bulunur.

II. YOL :

ABCDE konkav beşgeninde iç açılar toplamı 540° dir.

$60° + 2(180° - x) + 2(360° - x) = 540°$

$\Rightarrow x = 150°$ olur.

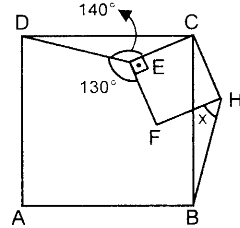
27. $m(\widehat{DEC}) = 140°$ dir.

$\overset{\triangle}{DCE} \cong \overset{\triangle}{BCH}$ (K.A.K.)

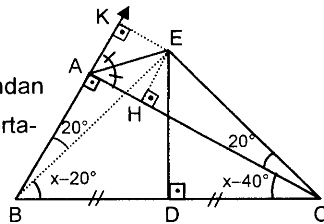
$\Rightarrow m(\widehat{BHC}) = m(\widehat{DEC})$

$\Rightarrow 90° + x = 140°$

$\Rightarrow x = 50°$ olur.



28. $EH \perp AC$, $EK \perp AB$ dikmelerini ve [EB] yi çizelim.
AE açıortay olduğundan
$|EH| = |EK|$ ve DE orta-dikme olduğundan
$|BE| = |EC|$ olur.



O halde

$\overset{\triangle}{ECH} \cong \overset{\triangle}{EBK}$ (K.K.A.)

$\Rightarrow m(\widehat{ECH}) = m(\widehat{EBK}) = 20°$ dir.

$m(\widehat{ABC}) = x$ dersek $m(\widehat{EBC}) = x–20°$ ve

$|EB| = |EC|$ olduğundan

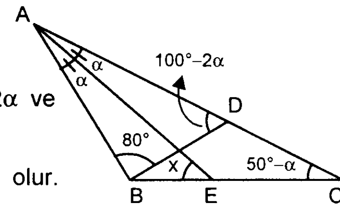
$m(\widehat{ACB}) = x–40°$ olur.
ABC dik üçgeninde

$x + x - 40° = 90°$

$\Rightarrow x = 65°$ bulunur.

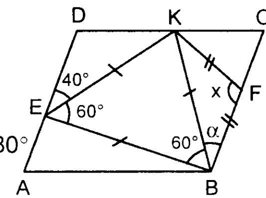
Test – 5

19. $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC}) = \alpha$ dersek,
ABD üçgeninde
$m(\widehat{ADB}) = 100°–2\alpha$ ve
DBC üçgeninde
$m(\widehat{BCD}) = 50°– \alpha$ olur.
AEC üçgeninde



$x = \alpha + 50° - \alpha \Rightarrow x = 50°$ bulunur.

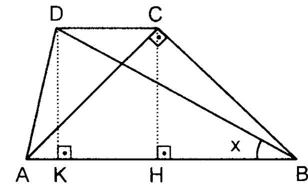
20. $m(\widehat{FBK}) = m(\widehat{FKB}) = \alpha$ diyelim.
ED // BF olduğundan
$40° + 60° + 60° + \alpha = 180°$
$\Rightarrow \alpha = 20°$ olur.



FKB üçgeninde

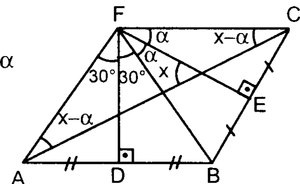
$x + 20° + 20° = 180° \Rightarrow x = 140°$ bulunur.

27. $CH \perp AB$ ve
$DK \perp AB$ çizelim.
$|CH| = a$ dersek
$|AH| = |HB| = a$,
$|DK| = a$ ve
$|AB| = |BD| = 2a$ olur.



DKB üçgeninde
$|DK| = a$ ve $|BD| = 2a$
olduğundan $x = 30°$ bulunur.

28. [BF] yi çizerek
$m(\widehat{BFE}) = m(\widehat{EFC}) = \alpha$ diyelim.
$|FA| = |FB| = |FC|$,



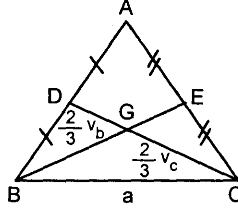
$m(\widehat{AFD}) = m(\widehat{BFD}) = 30°$ ve
$m(\widehat{FCA}) = m(\widehat{FAC}) = x - \alpha$ olur.
FAC üçgeninde

$x - \alpha + x - \alpha + 60° + 2\alpha = 180°$

$\Rightarrow x = 60°$ bulunur.

Test – 2

13. $|BC| < |GB| + |GC|$



$\Rightarrow \quad a < \frac{2}{3}v_b + \frac{2}{3}v_c$

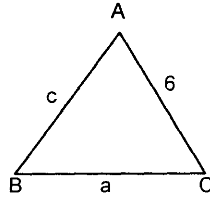
$\Rightarrow \quad a < \frac{2}{3}(v_b + v_c) \quad \Rightarrow \quad a < \frac{2}{3} \cdot 18$

$\Rightarrow \quad a < 12$ dir.

"a" uzunluğunun en büyük tamsayı değeri 11 birimdir.

14. $m(\hat{A}) < m(\hat{B}) < m(\hat{C})$

$\Rightarrow \quad a < 6 < c$ dir.



$\left. \begin{array}{l} a < 6 \\ b = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \quad a + b < 12, \ ①$

$c < a + b \quad \Rightarrow \quad c < 12 \quad ②$

① ve ② den

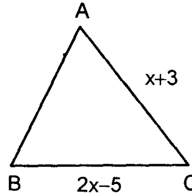
$a + b + c < 24$ olur.

Üçgenin çevresinin en büyük tamsayı değeri 23 birimdir.

18. $|AB| + |AC| = 18$ ve

$|AC| = x + 3$ ise

$|AB| = 15 - x$ birimdir.



$\big| |AB| - |AC| \big| < |BC| < |AB| + |AC|$

$\Rightarrow \quad |12 - 2x| < 2x - 5 < 18$

eşitsizliğini çözelim :

$x < 6$ ise $\quad 12 - 2x < 2x - 5 < 18$

$\Rightarrow \quad 12 - 2x < 2x - 5$

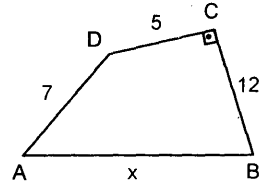
$2x - 5 < 18$

$\Rightarrow \quad \frac{17}{4} < x < 6$ bulunur.

Bu aralıktaki x değerleri için kenarların uzunluklarını gösteren ifadelerin pozitif olduğunu görünüz. "x" in en küçük değeri arandığı için $x \geq 6$ durumunu incelemeye gerek yoktur.

Buna göre x'in en küçük tamsayı değeri 5 birimdir?

19. ADC açısı büyüdükçe x değerinin büyüyeceğini görünüz.



ABCD dörtgeni konveks olduğundan

$m(\widehat{ADC}) < 180°$ olmalıdır.

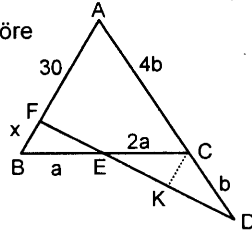
$m(\widehat{ADC}) = 180°$ olsaydı ABCD dörtgeni CAB ikizkenar dik üçgenine dönüşecek ve $x = 12\sqrt{2}$ birim olacaktı.

Öyleyse $x < 12\sqrt{2}$ birim olup x in en büyük tamsayı değeri 16 birimdir.

Test – 2

20. CK // AB çizelim.

II. Thales Teoremi'ne göre



$\dfrac{|CK|}{|AF|}=\dfrac{|DC|}{|DA|}$

$\Rightarrow \dfrac{|CK|}{30}=\dfrac{b}{5b}$

$\Rightarrow |CK|=6$ cm olur.

Yine II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|CK|}{|FB|}=\dfrac{|CE|}{|BE|} \Rightarrow \dfrac{6}{x}=\dfrac{2a}{a}$

$\Rightarrow x=3$ cm bulunur.

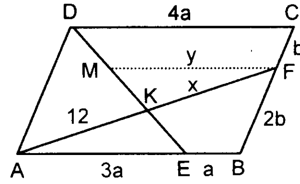
22. FM // AB çizelim.

$|EB|=a$, $|CF|=b$

ve $|MF|=y$ dersek

$|AE|=3a$, $|DC|=4a$

ve $|BF|=2b$ olur.



Thales teoremlerinden,

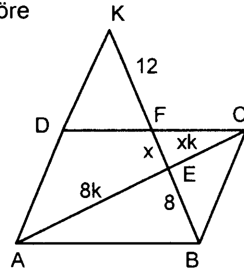
$\dfrac{|MF|-|EB|}{|DC|-|MF|}=\dfrac{|BF|}{|CF|} \Rightarrow \dfrac{y-a}{4a-y}=\dfrac{2b}{b}$

$\Rightarrow y=3a$ ve

$\dfrac{|MF|}{|AE|}=\dfrac{|KF|}{|KA|} \Rightarrow \dfrac{3a}{3a}=\dfrac{x}{12}$

$\Rightarrow x=12$ cm bulunur.

24. I. Thales Teoremi'ne göre



$\dfrac{|FE|}{|EB|}=\dfrac{|CE|}{|AE|}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{8}=\dfrac{|CE|}{|AE|}$ dir.

$|AE|=8k$ dersek

$|CE|=x\cdot k$ olur.

Yine I. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|CE|}{|AE|}=\dfrac{|BE|}{|KE|} \Rightarrow \dfrac{x\cdot k}{8k}=\dfrac{8}{12+x}$

$\Rightarrow x^2+12x-64=0$

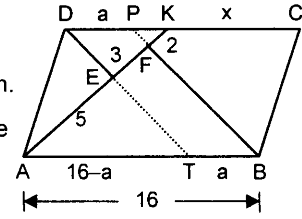
$\Rightarrow x=4$ cm bulunur.

25. $[BF \cap [DC]=\{P\}$,

$DE \cap [AB]=\{T\}$ ve

$|DP|=|TB|=a$ olsun.

II. Thales Teoremine göre



$\dfrac{|PK|}{|AB|}=\dfrac{|FK|}{|FA|} \Rightarrow \dfrac{|PK|}{16}=\dfrac{2}{8}$

$\Rightarrow |PK|=4$ cm ve

$\dfrac{|DK|}{|AT|}=\dfrac{|EK|}{|EA|} \Rightarrow \dfrac{a+4}{16-a}=\dfrac{5}{5}$

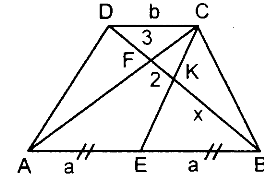
$\Rightarrow a=6$ cm olur.

$|KC|=16-(|DP|+|PK|)$

$\Rightarrow x=6$ cm bulunur.

26. $|AE|=|EB|=a$ ve

$|DC|=b$ diyelim.



II. Thales Teoremine göre

$\dfrac{|DC|}{|AB|}=\dfrac{|DF|}{|FB|} \Rightarrow \dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{x+2}$ ① ve

$\dfrac{|DC|}{|EB|}=\dfrac{|DK|}{|KB|} \Rightarrow \dfrac{b}{a}=\dfrac{5}{x}$ olur. ②

① ve ② den

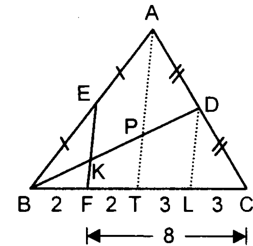
$\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{5}{2x} \Rightarrow x=10$ cm bulunur.

27. AT // EF // DL çizelim.

I. Thales Teoremi gereğince

$|FT|=2$ cm,

$|TL|=|LC|=3$ cm ve



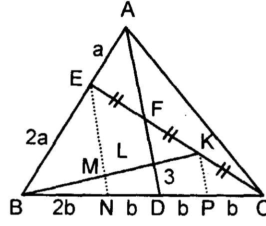
$\dfrac{|BK|}{|KD|}=\dfrac{2}{5}$ olur.

28. EN // AD // KP çizelim

$|AE| = a$ dersek

$|EB| = 2a$ ve

I. Thales Teoremi'ne göre $|BN| = 2b$ dersek



$|ND| = |DP| = |PC| = b$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|LD|}{|KP|} = \frac{|BD|}{|BP|} \Rightarrow \frac{3}{|KP|} = \frac{3b}{4b} \Rightarrow |KP| = 4 \text{ cm};$$

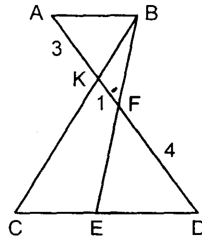
$$\frac{|KP|}{|EN|} = \frac{|CP|}{|CN|} \Rightarrow \frac{4}{|EN|} = \frac{b}{3b} \Rightarrow |EN| = 12 \text{ cm ve}$$

$$\frac{|EN|}{|AD|} = \frac{|BN|}{|BD|} \Rightarrow \frac{12}{|AD|} = \frac{2b}{3b} \Rightarrow |AD| = 18 \text{ cm}$$

bulunur.

Test – 3

19. II. Thales Teoremi'ne göre



$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|AK|}{|KD|}$$

$$\Rightarrow \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{3}{5} \text{ ① ve}$$

$$\frac{|AB|}{|ED|} = \frac{|AF|}{|FD|}$$

$$\Rightarrow \frac{|AB|}{|ED|} = \frac{4}{4} \text{ ② olur.}$$

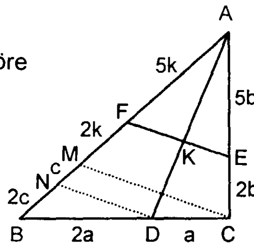
① ve ② taraf tarafa bölünürse

$$\frac{|AB|}{|CD|} : \frac{|AB|}{|ED|} = \frac{3}{5} : \frac{4}{4} \Rightarrow \frac{|ED|}{|CD|} = \frac{3}{5} \text{ elde edilir.}$$

Buradan $\frac{|CE|}{|DE|} = \frac{2}{3}$ bulunur.

20. DN // CM // EF çizelim.

I. Thales Teoremi'ne göre



$$\frac{|BN|}{|NM|} = \frac{|BD|}{|DC|}$$

$$\Rightarrow \frac{|BN|}{|NM|} = \frac{2a}{a} \text{ ve}$$

$$\frac{|AF|}{|FM|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \frac{|AF|}{|FM|} = \frac{5b}{2b} \text{ olur.}$$

$|BN| = 2c$ dersek $|NM| = c$ ve

$|AF| = 5k$ dersek $|FM| = 2k$ olur.

Diğer taraftan $|AF| = |FB|$ verildiğinden

$5k = 2k + 3c \Rightarrow k = c$ dir.

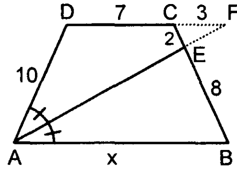
Öyleyse,

$$\frac{|AK|}{|KD|} = \frac{|AF|}{|FN|} \Rightarrow \frac{|AK|}{|KD|} = \frac{5k}{2k+c}$$

$$\Rightarrow \frac{|AK|}{|KD|} = \frac{5}{3} \text{ bulunur.}$$

Test – 2

6. $[AE \cap [DC = \{F\}$ olsun.
AF açıortay ve
DF // AB olduğundan
$|AD| = |DF| = 10$ cm ve



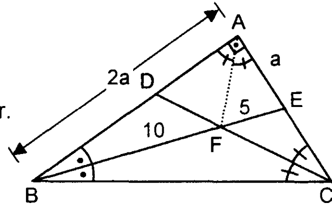
buradan $|CF| = 3$ cm olur.
II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|CF|}{|AB|} = \frac{|CE|}{|EB|} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{2}{8} \Rightarrow x = 12 \text{ cm bulunur.}$$

24. [AF] açıortay olacağından

$$\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|FE|}{|FB|}$$

$$\Rightarrow \frac{|AE|}{|AB|} = \frac{5}{10} \text{ dur.}$$



$|AE| = a$ dersek
$|AB| = 2a$ olur.
ABE dik üçgeninde

$$|AB|^2 + |AE|^2 = |BE|^2$$

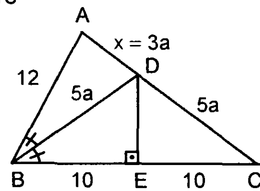
$$\Rightarrow 4a^2 + a^2 = 225 \Rightarrow a = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

ve $|AB| = 6\sqrt{5}$ cm bulunur.

27. Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DA|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|CB|}$$

$$\Rightarrow \frac{|DA|}{|DC|} = \frac{12}{20} \text{ dir.}$$



$|DA| = 3a$ dersek

$|DC| = 5a$ ve [DC] orta dikme olduğundan
$|BD| = 5a$ olur.

Açıortayın uzunluğunu veren formülü yazarsak,

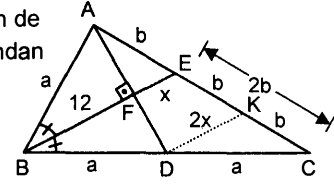
$$|BD|^2 = |AB| \cdot |BC| - |DA| \cdot |DC|$$

$$\Rightarrow 25a^2 = 12 \cdot 20 - 3a \cdot 5a$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{6} \text{ cm ve}$$

$x = 3a \Rightarrow x = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

28. ABD üçgeninde [BF]
hem açıortay hem de
yükseklik olduğundan
$|AB| = |BD|$ dir.



$|AB| = a$ dersek
$|BD| = |DC| = a$ olur.

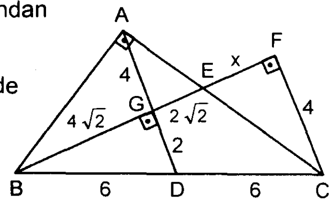
ABC üçgeninde, Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|EA|}{|EC|} = \frac{|AB|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|EA|}{|EC|} = \frac{a}{2a} \text{ dır.}$$

$|AE| = b$ dersek $|EC| = 2b$ olur.
DK // BE çizelim.
$|EK| = |KC| = b$;
ADK üçgeninde $|DK| = 2x$ ve
EBC üçgeninde $|BE| = 4x$ olur.
$|BE| = 4x = 12 + x \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

Test – 3

13. BCF üçgeninde [GD]
ortataban olduğundan
$|GD| = 2$ cm dir.
ABC dik üçgeninde
G ağırlık merkezi
olduğundan
$|GA| = 4$ cm,



$|DB| = |DC| = 6$ cm olur.
GBD dik üçgeninde

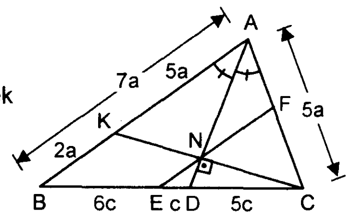
$$|GB|^2 = 6^2 - 2^2 \Rightarrow |GB| = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

ve buradan $|GE| = 2\sqrt{2}$ cm bulunur.
II. Thales teoremine göre

$$\frac{|GE|}{|EF|} = \frac{|GA|}{|FC|} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{x} = \frac{4}{4} \Rightarrow x = 2\sqrt{2} \text{ cm olur.}$$

14. $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{7}{5}$ tir.

$|AB| = 7a$ dersek
$|AC| = 5a$,
AKC üçgeninde
[AN] hem açıortay
hem yükseklik olduğundan
$|AK| = 5a$ ve $|BK| = 2a$ olur.



KBC üçgeninde [NE] ve ABC üçgeninde [EF] ortataban olduğundan

$|NE| = a$ ve $|BE| = |EC|$ dir.

II. Thales Teoremi'nden

$\frac{|DE|}{|DB|} = \frac{|EN|}{|BA|} \Rightarrow \frac{|DE|}{|DB|} = \frac{a}{7a}$ olur.

$|DE| = c$ dersek $|BD| = 7c$,

$|BE| = 6c$ ve $|BC| = 12c$ olur.

$|BC| = 12 \cdot |ED|$ bulunur.

16. ABD üçgeninde İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|EA|}{|EB|} = \frac{|AD|}{|BD|} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{|AD|}{4}$

$\Rightarrow |AD| = 6$ cm bulunur.

ABC üçgeninde, İç Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|DC|}{|CA|} = \frac{|DB|}{|BA|} \Rightarrow \frac{|DC|}{|CA|} = \frac{4}{5}$ tir.

$|DC| = 4a$ dersek $|AC| = 5a$ olur.

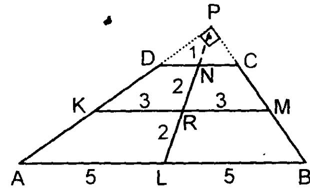
Açıortay uzunluğu formülünden

$|AD|^2 = |AB| \cdot |AC| - |DB| \cdot |DC|$

$\Rightarrow 36 = 5 \cdot 5a - 4 \cdot 4a \Rightarrow a = 4$ cm ve

$x = 4a \Rightarrow x = 16$ cm bulunur.

17. PAB üçgeninde [PL] kenarortayı [KM] ve [DC] nin orta noktalarından geçer.



Öyleyse,

$|KR| = |RM| = 3$ cm dir.

ABCD yamuğunda [KM] orta taban olduğundan

$|NR| = |RL| = 2$ cm olur.

PKM dik üçgeninde

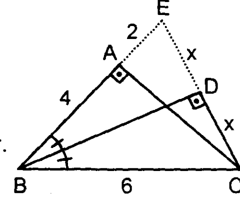
$|PR| = \frac{|KM|}{2} \Rightarrow |PR| = 3$ cm olduğundan

$|PL| = 5$ cm dir.

PAB dik üçgeninde

$|PL| = \frac{|AB|}{2} \Rightarrow |AB| = 10$ cm bulunur.

18. $[BA \cap [CD = \{E\}$ olsun. EBC üçgeninde [BD] hem açıortay hem yükseklik olduğundan EBC üçgeni ikizkenardır.



Buradan,

$|AE| = 6 - 4 = 2$ cm ve $|ED| = |DC| = x$ olur.

Pythagoras Teoremi'ne göre

$|AC|^2 = 6^2 - 4^2$ ① ve

$|AC|^2 = (2x)^2 - 2^2$ ② yazılıp

① ve ② den

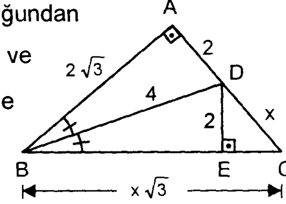
$4x^2 - 4 = 36 - 16 \Rightarrow x = \sqrt{6}$ cm bulunur.

19. [BD] açıortay olduğundan

$|AD| = |DE| = 2$ cm ve

ABD dik üçgeninde

$|BD| = 4$ cm olur.



Açıortay Teoremi'ne göre

$\frac{|DC|}{|DB|} = \frac{|DA|}{|AB|} \Rightarrow \frac{x}{|DB|} = \frac{2}{2\sqrt{3}}$

$\Rightarrow |DB| = x \cdot \sqrt{3}$ olur.

Açıortay uzunluğu formülünden

$|BD|^2 = |BA| \cdot |BC| - |DA| \cdot |DC|$

$\Rightarrow 16 = 2\sqrt{3} \cdot x \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot x$

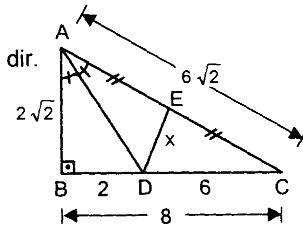
$\Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

20. ABC dik üçgeninde

$|AC|^2 = 8^2 + (2\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow |AC| = 6\sqrt{2}$ cm dir.

Açıortay Teoremi'ne göre



$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|AC|}$

$\Rightarrow \frac{|DB|}{|DC|} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$

$\Rightarrow |DB| = 2$ cm ve $|DC| = 6$ cm olur.

ABD dik üçgeninde

$|AD|^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2^2 \Rightarrow |AD| = 2\sqrt{3}$ cm dir.

ADC üçgeninde Kenarortay Teoremi'ne göre

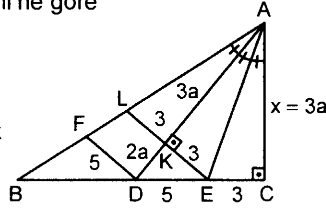
$$|DE|^2 = \frac{|AD|^2 + |DC|^2}{2} - \frac{|AC|^2}{4}$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = \frac{12+36}{2} - \frac{72}{4}$$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt{6} \text{ cm bulunur.}$$

25. II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AK|}{|AD|} = \frac{3}{5}$ tir.



$|AK| = 3a$ dersek

$|KD| = 2a$ ve

$\overset{\triangle}{AKE} \cong \overset{\triangle}{ACE}$ olduğundan $|AC| = 3a$ olur.

$|AK|$ ve $|AE|$ açıortay olduğundan

$|LK| = |KE| = |EC| = 3$ cm dir.

ADC üçgeninde Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DE|}{|EC|} = \frac{|AD|}{|AC|} \Rightarrow \frac{|DE|}{3} = \frac{5a}{3a} \Rightarrow |DE| = 5 \text{ cm olur.}$$

Pythagoras Teoremi'ne göre

$$|AD|^2 = |AC|^2 + |DC|^2$$

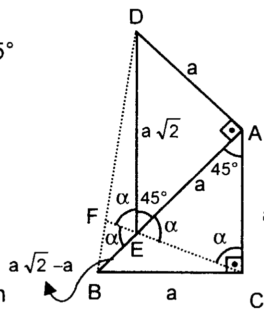
$$\Rightarrow \quad (5a)^2 = (3a)^2 + 8^2$$

$\Rightarrow \quad a = 2$ cm ve buradan

$x = 6$ cm bulunur.

26. $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{EAC}) = 45°$ olduğundan

DE // AC dir.



$m(\widehat{ACE}) = \alpha$ dersek

$m(\widehat{DEF}) = \alpha$ ve

$|AE| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{AEC}) = m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BEF}) = \alpha$ olur.

O halde [EF], $\widehat{BED}$ açısının açıortayıdır.

Diğer taraftan ikizkenar dik üçgenler birbirine eş olduğundan

$|AE| = |AC| = a$ dersek

$|AD| = |BC| = a$, $|AB| = |DE| = a \cdot \sqrt{2}$ ve

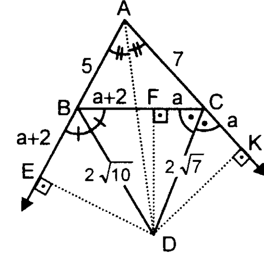
$|BE| = a\sqrt{2} - a$ olur.

BED üçgeninde Açıortay Teoremi'ne göre

$$\frac{|DF|}{|BF|} = \frac{|ED|}{|EB|} \Rightarrow \frac{|DF|}{|BF|} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2} - a}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{|DF|}{|BF|} = \sqrt{2} + 2 \text{ bulunur.}$$

27. D noktasından [AB, [BC] ve [AC ye [DE], [DF] ve [DK] dikmeleri çizelim. [BD] ve [CD] açıortay olduğundan [AD] açıortay,



$|DE| = |DF| = |DK|$, $|BE| = |BF|$, $|CF| = |CK|$ ve $|AE| = |AK|$ dır.

$|CK| = a$ dersek $|BE| = a + 2$,

$|BF| = a + 2$ ve $|CF| = a$ olur.

BDF ve CDF dik üçgenlerinde

$|DF|^2 = (2\sqrt{10})^2 - (a+2)^2$ ve ①

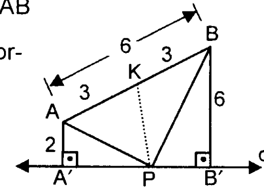
$|DF|^2 = (2\sqrt{7})^2 - a^2$ dir. ②

① ve ② den

$40 - (a+2)^2 = 28 - a^2 \Rightarrow a = 2$ cm olur.

$|BC| = 2a + 2 \Rightarrow |BC| = 6$ cm bulunur.

28. $|PA|^2 + |PB|^2$ ifadesi PAB üçgeninde [PK] kenarortayına ait kenarortay uzunluğu formülünü çağrıştırmaktadır.



$$|PK|^2 = \frac{|PA|^2 + |PB|^2}{2} - \frac{|AB|^2}{4}$$

$$\Rightarrow \quad |PA|^2 + |PB|^2 = 2|PK|^2 + 18$$

Görüldüğü gibi

$|PA|^2 + |PB|^2$ toplamının küçük olması $|PK|$ nın küçük olmasını gerektirmektedir.

$|PK|$ değeri $PK \perp A'B'$ olduğunda en küçüktür.

Bu durumda [PK], A'B'BA yamuğunun orta tabanı olup $|PK| = \frac{6+2}{2} = 4$ birim ve

$$|PA|^2 + |PB|^2 = 2 \cdot 4^2 + 18$$

$$\Rightarrow \quad |PA|^2 + |PB|^2 = 50 \text{ bulunur.}$$

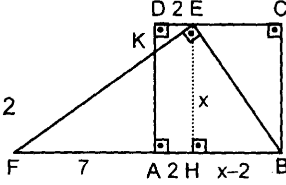
Test – 2

15. EH ⊥ FB çizelim.

Karenin bir kenar uzunluğuna x dersek

$|EH| = x$, $|AH| = |DE| = 2$

ve $|HB| = x - 2$ olur.



EFB dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|EH|^2 = |FH| \cdot |HB|$

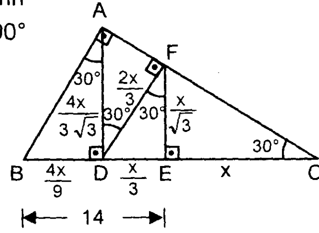
$\Rightarrow \quad x^2 = 9 \cdot (x-2)$

$\Rightarrow \quad x_1 = 3\,\text{cm}$ ve $x_2 = 6\,\text{cm}$ olur.

Karenin bir kenar uzunluğu 3 cm veya 6 cm olabilir.

16. Şekildeki üçgenlerin her biri 30°–60°–90° üçgenidir.

Buna göre,



$|EF| = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$,

$|DE| = \dfrac{x}{3}$,

$|DF| = \dfrac{2x}{3}$, $|AD| = \dfrac{4x}{3\sqrt{3}}$ ve $|BD| = \dfrac{4x}{9}$ olur.

O halde,

$\dfrac{4x}{9} + \dfrac{x}{3} = 14 \quad \Rightarrow \quad x = 18\,\text{cm}$ dir.

17. AB // CD ve [BE] ile [CE] açıortay olduğundan

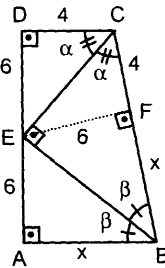
$m(\widehat{BEC}) = 90°$ dir.

EF ⊥ BC çizersek

$|ED| = |EF| = |EA| = 6\,\text{cm}$,

$|CD| = |CF| = 4\,\text{cm}$ ve

$|AB| = |BF| = x$ olur.

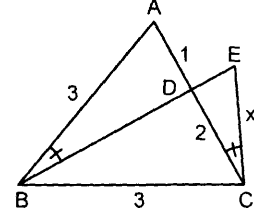


BEC dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|EF|^2 = |CF| \cdot |BF|$

$\Rightarrow \quad 6^2 = 4 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = 9\,\text{cm}$ bulunur.

22. $\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{ECD}$ (A.A.A.)



$\Rightarrow \quad \dfrac{|AB|}{|EC|} = \dfrac{|BD|}{|CD|}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{3}{x} = \dfrac{|BD|}{2}$

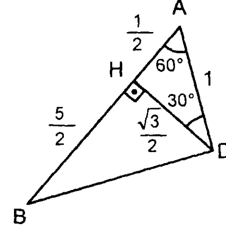
$\Rightarrow \quad x = \dfrac{6}{|BD|}$ olur.

ABD üçgeninde DH ⊥ AB çizerek |BD| uzunluğunu bulalım;

$|AH| = \dfrac{1}{2}\,\text{cm}$,

$|HD| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

ve $|BH| = \dfrac{5}{2}\,\text{cm}$ olup



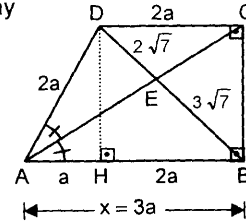
HBD dik üçgeninde

$|BD|^2 = \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad |BD| = \sqrt{7}$ bulunur.

Öyleyse,

$|CE| = x = \dfrac{6}{\sqrt{7}} \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{6\sqrt{7}}{7}$ cm dir.

25. ABD üçgeninde Açıortay Teoremi'ne göre



$\dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{|DE|}{|EB|}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{|AD|}{|AB|} = \dfrac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{7}}$ dir.

$|AD| = 2a$ dersek $|AB| = 3a$ ve $|DC| = 2a$ olur.

DH ⊥ AB çizelim.

$|HB| = |DC| = 2a$, $|AH| = a$ ve $|DH| = a\sqrt{3}$ olup

DHB dik üçgeninde

$|BD|^2 = |DH|^2 + |HB|^2$

$\Rightarrow \quad (5\sqrt{7})^2 = (a\sqrt{3})^2 + (2a)^2$

$\Rightarrow \quad a = 5\,\text{cm}$ bulunur.

$x = 3a \quad \Rightarrow \quad x = 15\,\text{cm}$ olur.

26. DE ⊥ AB çizersek

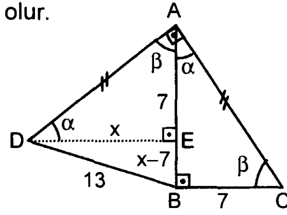
$\overset{\triangle}{ADE} \cong \overset{\triangle}{CAB}$ (A.K.A.) olur.

Buradan

$|AE| = |CB| = 7$,

$|DE| = |AB| = x$ ve

$|EB| = x - 7$ olur.



DEB dik üçgeninde

$x^2 + (x-7)^2 = 13^2 \Rightarrow x = 12$ cm bulunur.

27. $m(\hat{B}) = m(\widehat{EAC}) = \alpha$ ve

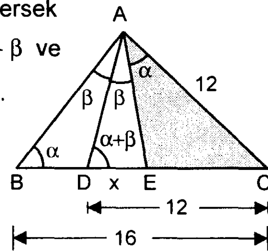
$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}) = \beta$ dersek

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{DAC}) = \alpha + \beta$ ve

$|DC| = |AC| = 12$ cm olur.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{EAC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AC|}{|EC|} = \dfrac{|BC|}{|AC|}$



$\Rightarrow \dfrac{12}{12-x} = \dfrac{16}{12} \Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

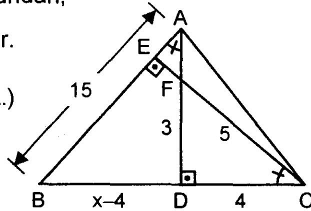
28. $|BC| = x$ dersek,

$|DC| = 4$ cm olduğundan,

$|BD| = x - 4$ cm olur.

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{CFD}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|CF|} = \dfrac{|BD|}{|FD|}$



$\Rightarrow \dfrac{15}{5} = \dfrac{x-4}{3}$

$\Rightarrow x = 13$ cm $\Rightarrow |BC| = 13$ cm bulunur.

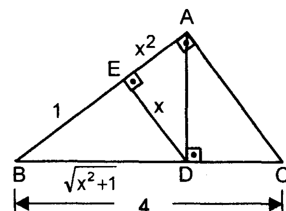
Test – 3

21. ABD dik üçgeninde

$|DE|^2 = |AE| \cdot |BE|$

$\Rightarrow x^2 = |AE| \cdot 1$

$\Rightarrow |AE| = x^2$ ve



BED dik üçgeninde

$|BD|^2 = |BE|^2 + |ED|^2$

$\Rightarrow |BD|^2 = 1 + x^2 \Rightarrow |BD| = \sqrt{x^2+1}$ dir.

ABC dik üçgeninde

$|AB|^2 = |BD| \cdot |BC|$

$\Rightarrow (x^2+1)^2 = \sqrt{x^2+1} \cdot 4$

$\Rightarrow \left(\sqrt{x^2+1}\right)^3 = 4 \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = \sqrt[3]{4}$

$\Rightarrow x^2 + 1 = 2 \cdot \sqrt[3]{2} \Rightarrow x^2 = 2 \cdot \sqrt[3]{2} - 1$

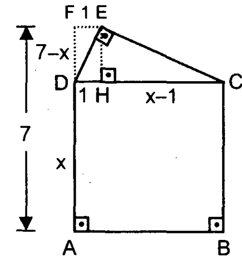
$\Rightarrow x = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} - 1}$ bulunur.

22. EH ⊥ DC çizelim ve karenin bir kenar uzunluğuna x diyelim.

$|FD| = |EH| = 7 - x$,

$|DH| = 1$ cm ve

$|HC| = x - 1$ olur.



EDC dik üçgeninde

Euclid Teoremi'ne göre

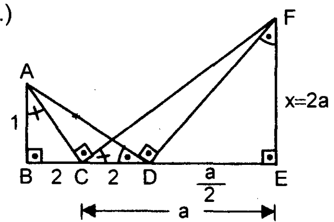
$|EH|^2 = |DH| \cdot |HC| \Rightarrow (7-x)^2 = 1 \cdot (x-1)$

$\Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

25. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CEF}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|CE|} = \dfrac{|BC|}{|EF|}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{|CE|} = \dfrac{2}{|EF|}$ dir.



$|CE| = a$ dersek $|EF| = 2a$ olur.

$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|BD|}{|EF|} \Rightarrow \dfrac{1}{|DE|} = \dfrac{4}{2a}$

$\Rightarrow |DE| = \dfrac{a}{2}$ olur.

$|CE| = |CD| + |DE| \Rightarrow a = 2 + \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow a = 4$ cm ve $|EF| = 8$ cm bulunur.

26. $\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ACB}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|AC|} = \dfrac{|DE|}{|BC|}$

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|AC|} = \dfrac{15}{20}$ dir.

$|AD| = 3a$ dersek $|AC| = 4a$ ve

ADC ikizkenar üçgen olacağından

$|DC| = 3a$, $|AE| = |EC| = 2a$ olur.

ADE dik üçgeninde

$|AD|^2 = |AE|^2 + |DE|^2 \Rightarrow 9a^2 = 4a^2 + 225$

$\Rightarrow a = 3\sqrt{5}$ cm ve $x = 9\sqrt{5}$ cm bulunur.

27. D noktasından [AC] ve [BA ya, [DF] ve [DK] dikmelerini çizelim. [AD ve [BD açıortay olduğundan [CD açıortay,

$|DE| = |DF| = |DK|$,

$|EC| = |CF|$, $|AF| = |AK|$ ve $|BE| = |BK|$ olur.

Buradan,

$|CE| = |CF| = x$, $|AF| = |AK| = 6 - x$ ve

$|BE| = |BK| \Rightarrow 8 + x = 4 + 6 - x$

$\Rightarrow x = 1$ cm bulunur.

28. $|BF| = 5a$ dersek,

$|FA| = 3a$ ve

$|AE| = 4a$ olur.

$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{ACF}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|AC|} = \dfrac{|AE|}{|AF|} \Rightarrow \dfrac{8a}{|AC|} = \dfrac{4a}{3a}$

$\Rightarrow |AC| = 6a$ ve $|EC| = 2a$ bulunur.

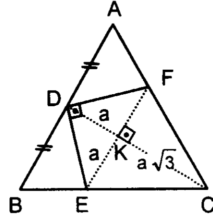
Ceva Teoremi'ne göre

$\dfrac{|BD|}{|DC|} \cdot \dfrac{|EC|}{|EA|} \cdot \dfrac{|FA|}{|FB|} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{|BD|}{|DC|} \cdot \dfrac{2a}{4a} \cdot \dfrac{3a}{5a} = 1 \Rightarrow \dfrac{|BD|}{|DC|} = \dfrac{10}{3}$ olur.

Test – 2

15. $[EF] \cap [CD] = \{K\}$ olsun.
[CD] kenarortay ve
EF // AB olacağından
$|KE| = |KF|$ dir.



$|KE| = |KF| = a$ dersek

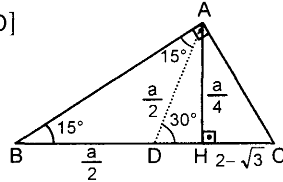
$|KD| = a$ ve $|KC| = a\sqrt{3}$ olur.

I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|FC|}{|FA|} = \frac{|KC|}{|KD|} \Rightarrow \frac{|FC|}{|FA|} = \frac{a\sqrt{3}}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{|FC|}{|FA|} = \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

17. ABC üçgeninde [AD] kenarortayını çizip $|BC| = a$ diyelim.



$|BD| = |DC| = |AD| = \frac{a}{2}$,

$|AH| = \frac{a}{4}$ ve $|DH| = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ olur.

$|DC| - |DH| = |HC| \Rightarrow \frac{a}{2} - \frac{a\sqrt{3}}{4} = 2 - \sqrt{3}$

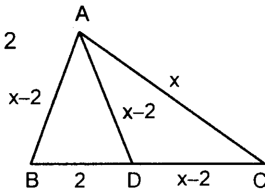
$\Rightarrow a = 4$ cm bulunur.

18. $|AC| = x$ dersek

$|AC| = |BC|$ olduğundan

$|DC| = |AD| = |AB| = x - 2$

olur.



$\overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{CAB}$ (A.A.A.)

$$\Rightarrow \frac{|AB|}{|CA|} = \frac{|BD|}{|AB|}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2}{x} = \frac{2}{x-2}$$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow x = 3 + \sqrt{5}$ bulunur.

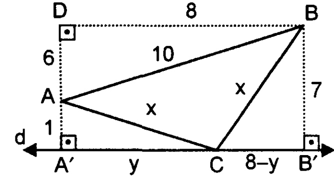
20. $[BD] \perp [A'A$ çizelim.

$|AD| = 6$ cm,

$|BD| = 8$ cm ve

$|A'B'| = 8$ cm olur.

$|A'C| = y$ ve



$|B'C| = 8 - y$ diyerek

A'AC ve B'BC dik üçgenlerinde

$|AC|^2 = y^2 + 1$ ve

$|BC|^2 = 7^2 + (8-y)^2$ yazılır.

$|AC| = |BC|$ olduğundan

$y^2 + 1 = 7^2 + (8-y)^2 \Rightarrow y = 7$ cm ve

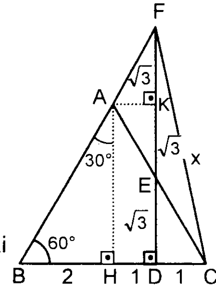
$|AC|^2 = y^2 + 1 \Rightarrow |AC| = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

24. $AH \perp BC$ ve

$AK \perp EF$ çizelim.

AEF ikizkenar üçgen olduğundan

$|FK| = |KE| = \sqrt{3}$ olur.



30°–60°–90° üçgenlerinde kenar uzunlukları arasındaki bağıntılardan,

$|AK| = 1$ cm, $|HD| = 1$ cm, $|BH| = 2$ cm,

$|DC| = 1$ cm ve $|DE| = \sqrt{3}$ cm bulunur.

ADC dik üçgeninde

$|FC|^2 = |FD|^2 + |DC|^2 \Rightarrow x^2 = (3\sqrt{3})^2 + 1^2$

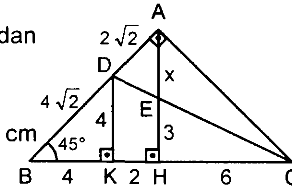
$\Rightarrow x = 2\sqrt{7}$ cm olur.

25. $DK \perp BC$ çizelim.

$m(\hat{B}) = 45°$ olduğundan

$|BK| = |DK| = 4$ cm,

$|BH| = |HC| = |AH| = 6$ cm



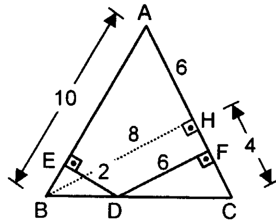
ve $|KH| = 2$ cm olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|CH|}{|CK|} = \frac{|EH|}{|DK|} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{|EH|}{4} \Rightarrow |EH| = 3 \text{ cm ve}$$

$|AE| = |AH| - |EH| = 6 - 3 \Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

26. $BH \perp AC$ çizersek



$|AB| = |AC|$ olduğundan

$|BH| = |DE| + |DF|$

$\Rightarrow |BH| = 8$ cm olur.

ABH dik üçgeninde

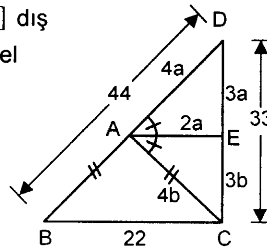
$|AH| = 6$ cm ve buradan

$|HC| = 4$ cm olup HBC dik üçgeninde

$|BC|^2 = |BH|^2 + |HC|^2 \Rightarrow |BC|^2 = 8^2 + 4^2$

$\Rightarrow |BC| = 4\sqrt{5}$ cm bulunur.

27. İkizkenar üçgende $[AE]$ dış açıortayı $[BC]$ ye paralel olacağından



$\overset{\triangle}{DAE} \sim \overset{\triangle}{DBC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|DA|}{|DB|} = \dfrac{|DE|}{|DC|} = \dfrac{|AE|}{|BC|}$

$\Rightarrow \dfrac{|DA|}{44} = \dfrac{|DE|}{33} = \dfrac{|AE|}{22}$ dır.

$|DA| = 4a$ dersek

$|DE| = 3a$, $|AE| = 2a$ olur.

DAC üçgeninde Açıortay Teoremi'ne göre,

$\dfrac{|ED|}{|DA|} = \dfrac{|EC|}{|CA|} \Rightarrow \dfrac{3a}{4a} = \dfrac{|EC|}{|CA|}$ dır.

$|EC| = 3b$ dersek $|CA| = 4b$ olur.

Açıortay uzunluğu formülünden,

$|AE|^2 = |AC| \cdot |AD| - |ED| \cdot |EC|$

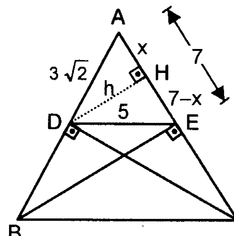
$\Rightarrow (2a)^2 = 4a \cdot 4b - 3a \cdot 3b \Rightarrow 4a = 7b$ ① bulunur.

Ayrıca, $|DC| = 3a + 3b = 33$ tür. ②

① ve ② den $a = 7$ cm ve

DAE üçgeninin çevresi $9a = 63$ cm olur.

28. $DH \perp AC$ çizerek



$|DH| = h$ ve $|AH| = x$ diyelim.

ADH ve EDH dik üçgenlerinde

$h^2 = (3\sqrt{2})^2 - x^2$, ①

$h^2 = 25 - (7 - x)^2$ ②

① ve ② den

$18 - x^2 = 25 - 49 + 14x - x^2$

$\Rightarrow x = 3$ cm ve $h = 3$ cm bulunur.

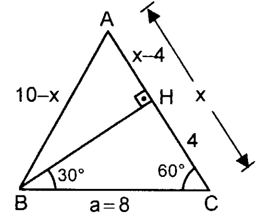
II. Thales teoremine göre

$\dfrac{|AH|}{|AE|} = \dfrac{|DH|}{|BE|} \Rightarrow \dfrac{3}{7} = \dfrac{3}{|BE|} \Rightarrow |BE| = 7$ cm olur.



Test – 3

19. $BH \perp AC$ çizerek



$|AC| = b = x$ dersek

$|AB| = 10 - x$,

$|HC| = 4$ cm, $|BH| = 4\sqrt{3}$ cm

ve $|AH| = x - 4$ olur.

ABH dik üçgeninde

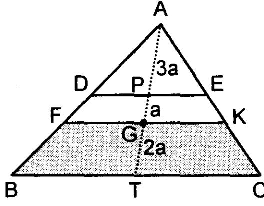
$(10 - x)^2 = (x - 4)^2 + (4\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

NOT : $x = 3$ cm alındığında $|AH| = -1$ olarak bulunması A noktasının H ile C arasında olduğunu gösterir.

Test – 2

11. $\frac{|DE|}{|BC|}=\frac{1}{2}$ ve



$\frac{|FK|}{|BC|}=\frac{2}{3}$ olduğundan

$\frac{|DE|}{3}=\frac{|FK|}{4}=\frac{|BC|}{6}$

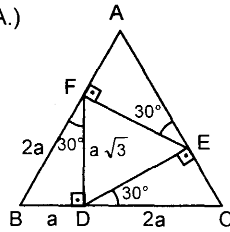
$\Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ADE})}{9}=\frac{A(\overset{\triangle}{AFK})}{16}=\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{36}$ dır.

$A(\overset{\triangle}{ADE})=9S$ dersek $A(BCKF)=20S$ olur.

$9S=18\text{ cm}^2 \Rightarrow 20S=40\text{ cm}^2$

$\Rightarrow A(BCKF)=40\text{ cm}^2$ bulunur.

14. $\overset{\triangle}{FBD}\cong\overset{\triangle}{DCE}\cong\overset{\triangle}{EAF}$ (A.K.A.)



$|BF|=2a$ dersek

$|BD|=a,\ |DF|=a\sqrt{3}$,

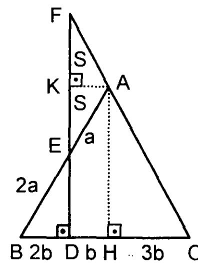
$|DC|=2a$ ve

$|BC|=3a$ olup

$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})}=\left(\frac{|DF|}{|BC|}\right)^2=\left(\frac{a\sqrt{3}}{3a}\right)^2 \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})}=3$

bulunur.

15. ABC üçgeni ikizkenar olduğundan, AFE üçgeni de ikizkenardır.



AK ⊥ DF ve

AH ⊥ BC çizelim.

$A(\overset{\triangle}{AFK})=S$ dersek

$A(\overset{\triangle}{AKE})=S$ ve

$A(\overset{\triangle}{BED})=4S$ olur.

$\overset{\triangle}{AKE}\sim\overset{\triangle}{BDE}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{AKE})}{A(\overset{\triangle}{BDE})}=\left(\frac{|AE|}{|BE|}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{4S}=\left(\frac{|AE|}{|BE|}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{|AE|}{|BE|}=\frac{1}{2}$ ve

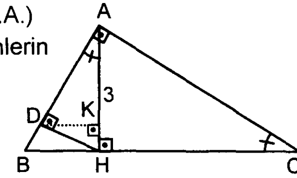
I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|AE|}{|BE|}=\frac{|DH|}{|BD|}=\frac{1}{2}$ dir.

$|BD|=2b$ dersek $|DH|=b$ ve $|HC|=3b$ olacağından

$\frac{|BD|}{|DC|}=\frac{2b}{4b} \Rightarrow \frac{|BD|}{|DC|}=\frac{1}{2}$ bulunur.

21. $\overset{\triangle}{ADH}\sim\overset{\triangle}{CAB}$ (A.A.A.) olduğundan üçgenlerin alanlarının oranı, yüksekliklerinin oranının karesine eşittir.



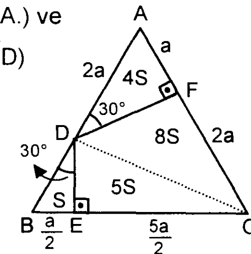
$A(\overset{\triangle}{ADH})=\frac{|AH|\cdot|DK|}{2} \Rightarrow 2=\frac{3\cdot|DK|}{2}$

$\Rightarrow |DK|=\frac{4}{3}$ cm dir.

$\frac{A(\overset{\triangle}{ADH})}{A(\overset{\triangle}{ABC})}=\left(\frac{|DK|}{|AH|}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{A(\overset{\triangle}{ABC})}=\left(\frac{\frac{4}{3}}{3}\right)^2$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC})=\frac{81}{8}\text{ cm}^2$ bulunur.

22. $\overset{\triangle}{AFD}\sim\overset{\triangle}{BED}$ (A.A.A.) ve $A(\overset{\triangle}{AFD})=4\cdot A(\overset{\triangle}{BED})$ olduğundan



$|AD|=2|BD|$ dir.

$|BD|=a$ dersek

$|AD|=2a$,

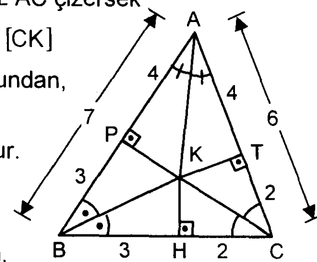
$|BE|=\frac{a}{2},\ |EC|=\frac{5a}{2},\ |AF|=a$ ve $|FC|=2a$;

$A(\overset{\triangle}{BDE})=S$ dersek $A(\overset{\triangle}{ADF})=4S$,

$A(\overset{\triangle}{DEC})=5S$, $A(\overset{\triangle}{FDC})=8S$ ve $A(DECF)=13S$ olur.

$A(DECF)=13\cdot A(BDE)$ bulunur.

25. KP ⊥ AB ve KT ⊥ AC çizersek [AK], [BK] ve [CK] açıortaylar olduğundan, oluşan üçgenler ikişer ikişer eş olur.



Buradan

$|BH|=|BP|=3$ cm,

$|AP| = |AT| = 4$ cm ve

$|TC| = |HC| = 2$ cm bulunur.

$|AB| = 7$ cm, $|AC| = 6$ cm, $|BC| = 5$ cm ve

$2u = 18$ cm olup $A(\overset{\triangle}{ABC}) = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 6\sqrt{6}$ cm^2 bulunur.

26. [EF] yi çizelim.

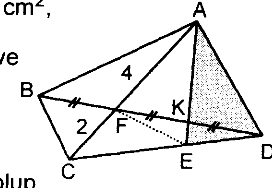
$A(\overset{\triangle}{AFE}) = A(\overset{\triangle}{ADE}) = 4$ cm^2,

$A(\overset{\triangle}{CEF}) = \frac{4}{2} = 2$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} A(\overset{\triangle}{ACD})$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 5$ cm^2 olup

$\Rightarrow A(ABCD) = 15$ cm^2 bulunur.



27. [AE] kenarortayını çizelim.

$|AE| = 13$ cm ve

$|ED| = 10$ cm olur.

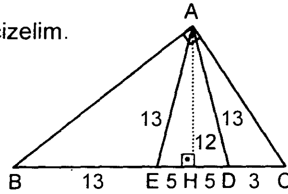
AH ⊥ BC çizersek

$|EH| = |HD| = 5$ cm ve

$|AH| = 12$ cm olacağından

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{26 \cdot 12}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 156$ cm^2

bulunur.



28. FG // AC olduğu görülürse

$\frac{|AK|}{|KG|}$ oranı kolaylıkla

bulunabilir. Yalnız biz bu özel durumu görmezden geleceğiz.

GL // EF çizelim.

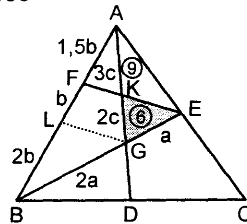
I. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|BG|}{|GE|} = \frac{|BL|}{|LF|} = \frac{2}{1}$ dir.

$|GE| = a$ ve $|FL| = b$ dersek

$|GB| = 2a$, $|BL| = 2b$ ve $|AF| = 1{,}5b$ olur.

Yine I. Thales Teoremi'ne göre



$\frac{|AK|}{|KG|} = \frac{|AF|}{|FL|} = \frac{1{,}5}{1} = \frac{3}{2}$ dir.

O halde

$A(\overset{\triangle}{GEK}) = 6$ cm^2 $\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AGE}) = 15$ cm^2

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABE}) = 45$ cm^2 $\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 90$ cm^2 olur.

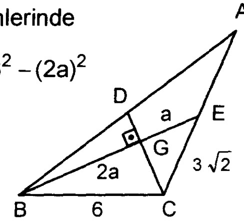
Test – 3

19. GEC ve GBC dik üçgenlerinde

$|GC|^2 = (3\sqrt{2})^2 - a^2 = 6^2 - (2a)^2$

$\Rightarrow a = \sqrt{6}$ birim ve

$|GC| = 2\sqrt{3}$ birim olur.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{BEC}) = 2 \cdot \frac{3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3}}{2}$

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 18\sqrt{2}$ cm^2 bulunur.

21. $|DC| = a$ dersek

$|AD| = 4a$, $|AB| = 5a$ ve

$|BD| = 3a$ olur.

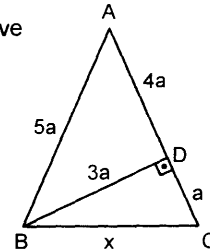
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{5a \cdot 3a}{2}$

$\Rightarrow 30 = \frac{15a^2}{2}$

$\Rightarrow a = 2$ cm ve

DBC dik üçgeninde,

$x^2 = 6^2 + 2^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}$ cm bulunur.

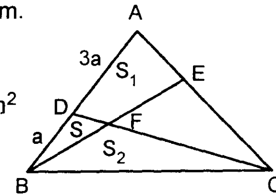


25. $A(\overset{\triangle}{DBF}) = S$ diyelim.

$A(\overset{\triangle}{ADC}) = 15$ cm^2

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DBC}) = 5$ cm^2

olur.



$A(\overset{\triangle}{ABE}) = S + S_1 = 8$ cm^2 ① ve

$A(\overset{\triangle}{DBC}) = S + S_2 = 5$ cm^2 ② dir.

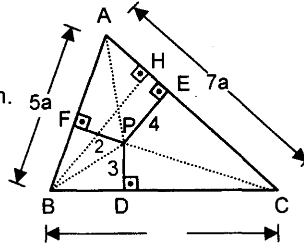
① ve ② taraf tarafa çıkarılırsa

$S_1 - S_2 = 3$ cm^2 bulunur.

26. $|AB| = 5a$,

$|BC| = 6a$ ve

$|AC| = 7a$ diyelim.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{PBC}) + A(\overset{\triangle}{PCA}) + A(\overset{\triangle}{PAB})$

$\Rightarrow \dfrac{7a \cdot |BH|}{2} = \dfrac{6a \cdot 3}{2} + \dfrac{7a \cdot 4}{2} + \dfrac{5a \cdot 2}{2}$

$\Rightarrow |BH| = 8$ birim olur.

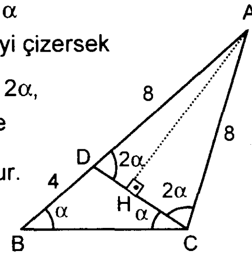
27. $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) = \alpha$ olacak biçimde [CD] yi çizersek

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ADC}) = 2\alpha$,

$|AD| = |AC| = 8$ cm ve

$|DB| = |DC| = 4$ cm olur.

ADC ikizkenar üçgeninde AH ⊥ DC çizersek



$|DH| = |HC| = 2$ cm ve $|AH| = 2\sqrt{15}$ cm olur.

$A(\overset{\triangle}{ADC}) = \dfrac{4 \cdot 2\sqrt{15}}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ADC}) = 4\sqrt{15}$ cm^2 ve

$A(\overset{\triangle}{DBC}) = 2\sqrt{15}$ cm^2 olup

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 6\sqrt{15}$ cm^2 bulunur.

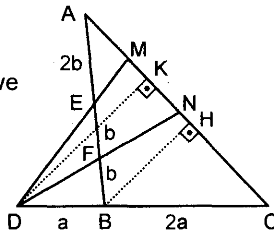
28. $|DB| = a$ ve

$|BF| = b$ dersek

$|BC| = 2a$, $|EF| = b$ ve

$|AE| = 2b$ olur.

ABC ve DMN üçgenlerinin [BH] ve [DK] yüksekliklerinin uzunlukları oranının



$\dfrac{|BH|}{|DK|} = \dfrac{2}{3}$ olduğunu görünüz.

$|BH| = 2h$ ve $|DK| = 3h$ olsun.

ABC üçgeninde DFN ve DEM kesenleri için Menelaus Teoremi'ni uygularsak

$\dfrac{|DB|}{|DC|} \cdot \dfrac{|NC|}{|NA|} \cdot \dfrac{|FA|}{|FB|} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{a}{3a} \cdot \dfrac{|NC|}{|NA|} \cdot \dfrac{3b}{b} = 1 \Rightarrow \dfrac{|NC|}{|NA|} = 1$

ve $\dfrac{|DB|}{|DC|} \cdot \dfrac{|CM|}{|MA|} \cdot \dfrac{|EA|}{|EB|} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{a}{3a} \cdot \dfrac{|CM|}{|MA|} \cdot \dfrac{2b}{2b} = 1 \Rightarrow \dfrac{|CM|}{|MA|} = 3$ bulunur.

$|MA| = k$ dersek $|MC| = 3k$, $|AC| = 4k$ ve

$|MN| = k$ olur. O halde,

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{DMN})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \dfrac{\frac{k \cdot 3h}{2}}{\frac{4k \cdot 2h}{2}} \Rightarrow \dfrac{A(\overset{\triangle}{DMN})}{A(\overset{\triangle}{ABC})} = \dfrac{3}{8}$ dir.

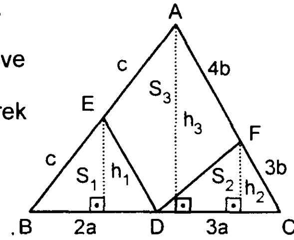
Test – 4

19. $|BD| = 2a$, $|DC| = 3a$,

$|AF| = 4b$, $|CF| = 3b$ ve

$|AE| = |EB| = c$ diyerek

verilen bilgileri şekil üzerine kaydedelim.



EBD, FDC ve ABC üçgenlerinin yükseklikleri h_1, h_2, h_3 olsun.

Thales Teoremi'ne göre

$h_2 = 3h$ dersek $h_3 = 7h$ ve $h_1 = \dfrac{7}{2}h$ olur.

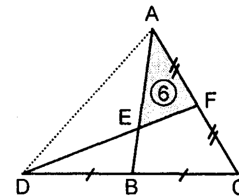
$S_1 + S_2 = \dfrac{2a \cdot \frac{7}{2}h}{2} + \dfrac{3a \cdot 3h}{2} = 64$

$\Rightarrow a \cdot h = 8$ cm^2 ve

$S_1 + S_2 + S_3 = \dfrac{5a \cdot 7h}{2} = 140$ cm^2 olup

$S_3 = 76$ cm^2 bulunur.

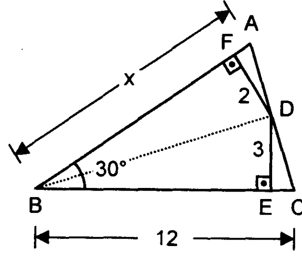
20. ADC üçgeninde [AB] ve [DF] kenarortay olduğundan



$A(\overset{\triangle}{ADC}) = 6 \cdot 6 = 36$ cm^2

ve $A(\overset{\triangle}{FDC}) = 18$ cm^2 olur.

21.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABD}) + A(\overset{\triangle}{DBC})$

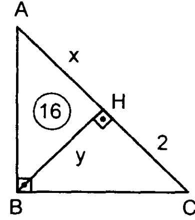
$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot x \cdot \sin 30° = \frac{x \cdot 2}{2} + \frac{12 \cdot 3}{2}$

$\Rightarrow 6x \cdot \frac{1}{2} = x + 18$

$\Rightarrow x = 9$ cm olur.

24. $|AH| = x$ ve

$|BH| = y$ diyelim.



$A(\overset{\triangle}{ABH}) = 16 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow \frac{x \cdot y}{2} = 16$

$\Rightarrow x \cdot y = 32$ ① ve

Euclid Teoremi'ne göre

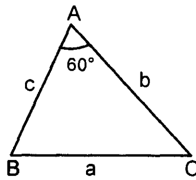
$y^2 = 2x$ ② olur.

① ve ② den $y = 4$ cm ve $x = 8$ cm bulunur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{10 \cdot 4}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 20 \text{ cm}^2$ olur.

26. I. YOL

$b + c = 10 \Rightarrow (b+c)^2 = 100$



$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 100$ ①

ve Kosinüs Teoremi'ne göre

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60°$

$\Rightarrow 64 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \frac{1}{2}$ ② olup

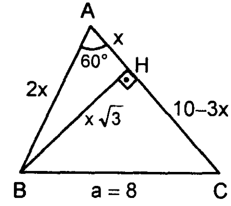
① ve ② den $b \cdot c = 12$ bulunur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ olur.

II. YOL :

$BH \perp AC$ çizelim.



$|AB| = 2x$ dersek

$|AH| = x,$

$|BH| = \sqrt{3} \cdot x$ ve

$|HC| = 10 - 3x$ olur.

HBC dik üçgeninde

$(\sqrt{3} \cdot x)^2 + (10 - 3x)^2 = 8^2$

$\Rightarrow 12x^2 - 60x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0$ olur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{(10 - 2x) \cdot \sqrt{3} \cdot x}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = (5x - x^2) \cdot \sqrt{3}$ ve

$5x - x^2 = 3$ olduğundan

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ bulunur.

27. $A(\overset{\triangle}{DFC}) = 3 \cdot A(\overset{\triangle}{AEF})$ olduğundan

$|DF| = 3|EF|$ dir.

$|EF| = a$ dersek

$|DE| = 2a$ olur.

FK // AB çizerek

$|KC| = b$ dersek

I. Thales Teoremi'ne göre,

$|KB| = b$ ve $|DB| = 2b$ olur.

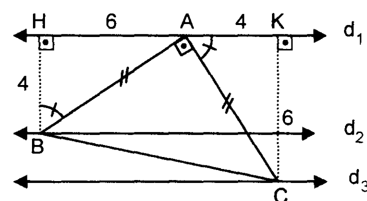
$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b \cdot \sin \hat{D} = 2ab \sin D$ ve

$S_2 + S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4b \cdot \sin \hat{D} = 6ab \sin \hat{D}$

olduğundan

$\frac{S_2}{S_3} = \frac{4ab \sin D}{2ab \sin D} \Rightarrow \frac{S_2}{S_3} = 2$ bulunur.

28.



$BH \perp d_1$ ve $CK \perp d_1$ çizersek

$\overset{\triangle}{ABH} \cong \overset{\triangle}{CAK}$ (K.A.A.) $\Rightarrow |AH| = |CK| = 6$ cm olur.

ABH dik üçgeninde

$|AB|^2 = 4^2 + 6^2 \Rightarrow |AB| = 2\sqrt{13}$ cm

olduğundan

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{2\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{13}}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 26$ cm^2

bulunur.

Test – 5

14. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{AFE}$ (A.A.A.)

ve $|AB| = 3|AC|$ olduğundan

$|AF| = 3|AE|$ dir.

$|AE| = a$ dersek

$|AF| = 3a$ ve

$|EF| = |DF| = 2\sqrt{2}\,a$ olur.

Yine $\overset{\triangle}{BDF} \sim \overset{\triangle}{FEA}$ (A.A.A.) olduğundan

$\dfrac{A(\overset{\triangle}{BDF})}{A(\overset{\triangle}{FEA})} = \left(\dfrac{|DF|}{|EA|}\right)^2 = \left(\dfrac{2\sqrt{2}a}{a}\right)^2$

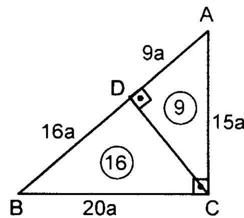
$\Rightarrow \dfrac{A(\overset{\triangle}{BDF})}{A(\overset{\triangle}{FEA})} = 8$ bulunur.

21. $\dfrac{A(\overset{\triangle}{ADC})}{A(\overset{\triangle}{BDC})} = \dfrac{|AD|}{|BD|}$

$\Rightarrow \dfrac{9}{16} = \dfrac{|AD|}{|BD|}$ dir.

$|AD| = 9a$ dersek

$|BD| = 16a$ olur.



Euclid Teoremi'ne göre

$|AC|^2 = 9a \cdot 25a \Rightarrow |AC| = 15a$ ve

$|BC|^2 = 16a \cdot 25a \Rightarrow |BC| = 20a$ bulunur.

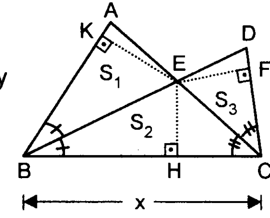
$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{20a \cdot 15a}{2} = 25 \Rightarrow a = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$;

$Çevre(\overset{\triangle}{ABC}) = 60a \Rightarrow Çevre(\overset{\triangle}{ABC}) = 10\sqrt{6}$ cm

olur.

22. $EH \perp BC$, $EF \perp CD$ ve $EK \perp AB$ çizelim. [BD] ve [CA] açıortay olduğundan

$|EH| = |EF| = |EK|$ dır.



$\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{2}$ ve $\dfrac{S_2}{S_3} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{S_1}{2} = \dfrac{S_2}{4} = \dfrac{S_3}{3}$ ve

üçgenlerin yükseklikleri eşit olduğundan

$\dfrac{|AB|}{2} = \dfrac{|BC|}{4} = \dfrac{|CD|}{3}$ tür.

$|BC| = x$ dersek $|AB| = \dfrac{x}{2}$ ve $|CD| = \dfrac{3x}{4}$ olur.

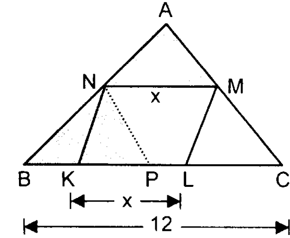
$|AB| + |CD| = 20$ cm

$\Rightarrow \dfrac{x}{2} + \dfrac{3x}{4} = 20 \Rightarrow x = 16$ cm bulunur.

24. NP // AC çizersek

$\overset{\triangle}{NKP} \cong \overset{\triangle}{MLC}$ ve

$\overset{\triangle}{ANM} \sim \overset{\triangle}{NBP}$ olur.



$\dfrac{A(\overset{\triangle}{ANM})}{A(\overset{\triangle}{NBP})} = \left(\dfrac{|AN|}{|NB|}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{1}{4} = \left(\dfrac{|AN|}{|NB|}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{|AN|}{|NB|} = \dfrac{1}{2}$ bulunur.

$\overset{\triangle}{ANM} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AN|}{|AB|} = \dfrac{|NM|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{1}{3} = \dfrac{x}{12} \Rightarrow x = 4$ cm olur.

25. $|FD| = a$ dersek $|AF| = 2a$ ve

Açıortay Teoremi'ne göre,

$|BD| = b$ dersek

$|AB| = 2b$ olur.

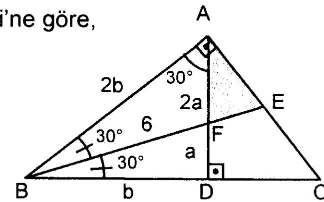
Buradan

$m(\widehat{BAD}) = 30°$,

$m(\widehat{ABE}) = 30°$,

$|AF| = 6$ cm ve

$m(\widehat{AFE}) = m(\widehat{FAE}) = 60°$ olduğu görülür.



AFE eşkenar üçgeninin alanı,

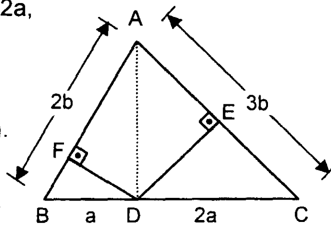
$$A(\overset{\triangle}{AFE}) = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{AFE}) = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

NOT : $m(\widehat{BAD}) = 30°$ özel durumu olmasaydı, ABD dik üçgeninde Pythagoras Teoremi ve açıortay uzunluğu formülü kullanılarak a ve b uzunlukları bulunabilirdi.

27. $|BD| = a$, $|DC| = 2a$,

$|AB| = 2b$ ve

$|AC| = 3b$ olsun.

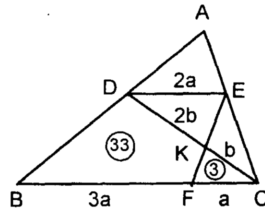


$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABD})}{A(\overset{\triangle}{ADC})} = \frac{|BD|}{|DC|}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2b \cdot |DF|}{2}}{\frac{3b \cdot |DE|}{2}} = \frac{a}{2a} \Rightarrow \frac{|DF|}{|DE|} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

28. $|FC| = a$ ve

$|BF| = 3a$ diyelim.



$$\frac{A(\overset{\triangle}{CKF})}{A(\overset{\triangle}{CDB})} = \frac{3}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} a \cdot |CK| \cdot \sin(\widehat{BCD})}{\frac{1}{2} \cdot 4a \cdot |CD| \cdot \sin(\widehat{BCD})} = \frac{3}{36}$$

$$\Rightarrow \frac{|CK|}{|CD|} = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$

$|CK| = b$ dersek $|KD| = 2b$ olur.

DE // BC olduğundan

II. Thales Teoremi'ne göre

$|DE| = 2a$ ve $|AD| = |DB|$ olacağından

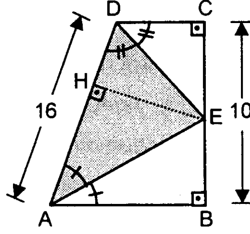
$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{DBC}) = 2 \cdot 36$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 72 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Test – 2

9. EH ⊥ AD çizersek

$|EB| = |EC| = |EH| = 5$ cm olur.



$A(\overset{\triangle}{ADE}) = \dfrac{16 \cdot 5}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ADE}) = 40 \text{ cm}^2$ bulunur.

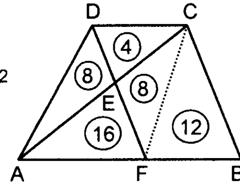
18. [CF] yi çizelim.

AFCD yamuğunda

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = A(\overset{\triangle}{CEF}) = 8 \text{ cm}^2$

ve buradan

$A(\overset{\triangle}{CFB}) = 12 \text{ cm}^2$;



BCDF paralelkenarında

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = 4 \text{ cm}^2$ olur.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{DEC})}{A(\overset{\triangle}{ADE})} = \frac{|CE|}{|EA|} = \frac{A(\overset{\triangle}{CEF})}{A(\overset{\triangle}{AEF})}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{8}{A(\overset{\triangle}{AEF})}$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{AEF}) = 16 \text{ cm}^2$ ve

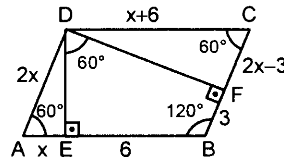
$A(ABCD) = 48 \text{ cm}^2$ bulunur.

19. $m(\hat{B}) = 120°$ ve

$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = 60°$

olduğundan,

$|AE| = x$ dersek,



$|AD| = 2x$, $|DC| = x + 6$

ve $|FC| = 2x - 3$ olur.

$\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{CDF}$ (A.A.A.)

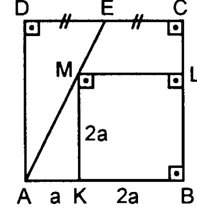
$$\Rightarrow \frac{|AD|}{|CD|} = \frac{|AE|}{|CF|} \Rightarrow \frac{2x}{x+6} = \frac{x}{2x-3}$$

$\Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

Çevre(ABCD) = 36 cm olur.

22. $\overset{\triangle}{AKM} \sim \overset{\triangle}{EDA}$ (A.A.A.)

$$\Rightarrow \frac{|AK|}{|AD|} = \frac{|KM|}{|DE|} \text{ ve}$$



$|AD| = 2|DE|$ olduğundan,

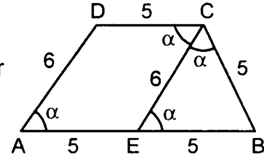
$|AK| = a$ dersek,

$|KM| = 2a$ olur.

$$\frac{A(KBLM)}{A(ABCD)} = \left(\frac{|KB|}{|AB|}\right)^2 \Rightarrow \frac{A(KBLM)}{45} = \left(\frac{2a}{3a}\right)^2$$

$\Rightarrow A(KBLM) = 20 \text{ cm}^2$ bulunur.

23. $\hat{C}$ açısının açıortayını çizersek AECD paralelkenar, BEC ikizkenar üçgen olacağından



$|CE| = |AD| = 6$ cm ve

$|BC| = |BE| = |EA| = 5$ cm olur.

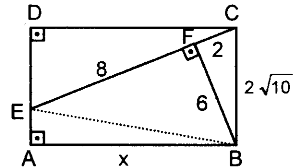
$A(\overset{\triangle}{BEC}) = \sqrt{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = 12 \text{ cm}^2$

ve $A(ABCD) = 3 \cdot 12$

$\Rightarrow A(ABCD) = 36 \text{ cm}^2$ bulunur.

24. BFC dik üçgeninde

$|BC| = 2\sqrt{10}$ cm dir.



$A(ABCD) = |AB| \cdot |BC| = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{BEC})$

$$\Rightarrow x \cdot 2\sqrt{10} = 2 \cdot \frac{10 \cdot 6}{2}$$

$\Rightarrow x = 3\sqrt{10}$ cm bulunur.

25. PK ⊥ BC çizerek

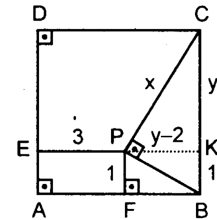
$|CK| = y$ diyelim.

$|EK| = |BC|$ olduğundan,

$|PK| = y - 2$ olur.

PBC dik üçgeninde,

$|PK|^2 = |BK| \cdot |KC|$



$\Rightarrow (y-2)^2 = 1 \cdot y$

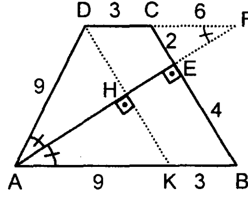
$\Rightarrow y = 4$ cm olur.

PKC dik üçgeninde,

$|PC|^2 = |PK|^2 + |KC|^2$

$\Rightarrow x^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

27. DK // BC çizelim.



[AE ∩ [DC = {F} olsun.

$|AD| = |DF|$ olacağından

$|CF| = 6$ cm,

$|AD| = |AK| = 9$ cm ve

$|DC| = |KB| = 3$ cm olur.

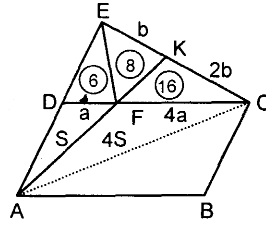
II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|CE|}{|BE|} = \frac{|CF|}{|AB|} \Rightarrow \frac{2}{|BE|} = \frac{6}{12}$

$\Rightarrow |BE| = 4$ cm ve

Çevre(ABCD) = 30 cm bulunur.

28. $\frac{A(\overset{\triangle}{EDF})}{A(\overset{\triangle}{EFC})} = \frac{|DF|}{|FC|}$



$\Rightarrow \frac{6}{24} = \frac{|DF|}{|FC|}$ ve

$\Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{EFK})}{A(\overset{\triangle}{CFK})} = \frac{|EK|}{|KC|}$

$\Rightarrow \frac{8}{16} = \frac{|EK|}{|KC|}$ dir.

$|DF| = a$ ve $|EK| = b$ dersek,

$|FC| = 4a$ ve $|KC| = 2b$ olur.

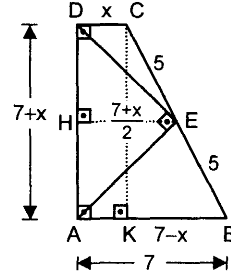
$A(\overset{\triangle}{ADF}) = S$ ve $A(\overset{\triangle}{AFC}) = 4S$ olsun.

$\frac{A(\overset{\triangle}{AEK})}{A(\overset{\triangle}{ACK})} = \frac{|EK|}{|KC|} \Rightarrow \frac{S+14}{4S+16} = \frac{b}{2b} \Rightarrow S = 6 \text{ cm}^2$

ve $A(ABCD) = 10 \cdot S \Rightarrow A(ABCD) = 60 \text{ cm}^2$ bulunur.

Test – 3

10. EH ⊥ AD ve CK ⊥ AB çizelim.



[EH], yamuğun orta tabanıdır.

$|DC| = x$ dersek

$|HE| = \frac{7+x}{2}$,

$|AD| = |CK| = 7 + x$ ve

$|KB| = 7 - x$ olur.

CKB dik üçgeninde,

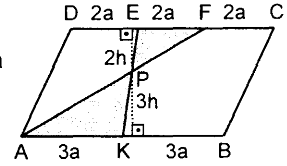
$(7+x)^2 + (7-x)^2 = 10^2$

$\Rightarrow x = 1$ cm ve buradan

$A(ABCD) = \frac{|AB| + |CD|}{2} \cdot |AD|$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{7+1}{2} \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2$ bulunur.

15. $|AK| = |KB| = 3a$ ve



$|DE| = |EF| = |FC| = 2a$

diyebiliriz.

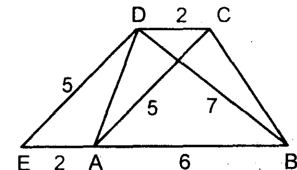
Buna göre PEF üçgeninin, [EF] kenarına ait yüksekliği 2h olursa, PAK üçgeninin, [AK] kenarına ait yüksekliği 3h olur.

Taralı alan $= \frac{2a \cdot 2h}{2} + \frac{3a \cdot 3h}{2} = 26$

$\Rightarrow a \cdot h = 4 \text{ cm}^2$ ve

$A(ABCD) = 6a \cdot 5h \Rightarrow A(ABCD) = 120 \text{ cm}^2$ bulunur.

23. DE // AC ve AE // DC çizelim.



Taban ve yükseklikleri eşit olduğundan

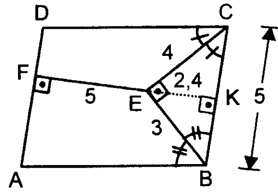
$A(\overset{\triangle}{EAD}) = A(\overset{\triangle}{BCD})$

$\Rightarrow A(ABCD) = A(\overset{\triangle}{DEB})$

$\Rightarrow A(ABCD) = \sqrt{10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}$

$\Rightarrow A(ABCD) = 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$ olur.

24. AB // CD ve [BE ile [CE açıortay olduğundan BE ⊥ CE dir.



[FE ∩ [BC] = {K} olsun.

FK ⊥ BC olur.

EBC dik üçgeninde

$|BC|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |BC| = 5$ cm ve

$|BC| \cdot |EK| = |BE| \cdot |EC|$

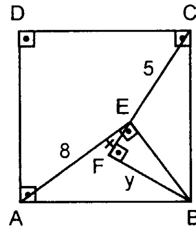
$\Rightarrow 5 \cdot |EK| = 3 \cdot 4 \Rightarrow |EK| = 2{,}4$ cm olup

$A(ABCD) = |BC| \cdot |FK|$

$\Rightarrow A(ABCD) = 5 \cdot 7{,}4$

$\Rightarrow A(ABCD) = 37$ cm^2 bulunur.

25. $|EF| = x$ ve $|BF| = y$ diyelim.



BEF dik üçgeninde

$|BE|^2 = x^2 + y^2$;

AEB dik üçgeninde

$|AB|^2 = |AE|^2 + |BE|^2$

$\Rightarrow |AB|^2 = 8^2 + x^2 + y^2$;

BFC dik üçgeninde

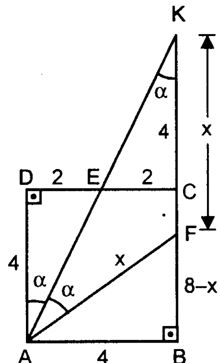
$|BC|^2 = |BF|^2 + |CF|^2 \Rightarrow |BC|^2 = y^2 + (5+x)^2$

ve $|AB| = |BC|$ olduğundan

$8^2 + x^2 + y^2 = y^2 + (5+x)^2$

$\Rightarrow x = 3{,}9$ cm bulunur.

26. [AE ∩ [BC = {K} olsun.



$|DE| = |EC| = 2$ cm,

$|AD| = |CK| = 4$ cm,

$|AF| = |FK| = x$ ve

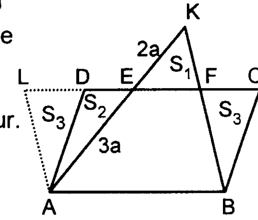
$|BF| = 8 - x$ olur.

ABF dik üçgeninde

$x^2 = (8-x)^2 + 4^2$

$\Rightarrow x = 5$ cm bulunur.

27. ABCD paralelkenarının dışında kalacak biçimde $\overset{\triangle}{LAD} \cong \overset{\triangle}{FBC}$ çizelim.



$\overset{\triangle}{KEF} \sim \overset{\triangle}{AEL}$ (A.A.A.) olur.

$$\frac{A(\overset{\triangle}{KEF})}{A(\overset{\triangle}{AEL})} = \left(\frac{|KE|}{|AE|}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{36} = \left(\frac{|KE|}{|AE|}\right)^2 \Rightarrow \frac{|KE|}{|AE|} = \frac{2}{3} \text{ ve}$$

$$\frac{A(\overset{\triangle}{KEF})}{A(\overset{\triangle}{KAB})} = \left(\frac{|KE|}{|KA|}\right)^2 \Rightarrow \frac{A(\overset{\triangle}{KEF})}{A(\overset{\triangle}{KAB})} = \left(\frac{2a}{5a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{A(\overset{\triangle}{KAB})} = \frac{4}{25} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{KAB}) = 100 \text{ cm}^2$$

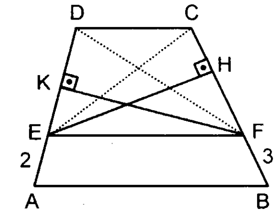
$\Rightarrow A(ABFE) = 84$ cm^2 bulunur.

$A(ABCD) = S_2 + S_3 + A(ABFE)$

$\Rightarrow A(ABCD) = 36 + 84$

$\Rightarrow A(ABCD) = 120$ cm^2 olur.

28. I. Thales Teoremi'ne göre



$$\frac{|DE|}{|EA|} = \frac{|CF|}{|FB|}$$

$$\Rightarrow \frac{|DE|}{2} = \frac{|CF|}{3} \text{ tür.}$$

$|DE| = 2a$ dersek

$|CF| = 3a$ olur.

$A(\overset{\triangle}{DEF}) = A(\overset{\triangle}{CEF})$

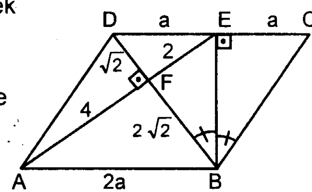
$$\Rightarrow \frac{|DE| \cdot |FK|}{2} = \frac{|CF| \cdot |EH|}{2} \Rightarrow \frac{2a \cdot |FK|}{2} = \frac{3a \cdot 6}{2}$$

$\Rightarrow |FK| = 9$ cm bulunur.



Test – 4

20. $|DE| = |EC| = a$ dersek



$|AB| = 2a$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre $|AF| = 4$ cm,

ABE dik üçgeninde Euclid Teoremi'ne göre

$|BF| = 2\sqrt{2}$ cm ve

I. Thales Teoremi'ne göre

$|DF| = \sqrt{2}$ cm bulunur.

$$A(ABED) = \frac{|AE| \cdot |BD|}{2} = \frac{6 \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}\ cm^2$$

$$A(ABCD) = \frac{4}{3} A(ABED) = \frac{4}{3} \cdot 9\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$ $A(ABCD) = 12\sqrt{2}\ cm^2$ olur.

21. $\widehat{BEC} \cong \widehat{ECD} \cong \widehat{BCE}$ olduğundan

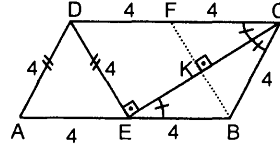
$|EB| = |BC| = |AD| = |DE| = 4$ cm dir.

BF // DE çizersek

BF ⊥ CE

olacağından

$|BC| = |CF| = 4$ cm



ve $|DF| = 4$ cm olur.

DEC dik üçgeninde

$|CE|^2 = 8^2 - 4^2$

$\Rightarrow$ $|CE| = 4\sqrt{3}$ cm,

$$A(\overset{\triangle}{DEC}) = \frac{|DE| \cdot |EC|}{2} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}\ cm^2 \text{ ve}$$

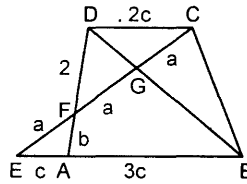
$A(ABCD) = 2 \cdot A(\overset{\triangle}{DEC})$

$\Rightarrow$ $A(ABCD) = 16\sqrt{3}\ cm^2$ bulunur.

23. $|EF| = |FG| = |GC| = a$

$|AF| = b$ ve $|EA| = c$

dersek



$$\frac{|EF|}{|FC|} = \frac{|AF|}{|FD|} = \frac{|EA|}{|DC|} \text{ ve}$$

$$\frac{|DC|}{|EB|} = \frac{|GC|}{|GE|} \text{ olduğundan}$$

$|FD| = 2b$, $|DC| = 2c$ ve $|AB| = 3c$ olur.

$A(\overset{\triangle}{EFA}) = S$ olsun.

$$A(\overset{\triangle}{EFA}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\hat{F} = S$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{DFC}) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b \cdot \sin\hat{F} = 4S \text{ ve}$$

$$A(\overset{\triangle}{EFA}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\hat{E} = S$$

$$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{BEC}) = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4c \cdot \sin\hat{E} = 12S \text{ olur.}$$

Buradan,

$A(ABCD) = A(ABCF) + A(\overset{\triangle}{DFC})$

$\Rightarrow$ $A(ABCD) = 11S + 4S$

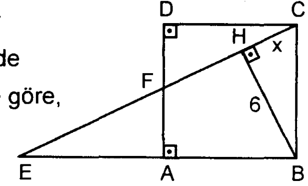
$\Rightarrow$ $A(ABCD) = 15 \cdot A(\overset{\triangle}{FEA})$ bulunur.

25. $|CH| = x$ ve olsun.

CEB dik üçgeninde

Euclid Teoremi'ne göre,

$|BH|^2 = |EH| \cdot |HC|$



$\Rightarrow$ $6^2 = x \cdot (20 - x)$

$\Rightarrow$ $x^2 - 20x + 36 = 0$

$\Rightarrow$ $x = 2$ cm olur.

BHC dik üçgeninde,

$|BC|^2 = 6^2 + 2^2 \Rightarrow |BC|^2 = 40$

$\Rightarrow$ $A(ABCD) = 40\ cm^2$ bulunur.

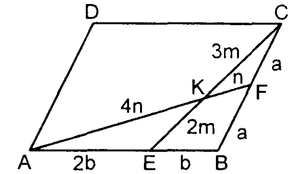
26. $|BF| = |FC| = a$,

$|EB| = b$ ve

$|AE| = 2b$ olsun.

CEB üçgeninde

[AF] keseni için



ve ABF üçgeninde [CE] keseni için

Menelaus Teoremi'ni uygulayalım.

$$\frac{|AE|}{|AB|} \cdot \frac{|FB|}{|FC|} \cdot \frac{|KC|}{|KE|} = 1 \Rightarrow \frac{2b}{3b} \cdot \frac{a}{a} \cdot \frac{|KC|}{|KE|} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{|KC|}{|KE|} = \frac{3}{2} \text{ ve } \frac{|CF|}{|CB|} \cdot \frac{|EB|}{|EA|} \cdot \frac{|KA|}{|KF|} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2a} \cdot \frac{b}{2b} \cdot \frac{|KA|}{|KF|} = 1 \Rightarrow \frac{|KA|}{|KF|} = 4 \text{ bulunur.}$$

$|KC| = 3m$ dersek $|KE| = 2m$,

$|KF| = n$ dersek $|KA| = 4n$ ve

$$A(\overset{\triangle}{KFC}) = \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot n \cdot \sin\hat{K} = 3S \text{ dersek}$$

$$A(\overset{\triangle}{KAE}) = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot 4n \cdot \sin\hat{K} = 8S \text{ olur.}$$

$8S + 3S = 22\ cm^2$

$\Rightarrow\ S = 2\ cm^2$ dir.

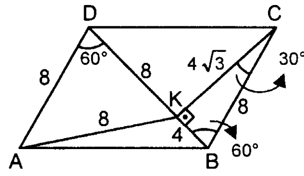
$A(\overset{\triangle}{KAE}) = \frac{1}{2} \cdot 2b \cdot 4n \cdot \sin(\widehat{BAF}) = 8S$

$\Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{ABF}) = \frac{1}{2} \cdot 3b \cdot 5n \cdot \sin(\widehat{BAF}) = 15S$

$\Rightarrow\ A(ABCD) = 4 \cdot A(\overset{\triangle}{ABF}) = 60S$

$\Rightarrow\ A(ABCD) = 120\ cm^2$ bulunur.

27. İç ters açılar durumundaki $\widehat{ADK}$ ve $\widehat{CBK}$ açılarının ölçüleri eşit olduğundan



D, K ve B noktaları doğrusaldır.

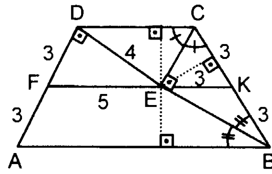
$|AD| = |DK| = |BC| = 8$ cm,

$|KC| = 4\sqrt{3}$ cm ve

$m(\widehat{DKC}) = 90°$ olduğundan

$A(\overset{\triangle}{DKC}) = \frac{8 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}\ cm^2$ olur.

28. E noktası, [BE] [CE] açıortaylarının kesim noktası olduğundan [AB], [BC] ve [DC] kenarlarından eşit uzaklıktadır.



Öyleyse, E den [AB] ye çizilen [FK] paraleli, yamuğun orta tabanı olur.

Buna göre,

$|AF| = |FD| = |BK| = |CK| = 3$ cm,

BEC dik üçgeninde $|EK| = 3$ cm ve

DFE dik üçgeninde $|EF| = 5$ cm olur.

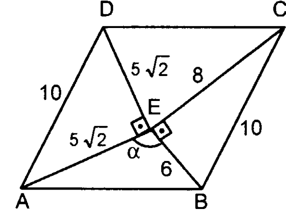
$A(\overset{\triangle}{DFE}) = \frac{3 \cdot 4}{2}\ \Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{DFE}) = 6\ cm^2$,

$\frac{A(DFE)}{A(CEK)} = \frac{5}{3}\ \Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{CEK}) = 3{,}6\ cm^2$

$\Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{BEC}) = 7{,}2\ cm^2$ bulunur.

Test – 5

16. BEC dik üçgeninde $|BE| = 6$ cm, ADE ikizkenar dik üçgeninde $|AD| = 10$ cm ve



$|AE| = |DE| = 5\sqrt{2}$ cm dir.

$A(\overset{\triangle}{BEC}) = \frac{6 \cdot 8}{2}$

$\Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{BEC}) = 24\ cm^2$,

$A(\overset{\triangle}{ADE}) = \frac{5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{2}\ \Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{ADE}) = 25\ cm^2$ ve

$A(\overset{\triangle}{ABE}) + A(\overset{\triangle}{DEC}) = A(\overset{\triangle}{BEC}) + A(\overset{\triangle}{ADE})$

$\Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{ABE}) + A(\overset{\triangle}{DEC}) = 49\ cm^2$ olur.

$A(\overset{\triangle}{ABE}) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sin\alpha$, ①

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sin(180° - \alpha)$ ②

① ve ② taraf tarafa bölünürse

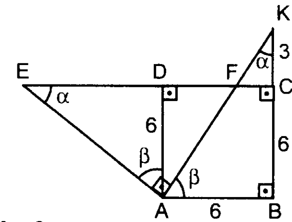
$\frac{A(\overset{\triangle}{ABE})}{A(\overset{\triangle}{DEC})} = \frac{3}{4}$ bulunur.

$A(\overset{\triangle}{ABE}) = 3S$ dersek $A(\overset{\triangle}{DEC}) = 4S$ olup

$3S + 4S = 49\ cm^2\ \Rightarrow\ S = 7\ cm^2$ ve buradan

$A(\overset{\triangle}{DEC}) = 4S\ \Rightarrow\ A(\overset{\triangle}{DEC}) = 28\ cm^2$ elde edilir.

20. $\overset{\triangle}{EDA} \sim \overset{\triangle}{KBA}$ (A.A.A.)



$\Rightarrow\ \frac{|ED|}{|KB|} = \frac{|DA|}{|BA|}$

$\Rightarrow\ \frac{x}{9} = \frac{6}{6}$

$\Rightarrow\ x = 9$ cm ve

$|EC| = |ED| + |DC| = 9 + 6$

$\Rightarrow\ |EC| = 15$ cm bulunur.

23. EDC dik üçgeninde

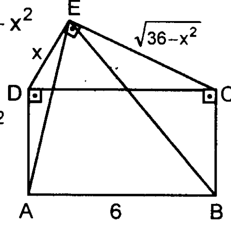
$|EC|^2 = |DC|^2 - |ED|^2 = 36 - x^2$

ve ABCD dikdörtgeninde

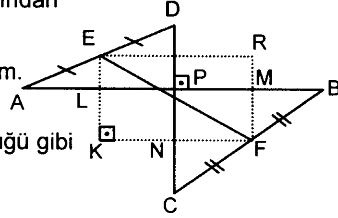
$|EA|^2 + |EC|^2 = |EB|^2 + |ED|^2$

$\Rightarrow \; 7^2 + 36 - x^2 = 9^2 + x^2$

$\Rightarrow \; x = \sqrt{2}$ cm olur.



25. E ve F noktalarından AB ve CD ye paraleller çizelim.



Şekilde görüldüğü gibi

$|LP| = \frac{|AP|}{2}$ ve

$|PM| = \frac{|PB|}{2}$ olup

$|LP| + |PM| = \frac{|AP|}{2} + \frac{|PB|}{2}$

$\Rightarrow \; |LM| = \frac{|AB|}{2} \; \Rightarrow \; |KF| = \frac{|AB|}{2}$

$\Rightarrow \; |KF| = 4$ cm dir.

Aynı şekilde,

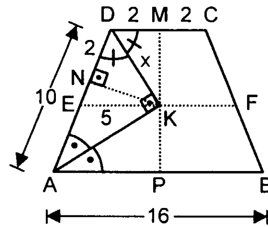
$|EK| = \frac{|DC|}{2} \; \Rightarrow \; |EK| = 2$ cm olur.

EKF dik üçgeninde,

$|EF|^2 = |EK|^2 + |KF|^2 \; \Rightarrow \; |EF|^2 = 4^2 + 2^2$

$\Rightarrow \; |EF| = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

26. $|KM| = |KN| = |KP|$ olduğundan K noktasından noktasından [AB] ye çizilen [EF] paraleli yamuğun orta tabanı olur.



$|EF| = \frac{|AB| + |CD|}{2}$

$\Rightarrow \; |EF| = 10$ cm ve

DAK dik üçgeninde

$|KE| = \frac{|AD|}{2} \; \Rightarrow \; |KE| = 5$ cm olduğundan

K noktası [EF] nin ortasıdır.

Öyleyse, MP doğrusu ikizkenar yamuğun simetri ekseni olup $|DM| = |MC| = |DN| = 2$ cm dir.

DAK dik üçgeninde

$|DK|^2 = |DN| \cdot |DA| \; \Rightarrow \; x^2 = 2 \cdot 10$

$\Rightarrow \; x = 2 \cdot \sqrt{5}$ cm bulunur.

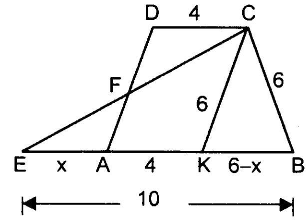
27. CK // DA çizelim.

$|CK| = |DA| = 6$ cm,

$|AK| = |DC| = 4$ cm

ve $|KB| = 6 - x$

olur.



$\overset{\triangle}{CKB} \sim \overset{\triangle}{EBC}$ (A.A.A.)

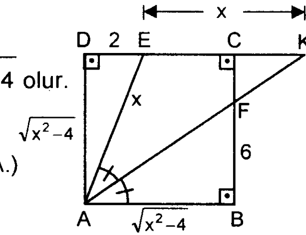
$\Rightarrow \; \frac{|CK|}{|EB|} = \frac{|KB|}{|BC|} \; \Rightarrow \; \frac{6}{10} = \frac{6-x}{6}$

$\Rightarrow \; x = 2{,}4$ cm bulunur.

28. $[AF \cap [DC = \{K\}$ olsun.

$|AE| = |EK| = x$ ve

$|AD| = |AB| = \sqrt{x^2 - 4}$ olur.



$\overset{\triangle}{ADK} \sim \overset{\triangle}{FBA}$ (A.A.A.)

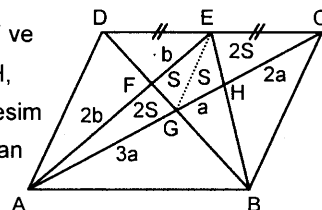
$\Rightarrow \; \frac{|AD|}{|FB|} = \frac{|DK|}{|BA|}$

$\Rightarrow \; \frac{\sqrt{x^2-4}}{6} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

$\Rightarrow \; x^2 - 4 = 6(x+2) \; \Rightarrow \; x = 8$ cm bulunur.

Test – 6

18. ACD üçgeninde F ve BCD üçgeninde H, kenarortayların kesim noktası olduğundan $|GH| = a$ dersek



$|HC| = 2a$ ve $|GA| = 3a$, $|EF| = b$ dersek

$|AF| = 2b$ olur.

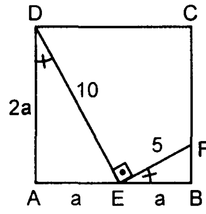
Diğer taraftan [EG] yi çizip $A(\overset{\triangle}{EGH}) = S$ dersek

$A(\overset{\triangle}{EAG}) = 3S$, $A(\overset{\triangle}{FEG}) = S$, $A(EFGH) = 2S$,

$A(\overset{\triangle}{AEC}) = 6S$ ve $A(ABCD) = 24S$ olur.

$A(ABCD) = 12 \cdot A(EFGH)$ bulunur.

20. $\overset{\triangle}{DAE} \sim \overset{\triangle}{EBF}$ (A.A.A.)



$\frac{|DA|}{|EB|} = \frac{|DE|}{|EF|}$

$\Rightarrow \frac{|DA|}{|EB|} = \frac{10}{5}$ tir.

$|DA| = 2a$ dersek,

$|EB| = a$ ve karede $|DA| = |AB|$ olacağı için

$|AE| = a$ olur.

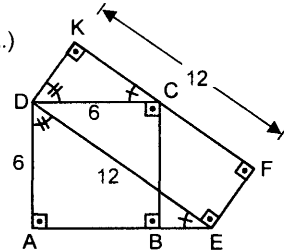
AED dik üçgeninde,

$|DA|^2 + |AE|^2 = |DE|^2 \Rightarrow 4a^2 + a^2 = 100$

$\Rightarrow a^2 = 20$ ve $A(ABCD) = 4a^2$

$\Rightarrow A(ABCD) = 80\ cm^2$ bulunur.

21. $\overset{\triangle}{AED} \sim \overset{\triangle}{KCD}$ (A.A.A.)



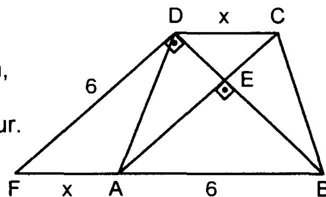
$\Rightarrow \frac{|AD|}{|KD|} = \frac{|ED|}{|CD|}$

$\Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{12}{6}$

$\Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

25. DF // AC ve FA // DC çizelim.

DF ⊥ DB,



$|DF| = |CA| = 6$ cm,

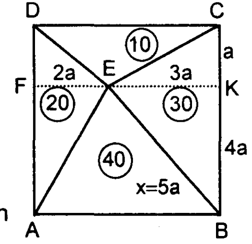
$|DC| = |FA| = x$ olur.

DFB dik üçgeninde

$|FB|^2 = |DF|^2 + |DB|^2$

$\Rightarrow (x+6)^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

26. E noktasından AB ye FK paralelini çizersek EAB, ECD ve EDA üçgenlerinin [AB], [CD] ve [DA] eş kenarlarına ait yükseklikleri [KB], [KC] ve [EF] olacağından



$\frac{A(\overset{\triangle}{EAB})}{|KB|} = \frac{A(\overset{\triangle}{ECD})}{|KC|} = \frac{A(\overset{\triangle}{EDA})}{|EF|}$

$\Rightarrow \frac{40}{|KB|} = \frac{10}{|KC|} = \frac{20}{|EF|}$ dir.

$|KC| = a$ dersek, $|KB| = 4a$, $|EF| = 2a$ ve

$|FK| = |BC|$ olduğundan $|EK| = 3a$ olur.

$A(\overset{\triangle}{EDA}) = \frac{|DA| \cdot |EF|}{2} \Rightarrow 20 = \frac{5a \cdot 2a}{2}$

$\Rightarrow a = 2$ cm ve

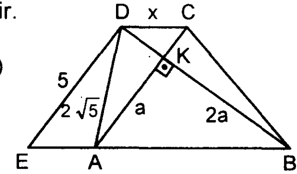
KEB dik üçgeninde

$|EB|^2 = (3a)^2 + (4a)^2 \Rightarrow |EB| = 5a$

$\Rightarrow |EB| = 10$ cm bulunur.

27. DE // AC ve EA // DC çizelim.

$|DE| = |AC| = 5$ cm dir.



$\overset{\triangle}{DEB} \sim \overset{\triangle}{KAB}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{|DE|}{|KA|} = \frac{|DB|}{|KB|}$

$\Rightarrow \frac{5}{|KA|} = \frac{10}{|KB|}$ olduğundan

$|KA| = a$ dersek, $|KB| = 2a$ ve $|DK| = 10 - 2a$ olur.

DAK dik üçgeninde

$|DK|^2 + |AK|^2 = |AD|^2$

$\Rightarrow (10-2a)^2 + a^2 = (2\sqrt{5})^2$

$\Rightarrow a = 4$ cm; buradan

$|KC| = 1$ cm, $|KD| = 2$ cm ve

KCD dik üçgeninde

$|CD|^2 = |DK|^2 + |KC|^2$

$\Rightarrow x^2 = 2^2 + 1^2 \Rightarrow x = \sqrt{5}$ cm bulunur.

28. AEFK paralelkenarını çizelim.

$|AE|+|EF|+|FC| = T$ olsun.

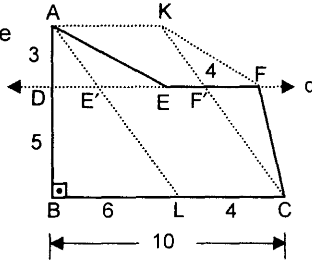
$T = |AE|+|EF|+|FC| = |AK|+|KF|+|FC|$

olduğundan,

T toplamının en küçük olması

$|KF|+|FC|$ toplamının

en küçük olması ile mümkündür.



$|KF|+|FC|$ nin en küçük değeri $|KC|$ olup ABCK dik yamuğunda

$|KC| = 10$ birim bulunur.

Öyleyse, T toplamının en küçük değeri,

$T = |AK|+|KC| \Rightarrow T = 14$ birimdir.

$|KF|+|FC|$ toplamının $|KC|$ değerine düşürülmesi F noktasının [KC] üzerine kaydırılması ile gerçekleşir.

Bu durumda T toplamı,

$|LC| = 4$ birim, $[AL] \cap [DF] = \{E'\}$ ve

$|E'F'| = 4$ birim olmak üzere

$|AE'|+|E'F'|+|F'C|$ dir

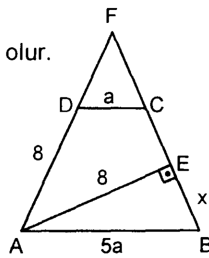
Test – 7

24. $[AD \cap [BC = \{F\}$ olsun.

$|DC| = a$ dersek, $|AB| = 5a$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|FC|}{|FB|} = \frac{|DC|}{|AB|}$$



$$\Rightarrow \frac{|FC|}{|FC|+8} = \frac{a}{5a}$$

$\Rightarrow |FC| = 2$ cm ve $|FD| = 2$ cm olur.

FAE dik üçgeninde,

$|EF|^2 = |AF|^2 - |AE|^2$

$\Rightarrow |EF|^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow |EF| = 6$ cm;

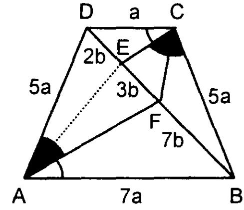
$|FC| = |FD| = 2$ cm olduğundan,

$|CE| = 4$ cm ve $|BE| = 8 - 4 \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

25. $|DC| = a$ dersek

$|AD| = |BC| = 5a$ ve

$|AB| = 7a$ olur.



[AF] açıortayı için,

$$\frac{|FB|}{|FD|} = \frac{|BA|}{|DA|} \Rightarrow \frac{|FB|}{|FD|} = \frac{7a}{5a} \text{ dır.}$$

$|FB| = 7b$ dersek , $|DF| = 5b$ ve $|BD| = 12b$ olur.

[CE] açıortayı için,

$$\frac{|DE|}{|EB|} = \frac{|DC|}{|BC|} \Rightarrow \frac{|DE|}{|EB|} = \frac{a}{5a} \text{ dır.}$$

Buradan, $|DE| = 2b$ ve $|EF| = 3b$ olur.

$$\frac{A(AFCE)}{3b} = \frac{A(ABCF)}{7b} = \frac{A(AECD)}{2b}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{A(ABCF)}{7} = \frac{A(AECD)}{2}$$

$\Rightarrow$ A(ABCF) = 14 cm^2 ve A(AECD) = 4 cm^2 bulunur.

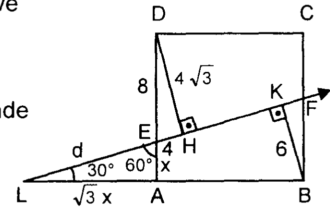
Öyleyse, A(ABCD) = 24 cm^2 dir.

28. $EF \cap AB = \{L\}$ ve

$|EA| = x$ olsun.

ELA dik üçgeninde

$|LA| = \sqrt{3}x$;



DEH dik üçgeninde

$|EH| = 4$ cm ve $|DE| = 8$ cm ;

KLB dik üçgeninde $|LB| = 12$ cm olur.

$|AB| = |AD| \Rightarrow 12 - \sqrt{3}x = 8 + x$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{3} - 2$ cm ve buradan,

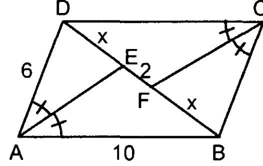
$|AB| = 6 + 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

Test – 8

19. $\overset{\triangle}{ADE} \cong \overset{\triangle}{CBF}$ (A.K.A.) $\Rightarrow |DE| = |BF| = x$ olsun.

ABD üçgeninde

Açıortay Teoremi'ne göre,



$$\frac{|ED|}{|EB|} = \frac{|DA|}{|BA|}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{x+2} = \frac{6}{10}$$

$\Rightarrow \quad x = 3$ cm olur.

Buradan, $|BD| = 8$ cm ve

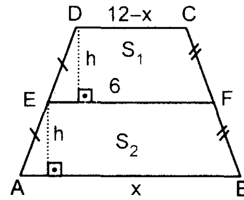
$$A(\overset{\triangle}{ABD}) = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$\Rightarrow$ A(ABCD) = 48 cm^2 bulunur.

21. Yamukların yükseklikleri h olsun.

$|AB| = x$ ise

$|DC| = 12 - x$ olur.



$$S_1 = \frac{6 + (12 - x)}{2} \cdot h \text{ ve}$$

$$S_2 = \frac{x+6}{2} \cdot h \text{ olup}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{6+12-x}{2} \cdot h}{\frac{x+6}{2} \cdot h} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \quad x = 10$ cm bulunur.

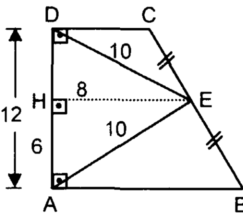
23. [DE] yi ve EH ⊥ AD yi çizelim.

I. Thales Teoremi'ne göre

$|AH| = |HD| = 6$ cm dir.

[AHE dik üçgeninde

$|EH| = 8$ cm olur.



$$A(\overset{\triangle}{AED}) = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48 \text{ cm}^2 \text{ ve } A(ABCD) = 2 \cdot 48$$

$\Rightarrow$ A(ABCD) = 96 cm^2 bulunur.

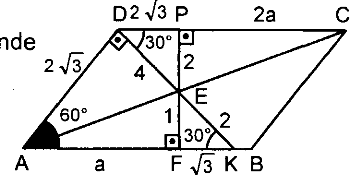
27. [DE ∩ [AB] = {K} [FE ∩ [DC] = {P} olsun.

$m(\widehat{DKA}) = m(\widehat{KDC}) = 30°$ dir.

EFK dik üçgeninde

$|EK| = 2$cm ve

$|FK| = \sqrt{3}$ cm;



PDE dik üçgeninde

$|PE| = 2$ cm ve

$|PD| = 2\sqrt{3}$ cm ;

DAK dik üçgeninde

$|AD| = 2\sqrt{3}$ cm ve $|AK| = 4\sqrt{3}$ cm olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|AF|}{|PC|} = \frac{|EF|}{|EP|} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{|PC|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |PC| = 6\sqrt{3} \text{ cm dir.}$$

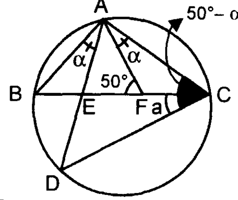
Buna göre,

$A(ABCD) = |DC| \cdot |PF| = 8\sqrt{3} \cdot 3$

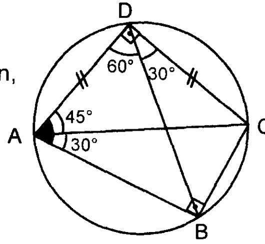
$A(ABCD) = 24\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

Test – 2

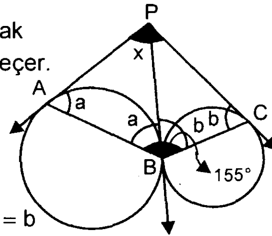
17. $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{FAC}) = \alpha$ olsun.
$\overset{\frown}{BD}$ yayını gören çevre açılar olduklarından
$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{BAD}) = a$ ve AFC üçgeninde
$m(\widehat{BCA}) = 50° - \alpha$ olur.
$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCA}) + m(\widehat{BCD})$
$\Rightarrow m(\widehat{ACD}) = 50° - \alpha + \alpha$
$\Rightarrow m(\widehat{ACD}) = 50°$ bulunur.



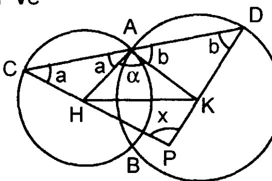
18. B ve D noktaları, [AC] doğru parçasını 90° lik açı altında gördüğünden, [AC] çaplı çember üzerinde bulunurlar. DAC ikizkenar dik üçgeninde
$m(\widehat{DAC}) = 45°$ ve
$\overset{\frown}{BC}$ yayını gören çevre açılar olduğundan
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC}) = 30°$ olup
$m(\widehat{BAD}) = 30° + 45° \Rightarrow m(\widehat{BAD}) = 75°$ bulunur.



19. Çemberlerin B deki ortak teğeti P noktasından geçer.
$|PA| = |PB| = |PC|$
olduğundan
$m(\widehat{PAB}) = m(\widehat{PBA}) = a$
ve $m(\widehat{PBC}) = m(\widehat{PCB}) = b$
dersek $a + b = 155°$ olur.
PABC dörtgeninde
$x + 2a + 2b = 360°$
$\Rightarrow x + 2 \cdot 155° = 360° \Rightarrow x = 50°$ bulunur.

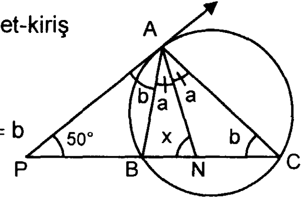


20. HAC ve KAD ikizkenar üçgenlerinde
$m(\widehat{HCA}) = m(\widehat{HAC}) = a$ ve
$m(\widehat{KAD}) = m(\widehat{KDA}) = b$
dersek $a + b + \alpha = \pi$
$\Rightarrow a + b = \pi - \alpha$ ve
PCD üçgeninde
$x + a + b = \pi$
$\Rightarrow x + \pi - \alpha = \pi$
$\Rightarrow x = \alpha$ olur.

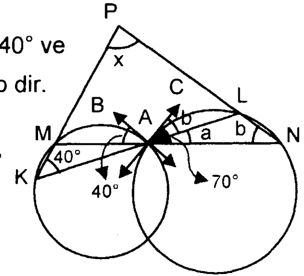


Test – 3

19. $m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{CAN}) = a$ olsun.
$\overset{\frown}{AB}$ yayını gören teğet-kiriş açı ve çevre açılar olduklarından
$m(\widehat{PAB}) = m(\widehat{PCA}) = b$
diyebiliriz.
PAB üçgeninde
$2a + 2b + 50° = 180° \Rightarrow a + b = 65°$ dir.
ANC üçgeninde $x = a + b \Rightarrow x = 65°$ bulunur.



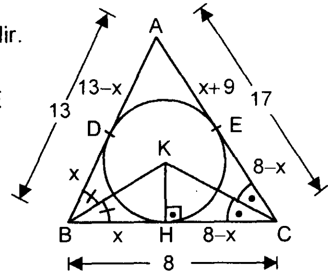
20. Aynı yayı gören teğet-kiriş açı ve çevre açılar olduklarından
$m(\widehat{AKP}) = m(\widehat{MAB}) = 40°$ ve
$m(\widehat{ANP}) = m(\widehat{CAL}) = b$ dir.
$m(\widehat{NAL}) = a$ olsun.
$m(\widehat{CAN}) = a + b = 70°$
olduğundan
$m(\widehat{PLK}) = a + b = 70°$
ve PKL üçgeninde
$x + 40° + 70° = 180° \Rightarrow x = 70°$ bulunur.



Test – 5

21. I. YOL :

K noktası iç teğet çemberin merkezidir. Çemberin değme noktaları H, D ve E olsun.
$|BH| = |BD| = x$,
$|CH| = |CE| = 8 - x$
$|AD| = 13 - x$ ve
$|AE| = x + 9$ olur.
$|AD| = |AE|$ olduğundan
$13 - x = x + 9 \Rightarrow x = 2$ cm bulunur.



II. YOL :

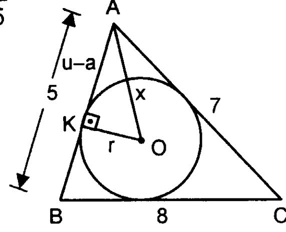
H noktasının iç teğet çemberin değme noktası olduğu görülür.
$2u = 13 + 17 + 8 \Rightarrow u = 19$;
$|BH| = u - b \Rightarrow |BH| = 19 - 17$
$\Rightarrow |BH| = 2$ cm bulunur.

24. $2u = 5 + 7 + 8 \Rightarrow u = 10$ cm;

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\Rightarrow 10 \cdot r = \sqrt{10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}$

$\Rightarrow r = \sqrt{3}$ cm dir.



$|AK| = u - a$

$\Rightarrow |AK| = 2$ cm olur.

AKO dik üçgeninde

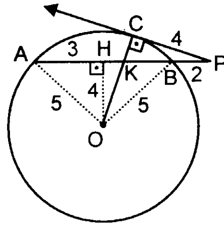
$x^2 = 2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x = \sqrt{7}$ cm bulunur.

25. OH ⊥ AB çizelim.

$|PC|^2 = |PB| \cdot |PA|$

$\Rightarrow 4^2 = 2 \cdot |PA|$

$\Rightarrow |PA| = 8$ cm dir.



$|AH| = |HB| = 3$ cm ve

AHO dik üçgeninde

$|OH| = 4$ cm olur.

$\overset{\triangle}{PCK} \cong \overset{\triangle}{OHK}$ (A.K.A.)

$\Rightarrow |CK| = |HK| = x - 3$ ve

$|OK| = |OC| - |CK| \Rightarrow |OK| = 5 - (x - 3)$

$\Rightarrow |OK| = 8 - x$ olup

OHK dik üçgeninde

$|OK|^2 = |OH|^2 + |HK|^2 \Rightarrow (8 - x)^2 = 4^2 + (x - 3)^2$

$\Rightarrow x = 3{,}9$ cm bulunur.

26. DE // BC,

[BO] ve [CO]

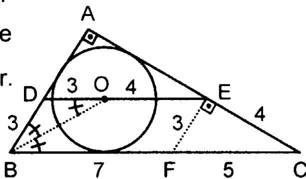
açıortay olacağından

$|BD| = |DO| = 3$ cm ve

$|CE| = |OE| = 4$ cm dir.

EF // AB çizersek

$|EF| = |BD| = 3$ cm,



$|BF| = |DE| = 7$ cm ve EF ⊥ AC olur.

EFC dik üçgeninde $|FC|^2 = |EF|^2 + |EC|^2$

$\Rightarrow |FC|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |FC| = 5$ cm ve

$|BC| = |BF| + |FC| \Rightarrow |BC| = 7 + 5$

$\Rightarrow |BC| = 12$ cm bulunur.

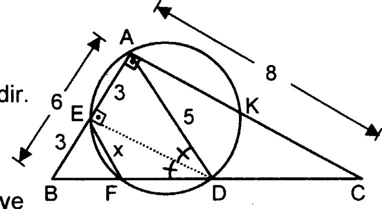
O halde, Ç (BCDE) = 26 cm dir.

27. [AD] çap

$\Rightarrow$ DE ⊥ EA

$\Rightarrow$ DE // AC dir.

ABC dik üçgeninde



$|BC| = 10$ cm ve

$|AD| = |BD| = |DC| = 5$ cm olduğundan

$|BE| = |EA| = 3$ cm olur.

ABD ikizkenar üçgeninde [DE] açıortay olacağından

$\widehat{EDF} \cong \widehat{EDA} \Rightarrow \overset{\frown}{EF} \cong \overset{\frown}{EA}$

$\Rightarrow |EF| = |EA| \Rightarrow x = 3$ cm bulunur.

28. Üçgenin içteğet çemberinin değme noktaları D, E, F olsun.

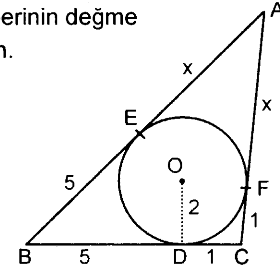
$|BD| = |BE| = 5$ cm ve

$|DC| = |CF| = 1$ cm dir.

$|AE| = |AF| = x$ olsun.

$2u = 2x + 12$

$\Rightarrow u = x + 6$ olur.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = u \cdot r = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\Rightarrow (x+6) \cdot 2 = \sqrt{(x+6) \cdot x \cdot 5 \cdot 1}$

$\Rightarrow 4(x+6)^2 = 5x(x+6)$

$\Rightarrow 4(x+6) = 5x \Rightarrow x = 24$ cm ve

$Çevre(\overset{\triangle}{ABC}) = 2x + 12 = 60$ cm bulunur.

Test – 6

21. [OC] yi ve

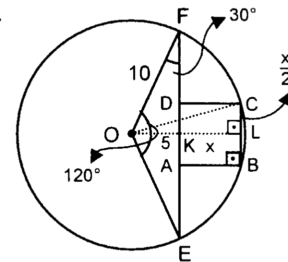
OL ⊥ BC yi çizelim.

OL ∩ EF = {K} olsun.

Karenin bir kenar uzunluğuna x dersek

$|KL| = x$ ve

$|CL| = \frac{x}{2}$ olur.



FOK dik üçgeninde

$|OK| = 5$ cm dir.

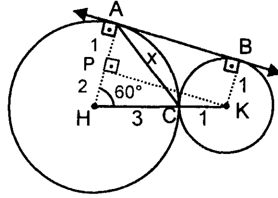
OCL dik üçgeninde

$|OL|^2 + |LC|^2 = |OC|^2 \Rightarrow (5 + x)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 10^2$

$\Rightarrow x^2 - 8x - 60 = 0$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{19} - 4$ cm bulunur.

22. H ve K merkezlerini ortak teğetin A ve B değme noktalarına birleştirelim.



KP // AB çizelim.

KP ⊥ AH,

$|BK| = |PA| = 1$ cm ve

$|PH| = |AH| - |AP| \Rightarrow |PH| = 3 - 1$

$\Rightarrow |PH| = 2$ cm olur.

PHK dik üçgeninde

$|PH| = 2$ cm ve $|HK| = 4$ cm olduğundan

$m(\widehat{AHK}) = 60°$ dir.

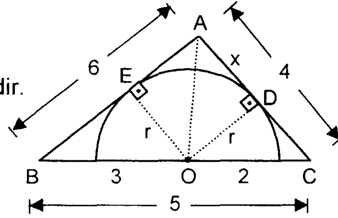
O halde, AHC üçgeni eşkenar üçgen olup

x = 3 cm dir.

23. ABC üçgeninde

2u = 15 cm

$\Rightarrow u = \dfrac{15}{2}$ cm dir.



$A(\overset{\triangle}{ABC}) = A(\overset{\triangle}{ABO}) + A(\overset{\triangle}{ACO})$

$\Rightarrow \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)} = \dfrac{6 \cdot r}{2} + \dfrac{4 \cdot r}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{15}{2} \cdot \dfrac{5}{2} \cdot \dfrac{7}{2} \cdot \dfrac{3}{2}} = 5r \Rightarrow r = \dfrac{3\sqrt{7}}{4}$ cm olur.

DOC dik üçgeninde

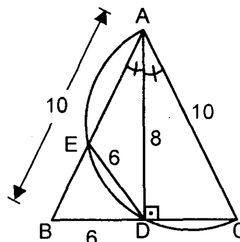
$|DC|^2 = |OC|^2 - |OD|^2 \Rightarrow |DC|^2 = 2^2 - \left(\dfrac{3\sqrt{7}}{4}\right)^2$

$\Rightarrow |DC| = \dfrac{1}{4}$ cm ve buradan

$|AD| = \dfrac{15}{4}$ cm bulunur.

24. [AC] çap olduğundan

AD ⊥ BC dir.



$|AB| = |AC|$ olduğundan

[AD] açıortay olur.

ADC dik üçgeninde

$|DC|^2 = 10^2 - 8^2$

$\Rightarrow |DC| = 6$ cm ve

$\widehat{EAD} \cong \widehat{CAD} \Rightarrow \overset{\frown}{ED} = \overset{\frown}{DC}$

$\Rightarrow |ED| = |DC| = 6$ cm bulunur.

B noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak

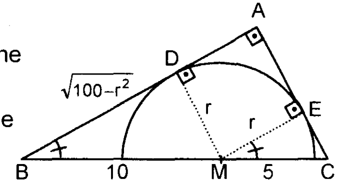
$|BE| \cdot |BA| = |BD| \cdot |BC|$

$\Rightarrow |BE| \cdot 10 = 6 \cdot 12 \Rightarrow |BE| = 7{,}2$ cm ve

$|AE| = 2{,}8$ cm olup

Çevre(AEDC) = 24,8 cm elde edilir.

25. Teğetlerin D ve E değme noktalarını çemberin merkezine birleştirelim.



DBM dik üçgeninde

$|BD|^2 = 100 - r^2$

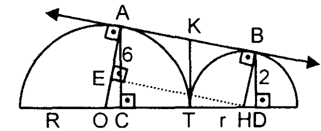
$\Rightarrow |BD| = \sqrt{100 - r^2}$ dir.

$\overset{\triangle}{DBM} \sim \overset{\triangle}{EMC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|BD|}{|ME|} = \dfrac{|BM|}{|MC|} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{100 - r^2}}{r} = \dfrac{10}{5}$

$\Rightarrow r = 2\sqrt{5}$ cm bulunur.

26. Çemberlerin [TK] ortak teğeti ile [OA] ve [HB] yarıçaplarını çizelim.



$|TK| = |KA| = |KB|$

ve KT ⊥ CD olduğundan

[TK], CDBA yamuğunun orta tabanıdır.

Buna göre

$|KT| = \dfrac{6+2}{2} = 4$ cm ve $|AB| = 8$ cm olur.

O merkezli çemberin yarıçapı R, H merkezli çemberin yarıçapı r olsun.

$\overset{\triangle}{AOC} \sim \overset{\triangle}{BHD}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AO|}{|BH|} = \dfrac{|AC|}{|BD|} \Rightarrow \dfrac{R}{r} = \dfrac{6}{2} \Rightarrow R = 3r$ dir.

HE ⊥ OA çizersek AEHB dikdörtgeninde

$|HE| = |AB| = 8$ cm ve $|AE| = |BH| = r$;

EOH dik üçgeninde $|OE| = 2r$ ve $|OH| = 4r$ olur.

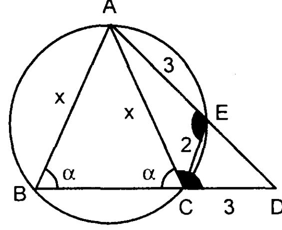
Yine EOH dik üçgeninde

$|OH|^2 = |OE|^2 + |EH|^2 \Rightarrow (4r)^2 = (2r)^2 + 8^2$

$\Rightarrow r = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm ve $R = 3r$ den

$R = 4\sqrt{3}$ cm bulunur.

27. Ölçüleri α olan $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{ACB}$ açılarının bütünleri olduklarından $\widehat{AEC} \cong \widehat{ACD}$ dır.

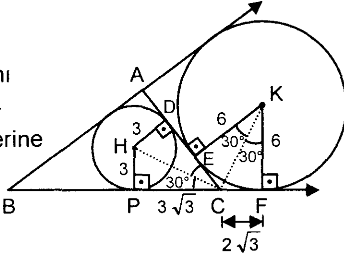


Buna göre,

$\overset{\triangle}{AEC} \sim \overset{\triangle}{ACD}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AE|}{|AC|} = \dfrac{|EC|}{|CD|} \Rightarrow \dfrac{3}{x} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow x = \dfrac{9}{2}$ cm bulunur.

28. Teğetlerin D, E, F ve P değme noktalarını ait oldukları çemberlerin merkezlerine birleştirelim; [CH] ve [CK] yı çizelim.



$m(\widehat{PCH}) = m(\widehat{HCD}) = m(\widehat{EKC}) = m(\widehat{FKC}) = 30°$ olur.

DHC dik üçgeninde $|CD| = 3\sqrt{3}$ cm ve

KEC dik üçgeninde $|CE| = 2\sqrt{3}$ cm olup

$|DE| = |DC| - |EC| \Rightarrow |DE| = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow |DE| = \sqrt{3}$ cm bulunur.

Test – 7

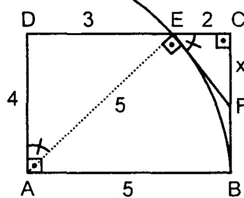
17. I. YOL :

[AE] yi çizelim.

$|AE| = 5$ cm,

$|DE| = 3$ cm ve

$|EC| = 2$ cm olur.



$\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ECF}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AD|}{|EC|} = \dfrac{|DE|}{|CF|} \Rightarrow \dfrac{4}{2} = \dfrac{3}{x} \Rightarrow x = \dfrac{3}{2}$ cm bulunur.

II. YOL :

$|EC| = 2$ cm bulunduktan sonra

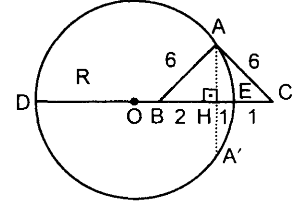
$|CF| = x$ ve $|BF| = |EF| = 4 - x$ diyerek,

CEF dik üçgeninde

$|EF|^2 = |CF|^2 + |EC|^2 \Rightarrow (4-x)^2 = x^2 + 2^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{3}{2}$ cm bulunur.

20. AH ⊥ BC çizelim. Çemberin yarıçapı R olsun. ABC ikizkenar üçgeninde



$|BH| = 2$ cm,

$|HE| = 1$ cm ve

$|AH| = 4\sqrt{2}$ cm olur.

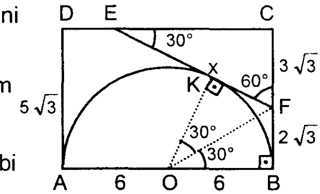
H noktasının, DE ve AA′ kesenleri için çembere göre kuvvetini yazarsak

$|HD| \cdot |HE| = |HA| \cdot |HA'|$

$\Rightarrow (2R - 1) \cdot 1 = 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}$

$\Rightarrow 2R = 33$ cm bulunur.

22. Çemberin O merkezini [EF] nin K değme noktasına birleştirelim ve [OF] yi çizelim.



Şekilde görüldüğü gibi

$m(\widehat{BOF}) = m(\widehat{KOF}) = 30°$ olur.

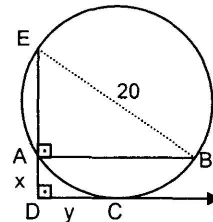
BOF dik üçgeninde $|BF| = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$,

CEF dik üçgeninde

$|CF| = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ ve

$|EF| = 2|CF| \Rightarrow |EF| = 6\sqrt{3}$ cm bulunur.

25. $|DC| = y$ dersek $|AB| = 2y$ olacağını görünüz. D noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak



$|DC|^2 = |DA| \cdot |DE|$

$\Rightarrow y^2 = x \cdot |DE|$

$\Rightarrow\ |DE| = \dfrac{y^2}{x}$ ve $|AB| = |DE|$ olduğundan

$2y = \dfrac{y^2}{x} \Rightarrow y = 2x$ olur.

Öyleyse

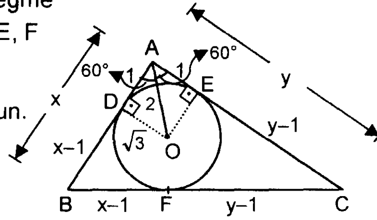
$|AB| = 4x$, $|AE| = 3x$ ve EAB dik üçgeninde

$|EB| = 5x$ tir.

[EB] çemberin çapı olduğundan

$5x = 20 \Rightarrow x = 4$ cm bulunur.

27. Teğetlerin değme noktaları D, E, F ve $|AB| = x$, $|AC| = y$ olsun.



ADO dik üçgeninde

$|AD| = 1$ cm, $|OD| = \sqrt{3}$ cm ve

buradan $|AE| = 1$ cm,

$|BD| = |BF| = x - 1$ ve $|EC| = |FC| = y - 1$ olur.

$2u = x + y + x - 1 + y - 1 \Rightarrow x + y - 1$ olup

$A(ABC) = u \cdot r \Rightarrow \sqrt{3}(x + y - 1) = 15\sqrt{3}$

$\Rightarrow x + y = 16$ ① elde edilir.

Diğer taraftan

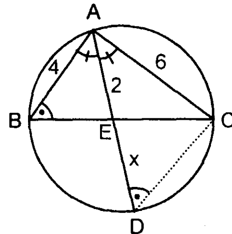
$A(ABC) = \dfrac{1}{2} x \cdot y \cdot \sin 120 = 15\sqrt{3}$

$\Rightarrow x \cdot y = 60$ ② tır.

① ve ② den

$x = 6$ cm ve $y = 10$ cm bulunur.

28. $\overset{\frown}{AC}$ yayını gören çevre açılar olduklarından



$\widehat{ABC} \cong \widehat{ADC}$ dır.

$\overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{ADC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|AB|}{|AD|} = \dfrac{|AE|}{|AC|}$

$\Rightarrow \dfrac{4}{x+2} = \dfrac{2}{6} \Rightarrow x = 10$ cm bulunur.

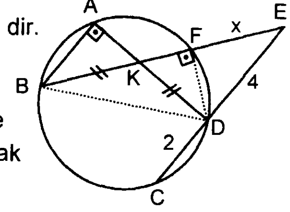
Test – 8

16. [BD] çemberin çapıdır.

$\overset{\triangle}{ABK} \cong \overset{\triangle}{FDK}$ (A.K.A)

$\Rightarrow |AK| = |FK|$

$\Rightarrow |AD| = |BF| = 5$ cm dir.



$|EF| = x$ olsun.

E noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak

$|EF| \cdot |EB| = |ED| \cdot |EC|$

$\Rightarrow x \cdot (x + 5) = 4 \cdot 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 24 = 0$

$\Rightarrow x = 3$ cm olur.

EFD dik üçgeninde

$|FD|^2 = |DE|^2 - |EF|^2 \Rightarrow |FD|^2 = 4^2 - 3^2$

$\Rightarrow |FD| = \sqrt{7}$ cm;

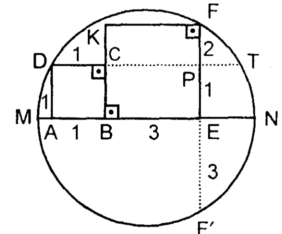
FBD dik üçgeninde

$|BD|^2 = |BF|^2 + |FD|^2 \Rightarrow |BD|^2 = 5^2 + (\sqrt{7})^2$

$\Rightarrow |BD| = 4\sqrt{2}$ cm bulunur.

Öyleyse, $r = 2\sqrt{2}$ cm dir.

18. [DC EF yi P de, çemberi T de ve [FE çemberi F de kessin.



$|DC| = 1$ cm,

$|CP| = 3$ cm,

$|EP| = 1$ cm,

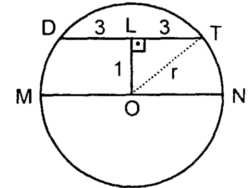
$|PF| = 2$ cm ve $|EF'| = 3$ cm dir.

P noktasının çembere göre kuvvetini yazarsak

$|PT| \cdot |PD| = |PF| \cdot |PF'| \Rightarrow |PT| \cdot 4 = 2 \cdot 4$

$\Rightarrow |PT| = 2$ cm olur.

[DT] kirişinin orta dikmesi çemberin merkezinden geçer. Buna göre LOT dik üçgeninde



$|OT|^2 = |OL|^2 + |LT|^2$

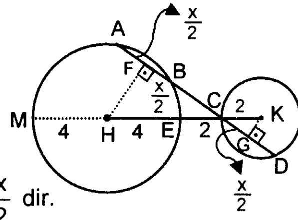
$\Rightarrow r^2 = 1^2 + 3^2$

$\Rightarrow r = \sqrt{10}$ cm bulunur.

19. HK büyük çemberi M de kessin.

HF ⊥ AB ve

KG ⊥ CD çizelim.



$|AF| = |FB| = |CG| = \frac{x}{2}$ dir.

I. Thales Teoremi'ne göre

$$\frac{|CK|}{|CH|} = \frac{|CG|}{|CF|} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{\frac{x}{2}}{|CF|} \Rightarrow |CF| = \frac{3}{2}x \text{ ve}$$

$|CB| = x$ olur.

C noktasının büyük çembere göre kuvvetini yazarsak

$$|CB| \cdot |CA| = |CE| \cdot |CM| \Rightarrow x \cdot 2x = 2 \cdot 10$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{10} \text{ cm bulunur.}$$

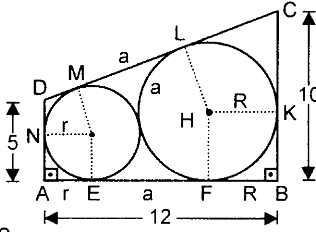
20. ABCD dik yamuğunda

$|DC| = 13$ cm

olacağından

yamuğun çevresi

40 cm dir.



E, F, K, L, M, N değme noktaları ve

$|EF| = |ML| = a$ olsun.

$|EA| + |AD| + |DM| = 10$ cm ve

$|FB| + |BC| + |CL| = 20$ cm olup

yamuğun çevresi yazılarak

$Çevre(ABCD) = 10 + 20 + 2a = 40$

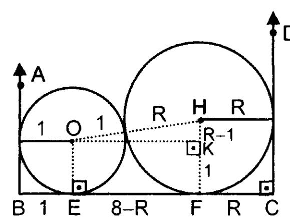
$\Rightarrow a = 5$ cm bulunur.

$|AB| = r + R + a \Rightarrow 12 = r + R + 5$

$\Rightarrow R + r = 7$ cm olur.

Test – 9

7. Büyük çemberin yarıçapı R olsun. Çemberlerin O ve H merkezlerini E ve F değme noktalarına birleştirerek OEFH dik yamuğunu;



OK ⊥ HG çizerek OKH dik üçgenini elde edelim.

$|OK| = 8 - R$, $|HK| = R - 1$ ve $|OH| = R + 1$

olacağından OHK dik üçgeninde

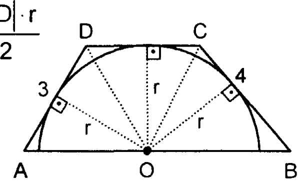
$$|OH|^2 = |OK|^2 + |HK|^2$$

$$\Rightarrow (R+1)^2 = (8-R)^2 + (R-1)^2$$

$$\Rightarrow R = 4 \text{ cm bulunur.}$$

18. I. YOL :

$$A(\overset{\triangle}{ADO}) = \frac{|AO| \cdot r}{2} = \frac{|AD| \cdot r}{2}$$



$\Rightarrow |AO| = |AD|$

$\Rightarrow |AO| = 3$ cm ve

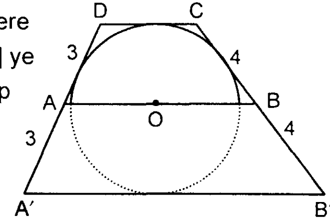
$$A(\overset{\triangle}{OBC}) = \frac{|OB| \cdot r}{2} = \frac{|BC| \cdot r}{2}$$

$\Rightarrow |OB| = |BC| \Rightarrow |OB| = 4$ cm olur.

$|AB| = |AO| + |OB| \Rightarrow |AB| = 7$ cm bulunur.

II. YOL :

Yarıçemberi çembere tamamlayarak [AB] ye paralel teğetini çizip A′B′CD teğetler yamuğunu oluşturalım.



$|AA'| + |CD| = |A'D| + |B'C|$

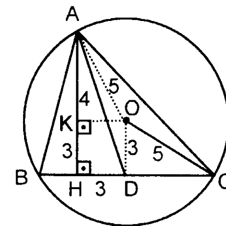
$\Rightarrow |A'B'| + |CD| = 14$ cm

ve yamukta [AB] orta taban olduğundan

$$|AB| = \frac{|A'B'| + |CD|}{2} \Rightarrow |AB| = 7 \text{ cm bulunur.}$$

19. D noktası [BC] nin ortası olduğundan OD ⊥ BC dir.

OK ⊥ AH çizersek HDOK bir dikdörtgen olur.



$|HD| = |KD| = 3$ cm;

AKO dik üçgeninde

$|OA| = 5$ cm ve $|AK| = 4$ cm;

$|AH| = 7$ cm olduğundan

$|KH| = |OD| = 3$ cm;

ODC dik üçgeninde $|DC| = 4$ cm ve

$|BC| = 2|DC| \Rightarrow |BC| = 8$ cm bulunur.

Test – 11

16. [BH] ın S_4 alanını ayırdığı parçalar S_5 ve S_6 olsun.

$S_5 = S_6 = \frac{S_4}{2}$ ve

$\frac{S_1}{S_4} = \frac{9}{8}$

$\Rightarrow \frac{S_1}{S_5} = \frac{9}{4}$ tür.

$\overset{\triangle}{OAP} \sim \overset{\triangle}{HBP}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \frac{S_1}{S_5} = \left(\frac{|PA|}{|PB|}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{|PA|}{|PB|}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{|PA|}{|PB|} = \frac{3}{2}$ olur.

Alanları S_2 ve S_3 olan daire parçaları benzer ve benzerlik oranı $\frac{|PA|}{|PB|}$ olduğundan

$\frac{S_2}{S_3} = \left(\frac{|PA|}{|PB|}\right)^2 \Rightarrow \frac{27}{S_3} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow S_3 = 12$ cm^2 bulunur.

17. Teğetlerin değme noktaları K, L, M, N olsun. CH ⊥ AB çizelim.

$|AK| = |AN| = |ND| = |DM| = r$,

$|MC| = |CL| = |KH| = \frac{r}{2}$ ve

$|BL| = x$ dersek

$|BH| = x - \frac{r}{2}$ olur.

CHB dik üçgeninde

$|BC|^2 = |BH|^2 + |CH|^2$

$\Rightarrow \left(x + \frac{r}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{r}{2}\right)^2 + (2r)^2$

$\Rightarrow x = 2r$ bulunur.

O halde,

$A(ABCD) = \frac{|AB| + |CD|}{2} \cdot |AD|$

$\Rightarrow A(ABCD) = \frac{3r + \frac{3r}{2}}{2} \cdot 2r = \frac{9}{2} r^2$ olur.

18. Şekil OB doğrusuna göre simetrik olduğundan

$|BE| = |EO| = 2$ cm dir.

Taralı alan,

$S_T = 3 \cdot [A(BEOD) - A(\overset{\frown}{ODE})]$

$\Rightarrow S_T = 3 \cdot \left[2 \cdot 2 \cdot \sin 60° - \frac{60°}{360°} \cdot \pi \cdot 2^2\right]$

$\Rightarrow S_T = (6\sqrt{3} - 2\pi)$ cm^2 olur.

20. İki çemberin iki noktada kesişmesi için, çemberlerin merkezleri arasındaki uzaklık, yarıçaplarının farkından büyük ve toplamından küçük olmalıdır.

Buna göre, (H; 3 cm) çemberi ile (P; 3 cm) çemberlerinin kesişmesi için

$0 \le |HP| \le 6$ cm olmalıdır.

(P; 3 cm) çemberlerinin (K; 3 cm) çemberini de kesmesi istendiğinden $0 \le |KP| \le 6$ cm dir.

Öyleyse P noktalarının geometrik yeri (H; 6 cm) ve (K; 6 cm) dairelerinin kesiştiği bölgedir.

Şimdi bu bölgenin alanını bulacağız :

(H; 6 cm) ve (K; 6 cm) çemberleri A ve B noktalarında kesişsin. HAK ve HBK üçgenleri eşkenar üçgen olacağından

$m(\widehat{AHB}) = 120°$ dir.

Buna göre taralı alan,

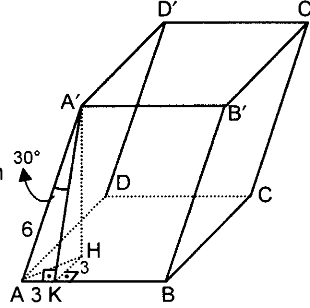
$S_T = 2 \cdot A(\overset{\frown}{AKB}) \Rightarrow S_T = 2 \cdot [A(\overset{\frown}{HAB}) - A(\overset{\triangle}{HAB})]$

$\Rightarrow S_T = 2\left(\frac{120°}{360°} \cdot \pi \cdot 6^2 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 120°\right)$

$\Rightarrow S_T = (24\pi - 18\sqrt{3})$ cm^2 olur.

Test – 2

10. Prizmanın [A′H] yüksekliğini çizelim. [AA′] ayrıtı [AB] ve [AD] ile eşit açılar yaptığından (A′AH) düzlemi BAD açısının açıortay düzlemidir. O halde $m(\widehat{HAB}) = 45°$ dir.



HK ⊥ AB çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre A′K ⊥ AB olur.

A′AK dik üçgeninde $m(\widehat{A'AK}) = 60°$ olduğundan

$|AK| = \frac{|AA'|}{2} \Rightarrow |AK| = 3$ cm ve

$|A'K| = \sqrt{3}|AK| \Rightarrow |A'K| = 3\sqrt{3}$ cm;

AKH dik üçgeninde

$|AK| = |KH| = 3$ cm ve

A′KH dik üçgeninde

$|A'H|^2 = |A'K|^2 - |KH|^2 \Rightarrow |A'H|^2 = (3\sqrt{3})^2 - 3^2$

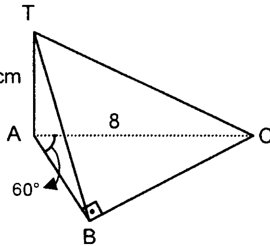
$\Rightarrow |A'H| = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

Öyleyse, prizmanın hacmi

$V = A(ABCD) \cdot |A'H|$

$\Rightarrow V = 6^2 \cdot 3\sqrt{2} \Rightarrow V = 108\sqrt{2}$ cm³ tür.

13. TA ⊥ (ABC) olduğundan (TAB) ve (TAC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{BAC}$ açısıdır.



TA ⊥ BC ve AB ⊥ BC olduğundan, Üç Dikme Teoremi'ne göre TB ⊥ BC olur.

ABC dik üçgeninde

$|AB| = \frac{|AC|}{2} \Rightarrow |AB| = 4$ cm ve

$|BC| = \sqrt{3}|BC| \Rightarrow |BC| = 4\sqrt{3}$ cm;

TAB dik üçgeninde

$|TB|^2 = |TA|^2 + |AB|^2 \Rightarrow |TB|^2 = 3^2 + 4^2$

$\Rightarrow |TB| = 5$ cm dir.

Bu bilgilerle

$A(\overset{\triangle}{TAB}) = \frac{4 \cdot 3}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{TAB}) = 6$ cm²,

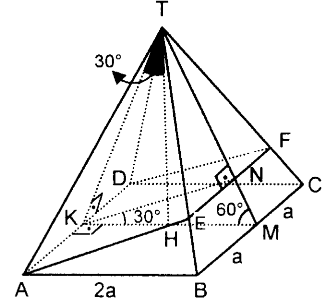
$A(\overset{\triangle}{TAC}) = \frac{8 \cdot 3}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{TAC}) = 12$ cm² ve

$A(\overset{\triangle}{TBC}) = \frac{4\sqrt{3} \cdot 5}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{TBC}) = 10\sqrt{3}$ cm²

bulunur.

Prizmanın yanal alanı $(18 + 10\sqrt{3})$ cm² olur.

16. Piramidin [TH] yüksekliğinden geçen ve [BC] ayrıtına dik düzlem (TKM) olsun. [TH] yüksekliğinin (TAD) düzlemi ile yaptığı açı $\widehat{KTH}$ ve (TBC) düzlemi ile yaptığı açı $\widehat{MTH}$ dır. (Neden?)



$m(\widehat{KTH}) = m(\widehat{MTH}) = 30°$ olduğundan TKM üçgeni eşkenardır.

Diğer taraftan AD // EF, TM ⊥ EF ve KN ⊥ EF olduğunu görünüz.

Bu bilgilerle,

$|AB| = 2a$ dersek $|KM| = 2a$, $|AD| = |BC| = 2a$,

$m(\widehat{NKM}) = 30°$, $|NM| = |TN| = a$, $|KN| = a\sqrt{3}$,

$|TH| = a\sqrt{3}$ ve $|EF| = a$ olduğunu buluruz.

$V(T, AEFD) = V_1$ ve $V(T, ABCD) = V_2$ diyelim.

$V_1 = \frac{1}{3} \cdot A(AEFD) \cdot |TN|$

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{(2a + a) \cdot a\sqrt{3}}{2} \cdot a$

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ ve

$V_2 = \frac{1}{3} \cdot A(ABCD) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ olduğundan

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{8}$ bulunur.

17. TH ⊥ (ABCD) ve BK ⊥ TC çizelim. $\overset{\triangle}{TBC} \cong \overset{\triangle}{TDC}$ olduğundan DK ⊥ TC olur.

Öyleyse yanal yüzler arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{BKD}$ ve [TC] ayrıtının taban düzlemi ile yaptığı açı $\widehat{TCH}$ dir.

H noktası karenin merkezi ve $m(\widehat{BKD}) = 120°$ olduğundan BKD ikizkenar üçgeninde KH ⊥ BD ve $m(\widehat{BKH}) = 60°$ olur.

Buna göre $|KH| = a$ dersek

BKH dik üçgeninde

$|BH| = a\sqrt{3}$,

BHC ikizkenar dik üçgeninde

$|HC| = a\sqrt{3}$ ve

KHC dik üçgeninde

$|KC| = a\sqrt{2}$ olur.

$m(\widehat{TCH}) = \alpha$ verildiğinden

$\cos\alpha = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ bulunur.

19. TH ⊥ (ABCD) çizelim. THA, THB, THC ve THD dik üçgenlerinde

$|HA|^2 = 6^2 - |TH|^2$,

$|HB|^2 = 5^2 - |TH|^2$,

$|HC|^2 = 8^2 - |TH|^2$ ve

$|HD|^2 = x^2 - |TH|^2$ olur.

ABCD karesinde

$|HA|^2 + |HC|^2 = |HB|^2 + |HD|^2$

$\Rightarrow 6^2 - |TH|^2 + 8^2 - |TH|^2 = 5^2 - |TH|^2 + x^2 - |TH|^2$

$\Rightarrow x = 5\sqrt{3}$ cm bulunur.

20. TH ⊥ (ABC) ve FK ⊥ (DEC) çizelim. H noktasının ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve K noktasının [CM] kenarortayı ile [DE] nin kesim noktası olduğunu görünüz.

Buna göre

$|MH| = 2a$ dersek

$|HC| = 4a$, $|KC| = 3a$ ve $|HK| = a$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\dfrac{|FK|}{|TH|} = \dfrac{|CK|}{|CH|} \Rightarrow \dfrac{|FK|}{|TH|} = \dfrac{3a}{4a}$ dır.

$|FK| = 3h$ dersek $|TH| = 4h$ olur.

ABC ve EDC üçgenleri benzer ve benzerlik oranı 2 olduğundan $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 4A(\overset{\triangle}{EDC})$ dir.

$A(\overset{\triangle}{EDC}) = S$ dersek $A(\overset{\triangle}{ABC}) = 4S$ olur.

$V(F,EDC) = V_1$ ve diğer parçanın hacmi V_2 olsun.

$V_1 = \dfrac{1}{3} \cdot S \cdot 3h = S \cdot h$ ve

$V_1 + V_2 = \dfrac{1}{3} \cdot 4S \cdot 4h = \dfrac{16}{3} S \cdot h$ olup

$\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{13}$ bulunur.

21. P noktası ATD açısının açıortayından geçen ve (TAD) düzlemine dik olan düzlem üzerinde bulunur. P ve T noktalarından geçen bu düzlem [BC] yi H orta noktasında keser.

$|BH| = |HC| = 3$ cm dir.

TH ⊥ BC olacağından THC dik üçgeninde

$|TH| = 3\sqrt{3}$ cm ve $|PH| = 3\sqrt{3} - x$ cm olur.

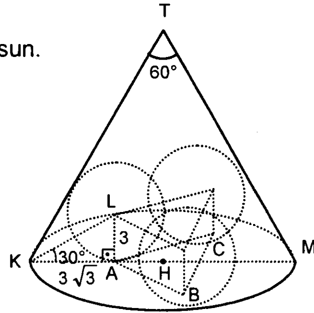
PHC dik üçgeninde

$|PC|^2 = |PH|^2 + |HC|^2$

$\Rightarrow x^2 = (3\sqrt{3} - x)^2 + 3^2$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

24. Kürelerin koninin tabanına değdiği noktalar A, B, C olsun. ABC üçgeni bir kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar üçgendir. ABC üçgeninin ağırlık merkezi H ve HA nın taban çemberini kestiği noktalar K ve M olsun.



Taban çemberinin merkezinin H, yarıçapının [HK] olacağını görünüz.

ABC eşkenar üçgeninde

$|HA| = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |HA| = 2\sqrt{3}$ cm dir.

Değme noktası A olan kürenin merkezi L ise TKM üçgeni eşkenar ve $m(\widehat{LKM}) = 30°$ olacağından KAL dik üçgeninde

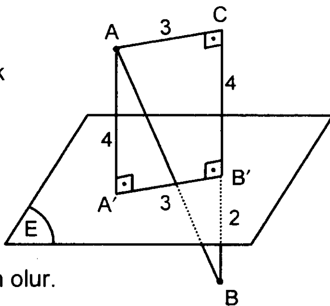
$|LA| = 3$ cm ve $|KA| = 3\sqrt{3}$ cm olur.

Öyleyse koninin taban çemberinin yarıçapı

$|HK| = 5\sqrt{3}$ cm dir.

Test – 3

3. [BB′ ışınını $|B'C| = 4$ cm olacak biçimde uzatırsak A′B′CA bir dikdörtgen olacağından



$|AC| = |A'B'| = 3$ cm olur.

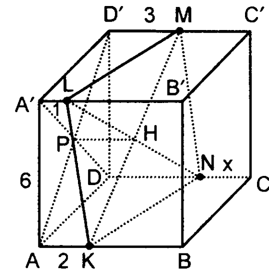
ABC dik üçgeninde

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$\Rightarrow |AB|^2 = 3^2 + 6^2$

$\Rightarrow |AB| = 3\sqrt{5}$ cm bulunur.

8. Bir düzlemin paralel iki düzlemle arakesitleri birbirine paralel olur. Buna göre KL // MN ve KN // LM olup KLMN dörtgeni bir paralelkenardır.



$KM \cap LN = \{H\}$ ve $AD' \cap A'D = \{P\}$ olsun.

AKMD′ ve DNLA′ yamuklarında [PH] orta taban olup

$|PH| = \frac{|AK| + |D'M|}{2}$ ve ①

$|PH| = \frac{|DN| + |A'L|}{2}$ dir. ②

① ve ② den

$|AK| + |D'M| = |DN| + |A'L|$

$\Rightarrow 2 + 3 = 6 - x + 1$

$\Rightarrow x = 2$ cm bulunur.

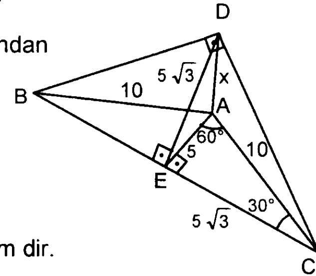
14. AE ⊥ BC çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre DE ⊥ BC olur.

AEC dik üçgeninde

$m(\widehat{C}) = 30°$ olduğundan

$|AE| = 5$ cm ve

$|EC| = 5\sqrt{3}$ cm;



DEC ikizkenar dik üçgen olacağından

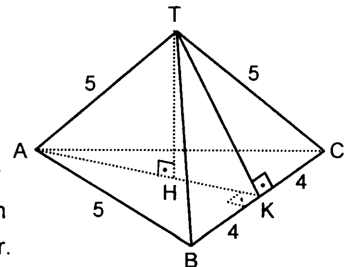
$|EC| = |ED| = 5\sqrt{3}$ cm dir.

DEA dik üçgeninde

$|DA|^2 = |DE|^2 - |AE|^2 \Rightarrow |DA|^2 = (5\sqrt{3})^2 - 5^2$

$\Rightarrow |DA| = 5\sqrt{2}$ cm bulunur.

15. Piramidin [TH] yüksekliğinin H ayağı ABC ikizkenar üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır. (Neden?)



ABC ikizkenar üçgeninde HK kenar orta dikmesi A köşesinden geçer.

$|BK| = |KC| = 4$ cm olduğundan

AKB dik üçgeninde $|AK| = 3$ cm ve

TKB dik üçgeninde $|TK| = 3$ cm olur.

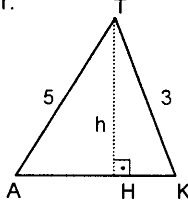
Problem, kenarları bilinen TAK üçgeninin yüksekliğinin bulunmasına dönüşür.

TAK üçgeninde

$2u = 11$ cm,

$u = \frac{11}{2}$ cm olup

üçgenin alan formülleri ile



$A(\overset{\Delta}{TAK}) = \frac{3 \cdot h}{2} = \sqrt{\frac{11}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \frac{3h}{2} = \frac{5}{4}\sqrt{11} \Rightarrow h = \frac{5\sqrt{11}}{6}$ cm bulunur.

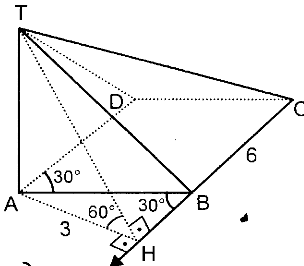
17. Piramidin taban alanı

$A(ABCD) = 6 \cdot 6 \cdot \sin 30°$

$\Rightarrow A(ABCD) = 18 \text{ cm}^2$

olup bellidir.

Piramidin yüksekliğini bulmak için de (TBC) yüzünün taban düzlemi ile yaptığı açıdan yararlanacağız.



$\left.\begin{aligned} &(TAB) \perp (ABCD) \\ &(TAD) \perp (ABCD) \\ &(TAB) \cap (TAD) = TA \end{aligned}\right\} \Rightarrow TA \perp (ABCD)$

olup [TA] piramidin yüksekliğidir.

$AH \perp [CB$ çizersek, Üç Dikme Teoremi'ne göre

$TH \perp BC$ olur.

O halde $\widehat{THA}$ açısı (TBC) yüzü ile (ABCD) tabanı arasındaki açının ölçek açısı olup

$m(\widehat{THA}) = 60°$ dir.

ABH dik üçgeninde $|AB| = 6$ cm ve

$m(\widehat{ABH}) = 30°$ olduğundan $|AH| = 3$ cm ve

TAH dik üçgeninde $|TA| = 3\sqrt{3}$ cm bulunur.

Öyleyse piramidin hacmi,

$V(T, ABCD) = \frac{1}{3} \cdot A(ABCD) \cdot |TA|$

$\Rightarrow V(T, ABCD) = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} \text{ cm}^3$

$\Rightarrow V(T, ABCD) = 18\sqrt{3} \text{ cm}^3$ tür.

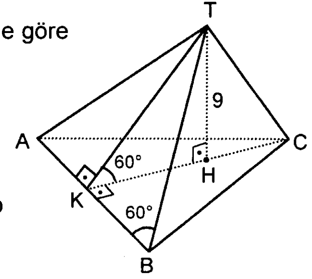
20. $HK \perp AB$ çizersek

Üç Dikme Teoremi'ne göre

$TK \perp AB$ olur.

O halde (TAB) ve (ABC) yüzleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{TKH}$ olup

$m(\widehat{TKH}) = 60°$ dir.



TKH dik üçgeninde

$|KH| = \frac{9}{\sqrt{3}}$ ve $|TK| = 6\sqrt{3}$ cm;

TKB dik üçgeninde

$|KB| = \frac{|TK|}{\sqrt{3}} \Rightarrow |KB| = 6$ cm ve buradan

$|AB| = 12$ cm bulunur.

ABC eşkenar üçgeninin alanı,

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{12^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ve

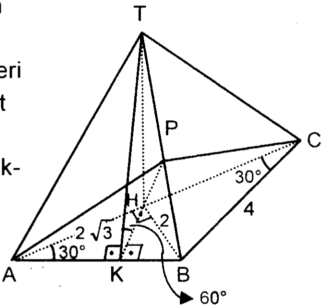
piramidin hacmi,

$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(ABC) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot 36\sqrt{3} \cdot 9$

$\Rightarrow V(T, ABC) = 108\sqrt{3} \text{ cm}^3$ olur.

21. (TAC) düzlemi taban düzlemine dik ve (TAB) ile (TAC) yüzleri taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından piramidin [TH] yüksekliğinin H ayağı $\widehat{ABC}$ açısının açıortayı ile [AC] nin kesim noktasıdır.



ABC ikizkenar üçgeninde [BH] açıortayı aynı zamanda yüksekliktir.

$\left.\begin{aligned} &TH \perp AC \\ &BH \perp AC \end{aligned}\right\} \Rightarrow AC \perp (THB)$

$\Rightarrow AC \perp PH$ olduğundan

PAC üçgeninin alanını bulmak için $|AC|$ ve $|PH|$ uzunluklarını bulmak yeter.

$AK \perp AB$ çizersek, Üç Dikme Teoremi'ne göre

$HK \perp AB$ olur. Öyleyse,

(TAB) ve (ABC) düzlemlerinin arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{TKH}$ olup $m(\widehat{TKH}) = 60°$ dir.

Bu bilgilerle,
ABH dik üçgeninde $m(\widehat{BAH}) = 30°$ olduğundan

$|HB| = \frac{|AB|}{2} \Rightarrow |HB| = 2$ cm ve $|AH| = 2\sqrt{3}$ cm;

AKH dik üçgeninde

$|HK| = \frac{|AH|}{2} \Rightarrow |HK| = \sqrt{3}$ cm;

THK dik üçgeninde

$|TH| = \sqrt{3}|HK| \Rightarrow |TH| = 3$ cm,

TBH dik üçgeninde

$|TB|^2 = |TH|^2 + |HB|^2 \Rightarrow |TB| = \sqrt{13}$ cm

ve nihayet $|PH| = \frac{\sqrt{13}}{2}$ cm bulunur.

ABC ikizkenar üçgeninde

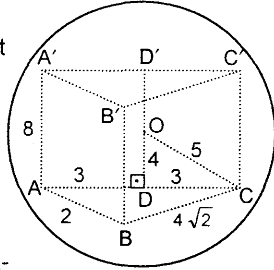
$|AC| = 2|AH| \Rightarrow |AC| = 4\sqrt{3}$ cm dir.

O halde

$$A(\overset{\triangle}{PAC}) = \frac{|AC| \cdot |PH|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{PAC}) = \frac{4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{13}}{2}}{2}$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{PAC}) = \sqrt{39}$ cm^2 olur.

24. Kürenin merkezi, A, B ve C noktalarından eşit uzaklıkta olduğundan [AB] ve [BC] nin orta dikme düzlemlerinin arakesiti üzerinde bulunur. AB ⊥ BC olduğundan bu arakesit [AC] nin orta noktasından geçer. A′, B′ ve C′ noktaları için de aynı yargılama geçerli olduğundan kürenin merkezi [AC] ve [A′C′] nün orta noktalarını birleştiren [DD′] doğru parçasının orta noktasıdır.



DD′ ⊥ AC ve $|OD| = |OD'| = 4$ cm olduğunu görünüz.

Buna göre ODC dik üçgeninde

$|CD|^2 = |CO|^2 - |OD|^2 \Rightarrow |CD|^2 = 5^2 - 4^2$

$\Rightarrow |CD| = 3$ cm ve $|AC| = 6$ cm;

ABC dik üçgeninde

$|BC|^2 = |AC|^2 - |AB|^2 \Rightarrow |BC|^2 = 6^2 - 2^2$

$\Rightarrow |BC| = 4\sqrt{2}$ cm olup

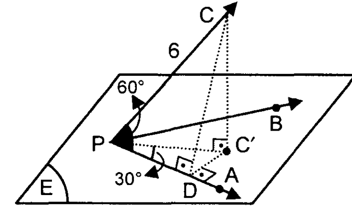
$$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{2 \cdot 4\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 4\sqrt{2}$ cm^2 ve prizmanın hacmi,

$V = 4\sqrt{2} \cdot 8 \Rightarrow V = 32\sqrt{2}$ cm^3 bulunur.

Test – 4

5. [PC ışını, [PA ve [PB ışınları ile eşit açılar yaptığından $\widehat{APB}$ nın açıortayından geçen ve E düzlemine dik olan düzlem içinde bulunur.



O zaman CC′ dikmesi de bu düzlem içinde bulunacaktır.

Buna göre $m(\widehat{C'PD}) = 30°$ dir.

C′D ⊥ PA çizersek, Üç Dikme Teoremi'ne göre CD ⊥ PA olur.

CPD dik üçgeninde $m(\widehat{CPD}) = 60°$ ve

$|PC| = 6$ cm olduğundan

$|PD| = 3$ cm ve $|CD| = 3\sqrt{3}$ cm;

C′PD dik üçgeninde

$|C'D| = \frac{|PD|}{\sqrt{3}} \Rightarrow |C'D| = \sqrt{3}$ cm;

CC′D dik üçgeninde

$|CC'|^2 = |CD|^2 - |C'D|^2 \Rightarrow |CC'|^2 = (3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |CC'| = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

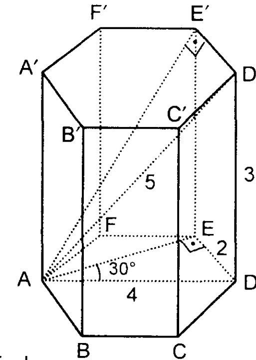
C noktasının E düzlemine uzaklığı $2\sqrt{6}$ cm dir.

9. Prizmanın cisim köşegenlerinden büyüğü [AD′], küçüğü [AE′] olsun.

$|AD'| = 5$ cm ve

$|AE'| = \sqrt{21}$ cm

verilmiştir.



ABCDEF düzgün altıgeninde

$m(\widehat{AED}) = 90°$ ve $m(\widehat{EAD}) = 30°$ dir.

$\widehat{AED}$ açısı $\widehat{AE'D'}$ açısının taban düzlemindeki dik izdüşümü ve E′D′ kolu taban düzlemine paralel olduğundan $m(\widehat{AE'D'}) = 90°$ olur.

Bu bilgilerle;

AD′E′ dik üçgeninde

$|D'E'|^2 = 5^2 - (\sqrt{21})^2 \Rightarrow |D'E'| = 2$ cm;

$|DE| = |D'E'| = 2$ cm;

AED dik üçgeninde $|AD| = 4$ cm;

ADD′ dik üçgeninde $|DD'| = 3$ cm ve

$A(ABCDEF) = 6 \cdot \dfrac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$ cm^2 bulunur.

Prizmanın hacmi,

$V = A(ABCDEF) \cdot |DD'| \Rightarrow V = 6\sqrt{3} \cdot 3$

$V = 18\sqrt{3}$ cm^3 olur.

14. Köşelerden eşit uzaklıktaki P noktası, ayrıtların orta dikme düzlemlerinin arakesitidir. [AB] ve [BC] ayrıtlarının orta dikme düzlemleri [TH] yüksekliği boyunca kesişecekleri için P noktası [TH] üzerindedir. $|PT| = |PC| = x$ olsun.

Düzgün dörtyüzlüde H yükseklik ayağı tabanın ağırlık merkezi olduğundan

$|HC| = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow |HC| = 4\sqrt{3}$ cm;

THC dik üçgeninde

$|TH|^2 = 12^2 - (4\sqrt{3})^2 \Rightarrow |TH| = 4\sqrt{6}$ cm ve

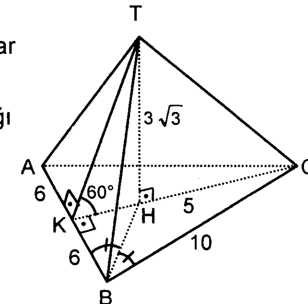
PHC dik üçgeninde

$|PH|^2 + |HC|^2 = |PC|^2$

$\Rightarrow (4\sqrt{6} - x)^2 + (4\sqrt{3})^2 = x^2$

$\Rightarrow x = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

15. Yanal yüzler taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından [TH] yüksekliğinin H ayağı ABC üçgeninin iç açıortaylarının kesim noktasıdır.



ABC ikizkenar üçgeninde [CK] açıortayı aynı zamanda kenarortay ve yüksekliktir.

Üç Dikme Teoremi'ne göre [TK] da [AB] ye dik olur.

Öyleyse, (TAB) yüzü ile (ABC) tabanı arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{TKC}$ olup $m(\widehat{TKC}) = 60°$ dir.

Bu bilgilerle,

$|AK| = |KB| = 6$ cm;

KBC dik üçgeninde

$|KC|^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow |KC| = 8$ cm;

Açıortay Teoremi'ne göre

$\dfrac{|HK|}{|HC|} = \dfrac{|KB|}{|BC|} \Rightarrow \dfrac{|HK|}{|HC|} = \dfrac{6}{10}$

$\Rightarrow |HK| = 3$ cm ve $|HC| = 5$ cm;

TKH dik üçgeninde $|TH| = 3\sqrt{3}$ cm bulunur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{|AB| \cdot |CK|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = \dfrac{12 \cdot 8}{2}$

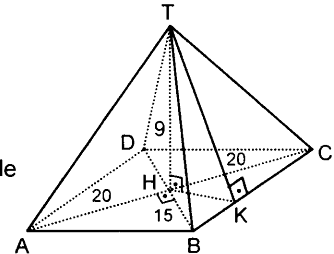
$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{ABC}) = 48$ cm^2 ve

$V(T, ABC) = \dfrac{1}{3} \cdot A(ABC) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V(T, ABC) = \dfrac{1}{3} \cdot 48 \cdot 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow V(T, ABC) = 48\sqrt{3}$ cm^3 olur.

16. TK ⊥ BC çizelim. Üç Dikme Teoremi'ne göre HK ⊥ BC olur.



HBC dik üçgeninde

$|BC|^2 = 15^2 + 20^2$

$\Rightarrow |BC| = 25$ cm

ve $|BC| \cdot |HK| = |HB| \cdot |HC|$

$\Rightarrow 25 \cdot |HK| = 15 \cdot 20 \Rightarrow |HK| = 12$ cm;

THK dik üçgeninde

$|TK|^2 = |TH|^2 + |HK|^2 \Rightarrow |TK|^2 = 9^2 + 12^2$

$\Rightarrow |TK| = 15$ cm ve

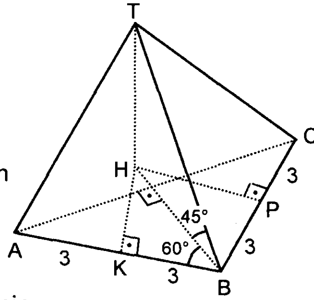
$A(\overset{\triangle}{TBC}) = \dfrac{|BC| \cdot |TK|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{TBC}) = \dfrac{25 \cdot 15}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{TBC}) = 187{,}5$ cm^2 bulunur.

Piramidin yanal alanı,

$S_{yan} = 4 \cdot 187{,}5 \Rightarrow S_{yan} = 750$ cm^2 olur.

17. Piramidin yanal ayrıtları taban düzlemi ile eşit açılar yapıyorsa, yükseklik ayağı taban köşelerinden eşit uzaklıkta olur. Öyleyse, [TH] yüksekliğinin H ayağı ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır.



$|AB| = |BC|$ olduğundan [AC] nin orta dikmesi B köşesinden geçer ve $\widehat{ABC}$ açısını ortalar.

[AB] nin orta dikmesi [HK] olsun.

$|AK| = |KB| = 3$ cm;

HKB dik üçgeninde $m(\widehat{HBK}) = 60°$ olacağından

$|BH| = 6$ cm;

THB ikizkenar dik üçgeninde

$|TH| = |BH| = 6$ cm olur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 120°$

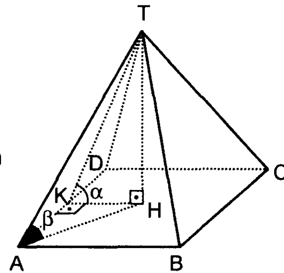
$\Rightarrow \quad A(\overset{\triangle}{ABC}) = 9\sqrt{3}\ cm^2$ ve

$V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot A(ABC) \cdot |TH|$

$\Rightarrow \quad V(T, ABC) = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 6$

$\Rightarrow \quad V(T, ABC) = 18\sqrt{3}\ cm^3$ bulunur.

18. Piramidin yanal yüzleri taban düzlemi ile eşit açılar yapıyorsa, yükseklik ayağı taban kenarlarından eşit uzaklıkta olur. Öyleyse [TH] yüksekliğinin H ayağı ABCD karesinin köşegenlerinin kesim noktasıdır.



HK ⊥ AD çizersek $|AK| = |KD|$ ve Üç Dikme Teoremi'ne göre TK ⊥ AD olur.

O halde $\widehat{TKH}$ açısı (TAD) ve (ABCD) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olup

$m(\widehat{TKH}) = \alpha$ dır.

$\widehat{TAH}$ açısı da [TA] ayrıtının taban düzlemi ile yaptığı açıdır ve ölçüsü β dır.

TKH dik üçgeninde, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ olduğundan

$|KH| = \sqrt{6}\,k$ dersek $|TK| = 3k$;

TKA dik üçgeninde $|KA| = \sqrt{6}\,k$ ve $|AT| = \sqrt{15}\,k$;

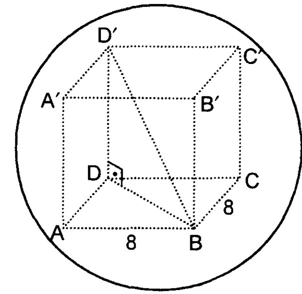
HKA dik üçgeninde $|AH| = 2\sqrt{3}\,k$ ve

THA dik üçgeninde

$\cos\beta = \frac{|HA|}{|TA|} \quad \Rightarrow \quad \cos\beta = \frac{2\sqrt{3}\,k}{\sqrt{15}\,k}$

$\Rightarrow \quad \cos\beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ bulunur.

22. Kürenin merkezi prizmanın köşelerinden eşit uzaklıkta bulunacağından, prizmanın cisim köşegenlerinin kesim noktası kürenin merkezi ve bir cisim köşegeni, örneğin [BD′] kürenin çapıdır.



Öyleyse,

ABD dik üçgeninde $|BD| = 8\sqrt{2}$ cm ve

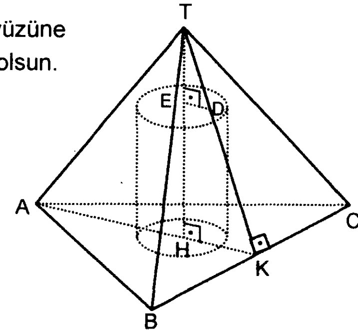
BDD′ dik üçgeninde

$|DD'|^2 = |BD'|^2 - |BD|^2 \quad \Rightarrow \quad |DD'|^2 = 12^2 - (8\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow \quad |DD'| = 4$ cm olur.

23. Silindirin (TBC) yüzüne değdiği nokta D olsun.

Piramidin [TH] yüksekliği ile silindirin simetri ekseninin çakışacağını ve bu D noktasının TBC yüzüne ait [TK] yüksekliği üzerinde olacağını görünüz.



Bir ayrıt uzunluğu 6 cm olan (T, ABC) düzgün dörtyüzlüsünde $|AK| = |TK| = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm,

$|HK| = \frac{|AK|}{3} \Rightarrow |HK| = \sqrt{3}$ cm ve

THK dik üçgeninde

$|TH|^2 = |TK|^2 - |HK|^2 \Rightarrow |TH|^2 = (3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |TH| = 2\sqrt{6}$ cm dir.

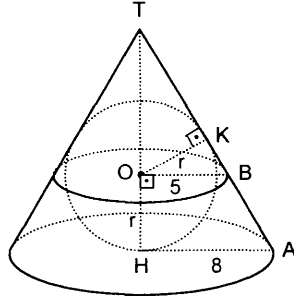
Silindirin üst tabanının merkezi E ve silindirin yüksekliği $|EH| = h$ olsun.

DE // HK olacağından, II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|TE|}{|TH|} = \frac{|ED|}{|HK|} \Rightarrow \frac{2\sqrt{6} - h}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow h = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ cm bulunur.

24. Kürenin ve (O; 5) çemberinin [TA] anadoğrusuna değdiği noktalar sırasıyla K ve B olsun. Koninin [TH] yüksekliğinin, kürenin O merkezinden geçeceğini görünüz.



OB // HA olacağından

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|TO|}{|TH|} = \frac{|OB|}{|HA|} \Rightarrow \frac{|TO|}{|TH|} = \frac{5}{8}$ dir.

$|TO| = 5a$ dersek $|TH| = 8a$, $|OH| = |OK| = 3a$

ve TOK dik üçgeninde

$|TK| = 4$ a olur.

$\overset{\triangle}{TOK} \sim \overset{\triangle}{TAH}$ (A.A.A.)

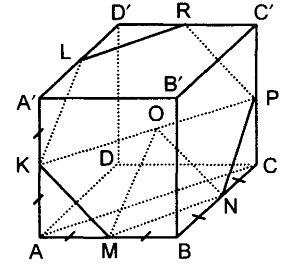
$\Rightarrow \frac{|TK|}{|TH|} = \frac{|OK|}{|AH|} \Rightarrow \frac{4a}{8a} = \frac{3a}{8}$

$\Rightarrow a = \frac{4}{3}$ cm ve

$|TH| = 8a \Rightarrow |TH| = \frac{32}{3}$ cm bulunur.

Test – 5

11. [CC'], [C'D'] ve [D'A'] ayrıtlarının orta noktaları P, R ve L olsun. K dan [MN] ye çizilen paralelin P den, yine K den [NP] ye çizilen paralelin L den ve L den [MN] ye çizilen paralelin R den geçeceğini;



P, R ve L noktalarının (KMN) düzleminde olacağını görünüz.

MN // KP // LR,

$|KM| = |MN| = |NP| = |PR| = |RL| = |LK|$ ve

$|KP| = |AC| = 2|MN|$ olacağından

[KP] nin O orta noktasını M ve N ye birleştirirsek OKM ve OMN birer eşkenar üçgen ve

$m(\widehat{KMN}) = 120°$ olur.

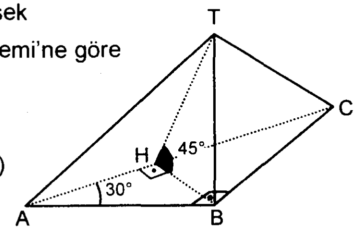
KMNPRL altıgeninin diğer açılarının 120° olduğu aynı şekilde gösterilebilir.

Öyleyse KMNPRL bir düzgün altıgen olup bir kenar uzunluğu $|MN| = 3\sqrt{2}$ cm ve alanı

$A(KMNPRL) = 6 \cdot \frac{(3\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow A(KMNPRL) = 27\sqrt{3}\ cm^2$ bulunur.

14. BH ⊥ AC çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre TH ⊥ AC olur. Öyleyse (TAC) ve (ABC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{BHT}$ olup $m(\widehat{BHT}) = 45°$ dir.



ABC dik üçgeninde

$m(\widehat{BAC}) = 30°$ ve $|AC| = 12$ cm olduğundan

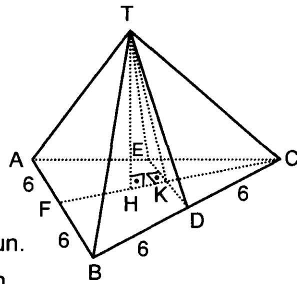
$|BC| = 6$ cm ve $|AB| = 6\sqrt{3}$ cm;

ABH dik üçgeninde $|BH| = 3\sqrt{3}$ cm ve

TBH dik üçgeninde

$|TB| = |BH| \Rightarrow |TB| = 3\sqrt{3}$ cm bulunur.

16. Piramidin [TH] yüksekliğinin H ayağı ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. F noktası [AB] nin ortası olmak üzere [FC] ∩ [DE] = {K} olsun. HK ⊥ DE olacağından Üç Dikme Teoremi'ne göre TK ⊥ DE olur.



Buna göre (TDE) ve (ABC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{TKH}$ olup $m(\widehat{TKH}) = 60°$ dir.

Bu bilgilerle,
ABC eşkenar üçgeninde

$|DE| = \frac{|AB|}{2} \Rightarrow |DE| = 6$ cm,

$|CF| = \frac{12\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |CF| = 6\sqrt{3}$ cm,

$|FH| = \frac{|CF|}{3} \Rightarrow |FH| = 2\sqrt{3}$ cm,

$|FK| = \frac{|CE|}{2} \Rightarrow |FK| = 3\sqrt{3}$ cm

ve $|HK| = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow |HK| = \sqrt{3}$ cm;

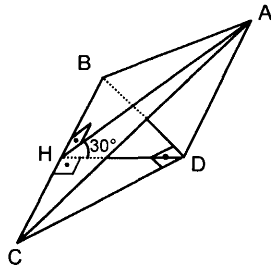
THK dik üçgeninde

$|TK| = 2|HK| \Rightarrow |TK| = 2\sqrt{3}$ cm bulunur.

$A(\overset{\triangle}{TED}) = \frac{|DE| \cdot |TK|}{2} \Rightarrow A(\overset{\triangle}{TED}) = \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\triangle}{TED}) = 6\sqrt{3}$ cm² olur.

17. H noktası [BC] nin orta noktası olmak üzere [AH] ve [DH] çizilirse, AH ⊥ BC ve DH ⊥ BC olur.



Buna göre, $\widehat{AHD}$ açısı (ABC) ve (DBC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olup $m(\widehat{AHD}) = 30°$ dir.

ABC eşkenar üçgeninde

$|AH| = \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |AH| = 3\sqrt{3}$ cm ve

DBC ikizkenar dik üçgeninde

$|HD| = \frac{|BC|}{2} \Rightarrow |HD| = 3$ cm olur.

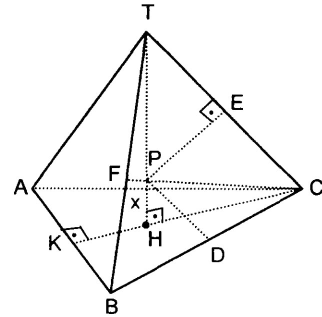
AHD üçgeninde Kosinüs Teoremi'ne göre

$|AD|^2 = |AH|^2 + |HD|^2 - 2|AH| \cdot |HD| \cdot \cos 30°$

$\Rightarrow |AD|^2 = (3\sqrt{3})^2 + 3^2 - 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow |AD| = 3$ cm bulunur.

18. TBC üçgeninin kenarlarının D, E ve F orta noktalarından eşit uzaklıktaki P noktası [DE], [DF] ve [EF] doğru parçalarının orta dikme düzlemlerinin arakesiti üzerinde olmalıdır.



Belirtilen düzlemler aynı zamanda [TB], [TC] ve [BC] doğru parçalarının da orta dikme düzlemleri olacağından [TH] yüksekliği üzerindeki P noktası T, B ve C köşelerinden de eşit uzaklıkta olur.

Buna göre,
ABC eşkenar üçgeninde

$|CK| = \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |CK| = 3\sqrt{3}$ cm ve

$|CH| = \frac{2}{3}|CK| \Rightarrow |CH| = 2\sqrt{3}$ cm;

THC dik üçgeninde

$|TH|^2 = |TC|^2 - |HC|^2 \Rightarrow |TH|^2 = 6^2 - (2\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |TH| = 2\sqrt{6}$ cm ve

$|PH| = x$ dersek $|PT| = |PC| = 2\sqrt{6} - x$ olur.

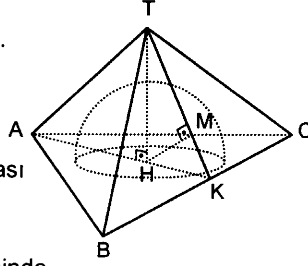
PHC dik üçgeninde

$|PC|^2 = |PH|^2 + |HC|^2$

$\Rightarrow (2\sqrt{6} - x)^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}$ cm bulunur.

22. TH ⊥ (ABC) ve HM ⊥ (TBC) çizelim. Kürenin merkezinin H noktası ve (TBC) yüzüne değdiği noktanın da M noktası olacağını görünüz.



Buna göre ABC eşkenar üçgeninde

$|AK| = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ ve $|HK| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm;

TBC eşkenar üçgeninde

$|TK| = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm;

THK dik üçgeninde

$|TH|^2 = |TK|^2 - |HK|^2 \Rightarrow |TH|^2 = \left(\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$\Rightarrow \quad |TH| = 3\sqrt{6}$ cm ve

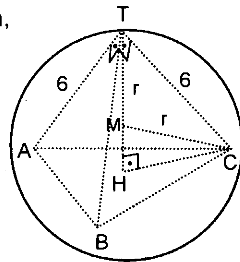
$|TK| \cdot |HM| = |TH| \cdot |HK|$

$\Rightarrow \quad \frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot |HM| = 3\sqrt{6} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \quad |HM| = \sqrt{6}$ cm olur.

Kürenin yarıçapı $\sqrt{6}$ cm dir.

23. Kürenin M merkezinin, piramidin [TH] yüksekliği üzerinde olacağını görünüz.



TBC ikizkenar dik üçgeninde

$|BC| = 6\sqrt{2}$ cm;

ABC eşkenar üçgeninde H ağırlık merkezi olacağından

$|HC| = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad |HC| = 2\sqrt{6}$ cm

ve THC dik üçgeninde

$|TH|^2 = |TC|^2 - |HC|^2 \quad \Rightarrow \quad |TH|^2 = 6^2 - \left(2\sqrt{6}\right)^2$

$\Rightarrow \quad |TH| = 2\sqrt{3}$ cm dir.

$|TM| = |MC| = r$ dersek

$|MH| = 2\sqrt{3} - r$ olur.

MHC dik üçgeninde

$|MC|^2 = |MH|^2 + |HC|^2$

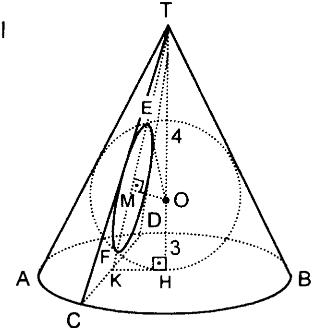
$\Rightarrow \quad r^2 = \left(2\sqrt{3} - r\right)^2 + \left(2\sqrt{6}\right)^2$

$\Rightarrow \quad r = 3\sqrt{3}$ cm bulunur.

UYARI : $r = 3\sqrt{3}$ değeri için $|MH| = -\sqrt{3}$ olması M merkezinin (ABC) düzlemine göre T noktası ile aynı tarafta olmadığını gösterir.

Bu problemde, başlangıçta daha dikkatli davranarak bu çizim hatasını yapmayabilirdik. Bununla birlikte bazen hesaplamalardan önce gerçek durumu öngörmek oldukça zordur ve böyle hatalar kaçınılmazdır. Böyle durumlarda çizimi ve bütün hesaplamaları yeniden yapmak gerekmez. Elde edilen cebirsel değerler yorumlanarak doğru sonuçlara ulaşılabilir.

24. Küre, koninin yanal yüzüne teğet olduğundan (TCD) düzlemi ile kürenin arakesit çemberi TC ve TD anadoğrularına teğet olur. Öyleyse, arakesit çemberinin M merkezi TCD ikizkenar üçgeninin [CK] açıortayı üzerinde olup kürenin O merkezinden (TCD) düzlemine indirilen dikmenin ayağıdır.



$\widehat{TKH}$ açısı (TCD) ile taban düzlemi arasındaki açının ölçek açısı olup $m(\widehat{TKH}) = 60°$ dir.

[TK] nın çemberi kestiği noktalar E ve F olsun.

Bu bilgilerle,

$|OH| = 3$ cm ve $|TH| = 7$ cm olduğundan

$|TO| = 4$ cm;

TOM dik üçgeninde

$m(\widehat{OTH}) = 30°$ olduğundan $|OM| = 2$ cm

ve OME dik üçgeninde

$|ME|^2 = |OE|^2 - |OM|^2 \quad \Rightarrow \quad |ME|^2 = 3^2 - 2^2$

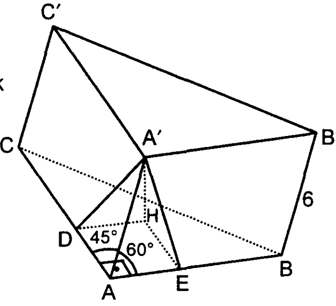
$\Rightarrow \quad |ME| = \sqrt{5}$ cm bulunur.

Öyleyse arakesit dairenin alanı,

$S = \pi \cdot \left(\sqrt{5}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad S = 5\pi$ cm^2 olur.

Test – 6

8. A'H ⊥ (ABC), HD ⊥ AC ve HE ⊥ AB çizersek Üç Dikme Teoremi'ne göre A'D ⊥ AC ve A'E ⊥ AB olur. AA'D ikizkenar dik üçgeninde



$|AA'| = 6$ cm olduğundan

$|AD| = |A'D| = \frac{6}{\sqrt{2}} \Rightarrow |AD| = |A'D| = 3\sqrt{2}$ cm;

AA'E dik üçgeninde $m(\widehat{A'AE}) = 60°$ olduğundan

$|AE| = 3$ cm ve $|A'E| = 3\sqrt{3}$ cm;

AEHD dikdörtgeninde

$|DH| = |AE| = 3$ cm ve

A'DH dik üçgeninde

$|A'H|^2 = |A'D|^2 - |DH|^2 \Rightarrow |A'H|^2 = (3\sqrt{2})^2 - 3^2$

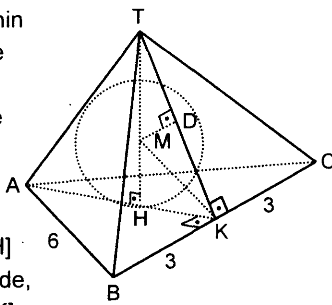
$\Rightarrow |A'H| = 3$ cm olur.

Prizmanın hacmi,

$V = A(ABC) \cdot |A'H| \Rightarrow V = \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot 3$

$\Rightarrow V = 24$ cm^3 bulunur.

21. M merkezli kürenin (ABC) düzlemine değdiği nokta H, (TBC) düzlemine değdiği nokta D ve [BC] nin orta noktası K olsun. M noktasının [TH] yüksekliği üzerinde, D noktasının [TK] kenarortayı üzerinde,



H noktasının ABC üçgeninin ağırlık merkezi olup [AK] üzerinde olduğunu görünüz.

$\widehat{TKA}$ açısı, (TBC) ve (ABC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı olup $m(\widehat{TKA}) = 60°$ dir.

Kürenin M merkezi piramidin yüzlerinin ikişer ikişer açıortay düzlemlerinin arakesiti olduğundan $m(\widehat{AKM}) = m(\widehat{KMD}) = 30°$ olur.

Bu bilgilerle,
ABC eşkenar üçgeninde

$|AK| = \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |AK| = 3\sqrt{3}$ cm

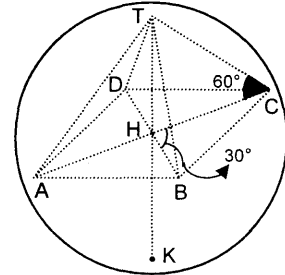
ve $|HK| = \frac{|AK|}{3} \Rightarrow |HK| = \sqrt{3}$ cm;

MHK dik üçgeninde

$m(\widehat{HKM}) = 30°$ olduğundan

$|MH| = \frac{|HK|}{\sqrt{3}} \Rightarrow |MH| = 1$ cm bulunur.

22. Yanal ayrıtlar taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından piramidin [TH] yüksekliğinin H ayağı ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinin kesim noktasıdır.



A, B, C ve D noktalarından eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri TH doğrusu olduğundan A, B, C ve D den geçen kürenin merkezi TH üzerindedir. TH doğrusu küreyi T ve K noktalarında keserse [TK] çap olur.

[TA] ve [TC] ayrıtlarının taban düzlemi ile yaptığı açılar 60 ar derece olduğundan TAC eşkenar üçgendir.

$|TC| = a$ dersek $|HA| = |HC| = \frac{a}{2}$,

$|TH| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ve $|HK| = 12 - \frac{a\sqrt{3}}{2}$ olur.

H noktasının küreye göre kuvvetini yazarsak

$|HT| \cdot |HK| = |HA| \cdot |HC|$

$\Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(12 - \frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}$

$\Rightarrow a = 6\sqrt{3}$ cm bulunur.

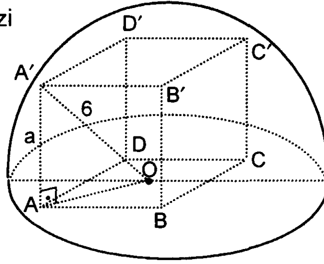
Öyleyse piramidin hacmi

$V = \frac{1}{3} \cdot A(ABCD) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \sin 30° \cdot 9$

$\Rightarrow V = 81$ cm^3 tür.

23. Kürenin O merkezi ABCD karesinin köşegenlerinin kesim noktasıdır.



Kübün bir ayrıt uzunluğuna a dersek

$|AO| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ cm olur.

Buna göre,

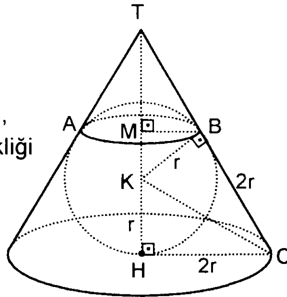
A′AO dik üçgeninde

$|A'O|^2 = |AA'|^2 + |AO|^2$

$\Rightarrow \quad 6^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$\Rightarrow \quad a = 2\sqrt{6}$ cm bulunur.

24. Kürenin merkezi K, değme çemberinin merkezi M olsun. K ve M noktalarının, koninin [TH] yüksekliği üzerinde olacağını görünüz. Kürenin, [TC] anadoğrusuna değdiği noktaya B diyelim.



$|KB| = r$ ve $|HC| = 2r$ olup

$|MB|$ nin r cinsinden değeri istenmektedir.

$\overset{\triangle}{TBK} \sim \overset{\triangle}{THC}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \quad \frac{|TB|}{|TH|} = \frac{|BK|}{|HC|} \quad \Rightarrow \quad \frac{|TB|}{|TH|} = \frac{r}{2r}$ dir.

$|TB| = x$ dersek $|TH| = 2x$ ve $|TK| = 2x - r$ olur.

TBK dik üçgeninde

$|TK|^2 = |TB|^2 + |KB|^2$

$\Rightarrow \quad (2x - r)^2 = x^2 + r^2$

$\Rightarrow \quad x = \frac{4r}{3}$ ve

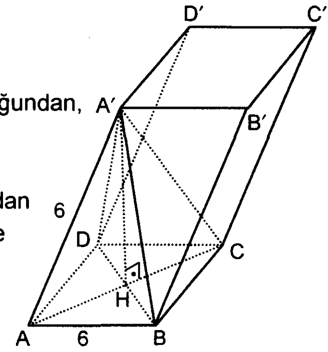
$|TK| \cdot |MB| = |TB| \cdot |BK|$

$\Rightarrow \quad \frac{5r}{3} \cdot |MB| = \frac{4r}{3} \cdot r$

$\Rightarrow \quad |MB| = \frac{4}{5} r$ bulunur.

Test – 7

8. A′ köşesi, A, B, C ve D köşelerinden eşit uzaklıkta olduğundan, ABCD karesinin köşegenlerinin H kesim noktasından (ABCD) düzlemine çıkılan dikme üzerindedir.



ABCD karesinde

$|AC| = 6\sqrt{2}$ cm ve

$|AH| = 3\sqrt{2}$ cm;

A′AH dik üçgeninde

$|A'H|^2 = |AA'|^2 - |AH|^2 \quad \Rightarrow \quad |A'H|^2 = 6^2 - (3\sqrt{2})^2$

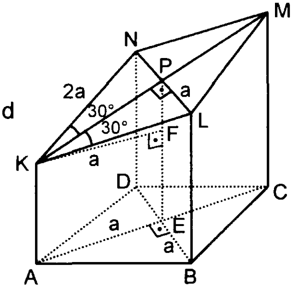
$\Rightarrow \quad |A'H| = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

Buna göre prizmanın hacmi,

$V = A(ABCD) \cdot |A'H| \quad \Rightarrow \quad V = 6^2 \cdot 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow \quad V = 108\sqrt{2}$ cm^3 olur.

9. $[AC] \cap [BD] = \{E\}$,
$[KM] \cap [LN] = P$ ve
$(ABCD) \cap (KLMN) = d$
olsun.



BD // LN ⇒ BD // LN // d dir.

$AE \perp BD \Rightarrow AE \perp d$ ve

$KP \perp LN \Rightarrow KP \perp d$ olur.

Öyleyse AE ve KP doğruları arasındaki açı (ABCD) ve (KLMN) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısıdır.

(KACM) düzleminde K noktasından AC ye çizilen paralel PE yi F de kessin. Tanjantı istenen açı $\widehat{PKF}$ açısıdır.

$|KL| = 2a$ dersek

KPL dik üçgeninde $m(\widehat{PKL}) = 30°$ olacağından

$|PL| = a$ ve $|KP| = a\sqrt{3}$;

PEBL dikdörtgeninde $|BE| = |PL| = a$;

ABCD karesinde $|AE| = |BE| = a$ ve

AEFK dikdörtgeninde $|KF| = |AE| = a$ olur.

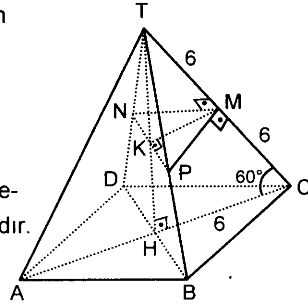
PKF dik üçgeninde

$|PF|^2 = |KP|^2 - |KF|^2 \Rightarrow |PF|^2 = (a\sqrt{3})^2 - a^2$

$\Rightarrow |PF| = a\sqrt{2}$ ve

$\tan(\widehat{PKF}) = \dfrac{|PF|}{|KF|} \Rightarrow \tan(\widehat{PKF}) = \sqrt{2}$ bulunur.

16. Yanal ayrıtlar taban düzlemi ile eşit açılar yaptığından, [TH] yüksekliğinin H ayağı ABCD karesinin köşegenlerinin kesim noktasıdır.



$\left.\begin{array}{l} TC \perp (MNP) \\ TC \perp BD \end{array}\right\} \Rightarrow BD \parallel (MNP)$ ve

$(TBD) \cap (MNP) = NP$ olduğundan

$BD \parallel NP$ olur.

$TH \cap PN = \{K\}$ olsun.

$|NK| = |KP|$ ve $MK \perp NP$ olduğunu görünüz.

Bu bilgilerle,

THC dik üçgeninde $m(\widehat{TCH}) = 60°$

ve $|TC| = 12$ cm olduğundan

$|HC| = 6$ cm ve $|TH| = 6\sqrt{3}$ cm;

TMK dik üçgeninde $m(\widehat{MTK}) = 30°$

ve $|TM| = 6$ cm olduğundan

$|KM| = 2\sqrt{3}$ cm ve $|TK| = 4\sqrt{3}$ cm;

ABCD karesinde $|HC| = 6$ cm olduğundan

$|BD| = 12$ cm ve Thales Teoremi'ne göre

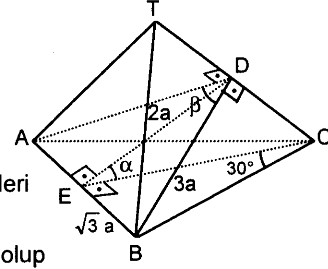
$\dfrac{|TK|}{|TH|} = \dfrac{|NP|}{|BD|} \Rightarrow \dfrac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \dfrac{|NP|}{12}$

$\Rightarrow |NP| = 8$ cm bulunur.

$A(\overset{\Delta}{MNP}) = \dfrac{|NP| \cdot |KM|}{2} \Rightarrow A(\overset{\Delta}{MNP}) = \dfrac{8 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{MNP}) = 8\sqrt{3}$ cm^2 olur.

17. $TC \perp (ABD)$ olduğundan $TC \perp DA$ ve $TC \perp DB$ dir. Öyleyse, (TAC) ve (TBC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{ADB}$ olup $m(\widehat{ADB}) = \beta$ dır.



[AB] nin orta noktası E olsun.

DAB ikizkenar üçgeninde $DE \perp AB$ ve ABC eşkenar üçgeninde $CE \perp AB$ olacağından, (ABD) ve (ABC) düzlemleri arasındaki açının ölçek açısı da $\widehat{DEC}$ dir ve ölçüsü α dır.

$ED \perp DC$ ve $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$ olduğundan

$|DE| = 2a$ dersek $|EC| = 3a$ olur.

EBC dik üçgeninde $m(\widehat{BCE}) = 30°$ olduğundan $|BE| = \sqrt{3}\,a$ ve

EBD dik üçgeninde

$|BD|^2 = |BE|^2 + |ED|^2 \Rightarrow |BD|^2 = (\sqrt{3}a)^2 + (2a)^2$

$\Rightarrow |BD| = \sqrt{7}\,a$ bulunur.

ABD ikizkenar üçgeninde

$|DA| = |DB| = \sqrt{7}\,a$ ve $|AB| = 2\sqrt{3}\,a$

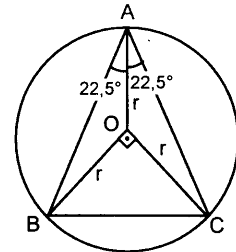
olacağından, Kosinüs Teoremi'ne göre

$|AB|^2 = |BD|^2 + |AD|^2 - 2 \cdot |BD| \cdot |AD| \cdot \cos\beta$

$\Rightarrow (2\sqrt{3}a)^2 = (\sqrt{7}a)^2 + (\sqrt{7}a)^2 - 2 \cdot \sqrt{7}a \cdot \sqrt{7}a \cdot \cos\beta$

$\Rightarrow \cos\beta = \dfrac{1}{7}$ elde edilir.

23. Piramidin ve koninin yükseklikleri eşit olduğundan, hacimlerinin oranı taban alanlarının oranına eşittir.



Piramidin taban alanı,

$A(\overset{\Delta}{ABC}) = A(\overset{\Delta}{OBC}) + A(\overset{\Delta}{AOC}) + A(\overset{\Delta}{AOB})$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = \dfrac{r \cdot r}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin 135° + \dfrac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin 135°$

$\Rightarrow A(\overset{\Delta}{ABC}) = \dfrac{\sqrt{2}+1}{2} r^2$ ve

koninin taban alanı πr^2 olduğundan

$\Rightarrow \dfrac{V_{piramit}}{V_{koni}} = \dfrac{A(ABC)}{\pi r^2}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{piramit}}{2\pi} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}+1}{2} r^2}{\pi r^2}$

$\Rightarrow V_{piramit} = (\sqrt{2}+1)$ cm³ bulunur.

24. Kesik piramidin hacmini bulmak için benzer (T, ABCD) ve (T, A′B′C′D′) piramitlerinin benzerlik oranını, örneğin yüksekliklerinin oranını bulmak yeter.

Kürenin, (ABCD), (A′B′C′D′) ve (TBC) düzlemlerine değdiği noktalar H, E ve F; [BC] nin orta noktası K olsun.
H ve E noktalarının piramitlerin yükseklik ayakları ve taban köşegenlerinin kesim noktaları olduğunu, kürenin O merkezinin [TH] yüksekliği ve F noktasının da [TK] üzerinde bulunduğunu görünüz.

THK dik üçgeninde $|HK| = 6$ cm ve $|TH| = 8$ cm olduğundan $|TK| = 10$ cm dir.

$\overset{\triangle}{TOF} \sim \overset{\triangle}{TKH}$ (A.A.A.)

$\Rightarrow \dfrac{|OF|}{|KH|} = \dfrac{|TO|}{|TK|} \Rightarrow \dfrac{r}{6} = \dfrac{8-r}{10}$

$\Rightarrow r = 3$ cm ve

$|TE| = 2$ cm olur.

$V(T, ABCD) = \dfrac{1}{3} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 8 = 384$ cm³ olduğundan

$\dfrac{V(T, A'B'C'D')}{V(T, ABCD)} = \left(\dfrac{|TE|}{|TH|}\right)^3$

$\Rightarrow \dfrac{V(T, A'B'C'D')}{384} = \left(\dfrac{2}{8}\right)^3$

$\Rightarrow V(T, A'B'C'D') = 6$ cm³ ve

kesik piramidin hacmi,

$V = 384 - 6 \Rightarrow V = 378$ cm³ bulunur.

Test – 8

8. AA′ // KK′ // EE′ // LL′ çizelim.
[MF ∩ [K′E′ = {H} olsun.

$|AA'| = |EE'| = 8$ cm,

$|K'E'| = |KE| = 2$ cm,

$|AK| = |A'K'| = |E'L'| = 1$ cm,

$|E'H| = 4$ cm ve

$|HF| = 4$ cm olur.

HE′F dik üçgeninde

$|E'F|^2 = |E'H|^2 + |HF|^2 \Rightarrow |E'F|^2 = 4^2 + 4^2$

$\Rightarrow |E'F| = 4\sqrt{2}$ cm ve

E′EF dik üçgeninde

$|EF|^2 = |EE'|^2 + |E'F|^2 \Rightarrow |EF|^2 = 8^2 + (4\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow |EF| = 4\sqrt{6}$ cm bulunur.

9. $A(AB'C'D) = 2 \cdot A(AB'C') = 2 \cdot 18$

$\Rightarrow A(AB'C'D) = 36$ cm² ve

$A(BCC'B') = 12$ cm² olduğundan

$\dfrac{A(BCC'B')}{A(AB'C'D)} = \dfrac{|BB'|}{|AB'|}$

$\Rightarrow \dfrac{12}{36} = \dfrac{|BB'|}{|AB'|}$ dür.

$|BB'| = a$ dersek

$|AB'| = 3a$,

$|AB| = 2\sqrt{2}\,a$ ve

$\cos(\widehat{BAB'}) = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ olur.

ABCD dikdörtgeni AB′C′D dikdörtgeninin (ABCD) düzlemindeki dik izdüşümü ve (AB′C′D) düzlemi ile (ABCD) düzlemi arasındaki açının ölçek açısı $\widehat{BAB'}$ olduğundan

$A(ABCD) = A(AB'C'D) \cdot \cos(\widehat{BAB'})$

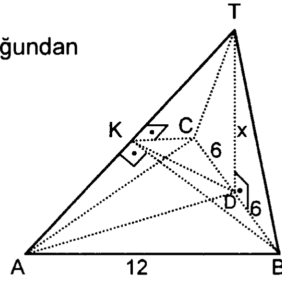
$A(ABCD) = 36 \cdot \dfrac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow A(ABCD) = 24\sqrt{2}$ cm²

bulunur.

10. $BK \perp TA$ çizersek
$(TAB) \perp (TAC)$ olduğundan
$CK \perp TA$ olur.
BKC ikizkenar
dik üçgeninde

$|DK| = 6$ cm ve

$|BK| = 6\sqrt{2}$ cm;



KAB dik üçgeninde $|KA| = 6\sqrt{2}$ cm;

TAD dik üçgeninde

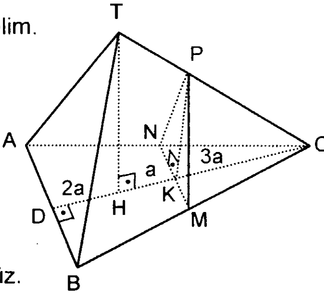
$|DK|^2 = |KA| \cdot |KT| \Rightarrow 6^2 = 6\sqrt{2} \cdot |KT|$

$\Rightarrow |KT| = 3\sqrt{2}$ cm ve

$|TD|^2 = |TK| \cdot |TA| \Rightarrow |TD|^2 = 3\sqrt{2} \cdot 9\sqrt{2}$

$\Rightarrow |TD| = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

14. $TH \perp (ABC)$ ve
$PK \perp (ABC)$ çizelim.
H noktasının
ABC üçgeninin
ağırlık merkezi,
K noktasının da
[MN] ve [CD] nin
orta noktası
olacağını görünüz.



Buna göre $|DH| = 2a$ dersek

$|HC| = 4a$, $|KC| = 3a$ ve $|HK| = a$ olur.

II. Thales Teoremi'ne göre

$\frac{|PK|}{|TH|} = \frac{|CK|}{|CH|} \Rightarrow \frac{|PK|}{8} = \frac{3a}{4a}$

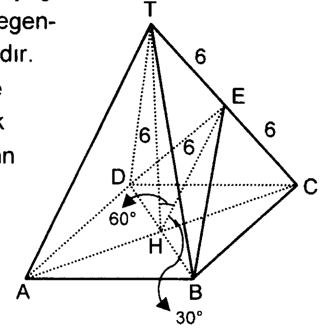
$\Rightarrow |PK| = 6$ cm ve

$\frac{|NM|}{|AB|} = \frac{|CK|}{|CD|} \Rightarrow \frac{|NM|}{12} = \frac{3a}{6a}$

$\Rightarrow |NM| = 6$ cm bulunur.

$A(\overset{\Delta}{MNP}) = \frac{6 \cdot 6}{2} \Rightarrow A(\overset{\Delta}{MNP}) = 18 \text{ cm}^2$ olur.

15. [TH] yüksekliğinin H ayağı
ABCD karesinin köşegen-
lerinin kesim noktasıdır.
Karede $CH \perp BD$ ve
bunun sonucu olarak
$EH \perp BD$ olacağından
(EBD) ve (ABCD)
düzlemleri arasında
açının ölçek açısı
$\widehat{EHC}$ dır.
$m(\widehat{EHC}) = 30°$;
THC dik üçgeninde



$|TE| = |CE| = |EH|$ ve $m(\widehat{THE}) = 60°$ olduğundan

THE üçgeni eşkenar olup $m(\widehat{HTE}) = 60°$ olur.

THC dik üçgeninde

$|HC| = \sqrt{3} \cdot |HT| \Rightarrow |HC| = 6\sqrt{3}$ cm;

HBC ikizkenar dik üçgeninde

$|BC| = \sqrt{2} \cdot |HC| \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{6}$ cm bulunur.

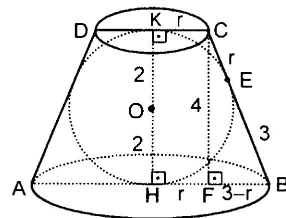
Buradan

$V(T, ABCD) = \frac{1}{3} \cdot A(ABCD) \cdot |TH|$

$\Rightarrow V(T, ABCD) = \frac{1}{3} \cdot (6\sqrt{6})^2 \cdot 6$

$\Rightarrow V(T, ABCD) = 432 \text{ cm}^3$ elde edilir.

20. Küre, kesik koninin
alt ve üst taban
dairelerine,
dairelerin H ve K
merkezlerinde
değer.
Kesik koninin
HK dan geçen bir
düzlemle arakesiti ABCD olsun.



ABCD dörtgeni, kürenin en büyük dairesine teğet olan bir ikizkenar yamuktur.

Koninin üst tabanının yarıçapı r ve [BC] nin küreye değdiği nokta E olsun.

$CF \perp AB$ çizelim.

$|KC| = |CE| = r$, $|HB| = |BE| = 3$ cm,

$|KC| = |HF| = r$, $|CF| = |KH| = 4$ cm ve

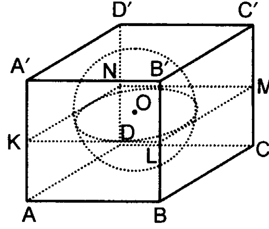
$|BF| = 3 - r$ olup

BCF dik üçgeninde

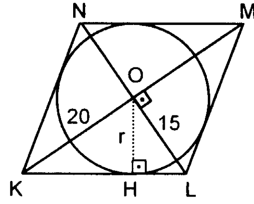
$|BC|^2 = |BF|^2 + |CF|^2 \Rightarrow (r+3)^2 = (3-r)^2 + 4^2$

$\Rightarrow r = \frac{4}{3}$ cm bulunur.

23. Prizmanın, kürenin O merkezinden geçen ve prizmanın ABCD tabanına paralel bir düzlemle arakesiti KLMN olsun.



KLMN dörtgeni, kürenin en büyük dairesine teğet ve ABCD dörtgenine eş olan bir eşkenar dörtgendir.



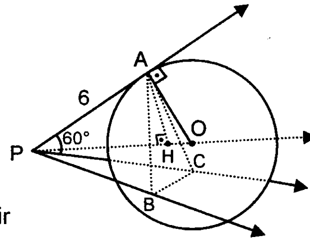
Buna göre, KOL dik üçgeninde

$|KO| = 20$ cm, $|OL| = 15$ cm, $|KL| = 25$ cm ve

$|KL| \cdot |OH| = |KO| \cdot |OL| \Rightarrow 25 \cdot r = 20 \cdot 15$

$\Rightarrow r = 12$ cm olur.

24. $|PA|$, $|PB|$ ve $|PC|$ teğet uzunlukları birbirine eşittir. Teğetler arasındaki açılar da 60 ar derece olduğundan (P, ABC) piramidi bir düzgün dörtyüzlüdür.



Kürenin merkezi, A, B ve C noktalarından eşit uzaklıkta bulunacağından [AB], [BC] ve [AC] nin orta dikme düzlemlerinin arakesiti üzerindedir. (P, ABC) düzgün dörtyüzlüsünde bu arakesit P den (ABC) düzlemine indirilen dikme olur.

Bu dikmenin H ayağı ABC eşkenar üçgeninin ağırlık merkezidir.

Kürenin merkezi O ise $OA \perp PA$ dır.

Bu bilgilerle,

$|HA| = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |HA| = 2\sqrt{3}$ cm;

PAH dik üçgeninde

$|PH|^2 = |PA|^2 - |AH|^2 \Rightarrow |PH|^2 = 6^2 - (2\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow |PH| = 2\sqrt{6}$ cm;

PAO dik üçgeninde

$|AH|^2 = |PH| \cdot |HO| \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{6} \cdot |HO|$

$\Rightarrow |HO| = \sqrt{6}$ cm ve

$|AO|^2 = |OH| \cdot |OP| \Rightarrow |AO|^2 = \sqrt{6} \cdot 3\sqrt{6}$

$\Rightarrow |AO| = 3\sqrt{6}$ cm bulunur.

Cevap Anahtarları

Temel Kavramlar ve Açılar

Test 1			
1. D	16. E	31. B	46. A
2. A	17. A	32. E	47. D
3. E	18. C	33. E	48. B
4. C	19. D	34. B	
5. E	20. D	35. E	
6. A	21. B	36. B	
7. D	22. B	37. C	
8. C	23. A	38. C	
9. D	24. B	39. A	
10. B	25. D	40. C	
11. C	26. B	41. D	
12. C	27. D	42. D	
13. D	28. B	43. D	
14. A	29. A	44. E	
15. E	30. B	45. D	

Test 2	
1. E	16. E
2. C	17. A
3. E	18. B
4. D	19. B
5. A	20. B
6. A	21. C
7. C	22. B
8. D	23. C
9. B	24. B
10. A	25. D
11. E	26. D
12. E	27. E
13. D	28. C
14. C	29. D
15. A	30. A

Test 3	
1. D	16. C
2. A	17. C
3. E	18. C
4. B	19. E
5. A	20. D
6. E	21. D
7. A	22. C
8. D	23. A
9. B	24. D
10. D	25. A
11. E	26. B
12. C	27. C
13. C	28. E
14. E	
15. B	

Test 4	
1. D	16. E
2. E	17. A
3. D	18. C
4. A	19. E
5. E	20. C
6. D	21. D
7. B	22. E
8. A	23. D
9. A	24. D
10. B	25. C
11. A	26. E
12. B	27. C
13. A	28. D
14. D	
15. B	

Test 5	
1. D	16. B
2. B	17. C
3. C	18. C
4. D	19. B
5. C	20. A
6. D	21. D
7. A	22. D
8. A	23. C
9. B	24. E
10. C	25. E
11. E	26. E
12. C	27. B
13. D	28. D
14. A	
15. E	

Üçgende Eşitsizlikler

Test 1	
1. C	16. C
2. C	17. C
3. B	18. C
4. D	19. E
5. C	20. B
6. C	21. E
7. D	22. C
8. C	23. B
9. B	24. A
10. A	
11. B	
12. B	
13. C	
14. A	
15. D	

Test 2	
1. A	16. D
2. A	17. B
3. E	18. B
4. C	19. B
5. D	20. D
6. D	
7. B	
8. E	
9. D	
10. C	
11. E	
12. D	
13. A	
14. C	
15. A	

Thales, Menelaus ve Ceva Teoremleri

Test 1	
1. B	16. B
2. A	17. C
3. D	18. C
4. E	19. B
5. B	20. B
6. D	21. C
7. E	22. D
8. B	23. D
9. A	24. E
10. C	
11. B	
12. B	
13. D	
14. B	
15. A	

Test 2	
1. B	16. D
2. E	17. E
3. C	18. A
4. A	19. C
5. B	20. E
6. C	21. C
7. C	22. A
8. D	23. B
9. A	24. C
10. E	25. A
11. C	26. D
12. C	27. A
13. D	28. D
14. B	
15. C	

Test 3	
1. D	16. B
2. D	17. B
3. B	18. C
4. B	19. A
5. B	20. B
6. D	
7. A	
8. D	
9. B	
10. B	
11. B	
12. C	
13. C	
14. E	
15. D	

Cevap Anahtarları

Çember ve Daire

Test 1

1. B	16. C
2. E	17. D
3. B	18. D
4. B	19. B
5. A	20. D
6. D	21. D
7. D	22. B
8. B	23. C
9. A	24. C
10. A	25. E
11. D	26. D
12. B	27. E
13. A	28. D
14. B	
15. D	

Test 2

1. B	16. B
2. B	17. C
3. D	18. B
4. A	19. D
5. B	20. A
6. A	
7. C	
8. D	
9. C	
10. B	
11. D	
12. C	
13. A	
14. A	
15. C	

Test 3

1. B	16. B
2. D	17. E
3. C	18. C
4. D	19. D
5. E	20. E
6. A	
7. C	
8. D	
9. D	
10. C	
11. C	
12. B	
13. C	
14. C	
15. A	

Test 4

1. B	16. D
2. C	17. C
3. D	18. B
4. D	19. B
5. D	20. C
6. E	21. D
7. D	22. B
8. D	23. E
9. E	24. C
10. C	25. C
11. C	26. C
12. C	27. A
13. B	28. A
14. D	
15. B	

Test 5

1. D	16. D
2. D	17. A
3. D	18. E
4. B	19. D
5. D	20. D
6. A	21. B
7. C	22. E
8. B	23. D
9. B	24. A
10. E	25. E
11. D	26. B
12. B	27. C
13. C	28. D
14. C	
15. A	

Test 6

1. B	16. C
2. D	17. A
3. B	18. C
4. C	19. D
5. B	20. B
6. B	21. C
7. B	22. C
8. D	23. A
9. C	24. A
10. E	25. D
11. D	26. C
12. A	27. E
13. C	28. B
14. C	
15. A	

Test 7

1. C	16. C
2. C	17. E
3. A	18. D
4. B	19. C
5. E	20. E
6. A	21. B
7. D	22. A
8. D	23. B
9. D	24. D
10. A	25. A
11. B	26. D
12. C	27. E
13. E	28. D
14. E	
15. C	

Test 8

1. E	16. A
2. C	17. B
3. E	18. B
4. B	19. C
5. E	20. D
6. D	
7. C	
8. B	
9. C	
10. A	
11. A	
12. E	
13. C	
14. A	
15. D	

Test 9

1. C	16. C
2. B	17. C
3. D	18. B
4. E	19. D
5. B	20. E
6. D	
7. E	
8. D	
9. B	
10. D	
11. A	
12. D	
13. D	
14. D	
15. B	

Test 10

1. A	16. C
2. D	17. A
3. B	18. D
4. B	19. D
5. A	20. C
6. E	
7. C	
8. A	
9. D	
10. B	
11. C	
12. E	
13. E	
14. E	
15. B	

Test 11

1. D	16. A
2. A	17. C
3. E	18. A
4. B	19. D
5. C	20. E
6. A	
7. A	
8. A	
9. C	
10. C	
11. E	
12. B	
13. D	
14. A	
15. D	

Uzay Geometri ve Katı Cisimler

Test 1

1. B	16. B	31. B	46. D
2. A	17. C	32. D	47. B
3. C	18. B	33. B	48. C
4. E	19. B	34. D	
5. C	20. D	35. C	
6. D	21. C	36. C	
7. E	22. D	37. C	
8. B	23. D	38. B	
9. B	24. C	39. A	
10. D	25. C	40. C	
11. A	26. C	41. C	
12. D	27. D	42. B	
13. A	28. A	43. C	
14. E	29. A	44. D	
15. C	30. E	45. B	

Test 2

1. C	16. D
2. B	17. E
3. A	18. E
4. C	19. D
5. D	20. B
6. D	21. A
7. E	22. C
8. E	23. B
9. B	24. C
10. C	
11. D	
12. B	
13. B	
14. B	
15. C	

Test 3

1. E	16. B
2. C	17. C
3. C	18. E
4. E	19. D
5. C	20. B
6. C	21. C
7. D	22. E
8. B	23. A
9. E	24. D
10. D	
11. D	
12. B	
13. B	
14. D	
15. B	

Test 4

1. E	16. B
2. C	17. B
3. C	18. D
4. D	19. D
5. E	20. E
6. B	21. B
7. D	22. A
8. E	23. B
9. D	24. D
10. B	
11. B	
12. E	
13. B	
14. C	
15. A	

Test 5

1. D	16. A
2. B	17. B
3. D	18. B
4. E	19. C
5. E	20. B
6. C	21. B
7. E	22. A
8. D	23. D
9. A	24. B
10. C	
11. C	
12. B	
13. B	
14. A	
15. B	

Test 6	
1. C	16. B
2. B	17. E
3. E	18. D
4. E	19. A
5. B	20. E
6. D	21. A
7. C	22. C
8. A	23. C
9. B	24. A
10. B	
11. D	
12. E	
13. B	
14. A	
15. B	

Test 7	
1. E	16. C
2. E	17. A
3. E	18. D
4. D	19. B
5. C	20. B
6. A	21. D
7. D	22. D
8. E	23. A
9. C	24. D
10. D	
11. C	
12. D	
13. C	
14. C	
15. D	

Test 8	
1. A	16. D
2. D	17. B
3. A	18. C
4. D	19. D
5. D	20. D
6. A	21. E
7. B	22. D
8. D	23. D
9. D	24. D
10. E	
11. A	
12. D	
13. A	
14. C	
15. C	

Genel Testler

Test 1	
1. D	16. D
2. B	17. E
3. B	18. D
4. E	19. C
5. C	20. C
6. D	21. B
7. E	22. D
8. B	23. B
9. D	24. D
10. D	25. B
11. A	26. D
12. E	27. A
13. E	28. E
14. B	
15. B	

Test 2	
1. C	16. B
2. A	17. C
3. D	18. D
4. D	19. D
5. E	20. B
6. D	21. B
7. E	22. C
8. A	23. B
9. B	24. B
10. E	25. C
11. C	26. C
12. C	27. A
13. D	28. B
14. B	
15. C	

Test 3	
1. C	16. C
2. B	17. B
3. E	18. A
4. B	19. E
5. B	20. C
6. C	21. B
7. A	22. C
8. B	23. B
9. C	24. A
10. C	25. D
11. D	26. C
12. D	27. A
13. C	28. D
14. B	
15. C	

Test 4	
1. E	16. C
2. A	17. D
3. D	18. E
4. C	19. A
5. B	20. A
6. E	21. C
7. E	22. B
8. C	23. A
9. E	24. B
10. D	25. B
11. C	26. A
12. C	27. B
13. C	28. D
14. C	
15. D	

Test 5	
1. D	16. B
2. C	17. C
3. B	18. B
4. D	19. D
5. C	20. A
6. C	21. C
7. E	22. D
8. B	23. C
9. C	24. A
10. B	25. D
11. E	26. B
12. C	27. B
13. B	28. E
14. D	
15. B	

Test 6	
1. D	16. B
2. B	17. B
3. C	18. D
4. E	19. E
5. B	20. B
6. C	21. C
7. B	22. B
8. E	23. B
9. A	24. E
10. B	25. B
11. C	26. D
12. A	27. B
13. E	28. A
14. C	
15. B	

Test 7	
1. C	16. B
2. E	17. D
3. C	18. C
4. B	19. E
5. D	20. B
6. E	21. B
7. C	22. A
8. C	23. D
9. E	24. B
10. B	25. C
11. A	26. C
12. C	27. D
13. C	28. C
14. D	
15. D	

Test 8	
1. A	16. D
2. D	17. B
3. C	18. D
4. B	19. C
5. C	20. A
6. B	21. B
7. D	22. B
8. D	23. C
9. E	24. D
10. D	25. A
11. C	26. B
12. D	27. C
13. E	28. C
14. E	
15. C	

1974-1999 ÖSS-ÖYS Soruları

Test 1

1. A	16. B	31. B
2. D	17. A	32. D
3. D	18. D	33. C
4. C	19. D	34. B
5. C	20. B	35. C
6. D	21. E	36. D
7. A	22. B	37. E
8. D	23. C	38. C
9. E	24. E	39. B
10. E	25. C	40. C
11. B	26. E	
12. A	27. B	
13. B	28. B	
14. E	29. D	
15. D	30. C	

Test 2

1. B	16. B	31. C
2. C	17. D	32. A
3. A	18. A	33. B
4. B	19. D	34. D
5. C	20. A	35. D
6. D	21. A	36. E
7. D	22. E	37. E
8. C	23. B	38. B
9. C	24. B	39. D
10. B	25. A	40. E
11. A	26. A	
12. E	27. B	
13. B	28. C	
14. A	29. E	
15. B	30. A	

Test 3

1. E	16. B	31. E
2. D	17. D	32. C
3. B	18. C	33. C
4. D	19. A	34. C
5. E	20. A	35. A
6. B	21. B	36. E
7. D	22. D	37. C
8. A	23. A	38. B
9. D	24. E	39. D
10. D	25. B	40. A
11. C	26. C	
12. B	27. A	
13. D	28. B	
14. C	29. C	
15. C	30. E	

Test 4

1. B	16. C	31. E
2. C	17. B	32. C
3. C	18. C	33. D
4. A	19. E	34. C
5. D	20. A	35. E
6. B	21. A	36. B
7. D	22. D	37. E
8. D	23. E	38. D
9. B	24. C	39. B
10. B	25. E	40. B
11. D	26. C	
12. D	27. A	
13. D	28. B	
14. C	29. E	
15. C	30. B	

Test 5

1. A	16. A	31. E
2. A	17. C	32. E
3. B	18. C	33. B
4. D	19. A	34. C
5. B	20. D	35. B
6. A	21. D	36. E
7. C	22. B	37. D
8. E	23. D	38. C
9. E	24. D	39. B
10. D	25. C	40. C
11. D	26. B	
12. B	27. C	
13. B	28. D	
14. B	29. E	
15. E	30. E	

Test 6

1. B	16. B	31. E
2. E	17. C	32. E
3. D	18. E	33. C
4. A	19. D	34. B
5. C	20. E	35. D
6. C	21. B	36. A
7. E	22. C	37. B
8. B	23. B	38. A
9. B	24. E	39. C
10. B	25. D	40. A
11. D	26. D	
12. B	27. B	
13. D	28. E	
14. B	29. B	
15. E	30. C	

Test 7

1. A	16. E	31. D
2. E	17. C	32. B
3. B	18. D	33. D
4. B	19. D	34. B
5. A	20. C	35. E
6. D	21. B	36. A
7. E	22. A	37. C
8. D	23. B	38. A
9. E	24. B	39. E
10. E	25. C	40. D
11. E	26. D	
12. B	27. B	
13. A	28. D	
14. C	29. B	
15. C	30. C	

Test 8

1. B	16. B	31. D
2. A	17. A	32. C
3. E	18. E	33. E
4. B	19. A	34. A
5. D	20. E	35. B
6. C	21. C	36. C
7. A	22. C	37. C
8. E	23. A	38. A
9. D	24. C	39. A
10. E	25. A	40. C
11. C	26. A	
12. E	27. D	
13. D	28. A	
14. D	29. A	
15. C	30. A	

Test 9

1. C	16. B	31. C
2. A	17. A	32. E
3. C	18. C	33. A
4. C	19. A	34. C
5. B	20. C	35. A
6. D	21. D	36. E
7. A	22. B	37. E
8. D	23. A	38. D
9. A	24. C	39. D
10. B	25. E	40. B
11. E	26. B	
12. A	27. E	
13. C	28. D	
14. C	29. E	
15. C	30. E	

Test 10

1. E	16. D
2. A	17. C
3. C	18. E
4. E	19. C
5. C	20. C
6. C	21. A
7. D	22. D
8. E	23. D
9. C	24. D
10. E	25. A
11. E	26. C
12. B	27. D
13. D	28. A
14. E	29. E
15. C	30. E

Test 11

1. B	16. D
2. D	17. B
3. C	18. D
4. C	19. E
5. D	20. E
6. A	
7. A	
8. B	
9. B	
10. B	
11. C	
12. B	
13. B	
14. B	
15. A	